



ALGUNS PROBLEMAS DE HIDRODINÂMICA E  
CONVECÇÃO DE CALOR EM REATORES  
DE POTÊNCIA, SEGUNDO AULAS DO  
DR. W. R. GAMBILL

*JOSÉ ANTONIO DIAS DIEGUES*

INFORMAÇÕES IEA N.º  
Abril — 1969

**12**

INSTITUTO DE ENERGIA ATÔMICA  
Caixa Postal 11049 (Pinheiros)  
CIDADE UNIVERSITÁRIA "ARMANDO DE SALLES OLIVEIRA"  
SÃO PAULO — BRASIL

ALGUNS PROBLEMAS DE HIDRODINÂMICA E CONVECCÃO DE CALOR EM  
REATORES DE POTÊNCIA, SEGUNDO AULAS DO DR. W. R. GAMBILL.

José Antonio Dias Diegues

Divisão de Engenharia Nuclear  
Instituto de Energia Atômica  
São Paulo - Brasil

Informações IEA Nº 12

Abril - 1969

Comissão Nacional de Energia Nuclear

Presidente: Prof. Uriel da Costa Ribeiro

Universidade de São Paulo

Reitor: Prof. Dr. Luis Antonio da Gama e Silva

Instituto de Energia Atômica

Diretor: Prof. Rômulo Ribeiro Pieroni

Conselho Técnico-Científico do IEA

Prof. Dr. José Moura Gonçalves	}	pela USP
Prof. Dr. José Augusto Martins		
Prof. Dr. Rui Ribeiro Franco		
Prof. Dr. Theodoro H. I. de Arruda Souto		

Divisões Didático-Científicas

Divisão de Física Nuclear -

Chefe: Prof. Dr. Marcello D.S. Santos

Divisão de Radioquímica -

Chefe: Prof. Dr. Fausto Walter de Lima

Divisão de Radiobiologia -

Chefe: Prof. Dr. Rômulo Ribeiro Pieroni

Divisão de Metalurgia Nuclear -

Chefe: Prof. Dr. Tharcísio D.S. Santos

Divisão de Engenharia Química -

Chefe: Lic. Alcídio Abrão

Divisão de Engenharia Nuclear -

Chefe: Eng<sup>o</sup> Pedro Bento de Camargo

Divisão de Operação e Manutenção de Reatores -

Chefe: Eng<sup>o</sup> Azor Camargo Penteado Filho

Divisão de Física de Reatores -

Chefe: Prof. Dr. Paulo Saraiva de Toledo

Divisão de Ensino e Formação -

Chefe: Prof. Dr. Rui Ribeiro Franco

## Í N D I C E

	<u>Página</u>
A - <u>CONVECÇÃO DE CALOR</u> .....	1
1. Introdução .....	1
2. Tipos de convecção .....	1
3. Regimes de escoamento dos fluidos .....	2
4. Casos possíveis de convecção .....	3
5. Método de estudo dos problemas de convecção .....	4
6. Análise dimensional .....	5
7. Convecção natural .....	7
8. Convecção forçada .....	9
9. Significado físico dos adimensionais .....	11
10. Equação de convecção forçada .....	12
B - <u>CONVECÇÃO COM MUDANÇA DE FASE. CONDENSACÃO - (I)</u> .....	15
1. Introdução .....	15
2. Condensado .....	15
B - <u>CONVECÇÃO COM MUDANÇA DE FASE - EVAPORAÇÃO - (II)</u> .....	23
1. Introdução .....	23
2. Processo de formação das bôlhas .....	24
3. Incertezas no estudo de evaporação .....	27
4. Regimes de ebulição .....	28
5. "Burnout" .....	31
6. Influência de outros parâmetros no "Burnout" .....	33
7. Fórmulas para cálculo do coeficiente de película na ebulição .....	35

C - <u>FÓRMULAS PARA CÁLCULOS ESPECÍFICOS - RESULTADOS ESPECÍFICOS</u> .....	37
1. Fluxo de calor crítico - "Burnout" .....	37
2. Resultados específicos .....	44
D - <u>HIDRODINÂMICA DOS SISTEMAS E QUEDA DE PRESSÃO DENTRO DE UM CANAL</u> .....	51
1. Hidrodinâmica e queda de pressão .....	51
2. Perda de pressão num canal de evaporação .....	60
E - <u>EXPANSÃO E COMPRESSÃO DE UM FLUIDO - ANÁLISE HIDRODINÂMICA DE UM CIRCUITO EM CIRCULAÇÃO NATURAL</u> .....	69
1. Expansão no fluxo de um fluido .....	73
2. Contração no fluxo de um fluido .....	75
BIBLIOGRAFIA .....	85

## A - CONVECÇÃO DE CALOR

### 1. INTRODUÇÃO

A convecção de calor é um fenômeno que ocorre muito frequentemente. No caso, por exemplo, da transferência de calor entre uma parede e um fluido, a temperaturas diferentes.

Ao contrário do que a equação de Newton:  $q = h \cdot A \cdot \Delta t$  (onde  $q$  é o calor trocado,  $h$  é o coeficiente de película,  $A$  é a área de troca de calor e  $\Delta t$  é a diferença de temperaturas) pode fazer supor, a convecção de calor é um fenômeno complicado. Na equação de Newton, os diversos fatores, que influem no fenômeno, estão englobados no coeficiente de película, conforme veremos mais tarde.

Resumindo, resolver um problema de convecção de calor é obter o valor do coeficiente de película  $h$ .

### 2. TIPOS DE CONVECÇÃO

O processo da transferência de calor por convecção é devido à mistura de porções de massas de fluido a diferentes temperaturas. A mistura dessas porções pode ocorrer de duas maneiras e daí resultam os dois tipos diferentes de convecções:

- a) convecção natural;
- b) convecção forçada.

a) Convecção natural - Verifica-se quando os movimentos macroscópicos do fluido são devidos unicamente a diferenças de densidade das porções frias e quentes. Podemos citar como exemplo; aquecimento residencial com resistências elétricas, transformadores etc.

b) Convecção forçada - Verifica-se quando os movimentos macroscópicos do fluido são devidos a agentes externos,

isto é, a movimentação do fluido é provocada pela diferença de pressão causada por bombas, ventiladores etc. Neste caso, não vão influir, portanto, somente as condições térmicas do processo e as propriedades físicas do fluido, mas também as condições externas determinantes do escoamento do fluido. São inúmeras as aplicações da convecção forçada na indústria: em caldeiras, reatores etc.

### 3. REGIMES DE ESCOAMENTO DOS FLUIDOS - IMPORTÂNCIA NA CONVECÇÃO

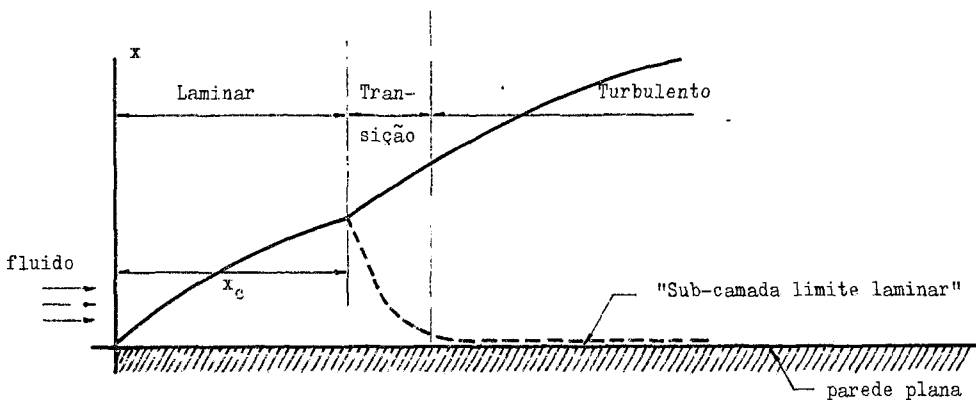
A mecânica dos fluidos define dois tipos de escoamento:

- a) regime laminar
- b) regime turbulento

a) Regime laminar - Aquêlo escoamento onde as partículas movem-se em camadas, numa direção paralela à parede.

b) Regime turbulento - Aquêlo em que as partículas fluidas se movem irregularmente, ao acaso, sem nenhuma direção determinada.

Nos regimes turbulentos, junto à parede, sempre ocorre a formação de uma corrente fluida em regime laminar, cuja espessura depende da velocidade média do escoamento, chama-se esta camada de sub-camada laminar.



