

# 4

## MEDIDA DO FLUXO DE NÊUTRONS TÉRMICOS

*Ulysses d'Utra Bitelli*

### Teoria

O conhecimento da distribuição espacial e energética dos nêutrons no interior do núcleo de um reator é fundamental na determinação de vários parâmetros de interesse à Física de Reatores, tais como a potência gerada, taxas de reação e consequente queima de combustível nuclear, fuga de nêutrons do sistema relacionados à medida da curvatura do fluxo (“Buckling”), etc.

A densidade de potência  $P$  dissipada no núcleo de um reator nuclear ou num dado volume  $V$  de seu núcleo é dada pela equação (1), sendo  $G$  a energia recuperável por fissão,  $N_f$  o número de átomos físseis no volume considerado ( $\text{átomos}/\text{cm}^3$ ),  $\sigma_f$  a seção de choque de fissão dos átomos físseis em todo espectro de energia dos nêutrons e  $\phi$  o fluxo diferencial de nêutrons entre  $E$  e  $E + dE$ . Assim,

$$P = GN_f \int_V \int_E \sigma_f(r, E) \phi(r, E) dV dE \quad (1)$$

Se considerarmos que a queima de combustível seja desprezível em função da pequena magnitude do fluxo de nêutrons no núcleo Reator IPEN/MB-01,  $N_f$  será independente da posição ( $r$ ) e consequentemente do volume considerado no núcleo do reator. Os parâmetros  $\sigma_f$  e  $\phi$  se trabalharmos, respectivamente, com os valores médios de seção de choque e do fluxo de nêutrons, integradas ao longo do volume considerado do reator e do espectro de energia dos nêutrons, permitem reescrever a expressão (1), de tal forma a obtermos a expressão (2), considerando agora toda a potência dissipada no volume  $V$  do núcleo do reator:

$$P = GN_f \bar{\sigma}_f \bar{\phi} V = G \bar{\Sigma}_f \bar{\phi} V = G \bar{R}_f V \quad (2)$$

Assim, da expressão (2), constatamos que basta obtermos experimentalmente o valor médio da taxa de reação de fissão nuclear no combustível do reator ou algum parâmetro proporcional à mesma, para obtermos experimentalmente a potência de operação dissipada no núcleo do reator. O volume  $V$ , na expressão (2), se refere ao volume ocupado pelo combustível no reator, ou seja a somatória de todos os volumes de todas as varetas combustíveis que compõem o núcleo do reator nuclear.

Neste capítulo é apresentada uma das técnicas experimentais mais utilizadas na obtenção da potência de operação de um reator de pesquisa, no caso exemplificamos o Reator IPEN/MB-01, um reator de potência zero que atua a uma potência máxima nominal de 100 watts, o que corresponde a um fluxo de nêutros integral em seu núcleo de aproximadamente  $4 \cdot 10^9 \text{ n/cm}^2 \cdot \text{s}$ .

Tal técnica de ativação, conhecida como técnica da razão de cádmio, consiste na obtenção absoluta do fluxo de nêutrons térmicos no núcleo do reator a partir da ativação de folhas de ouro irradiadas com e sem (nua) cobertura de cádmio. O cádmio (isótopo de  $^{113}\text{Cd}$ ), devido à sua altíssima seção de choque de absorção de nêutrons térmicos, age como um filtro neutrônico absorvendo os nêutrons térmicos, fazendo com que a folha de ouro irradiada dentro de uma diminuta caixa de cádmio, seja ativada neutrónicamente apenas por nêutrons epitérmicos. A folha nua, por sua vez irradiada sem o cádmio, tem toda a sua atividade devido aos nêutrons térmicos e epitérmicos. A subtração das atividades induzidas na folha nua em relação à coberta com cádmio, permite conhecer a fração da atividade na folha de ouro, irradiada na posição  $r$  do núcleo, devida somente à contribuição dos nêutrons térmicos, responsáveis em grande parte pelas fissões nos átomos de  $^{235}\text{U}$  e consequentemente a potência do reator.

Outros métodos para a determinação da potência gerada no núcleo de um reator, são utilizados em reatores de pesquisa que operam a valores de potência maiores (p.ex: alguns poucos MW) e em reatores nucleares de potência (p.ex: Angra I e II), como o método de balanço térmico e decaimento do nitrogênio. Existem ainda outros métodos, como varredura gama de varetas combustíveis e análise por ruído, estes dois últimos válidos apenas para reatores que operam a baixos níveis de potência.