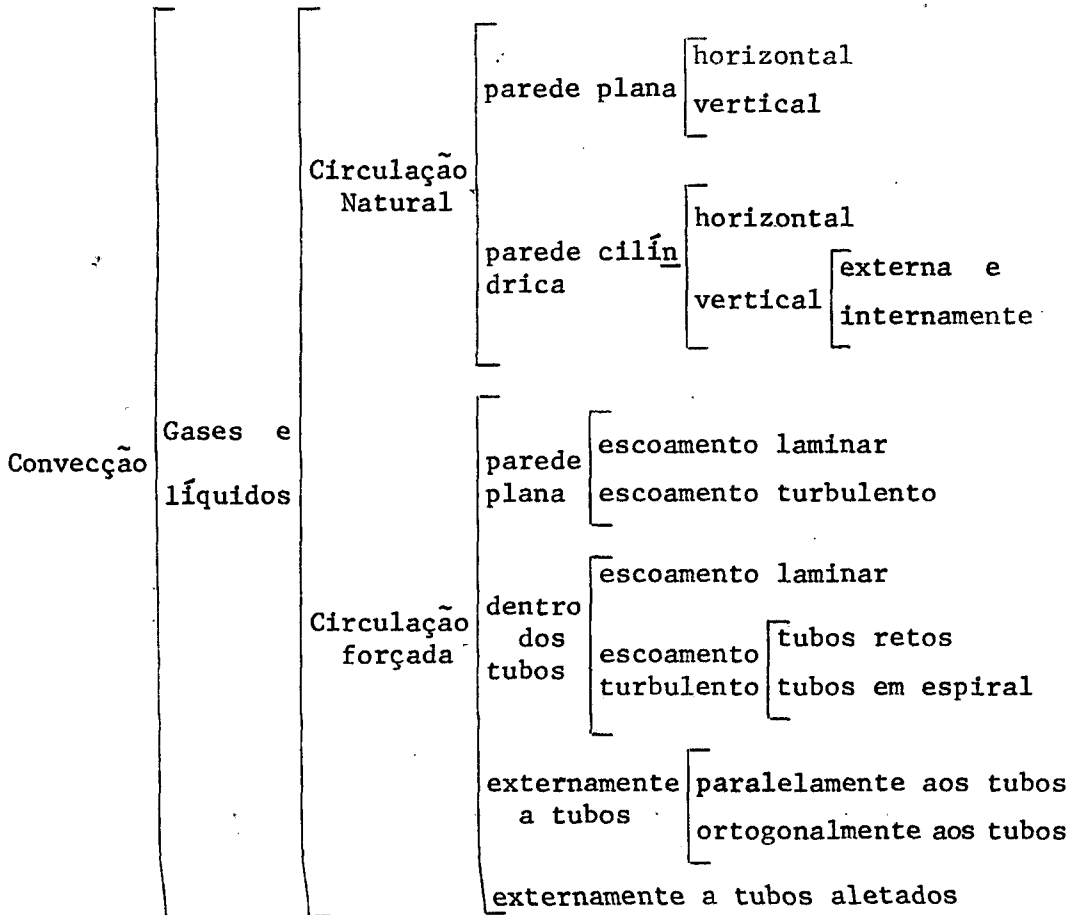
Um estudo mais detalhado sobre o escoamento acima será feito oportunamente.

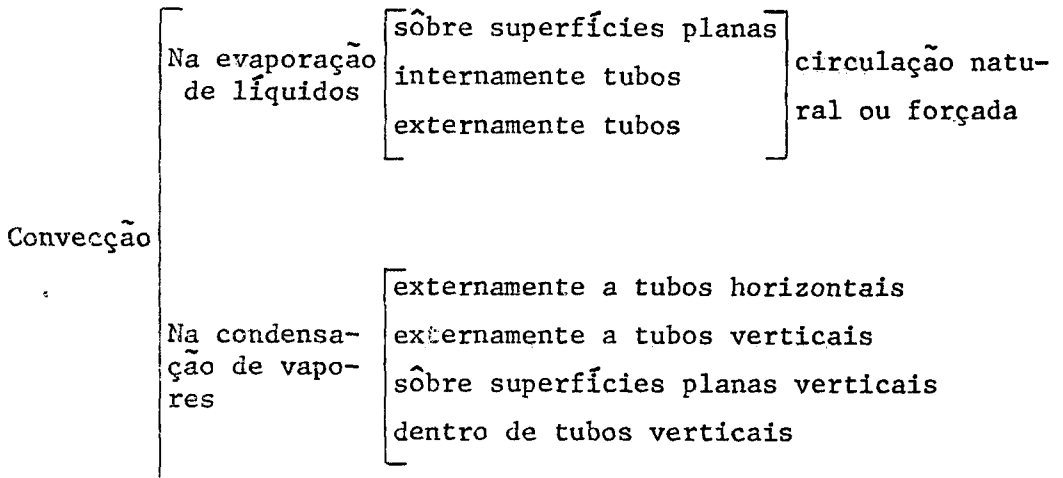
O regime do escoamento é importante na convecção porque ele determina qual o mecanismo preponderante na troca de calor entre parede e fluido.

Assim, no regime laminar o fluxo térmico normal à parede é transmitido principalmente por condução pura, neste caso é a condutividade térmica do fluido que determina a taxa de calor trocada por convecção.

No regime turbulento o fluxo térmico é transmitido por um mecanismo composto e complexo. Na sub-camada limite laminar o fluxo dá-se por condução pura e na região turbulenta dá-se por uma mistura de porções de matéria a temperaturas diferentes.

4. CASOS POSSÍVEIS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO





#### 5. MÉTODOS DE ESTUDO DOS PROBLEMAS DE CONVECÇÃO

Já vimos, que a solução do problema de convecção é encontrar uma expressão para o coeficiente de película ( $h$ ) em função das suas inúmeras variáveis:

- temperatura da parede ( $t_w$ )
- temperatura do fluido ( $t_f$ )
- velocidade do escoamento ( $V$ )
- forma  $\phi$  e dimensões características ( $L_x, L_y, L_z$ ) da parede.
- propriedades do fluido:
  - condutividade térmica ( $k$ )
  - massa específica ( $\rho$ )
  - calor específico ( $c$ )
  - viscosidade dinâmica ( $\mu$ )

Sendo assim, a expressão de  $h$  será do tipo:

$$h = h(t_w, t_f, V, \phi, L_x, L_y, L_z, k, \rho, c, \mu \dots)$$

Há vários processos para chegar a uma solução.

1) método analítico

2) método empírico

3) método integrado

Método analítico - É o estudo, para uma partícula do fluido, da transmissão de calor, levando em conta, também, as equações do escoamento e da continuidade do fluido, o que leva a equações diferenciais de difícil solução. Tais soluções, em geral, só são possíveis quando fazemos hipóteses simplificadoras que, se não forem corretas nos levarão a uma solução errada.

Método integrado - É o estudo, para um agregado de partículas, e tem o mesmo tipo de solução que o método analítico, porém, para esse agregado.

Método empírico - Este método está associado à análise dimensional. Tal método consiste em deduzirmos os números adimensionais que influem no processo e procurarmos, depois, através da experiência, equações que os relacionem.

## 6. ANÁLISE DIMENSIONAL

O método empírico é o mais usado, em virtude das dificuldades que os outros apresentam, apesar das suas limitações.

Devemos tomar dois cuidados especiais para não chegarmos a resultados falsos, o primeiro é obter dados experimentais os mais corretos possíveis e o outro é o de, ao considerarmos um tipo de convecção, não esquecer nenhuma variável que influa no mecanismo, pois, se tal acontecer, os números adimensionais obtidos serão completamente diferentes dos reais.

Neste estudo usaremos o "teorema de Buckingham" ou "teorema dos  $\pi$ " que diz o seguinte:

"Uma equação de m variáveis  $\phi(x_1, x_2 \dots x_m)$  que por sua vez são funções de n dimensões fundamentais, pode ser transformada numa relação entre  $(m-n)$  grupos adimensionais".

Devemos notar ainda que, a análise dimensional e o teorema dos  $\pi$  não nos permitem obter a relação matemática entre os grupos adimensionais, mas apenas quais os grupos que interferem no fenômeno.

### 7. CONVECÇÃO NATURAL

Experimentalmente, verificou-se que nesse fenômeno interferem as seguintes variáveis:

<u>Variável</u>	<u>Unidade</u>	<u>Dimensão</u>
h = coef. de película	kcal/hr. °C m <sup>2</sup>	(M)( $\theta$ ) <sup>-3</sup> (T) <sup>-1</sup>
x = dimensão característica	m	(L)
$\Delta T$ = diferença de temperatura entre parede e fluido	°C	(T)
$\rho$ = massa específica fluido	kg/m <sup>3</sup>	(M) (L) <sup>-3</sup>
$\mu$ = viscosidade dinâmica	kg/seg.m	(M).( $\theta$ ) <sup>-1</sup> (L) <sup>-1</sup>
$\beta$ = coef. de expansividade térmica	°C <sup>-1</sup>	(T) <sup>-1</sup>
$c_p$ = calor específico do fluido	kcal/kg °C	(L) <sup>2</sup> ( $\theta$ ) <sup>-2</sup> (T) <sup>-1</sup>
k = condutividade térmica do fluido	kcal/m . hr. °C	(M)(L)( $\theta$ ) <sup>-3</sup> (T) <sup>-1</sup>
g = aceleração da gravidade	m/seg <sup>2</sup>	(L) ( $\theta$ ) <sup>-2</sup>

#### Dimensões:

- (M) = massa
- (L) = comprimento
- ( $\theta$ ) = tempo
- (T) = temperatura

Considerando que apenas estas 9 variáveis influem na convecção natural, o fenômeno poderá ser escrito na forma:

$$h = A \cdot x^B \cdot (\Delta T)^C \cdot \rho^D \cdot \mu^E \cdot \beta^F \cdot c_p^G \cdot k^H \cdot g^I \quad (1)$$

Sendo A, B, C, D, E, F, G, H, I expoentes reais.

De acordo com o teorema dos  $\pi$ , se nós temos  $m = 9$  variáveis, funções, por sua vez, de  $n = 4$  dimensões, o fenômeno poderá ser descrito por uma equação de  $(9-4=5)$  adimensionais.

Pesquiseemos quais são êsses adimensionais. Substituindo, na expressão (1), as dimensões correspondentes, temos:

$$M \cdot \theta^{-3} T^{-1} = A \cdot L^B \cdot T^C \cdot (M \cdot L^{-3})^D \cdot (M \cdot \theta^{-1} \cdot L^{-1})^E \cdot (T^{-1})^F \cdot (L^2 \cdot \theta^{-2} \cdot T^{-1})^G \cdot (M \cdot L \cdot \theta^{-3} \cdot T^{-1})^H \cdot (L \cdot \theta^{-2})^I$$

Devido à homogeneidade de unidades da expressão, as somas dos expoentes da mesma dimensão, nos dois membros, devem ser iguais.

$$(\Sigma M) \quad D + E + H = 1 \quad (I)$$

$$(\Sigma \theta) \quad -E - 2G - 3H - 2I = -3 \quad (II)$$

$$(\Sigma T) \quad C - F - G - H = -1 \quad (III)$$

$$(\Sigma L) \quad B - 3D - E + 2G + H + I = 0 \quad (IV)$$

Solucionando o sistema acima em função das variáveis C, D, G e T vem:

Somando (I) e (II)

$$D - 2G - 2H - 2I = -2 \quad \therefore \quad H = \frac{D}{2} - G - I + 1$$

Substituindo o valor de H em (III) vem:

$$C - F - G - \frac{D}{2} + G + I - 1 = -1 \quad \therefore \quad F = C - \frac{D}{2} + I$$

Substituindo o valor de H em (II) vem:



$$\pi_5 = \frac{x \cdot \mu \cdot g \cdot \beta}{k}$$

Assim, os fenômenos de convecção natural são descritos por uma equação do tipo:

$$F(N_{Nu}, N_{Pr}, \pi_3, \pi_4, \pi_5) = 0$$

Como, as variáveis  $\beta$ ,  $\Delta T$  e  $g$ , na convecção natural, só influem nas forças de empuxo provocando o movimento macroscópico do fluido, devem aparecer constituindo o produto ( $\beta \cdot g \cdot \Delta T$ ). Para que isso seja possível, devemos ter:

$$\frac{D}{2} = I = C \text{ reunindo-se assim os 3 adimensionais } \pi_3, \pi_4, \pi_5 \text{ ou seja:}$$

$$\begin{aligned} \pi_3 \cdot \pi_4 \cdot \pi_5 &= \Delta T \cdot \beta \cdot \frac{x^2 \cdot k \cdot \rho^2}{\mu^3 \cdot \beta} \cdot \frac{x \cdot \mu \cdot \beta \cdot g}{k} = \\ &= \frac{x^3 \cdot \rho^2 \cdot \beta \cdot g \cdot \Delta T}{\mu^2} = N_{Gr} = \text{Nº de Grashof} \end{aligned}$$

Finalmente, a convecção natural pode ser descrita por uma equação da forma:

$$F(N_{Nu}, N_{Pr}, N_{Gr}) = 0$$

Agora só resta obter, para cada caso possível do parágrafo 4, os coeficientes desses 3 números adimensionais.

## 8. CONVECÇÃO FORÇADA

Na convecção forçada não influem as forças de empuxo, porém, influi decisivamente a velocidade do fluido. Assim, as variáveis que intervêm no fenômeno são:

$$h = \text{coeficiente de película} \quad (M) (\theta)^{-3} (T)^{-1}$$

x	=	dimensão característica	(L)
V	=	velocidade do fluido	(L) (θ) <sup>-1</sup>
μ	=	viscosidade dinâmica do fluido	(M) (L) <sup>-1</sup> (θ) <sup>-1</sup>
ρ	=	massa específica do fluido	(M) (L) <sup>-3</sup>
c <sub>p</sub>	=	calor específico do fluido	(L) <sup>2</sup> (θ) <sup>-2</sup> (T) <sup>-1</sup>
k	=	condutividade térmica do fluido	(M) (L) (θ) <sup>-3</sup> (T) <sup>-1</sup>

O fenômeno é determinado por estas 7 variáveis, logo, conforme o teorema dos π podemos descrever o fenômeno por uma equação com (7 - 4) = 3 números adimensionais.

A equação de h, em função das variáveis será do tipo:

$$h = A \cdot x^B \cdot V^C \cdot \mu^D \cdot \rho^E \cdot c_p^F \cdot k^G \quad (2)$$

substituindo as dimensões vem:

$$M \cdot \theta^{-3} \cdot T^{-1} = A \cdot L^B \cdot (L \cdot \theta^{-1})^C \cdot (M \cdot L^{-1} \cdot \theta^{-1})^D \cdot (M \cdot L^{-3})^E \cdot (L^2 \cdot \theta^{-2} \cdot T^{-1})^F \cdot (M \cdot L \cdot \theta^{-3} \cdot T^{-1})^G$$

Igualando a soma dos expoentes da mesma variável, dos dois membros vem:

$$(\Sigma M) \quad D + E + G = 1 \quad (I)$$

$$(\Sigma \theta) \quad -C - D - 2F - 3G = -3 \quad (II)$$

$$(\Sigma T) \quad -F - G = -1 \quad (III)$$

$$(\Sigma L) \quad B + C - D - 3E + 2F + G = 0 \quad (IV)$$

resolvendo o sistema acima em função de C e G vem:

$$\text{de (III): } F = 1 - G$$

$$\text{de (II): } -C - D - 2 + 2G - 3G = -3$$

$$\therefore D = 1 - C - G$$

substituindo o valor D em (I) vem:

$$1 - C - G + E + G = 1 \quad \cdot \quad \cdot \quad E = C$$

substituindo os valores de D, E e F em (IV) vem:

$$B + C = 1 + C + G - 3C + 2 - 2G + G = 0$$

$$B = C - 1$$

assim, a equação (2) ficará sendo:

$$h = A \cdot x^{C-1} \cdot V^C \cdot \mu^{1-G-C} \cdot \rho^C \cdot c_p^{1-G} \cdot k^G$$

colocando o coeficiente de k na forma  $[-(1-G) + 1]$  vem:

$$h = A (x \cdot V \cdot \mu^{-1} \cdot \rho)^C \cdot (\mu \cdot c_p \cdot k^{-1})^{1-G} \cdot (x^{-1} \cdot k)$$

$$\frac{hx}{k} = A \left( \frac{\rho \cdot x \cdot V}{\mu} \right)^C \cdot \left( \frac{\mu \cdot c_p}{k} \right)^{1-G}$$

$$\frac{h \cdot x}{k} = N_{Nu}$$

$$\frac{\mu \cdot c_p}{k} = N_{Pr}$$

$$\frac{\rho \cdot V \cdot x}{\mu} = N_{Re} = \text{Nº de Reynolds}$$

Logo, o fenômeno de convecção forçada será representado por equações do tipo:

$$f(N_{Nu}, N_{Pr}, N_{Re}) = 0$$

## 9. SIGNIFICADO FÍSICO DOS ADIMENSIONAIS

### 9.1 - Número de Nusselt

$$N_{Nu} = \frac{x \cdot h}{k} = \frac{x}{\Delta T} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0}$$

é uma relação entre o gradiente de temperatura junto à parede e a

variação total da temperatura do fluido.

9.2 - Número de Prandtl

$$N_{Pr} = \frac{c_p \cdot \mu}{k} = \frac{\mu/\rho}{k/\rho \cdot c_p} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Relação entre viscosidade cinemática  $\nu$  e a difusividade térmica  $\alpha$ .

9.3 - Número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{\rho \cdot V \cdot x}{\mu}$$

Relação entre as forças de inércia e as forças viscosas que interferem no escoamento fluido.