### **Medida do Fluxo de Nêutrons pela Técnica de Ativação de Folhas de Ouro Irradiadas com e sem Cobertura de Cádmio**

O valor médio do fluxo de nêutrons térmicos no núcleo do reator é um parâmetro neutrônico diretamente proporcional à potência do reator. Se irradiarmos uma série de folhas de ativação espalhadas criteriosamente no moderador (canal entre as

varetas combustíveis), podemos medir os valores do fluxo de nêutrons em cada um dos locais de irradiação e após uma análise dos dados, obter-se o valor médio do mesmo através da sua utilização na equação (2) estimamos a potência gerada no núcleo do reator.

Obviamente que algumas correções se farão necessárias, tendo em vista estarmos medindo o fluxo de nêutrons no moderador e não no combustível, onde são geradas as reações de fissão nuclear e consequentemente a potência. No nosso caso, usaremos folhas de ouro, elemento com alta seção de choque de ativação de nêutrons térmicos, cujo valor médio da seção de choque térmica de 73,64 barn é obtida pelo grupo de Física de Reatores a partir de cálculos celulares utilizando o programa Hammer-Technion [1]. Além disso, estamos medindo o fluxo de nêutrons térmicos e não o fluxo de nêutrons integral em todo o espectro de energia, assim temos que reescrever a equação (2), incorporando à mesma dois fatores de correção, o fator  $F$  conhecido como fator de desvantagem térmico (Razão entre o fluxo médio no combustível para o fluxo médio no moderador que, no caso do Reator IPEN/MB-01, assume o valor  $F = 0,769$ ) [2] e o fator  $R$  que levará em conta a parcela das fissões nucleares devido a nêutrons rápidos que, no caso do Reator IPEN/MB-01, assume o valor  $R = 1,155$ ) [2]. Estes valores são característicos do Reator IPEN/MB-01 na sua configuração retangular padrão ( $28 \times 26$  varetas combustíveis), todavia para outros reatores de pesquisas esse valores devem ser avaliados experimentalmente ou através de cálculos computacionais utilizando-se programas da área de Física de Reatores similares aos aqui citados.

Assim, reescrevendo a aquação (2), teremos,

$$P = GN_f \bar{\sigma}_f \bar{\phi} VRF = G\bar{\Sigma}_f \bar{\phi} VRF = G\bar{R}_f VRF \quad (3)$$

A expressão (3) será utilizada na obtenção experimental da potência de operação do reator IPEN/MB-01, bem como de qualquer reator de pesquisa pela técnica de ativação de folhas de ouro.

### **Irradiação no Núcleo do Reator Nuclear de Pesquisa**

A seguir simulamos o experimento realizado no núcleo do Reator IPEN/MB-01 [2]. Basicamente, consiste na irradiação de folhas de ativação de ouro nua e outra coberta com cádmio na posição central (M14) do núcleo do reator, sob idênticas condições de irradiação (potência, posição das barras de controle, período do reator durante a rampa de subida de potência, mesmo posicionamento no núcleo para as folhas nuas e cobertas com cádmio, etc). Medido o valor da razão de cádmio (razão

entre as taxas de reação induzidas na folha nua em relação à com cádmio) numa determinada posição no núcleo, será possível determinarmos o fluxo de nêutrons térmicos. A atividade da mesma ao término da irradiação será:

$$A_0 = \frac{\lambda C \exp(\lambda t_e) F_R}{\varepsilon I(1 - \exp(-\lambda t_c))} \quad (4)$$

Conhecido o tempo de irradiação  $t_i$  é possível calcularmos qual seria à atividade de saturação da folha de ouro num tempo infinito de irradiação, ou seja, a taxa de reação nuclear:

$$A_{nua}^{\infty} = \frac{A_0}{(1 - \exp(-\lambda t_i))} \quad (5)$$

Assim, obtido experimentalmente os valores da atividade da folha de ouro ao término da irradiação ( $A_0$ ), podemos calcular o valor da atividade de saturação da folha de ouro nua ( $A_{nua}^{\infty}$ ) que corresponderia a atividade da folha àquele nível de potência se a mesma fosse irradiada por um tempo infinito. Sabemos que  $A_{nua}^{\infty}$  é numericamente igual ao valor da taxa de reação nuclear na folha de ouro. Esta taxa de reação nuclear de captura radioativa se refere à reação nuclear:  $^{197}\text{Au}(n,\gamma)^{198}\text{Au}$  que por sua vez é diretamente proporcional ao fluxo de nêutrons térmicos no local de irradiação (Posição  $r$  do núcleo), conforme visualizamos na equação (6) dada a seguir e consequentemente à potência de operação do reator (vide equação 3). Logo, o fluxo de nêutrons térmicos ( $\phi_{th}$ ), medido na posição de irradiação  $r$ , será dado pela expressão:

$$\phi_{th} = \frac{A_{nua}^{\infty} (1 - F_{cd}/R_{cd})}{N_{Au} \bar{\sigma}_{act} F_P} \quad (6)$$

Na configuração de núcleo padrão do Reator IPEN/MB-01 (arranjo retangular de  $28 \times 26$  varetas combustíveis), há uma razão entre o valor do fluxo de nêutrons térmicos medido na posição central do núcleo (Posição M14) e outras posições medidas e criteriosamente definidas e apresentadas na Tabela 1 (do anexo 1).

Elas servirão para a obtenção dos valores absolutos do fluxo de nêutrons térmicos nas demais posições do núcleo e possibilitarão a obtenção do valor médio do fluxo de nêutrons no núcleo do reator correspondente a um certo nível de corrente do canal nuclear nº5 (Câmara de ionização compensada de boro -canal calibrado em potência) do reator. A razão entre o fluxo de nêutrons térmicos no centro do reator e o fluxo médio de nêutrons térmicos no núcleo, para a configuração retangular de  $26 \times 28$  elementos, assume o valor experimental 1,73. Este valor foi obtido em experimento realizado para a calibração dos canais nucleares do reator IPEN/MB-01 na configuração  $28 \times 26$  varetas combustíveis [2].

Os parâmetros que aparecem nas expressões (4), (5) e (6) são definidos a seguir:

$\lambda$  Constante de desintegração do  $^{198}\text{Au}$  ( $\lambda = 2,9768 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ );

$C$  Contagem líquida do fotópico do  $^{198}\text{Au}$  na energia de 411,80 keV;

$F_R$  Fator de correção de rampa de subida de potência (função do período T de supercriticalidade). Será unitário se o período for igual na irradiação da folha nua (sem cobertura de cádmio) e coberta com cádmio. Caso contrário pode ser estimado pela expressão  $F_R = t_i/(t_i + T)$ , onde  $T = (\text{tempo da rampa(s)}/R)$  sendo,  $R = \ln(P_{\text{final}}(\text{watts})/P_{\text{inicial}}(\text{watts}))$ . O tempo de rampa se refere ao tempo que vai desde o início da supercriticalidade do reator (aproximadamente 100 mwatts) até a potência de irradiação (P.ex: 100 watts).

$t_i$  Tempo de irradiação (P. ex: 1 hora = 3600 s);

$t_e$  Tempo de espera do término da irradiação da folha de Au até a contagem (espectrometria gama da folha de ouro no detector de Germânio Hiper-Puro);

$t_c$  Tempo de contagem (s) da folha durante a espectrometria gama; Adota-se geralmente o LT (“Life Time”) que desconta o tempo morto do sistema de contagem;

$\epsilon$  valor absoluto da eficiência global de contagem para a energia do fotópico gama considerado (411,80 KeV) na posição pré-estabelecida de contagem; valor fornecido pelas curvas de eficiência obtidas a partir da espectrometria gama de fontes padrões medidas na mesma posição ( $^{152}\text{Eu}$ ,  $^{133}\text{Ba}$ , etc).

$I$  Probabilidade de emissão do raio gama de 411,80 KeV do Au-198 ( $I = 0,9556 \pm 0,0007$ );

$F_{cd}$  Fator de Cádmio que nos dá a fração de nêutrons epitérmicos absorvidos na caixa de cádmio (Para espessura de cádmio de 0,5 mm, temos  $F_{cd} \approx 1,098$ ) [3];