9.4 - Número de Grashof

$$N_{Gr} = \frac{x^3 \cdot \rho^2 \cdot \beta \cdot g \cdot (\Delta T)}{\mu^2}$$

é a relação entre o produto (força de inércia)  $x$  (força de empuxo) e o quadrado das forças viscosas que interferem na convecção natural.

11. EQUAÇÕES DE CONVECÇÃO FORÇADA

Por ser o caso mais importante na indústria só veremos algumas equações para a convecção forçada e deixaremos de lado a convecção natural por ser menos importante.

Para cada tipo de escoamento, para cada regime de transferência de calor e para cada configuração geométrica, teremos uma equação com expoentes e coeficientes diferentes, porém, sempre com as mesmas três variáveis:

$$N_{Nu}, N_{Re}, N_{Pr}$$

Para resolver um problema de convecção devemos, antes, avaliar as propriedades do fluido, essa avaliação é feita conside

rando a temperatura média do fluido, isto é, a média aritmética da temperatura entre um ponto do fluido junto à parede e um ponto onde a temperatura do fluido seja constante, longe da parede.

Há casos, entretanto, que na prática, três adimensionais só não são suficientes para expressar o fenômeno, isto porque, às vezes, há uma propriedade que é muito sensível a uma pequena variação de temperatura, logo, para estes casos introduzem-se outros adimensionais para levar em conta a dependência dessa propriedade com a temperatura.

Tôdas as expressões foram obtidas experimentalmente. A literatura especializada tem fórmulas para todos os tipos possíveis de geometria. Vejamos alguns exemplos:

### 10.1 - Convecção forçada sobre superfícies planas

a) regime laminar ( $N_{Re} < 400000$ )

$$N_{Nu,L} = 0,664 (N_{Re,L})^{1/2} \cdot (N_{Pr})^{1/3}$$

b) regime turbulento ( $N_{Re} > 400000$ )

$$N_{Nu,L} = 0,036 (N_{Pr})^{1/3} \left[ (N_{Re,L})^{0,8} - 18700 \right]$$

### 10.2 - Convecção forçada dentro de tubos cilíndricos

a) regime laminar ( $N_{Re,D} < 2100$ )

$$N_{Nu,D} = 1,86 (N_{Re,D})^{1/3} \cdot (N_{Pr})^{1/3} \cdot \left(\frac{D}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0,14}$$

b) regime turbulento  $N_{Re,D} > 2100$

$$N_{Nu,D} = 0,023 (N_{Re,D})^{0,8} (N_{Pr})^n$$

$n = 0,4$  para fluido aquecendo

$n = 0,3$  para fluido resfriando

Note-se que neste caso houve necessidade de considerar outros adimensionais para aliar a análise dimensional à experiência, no item a) dois outros adimensionais tiveram que ser acrescentados:  $(D/L)$  e  $(\mu/\mu_S)$ .

Na expressão 10.1 b), se o  $N_{Re}$  crítico fôr tomado como sendo  $5 \times 10^5$  (usado comumente), a expressão usada é a mesma, a menos do termo 18700 que passa a ser 23200.

Devemos observar, finalmente, que estas expressões não se aplicam a metais líquidos e que elas nos dão números de Nussel médios e não locais.

## B - CONVECÇÃO COM MUDANÇA DE FASE - CONDENSAÇÃO (I)

### 1. INTRODUÇÃO

Devemos considerar dois tipos de convecção com mudança de fase que são a "condensação" e a "evaporação".

Os problemas de convecção de calor com mudança de fase são tão importantes, na indústria, como os de convecção de uma única fase. Os exemplos mais comuns de sua aplicação são os condensadores e evaporadores usados nos condicionadores de ar, geladeiras, caldeiras etc.

Neste capítulo estudaremos apenas a condensação.

Os problemas de convecção com fluidos condensando ou evaporando são bem mais complexos que os demais processos de convecção, porque, além de envolver variáveis, não consideradas na convecção de sistemas de uma só fase, têm uma variação nas propriedades físicas, de tal grandeza, que essa variação interfere decisivamente no fenômeno.

### 2. CONDENSAÇÃO

É a passagem de um vapor para o estado líquido pela retirada de calor.

#### 2.1 - Aspectos Gerais

A condensação é realizada fazendo com que o fluido (vapor) entre em contato com uma superfície cuja temperatura esteja abaixo da temperatura de saturação do fluido correspondente à pressão do vapor.

O coeficiente de película relativo ao vapor de água saturada, que condensa sobre uma superfície fina é da ordem de grandeza de  $10.000 \text{ kcal/hr.m}^2.\text{°C}$ , em casos excepcionais chega-se à valô-

res 50.000-100.000 kcal/hr.m<sup>2</sup>.°C. Isto é obtido a maneira pela qual a condensação se produz. Há duas maneiras:

1 - condensação por película: dá-se quando o líquido condensado molha totalmente a parede, formando uma película contínua sobre a mesma.

2 - condensação por gotas: dá-se quando o líquido ao se condensar reúne-se em gotas, que crescem até terem peso suficiente para escoarem.

O primeiro tipo é o mais comum e é o que dá menor coeficiente de película, porque a película do líquido constitui uma resistência adicional à passagem do calor. No segundo tipo chega-se a coeficientes de película muito maiores pelo fato do vapor estar sempre em contato direto com a superfície resfriadora, isto é, por não haver resistência adicional.

## 2.2 - Condições para termos condensação por "película" ou por gotas

Sob o ponto de vista da transmissão de calor deveríamos sempre preferir a condensação por gotas, pois, como já dissemos é a que dá maior eficiência térmica. Acontece, porém, que tecnologicamente é difícil a obtenção da condensação por gotas, pois, há necessidade de termos um vapor puro, uma superfície de resfriamento perfeitamente lisa (cromeada, espelhada) e com resinas para facilitar a formação das gotas. Tudo isso encareceria demais um condensador, por isso é que na prática usamos condensação por película, quando podemos usar chapas ou tubos comerciais.

Só em casos muito especiais, quando o espaço é muito importante usa-se condensação por gotas.

## 2.3 - Remoção do Condensado

Um fator importante a considerar na condensação é a remo

ção do condensado, que sempre se faz por gravidade. Há dois tipos principais de superfícies de condensação:

- 1 - Tubos ou placas verticais (ou inclinadas)
- 2 - Tubos cilíndricos horizontais

Nos tubos verticais a espessura da película líquida aumentará do topo à base e com isso variará, ao longo do tubo, o coeficiente de película local.

No caso dos tubos cilíndricos horizontais o líquido escorre pela parede lateral e goteja pela parte inferior, não havendo possibilidade de formação de camadas espessas do condensado.

#### 2.4 - Condensação por película sôbre tubos verticais

Nusselt desenvolveu estudos analíticos sôbre condensação externa a tubos cilíndricos verticais, partindo das hipóteses:

- 1 - A espessura da película do condensado é nula na parte superior do tubo e vai aumentando nas partes inferiores por condensação e escoamento.
- 2 - O fluido escorre pela parede em regime laminar sob o efeito combinado do seu peso e viscosidade.
- 3 - A temperatura da camada mais interna do condensado tem a temperatura da parede.
- 4 - A temperatura da camada mais externa tem a temperatura do vapor.
- 5 - A variação da temperatura da camada do condensado em sentido ortogonal à superfície do tubo é linear.
- 6 - O vapor cede apenas seu calor latente.
- 7 - A temperatura do tubo é uniforme e constante.
- 8 - Não há gases incondensáveis no vapor (vapor puro).

Chegou à fórmula:

$$N_{Nu,L} = 0,943 \left( \frac{g \cdot \rho^2 \cdot h_{ev} \cdot L^3}{\mu \cdot k \cdot \Delta t} \right)^{1/4} \quad (1)$$

As propriedades da equação (1) são avaliadas à temperatura média  $t_m$ :

$$t_m = \frac{t_w + t_{sat}}{2}$$

onde,

$t_w$  = temperatura da parede

$t_{sat}$  = temperatura de saturação do fluido

exceto o calor latente da vaporização  $h_{ev}$  que deve ser avaliado à temperatura de saturação correspondente à pressão.

Quando a superfície for inclinada vale o raciocínio de Nusselt, apenas o termo que atua na remoção do condensado não é  $g$  mas sim  $(g \cdot \text{sen}\theta)$ , sendo  $\theta$  a inclinação da superfície.

Assim a equação para este caso seria:

$$N_{Nu,L} = 0,943 \left( \frac{g \cdot \text{sen}\theta \cdot \rho^2 \cdot h_{ev} \cdot L^3}{\mu \cdot k \cdot \Delta t} \right)^{1/4} \quad (2)$$

## 2.5 - Efeitos a considerar na condensação

Há 3 efeitos importantes a considerar na condensação, que Nusselt não levou em conta, são eles:

- efeito da turbulência no filme líquido.
- efeito dos gases incondensáveis.
- efeito da velocidade do vapor.

### 2.5.1 - Efeito da turbulência no filme líquido

As fórmulas anteriores servem para comprimentos de tubos pequenos, pois, nesse caso, a velocidade de escoamento do condensado não é grande, entretanto, para superfícies verticais longas, a película torna-se bastante espessa e com velocidade grande demais para que o escoamento possa ser considerado em regime laminar.

Nesse caso, define-se o número de Reynolds baseado na velocidade da fase líquida, isto é:

$$N_{Re,\Gamma} = \frac{\rho \cdot V_m \cdot \delta}{\mu} = \frac{\Gamma}{\mu}$$

onde,

$V_m$  = velocidade do condensado na camada limite

$\delta$  = espessura da camada limite.

$\Gamma = \rho V_m \delta$  = descarga do condensado por unidade de largura da superfície de condensação.

No cálculo da determinação de  $\Gamma$  há uma certa dificuldade, pois, êle só pode ser determinado por iteração.

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta t = h \cdot A \cdot \Delta t$$

$$A = 2\pi R \cdot L \quad (\text{para tubos})$$

$$m \cdot c_p = h \cdot 2\pi \cdot R \cdot L$$

$$\frac{m}{2\pi R} = \frac{h \cdot L}{c_p} = \Gamma \quad \cdot \quad \Gamma = \frac{h \cdot L}{c_p} \quad (3)$$

Como nós não sabemos o valor de  $h$ , devemos inicialmente adotar um  $\Gamma$  e obter através da fórmula:

$$N_{Nu,L} = 0,0134 \left( \frac{g \cdot \rho \cdot L^3}{\mu^2} \right)^{1/3} \cdot (N_{Re\Gamma})^{0,4} \quad (4)$$

o valor de  $h$ ; se os valores de  $h$  obtidos por (3) e (4) forem iguais, o problema está resolvido, caso contrário, fazem-se tantas iterações quantas forem necessárias.

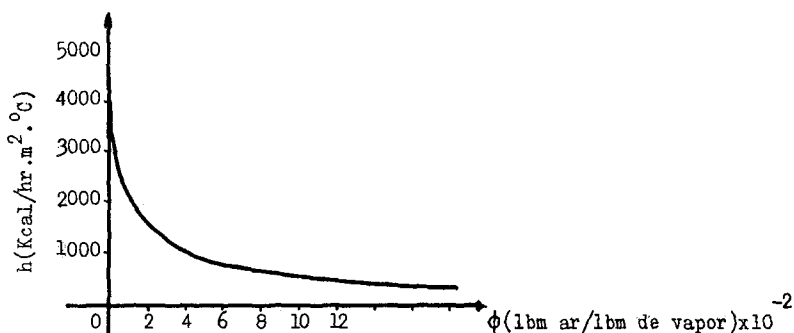
### 2.5.2 - Efeito dos gases incondensáveis

A presença de gases incondensáveis reduz violentamente o coeficiente de película, pois, à medida que o vapor se condensa, o gás não condensável se acumula junto à superfície de resfriamento,

formando uma barreira adicional à passagem do fluxo de calor.

A redução do coeficiente de película, que a presença desses gases causa, depende da fração em massa, dos mesmos, na mistura gás-vapor.

Fizeram-se inúmeras experiências e sobre o assunto, a título de exemplo, vejamos o gráfico abaixo, onde temos em abcissas o coeficiente de película obtido experimentalmente e em ordenadas a fração de gases dissolvida no vapor:



Devemos notar a grande influência dos gases incondensáveis, por exemplo quando o vapor é puro nós temos um  $h = 4.000$ , se tivermos apenas 1% de ar dissolvido o coeficiente de película ficará reduzido à metade, isto é,  $h = 2.000$ .

Por isso, nos condensadores sempre se coloca vapor o mais puro possível.

### 2.5.3 - Efeito da velocidade do vapor

Quando a velocidade do vapor junto à interface líquido-vapor não for desprezível surgem forças de atrito entre o vapor e o líquido. Se a direção do fluxo do vapor coincide com a direção do movimento do líquido, a velocidade do líquido aumenta (há compressão) e a espessura do filme líquido diminui, e, conseqüentemente a transferência térmica melhora, pois, há diminuição da resistência térmica.

Se, entretanto, a direção do vapor for contrária à do fil

me de líquido há uma tendência de haver aumento da espessura da película diminuindo assim o valor de  $h$ .

## 2.6 - Considerações sobre os resultados obtidos com as fórmulas de Nusselt

Nota-se experimentalmente que os resultados obtidos pelas equações de Nusselt são em geral 10 a 20% inferiores do que os resultados reais. Assim, a favor da segurança, elas são usadas e adotadas. Os motivos das discrepâncias já foram ditas atrás, no item 2.5.

Devemos notar ainda que o valor de  $h$  obtido pelas fórmulas anteriores é o valor médio já que  $h$  varia de ponto para ponto e seria difícil obter uma equação que nos desse o valor de  $h$  local.

## 2.7 - Condensação por película externamente a tubos cilíndricos horizontais

O mesmo estudo de Nusselt pode ser aplicado neste caso, baseado na hipótese de que no topo do tubo a película do condensado tenha espessura nula. Chega-se à expressão:

$$N_{Nu,D} = 0,725 \left( \frac{g \cdot \rho^2 \cdot h_{ev} \cdot D^3}{\mu \cdot k \cdot \Delta t} \right)^{1/4} \quad (5)$$

Analogamente ao caso anterior as propriedades do líquido são tomadas a:

$$t_m = \frac{t_w + t_{sat}}{2}$$

exceto  $h_{ev}$  que é tomado a  $t_{sat}$ .

Na situação atual da tecnologia é possível obtermos tubos com diâmetros suficientemente pequenos para que tenhamos escoamento do condensado só em regime laminar.

No caso de vários tubos empilhados, a fórmula (5) deve ser modificada, pois, como dissemos, ela só vale quando no t<sup>o</sup>po do tubo a espessura do líquido é nula, o que não acontece neste caso. (Vide figura a)

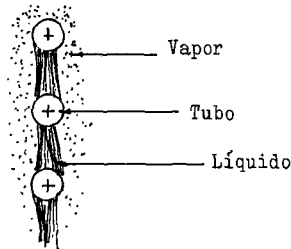


Fig. a

Neste caso, a forma que nos dá o valor médio para  $h$  é:

$$N_{Nu,D} = 0,725 \left( \frac{g \cdot \rho^2 \cdot h_{ev} \cdot D^3}{N \cdot \mu \cdot k \cdot \Delta t} \right)^{1/4}$$

sendo  $N$  o número de tubos empilhados.

Note-se que neste caso o coeficiente  $h$  cai bastante. Uma boa solução para o caso, quando dispomos de lugar é dispor os tubos defasados. (Conforme figura b)

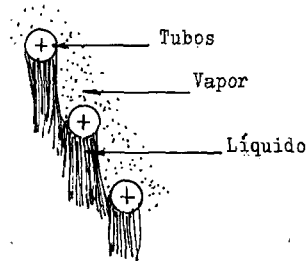


Fig. b

Neste arranjo podemos aplicar a equação (5), pois, no t<sup>o</sup>po de cada tubo a espessura da camada de condensado é nula.

B - CONVECCÃO COM MUDANÇA DE FASE - EVAPORAÇÃO (II)

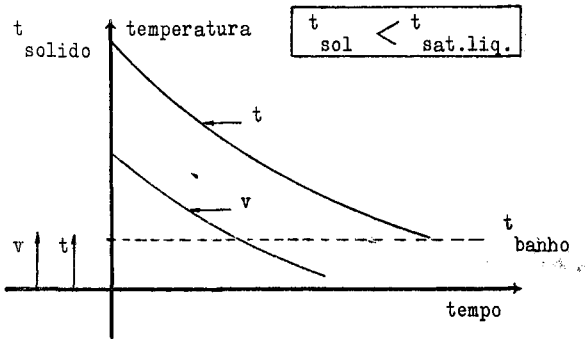
1. INTRODUÇÃO

Evaporação consiste na obtenção de vapor por meio de aquecimento de um líquido.

Apesar da importância do processo e do sucesso obtido na prática, em projetos de evaporadores, o fenômeno da "evaporação" é um dos pontos menos conhecidos da transmissão de calor.

O primeiro estudo sério sobre o assunto foi feito em 1934 pelo japonês Nukiyama, porém, somente nos últimos 10 anos tais estudos se intensificaram.