$F_P$  Fator de perturbação de fluxo devido principalmente ao efeito de auto-blindagem do fluxo de nêutrons térmicos nas camadas internas da folha de Au. No caso de folhas infinitamente diluídas (átomos de ouro dispersos numa matriz de alumínio)  $F_P = 1$  e no caso de folhas puras de espessura d (cm) e

secção de choque macroscópica de ativação média  $\bar{\Sigma}_{act}(\text{cm}^{-1})$ ,  $F_P$  será dado pela expressão (7):

$$F_P = \frac{1}{\sum_{act} d} \left[ \frac{1}{2} - E_3 \left( \sum_{act} d \right) \right] \quad (7)$$

sendo a função exponencial de terceira ordem  $E_3(\sum_{act} d)$  tabelada ou calculada a partir da relação (8a) que fornece o valor de  $E_3$  em função de  $E_1(\sum_{act} d)$  [4]:

$$E_3 \left( \sum_{act} d \right) = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \sum_{act} d \right) e^{-\sum_{act} d} + \left( \sum_{act} d \right)^2 E_1 \left( \sum_{act} d \right) \right] \quad (8a)$$

sendo,

$$E_1 \left( \sum_{act} d \right) = -\gamma - \ln \left( \sum_{act} d \right) + \frac{(\sum_{act} d)^2}{2!} + \frac{(\sum_{act} d)^3}{3!} \dots$$

$$\gamma = 0,577215 \quad (\text{Constante de Euler}) \quad (8b)$$

$R_{cd}$  Razão de cádmio que nos dá a razão das atividades entre as folhas de ouro nuas e cobertas com cádmio de massas iguais,  $R_{cd} = A^{\infty nua}/A^{\infty cd}$ , para o caso das folhas infinitamente diluídas, ou seja em forma de liga 1% Au-99% Al (auto-blindagem desprezível), com átomos de ouro dispersos numa matriz de alumínio. No caso de folhas hiper-puras as atividades das folhas devem ser corrigidas quanto ao efeito de auto-blindagem, através da expressão (7) ou de valores fornecidos na literatura [4].

Assim, desenvolvendo a expressão da razão de cádmio  $R_{cd}$  para folhas nuas e com cobertura de cádmio hiper-puras (aproximadamente 99,99... % de átomos de Au) de massas próximas, porém diferentes, obteremos a expressão (9),

$$R_{cd}^* = \left( \frac{C_{th} + C_{epit}}{C_{cd}} \right) \frac{m_{cd}}{m_{nua}}$$

$$= \left( \frac{G_{epit}}{G_{th}} \frac{C_{nua}}{C_{cd}} + F_{cd} \left( 1 - \frac{G_{epit}}{G_{th}} \right) \right) \frac{m_{cd}}{m_{nua}} \quad (9)$$

Os valores de  $G_{epit}$  e  $G_{th}$  se referem aos valores de auto-blindagem das folhas de Au nas regiões térmicas e epitérmicas do espectro neutrônico que podem ser

avaliadas através de simulações com cálculos de Monte Carlo ou através de valores da literatura [5]. Os sub-índices nua e cd se referem as massas das folhas irradiadas nuas (sem) e com cobertura de cádmio, respectivamente.

Nos anexos, apenas a título de exemplificação, iremos encontrar a Tabela 1 com valores do fluxo de nêutrons, dadas pelas folhas nuas e cobertas com cádmio irradiadas e distribuídas uniformemente no núcleo do reator IPEN/MB-01, quando do experimento citado na referência [2]. Para entendermos o posicionamento das folhas no núcleo do reator, dados na Tabela 1, temos na Figura 1 o posicionamento radial das folhas de ouro e na Figura 2 o posicionamento das mesmas no plano axial às varetas combustíveis, com as suas respectivas cotas no núcleo do reator.

## Referências

- [1] Barhen, J. Rotheistein, W; Taviv, E. *The Hammer Code System Technion - Israel Institute of Technology, Haifa, Department of Nuclear Engineering. EPRI-NP-656*, 1978.
- [2] Bitelli, Ulysses d'Utra. *Calibração de Potência do Reator IPEN/MB-01 Através do Mapeamento do Fluxo de Nêutrons Térmicos Por Dettores de Ativação*. VI CGEN – Congresso Geral de Energia Nuclear, Rio de Janeiro, 1993.
- [3] Mueck, K., Bensch, F. *Cadmium Corrections Factors of Several Neutron Foil Detectors*. *Journal of Nuclear Energy*-Vol. 27, 677–688, United Kingdom, 1973.
- [4] Fleming, R.F. *Neutron Self-Shielding Factors for Simple Geometries*. *Int.J. Appl. Radiat. Isot.*, 33: 1263–1268, 1982.
- [5] Bitelli, Ulysses d'Utra. *Medida e Cálculo da Distribuição Espacial e Energética de Nêutrons no Núcleo do Reator IPEN/MB-01*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo, 1988.

**Anexo 1**

Dados necessários para o cálculo da potência gerada no núcleo do Reator IPEN/MB-01:

Volume de combustível (arranjo retangular  $28 \times 26$ ) no reator IPEN/MB-01:

$V_{\text{comb.}} = \text{Volume ativo da vareta} \times \text{Número de varetas no núcleo do reator}$ :

$$V_{\text{comb.}} = (\pi r^2 h) 680 = 21019 \text{ cm}^3$$

Valor médio da secção de choque macroscópica de fissão no espectro térmico, obtido do código celular Hammer-Technion [5],  $\bar{\sum}_f = 0,3494 \text{ cm}^{-1}$

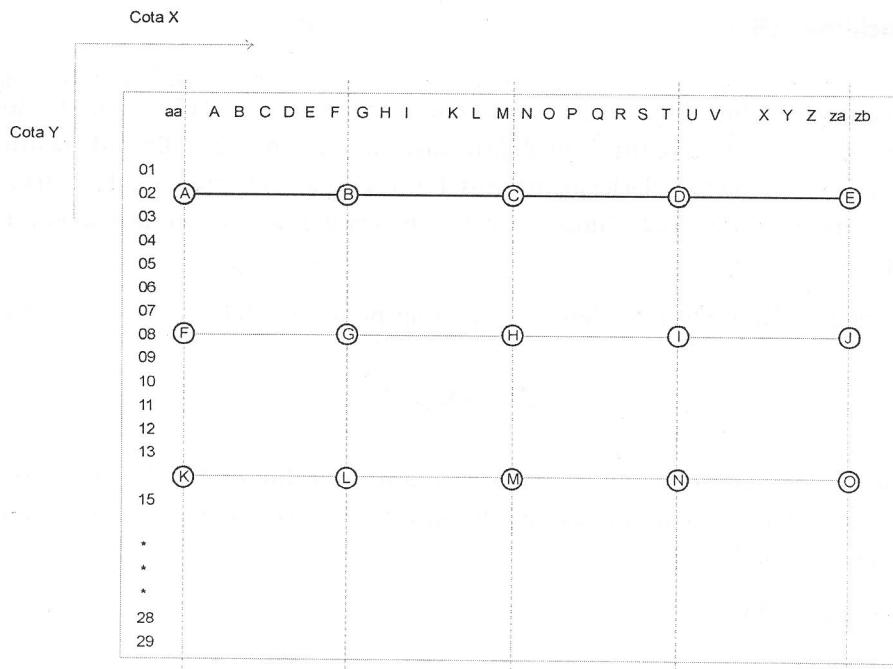
$G$  – Energia Recuperável por fissão nuclear (200 MeV):  $3,2 \cdot 10^{-11}$  joules;

Fluxo de nêutrons no centro do núcleo\* (Pos. M14) a potência nominal de 100 watts:  $\phi_c = (8,23 \pm 0,05) 10^8 \text{ n/cm}^2\text{s} (\pm 6\%)$

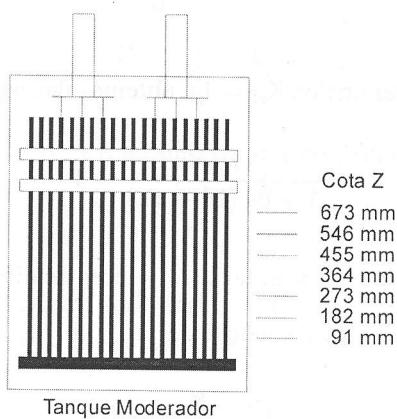
\* – Configuração retangular  $28 \times 26$