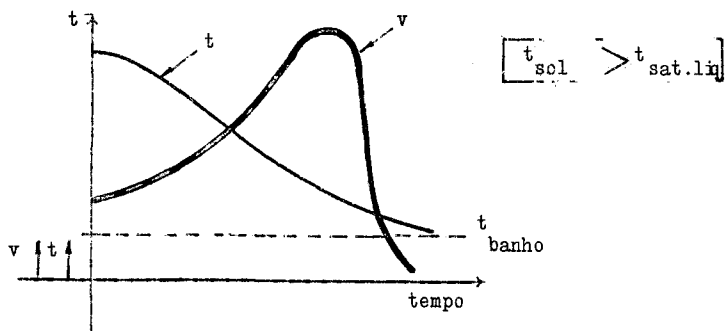
Os primeiros pesquisadores, quando estudavam o fenômeno do resfriamento de um sólido num líquido, obtiveram as seguintes curvas:



onde,

$$\left\{ \begin{array}{l} t - \text{temperatura} \\ v - \text{velocidade de resfriamento} \end{array} \right.$$

$$v = \frac{\partial Q}{A \cdot \partial \theta} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q - \text{fluxo térmico} \\ \theta - \text{tempo} \\ A - \text{área do sólido} \end{array} \right.$$



Até os estudos de Nukiyama não se conseguia explicar o porque da variação crescente da velocidade de resfriamento quando  $t_{sol} > t_{sat}$ .

## 2. PROCESSO DE FORMAÇÃO DAS BÔLHAS

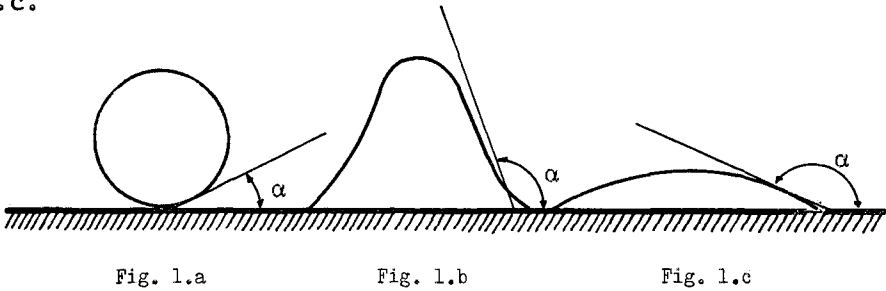
Como a evaporação do líquido se faz sobre uma superfície aquecedora, sobre esta irão se formar bôlhas de vapor que influem decisivamente no fenômeno.

Aqui só iremos estudar as bôlhas sob o ponto de vista qualitativo, bem como a sua influência, mas não sob o ponto de vista quantitativo.

Recentemente Fritz e Jacob, W.R. Gambill e outros estudaram o processo da formação das bôlhas sobre a superfície aquecedora. Através de fotografias, verificaram que a bôlha de vapor, ainda em contato com a parede variava profundamente de forma, conforme o ângulo de contato entre líquido e parede metálica.

Assim é que, se a superfície de aquecimento não é excessivamente polida e a tensão superficial do líquido é pequena, a bôlha tem a forma da figura 1.a, diz-se, nesse caso, que o líquido "molha" a parede, neste caso o ângulo de contato é agudo. Se as condições contrárias se verificarem, o ângulo de contato será obtuso e as bôlhas tomam a forma da figura 1.b. Naturalmente, verificam-se as condições intermediárias para o ângulo de contato da

fig. 1.c.



O estudo analítico da formação e crescimento das bôlhas pode ser encontrado em diversos livros, por exemplo, no El-Wakill (Nuclear Power), no Jakob (Heat Transfer) e outros. Nêles faz-se o estudo das condições do líquido (pressão, temperatura, tensões, etc) para haver ou não formação de bôlha. Isto é feito fazendo-se o estudo das bôlhas nas seguintes posições:

a) bôlha no seio do líquido

para meia bôlha:

$$\frac{\pi D^2}{4} (p_g - p_f) = \pi \cdot D \cdot \sigma_{fg}$$

$$\therefore p_g - p_f = 4 \frac{\sigma_{fg}}{D} \quad (1)$$

onde,

- $p_g$  - pressão do vapor
- $p_f$  - pressão do líquido
- $\sigma_{fg}$  - tensão entre superfície do líquido e vapor
- $D$  - diâmetro da bôlha

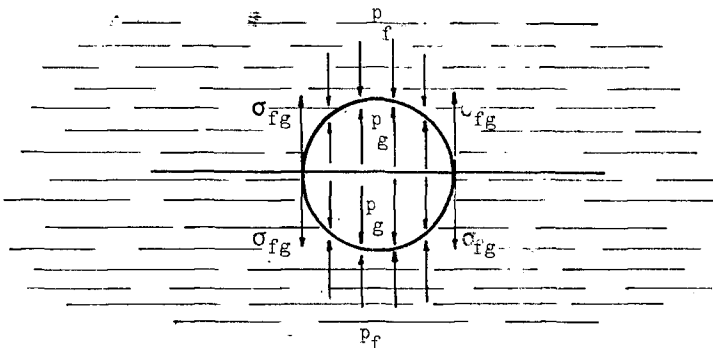
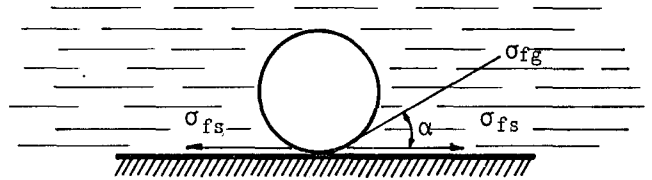


Fig. 2

A equação (1) mostra que a pressão do vapor deve ser maior que a do líquido nas condições de saturação e este, por sua vez, deve estar no estado de superaquecimento.

b) bôlhas sôbre superfície sólida

Fig. 3



Condições para desprender:

$$\sigma_{gs} = \sigma_{fs} + \sigma_{fg} \cos \alpha$$

onde,

$\sigma_{fg}$  = tensão na interfase líquida e vapor (depende das propriedades do líquido e vapor).

$\sigma_{fs}$  = tensão entre o líquido e superfície de aquecimento (depende das propriedades do líquido e da superfície).

$\sigma_{gs}$  = tensão entre o vapor e a superfície de aquecimento (depende das propriedades do vapor e da superfície).

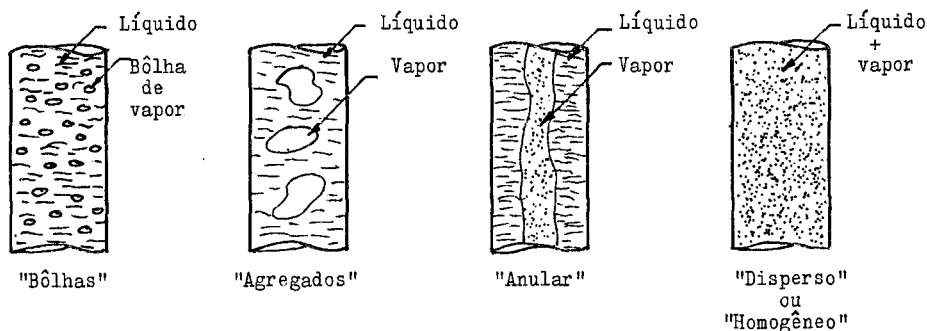
2.1 - Formas do fluxo do vapor desde a superfície de aquecimento até a superfície livre do líquido.

Considerando líquido vaporizado em tubos verticais, podemos ter 4 tipos de fluxo de vapor:

- 1 - fluxo de bôlhas
- 2 - fluxo de agregados (plug ou slug)
- 3 - fluxo anular
- 4 - fluxo disperso

Os quatro tipos ficam bem determinados, respectivamente,

pelas 4 figuras abaixo:



Conforme o tipo de ebulição podemos ter uma só das formas acima, ou uma mistura.

### 3. INCERTEZAS NO ESTUDO DA EVAPORAÇÃO

Há três incertezas principais para determinar o fluxo de calor na evaporação, a saber:

- Área de contato indefinida
- Diferença de temperatura indefinida
- Grau de turbulência.

Como, realmente, nós não sabemos uma dependência algébrica entre o "ângulo de contato" e a superfície ocupada pelo líquido (ou vapor), temos uma incerteza na determinação da área de troca de calor (A).

Outra incerteza é a dificuldade da obtenção de diferença de temperatura entre o líquido e a parede que, normalmente assume-se como sendo a diferença entre a temperatura da parede e da ebulição do líquido (temperatura de saturação =  $t_{sat}$ ).

Na realidade, a diferença de temperaturas não é aquela, pois, a camada de líquido que cobre a superfície aquecedora está a uma pressão maior que o resto do líquido (pressão atmosférica mais a hidrostática) e conseqüentemente a temperatura de vaporização desse líquido é maior que a da superfície. Esta diferença po-

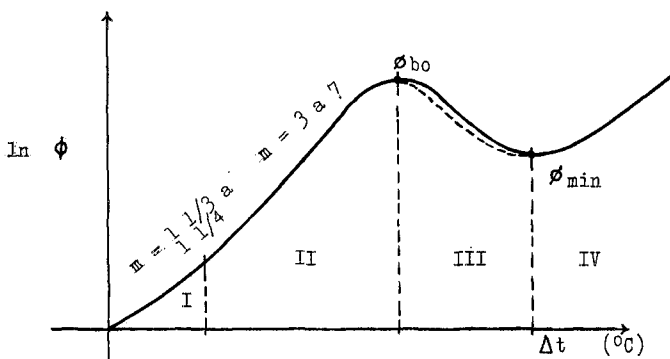
deria ser calculada desde que se conhecesse a relação entre pressão e temperatura de saturação do líquido; entretanto, há incerteza quanto ao verdadeiro peso específico da coluna de líquido, pois, trata-se de uma mistura de bôlhas, de vapor e de líquido, em proporção variável.

#### 4. REGIMES DE EBULIÇÃO

Nukiyama, estudando a ebulição da água num recipiente, aquecendo-a com resistências elétricas, construiu a curva básica da ebulição. Todos os líquidos apresentam uma curva semelhante variando apenas os valores. Os pontos característicos da curva dependem de características difíceis de definir, tais como: natureza do metal, estado da superfície (rugosidade), dimensões, orientação do fluxo, quantidade de gases dissolvidos etc.

Estudaremos o fenômeno para o caso de água destilada, sem gás dissolvido, à temperatura de saturação  $100^{\circ}\text{C}$ , pressão atmosférica, sobre uma superfície plana horizontal à temperatura  $t_p$ .

Chega-se, assim à curva:



A curva acima representa o aquecimento de água com uma resistência elétrica (até ebulição). Temos em abcissas as diferenças de temperatura entre o líquido e a resistência; em ordenadas o flu

co de calor por unidade de área.

Na curva notam-se 4 regiões bem definidas, tendo cada uma o seu significado físico, os quais correspondem a um tipo de ebulição:

Região I : convecção natural

Região II : ebulição nucleada

Região III: ebulição por película parcial

Região IV : ebulição por película estável.

#### 4.1 - Convecção natural

Ocorre quando  $\Delta t$  é inferior a  $8^{\circ}\text{C}$ , formam-se, no líquido correntes convectivas, as quais, transferem o calor até a superfície livre do líquido e aí despreendendo o vapor. Neste caso o valor de  $h$  é da ordem de  $2.000 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ .

#### 4.2 - Ebulição nucleada

Ocorre quando o  $\Delta t$  é maior que  $8^{\circ}\text{C}$  e menor que  $25^{\circ}\text{C}$ . Neste caso, as bôlhas formam-se junto à superfície de aquecimento ; crescem, liberam-se movimentam-se em direção à superfície livre do líquido onde estouram, libertando o vapor. As bôlhas formam-se nas irregularidades da parede, têm um ângulo de contato agudo, e portanto, há líquido sempre em contato com a parede (molha a parede), cada ponto ativo (lugar onde se formam as bôlhas) libera uma porção de bôlhas e os outros pontos do líquido ficam em contato com a superfície quente violentamente agitados. Esta agitação extrema é mais eficaz que uma turbulência criada artificialmente. Por êsse motivo a curva cresce, violentamente, nesse trecho ( $m = 3$  a  $7$ ) pois, o valor de  $h$  cresce consideravelmente (até  $46.000 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ) e o fluxo térmico transmitido ao líquido cresce proporcionalmente a  $(\Delta t)^3$ .

Quando  $\phi$  cresce, crescem também:

$\frac{n}{A}$  = número de bôlhas por unidade de área (num instante)

$\frac{dR}{d\theta}$  = crescimento da bôlha (com o tempo)

$\frac{N}{\theta}$  = frequência de formação de bôlhas

A medida que o  $\Delta t$  vai aumentando, irá aumentando  $\phi$  também e conseqüentemente  $\frac{n}{A}$ ,  $\frac{dR}{d\theta}$ ,  $\frac{N}{\theta}$  e  $\alpha$  a tal ponto que, quando atingirmos o ponto  $\phi_{bo}$  da curva não haverá mais formação de bôlhas, mas sim, uma película de vapor instável, passando, assim, a 3a. região, que estudaremos a seguir.

#### 4.3 - Ebulição por película parcial

Como dissemos no item anterior, se aumentarmos ainda mais o  $\Delta t$  (entre 25°C e 125°C), teremos a formação de uma película de vapor instável sôbre a superfície quente, que às vêzes é perfurada pelo líquido. A camada de vapor tanto mais estável será, quanto maior fôr o  $\Delta t$ . Essa película de vapor irá provocar um decréscimo considerável no fluxo térmico porque, como sabemos, o vapor é muito pior condutor que a água.

O fluxo vai decrescendo até um ponto mínimo  $\phi_{\min}$  (as vêzes chega a ser  $\frac{\phi_{bo}}{5}$ ) e é o chamado "ponto de Liedenfrost". O coeficiente de película, neste caso, cai violentamente ( $h \approx 2.000 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{hr.}^\circ\text{C}$ ).

#### 4.4 - Ebulição por película estável

Aumentando ainda mais a diferença de temperaturas .....  $\Delta t$  ( $> 125^\circ\text{C}$ ) iremos conseguir uma camada de vapor estável. Ela transmite calor da superfície quente ao líquido que se vaporiza de modo que o excesso de vapor formado na interface líquido-vapor forma bôlhas que sobem para a superfície. O líquido encontra-se agi-

tado, porém, não toma contato com a superfície sólida.

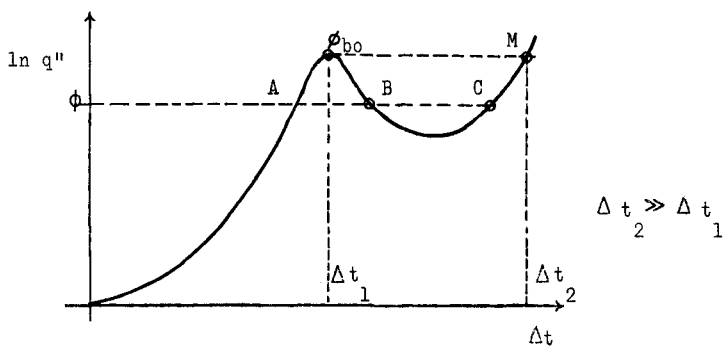
A película de vapor é estável e o fluxo é proporcional a  $(\Delta t)^{3/4}$  (lei de Bromley). Para  $\Delta t$  grandes passa a influir sensivelmente a radiação térmica, mais uma razão para demonstrar que, nesta região o fluxo cresce novamente.

## 5. CONSIDERAÇÕES E COMPARAÇÃO ENTRE OS TIPOS DE EVAPORAÇÃO "BURNOUT"

Sob o ponto de vista de eficiência térmica deveríamos sempre trabalhar no ponto de fluxo máximo, isto é, no ponto correspondente a  $\phi_{bo}$  da curva de Nukiyama, pois, é o que dá maior coeficiente de película.

Acontece porém, que, se impomos a temperatura da parede fixa obtemos um único valor de  $\phi$  e portanto o fenômeno é estável.

Porém, se, como ocorre nos reatores, impomos um fluxo térmico, a curva de Nukiyama apresenta 3 pontos de funcionamento possíveis: A, B, C.



Só os pontos A e C são funções estáveis, mas eles impõem à superfície quente, temperaturas bem diferentes.

Na indústria, em geral, trabalha-se por questões de segurança na região IV da curva, porém, para os reatores trabalha-se na

região II.

O problema de trabalhar na região II é que, se nós estivermos trabalhando no ponto extremo  $\phi_{bo}$  e se por qualquer motivo houver um pequeno acréscimo de  $\phi$  iremos trabalhar imediatamente no ponto "M" que tem o mesmo  $\phi_{bo}$ , porém com  $\Delta t_2$  muitas vezes maior, podendo ocasionar a fusão da superfície aquecedora. Este fenômeno é chamado de "burnout".

O fluxo  $\phi_{bo}$  é chamado "fluxo crítico" ou "fluxo de burnout". No caso do reator devem ser tomadas medidas rigorosas quanto à regulagem do fluxo térmico, para que não ocorra o "burnout", pois, dêle pode resultar ruptura da camisa do combustível e haverá, portanto, contato do refrigerante com os sólidos e gases radioativos.

### 5.1 - Relação de "Burnout"

É claro que, para termos um reator mais eficiente, devemos trabalhar com um fluxo o mais próximo possível do fluxo de "Burnout". Para tanto, devemos conhecer com o maior grau de certeza possível qual o  $\phi_{bo}$  para podermos reduzir o coeficiente de segurança (W.R. Gambill recomenda  $\geq 1,5$ ).

Nos seminários de W.R. Gambill encontramos uma série de bibliografias onde podemos encontrar inúmeras fórmulas propostas para a obtenção de  $\phi_{bo}$  ( $q_c''$ ).