	Posição Radial							Cota Axial (Z) - mm						
	91	182	273	364	455	546	637	728	819	910	1001	1092	1183	1274
A	0,39	0,52	0,61	0,68	0,54	0,36	0,23	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B	0,40	0,45	0,64	0,59	0,49	0,41	0,24	0,11	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
C	0,43	0,54	0,81	0,68	0,43	0,15	0,26	0,12	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
D	0,33	0,49	0,70	0,59	0,32	0,07	0,14	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
E	0,25	0,39	0,62	0,48	0,33	0,09	0,14	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
F	0,61	0,79	1,22	1,05	0,87	0,49	0,23	0,11	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
G	0,74	0,67	0,73	0,88	0,76	0,38	0,24	0,12	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
H	0,79	0,73	0,99	0,75	0,80	0,44	0,26	0,13	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
I	0,63	0,66	1,02	0,71	0,35	0,14	0,10	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
J	0,40	0,55	0,55	0,67	0,52	0,35	0,19	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
K	0,61	0,77	1,12	1,18	0,96	0,56	0,31	0,15	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
L	0,58	0,66	0,96	0,90	0,59	0,44	0,28	0,13	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
M	0,62	0,79	1,07	1,00	0,74	0,52	0,41	0,17	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
N	0,56	0,65	0,69	0,80	0,53	0,48	0,37	0,14	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
O	0,45	0,87	0,88	0,98	0,70	0,43	0,28	0,11	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

**Tabela 1** Valores do fluxo de nêutrons térmicos no núcleo do Reator IPEN/MB-01 – configuração retangular  $28 \times 26$  – Normalizados em relação à posição central M14.



**Figura 1** Posicionamento das Folhas de Ouro nos planos x-y na direção radial quando das medidas dos valores do Fluxo de Nêutrons Térmicos.



**Figura 2** Posicionamento das Folhas de Ouro segundo à direção Axial (cotas) ao núcleo do Reator IPEN/MB-01 (Início do comprimento ativo de combustível: cota 91 mm e Final do comprimento ativo: cota 673 mm).

## “Buckling” ( $B^2$ )

O parâmetro “Buckling” ( $B^2$ ) é outro importante parâmetro da Física de Reatores que pode ser obtido a partir da medida da distribuição espacial do fluxo de nêutrons no núcleo do reator. Basicamente nos fornece a medida pela qual o fluxo de nêutrons se “curva” reduzindo-se a zero, ou seja é uma medida da curvatura do fluxo de nêutrons.

O fator de multiplicação efetivo de nêutrons no reator ( $K_{ef}$ ) é dado pela equação:

$$K_{ef} = K_\infty P_T P_F \quad (1)$$

onde:  $K_\infty$  é o fator de multiplicação para um reator infinito,  $P_T$  e  $P_F$  são, respectivamente, a probabilidade de não fuga térmica e não fuga dos nêutrons que estão no processo de moderação.

Assim, sendo:

$$K_\infty = \eta \epsilon p_f \quad (2)$$

$$P_T = \frac{1}{1 + B^2 L_T^2} \quad (3)$$

$$P_F = \frac{1}{1 + B^2 \tau} \quad (4)$$

Estando o reator estiver crítico  $K_{ef} = 1$  e obtemos das eq (2), (3) e (4):

$$\frac{K_\infty}{1 + B^2 (L_T^2 + \tau_T)} = 1 \quad (5)$$

pois  $M^2 = L^2 + \tau$  (área de migração térmica = área de difusão + idade de Fermi).

$B^2$  é o “Buckling”, obtido pela equação:

$$B^2 = \frac{K_\infty - 1}{M^2} \quad (6)$$

Neste caso,  $B^2$  dependerá apenas dos materiais que compõem o núcleo ( $\eta$ ,  $\epsilon$ ,  $p_f$ ,  $L^2$ ,  $\tau$ ) e o “Buckling” é conhecido como “Buckling material”.

## Equação de Difusão de Nêutrons

## **Equação da continuidade**

Considere um elemento de volume  $V$  no núcleo do reator. Temos:

Sendo  $n$  a densidade de nêutrons em algum ponto e tempo no volume, temos:

$$(I) = \int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV \quad (7)$$

$$(II) = \int s dV \quad \text{onde } s = \text{taxa de emissão de } n \cdot s/cm^3 \quad (8)$$

$$(III) = \int_V \sum_a \phi \, dV \quad (9)$$

$$(IV) = \int_A J n \, dA = \int_V \operatorname{div} J \, dV \quad (10)$$

mas, da lei de Fick,  $J = -D \operatorname{grad} \phi$ , portanto:

$$(IV) = \int_A \nabla^2 \phi \, dV \quad (11)$$

Toda a integração se dá sobre o mesmo volume considerado. Assim,

$$\frac{\partial n}{\partial t} = S - \sum_a \phi + DV^2\phi \quad (12)$$

Num reator em estado estacionário (crítico),  $\partial n / \partial t = 0$ . Assim, temos a equação de difusão de nêutrons no estado estacionário:

$$D\nabla^2\phi - \sum_a \phi S = 0 \quad (13)$$

Podemos reescrever a eq (13):

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{L^2} \phi = \frac{S}{D} \quad (14)$$

onde  $L^2 = D / \sum_a$

$D$  = Coeficiente de Difusão;

$\sum_a$  = Seção de Choque macroscópica de absorção ( $\text{cm}^{-1}$ );

$L$  = Comprimento de Difusão (cm);

$L^2$  = Área de difusão ( $\text{cm}^2$ ).

sendo  $S = v \sum_f \phi$ , reescrevemos (13):

$$D\nabla^2\phi - \sum_a \phi + v \sum_f \phi = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (15)$$

Se o termo de fonte de fissão não é suficiente para compensar a fuga e as absorções então a equação (15) não representa um estado estacionário. Para balancear a equação (15) multiplica-se o termo fonte por uma constante desconhecida  $1/K$ . Se a fonte for pequena,  $K$  será menor que 1 e se for grande,  $K$  será maior que 1. Assim,

$$D\nabla^2\phi - \sum_a \phi + \frac{1}{K} v \sum_f \phi = 0 \quad (16)$$

A eq (16) pode ser reescrita, tal que:

$$D\nabla^2\phi - B^2\phi = 0 \quad (17)$$

onde

$$B^2 = \left( \frac{1}{K} v \sum_f - \sum_a \right) \quad (18)$$

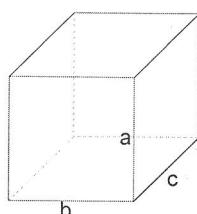
Assim temos a Equação de Difusão de Nêutrons no reator em 1 grupo de energia:

$$\nabla^2\phi - B^2\phi = 0 \quad (19)$$

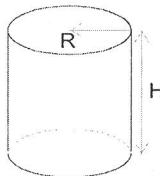
$B^2$  é chamado de “Buckling geométrico”, pois

$$B^2 = \frac{1}{\phi} \frac{d^2\phi}{dt} \quad (20)$$

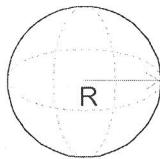
só depende das dimensões e geometria do reator.



$$B_g^2 = \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{c} \right)^2$$



$$B_g^2 = \left( \frac{2,405}{R} \right) + \left( \frac{\pi}{H} \right)^2$$



$$B_g^2 = \left( \frac{2,405}{R} \right) + \left( \frac{\pi}{H} \right)^2$$

### Condição de Criticalidade do Reator

$B_M^2 = B_g^2$  ou seja o buckling material deve ser igual ao geométrico.

No caso de um reator esférico,

$$\frac{K^\infty - 1}{M^2} = \frac{\eta \epsilon p f - 1}{L^2 + \tau_T} = \left( \frac{\pi}{R} \right)^2 \quad (21)$$

ou a forma (dimensões do núcleo do reator) são especificadas, ou a sua composição. No primeiro caso calcular-se-á a quantidade de combustível necessária para tornar o sistema crítico e no segundo caso o raio da esfera necessário para se atingir a criticalidade do sistema.

*Exemplo: Quais as dimensões e massa crítica de um reator tipo cilíndrico que será carregado com uma mistura de  $^{235}\text{U}$  e água numa concentração de  $0,0145 \text{ g/cm}^3$ ?*

Respostas:  $R = 55,9 \text{ cm}$ ,  $H = 101,7 \text{ cm}$  e  $m = 14,5 \text{ kg}$

*Ver solução: Pág. 296 – Introduction Nuclear Engineering, Third Edition, 2001 – John R. Lamarsh & Anthony J. Baratta*

### Conclusão

O parâmetro de Física de Reatores “Buckling” está relacionado às probabilidades de não fuga dos nêutrons de uma dada configuração de núcleo de reator. Assim, podemos saber se nos cálculos neutrônicos essas fugas estão subestimadas ou superestimadas para uma dada biblioteca de dados nucleares utilizadas nos mesmos. Além disso, o conhecimento do “Buckling” é fundamental nos cálculos de criticalidade de um dado sistema nuclear.