A título de exemplo, vejamos algumas:

$$q_c'' = 270 \cdot G^{0,85} \cdot D^{-0,2} \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^{-0,85} \quad p/ \quad \frac{G}{(L/D)^2} < 150$$

$$q_c'' = 140 \cdot G^{0,5} \cdot D^{-0,2} \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^{-0,15} \quad p/ \quad \frac{G}{(L/D)^2} > 150$$

onde, ambas as equações só valem para água em baixa pressão em convecção forçada.

- $q''_c$  - fluxo térmico crítico BTU/hr.ft<sup>2</sup>  
 $G$  - descarga em massa do líquido (lbm/hr.ft<sup>2</sup>)  
 $D$  - diâmetro do tubo, ft  
 $L$  - comp. do tubo, ft

Para cada caso temos uma expressão diferente, que pode ser encontrada em literatura especializada.

## 6. INFLUÊNCIA DE OUTROS PARÂMETROS NO FLUXO DE "BURNOUT"

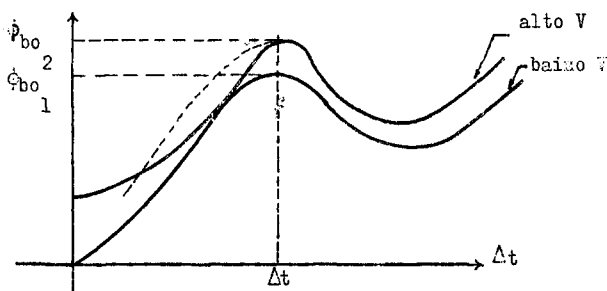
Como, para os usos atuais do reator, a diferença de temperatura entre parede e fluido são pequenas, bem como o fluxo de burnout, recentemente, físicos como Jakob, Bonilla, W.R. Gambill estudaram outros parâmetros que influenciam bastante o  $\phi_{bo}$ , isto é, a influência desses parâmetros faz com que o  $\phi_{bo}$  seja maior. Isto é útil, pois, quanto maior o fluxo de "burnout", maior poderá ser o fluxo de calor, real, de funcionamento.

Tais meios são:

- Aumento da velocidade imposta ao líquido
- Pressão do líquido elevada
- "Sub-resfriamento" do líquido.

### 6.1 - Influência da velocidade do líquido

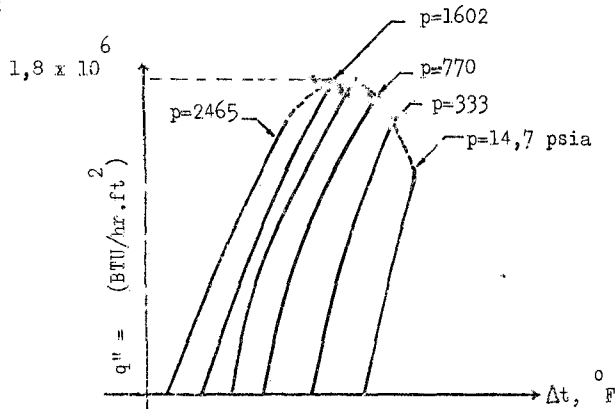
Estudos feitos pelos autores acima, chegaram às curvas:



Para velocidades maiores, o "fluxo de burnout" aumenta porque, neste caso, o regime é turbulento e o coeficiente de película  $h$  aumenta.

### 6.2 - Influência do aumento da pressão

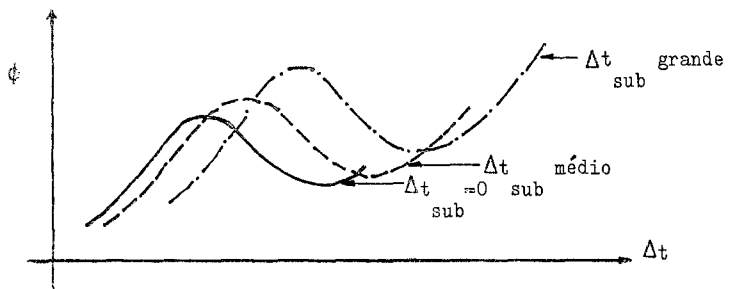
Este estudo deve-se a Bonilla que obteve experimentalmente as curvas:



Este estudo foi feito para vários líquidos e chegou à conclusão que sempre havia uma pressão ótima, isto é, uma pressão que leva ao maior  $\phi_{bo}$ , mantidas as demais condições. Experimentalmente, notou que essa pressão correspondia a 1/3 da pressão crítica do líquido em questão.

### 6.3 - Influência do sub-resfriamento

Consiste em manter, à custa de uma circulação intensa, o líquido a uma temperatura inferior à de saturação para a pressão correspondente. Experimentalmente chega-se às curvas:



Verificando os gráficos vemos que o  $\phi_{bo}$  aumenta à medida que aumenta a diferença de temperatura de sub-resfriamento, isto por que o líquido como está mais frio, faz com que algumas das bôlhas recondensem permitindo que o líquido fique em contato com a parede quente, o que faz aumentar o  $h$ .

$\Delta t_{sub}$  = temperatura do líquido - temperatura de saturação

A diferença de temperatura  $\Delta t$  entre fluido e parede também aumenta, pois, na região próxima à parede, há necessidade de levar o líquido da temperatura do sub-resfriamento até a temperatura de saturação, quando se evapora.

Atualmente os maiores estudos dos físicos nucleares localizam-se neste campo, pois, é o que oferece maiores vantagens.

## 7. FÓRMULAS PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE DE PELÍCULA NA EBULIÇÃO

Como ocorre no cálculo de tódas as fórmulas de convecção, temos fórmulas empíricas para determinar o  $h$ , conforme o tipo de ebulição que nós consideramos:

### 7.1 - Ebulição Nucleada

Para o caso de água, temos as relações:

$$\begin{array}{l} \text{superfícies} \\ \text{horizontais} \end{array} \left[ \begin{array}{l} \frac{q}{A} \leq 5.000 \text{ BTU/hr.ft}^2 \rightarrow h_o = 151 (\Delta t)^{1/3} \\ 5.000 \leq \frac{q}{A} < 75.000 \rightarrow h_o = 0,618 (\Delta t)^3 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{superfícies} \\ \text{verticais} \end{array} \left[ \begin{array}{l} \frac{q}{A} \leq 1.000 \rightarrow h_o = 87 (\Delta t)^{1/7} \\ 1.000 < \frac{q}{A} < 20.000 \rightarrow h_o = 0,27 (\Delta t)^3 \end{array} \right.$$

Quando a pressão é diferente da atmosférica faz-se a correção:

$$h = h_o \left( \frac{P}{P_o} \right)^{0,4}$$

## 7.2 - Ebulição por película

Bromley propôs uma boa equação para a ebulição por película estável em cilindros horizontais:

$$N_{Nu,D} = \frac{hD}{k_V} = 0,62 \left( \frac{\rho_V \cdot (\rho_L - \rho_V) \cdot g \cdot h_{eV} \cdot D}{\mu \cdot k_V \cdot \Delta t} \right)^{1/2}$$

onde,

V = indica vapor

L = indica líquido

Multiplicando, ambos os membros, da equação acima por ... kv/D obteremos a expressão do coeficiente de convecção médio para o caso:

$$h = 0,62 \left( \frac{\rho_V \cdot (\rho_L - \rho_V) \cdot g \cdot h_{1V} \cdot k_V^3}{\mu_V \cdot \Delta t \cdot D} \right)^{1/4}$$

## C - FÓRMULAS PARA CÁLCULOS ESPECÍFICOS - RESULTADOS ESPECÍFICOS

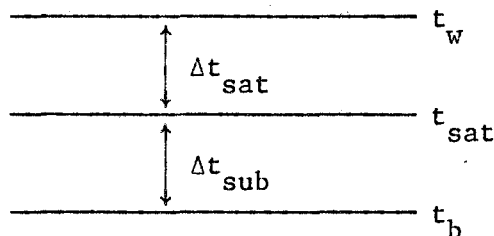
### 1. FLUXO DE CALOR CRÍTICO - "BURNOUT"

#### 1.1 - Introdução

O aspecto mais importante, no que se refere à segurança dos reatores, da transferência de calor na ebulição é a determinação do "Fluxo de calor crítico" ou "de pico" ou "burnout".

Como já vimos, quando temos a "ebulição nucleada", a diferença de temperatura entre refrigerante e superfície de aquecimento é pequena, porém, quando atingimos o fluxo de calor crítico, essa diferença de temperatura pode tornar-se, imediatamente, muito grande, podendo causar a ruptura da superfície de aquecimento se atingirmos o ponto de fusão do sólido.

Usando a convecção:



onde,

- $t_w$  = temperatura da parede de aquecimento
- $t_{sat}$  = temperatura de saturação do líquido
- $t_b$  = temperatura de mistura do líquido
- $\Delta t_{sub} = (t_{sat} - t_b)$  sub-resfriamento do líquido

Há dois tipos de "burnout"; "fast burnout" e "slow burnout".

Ocorre o "fast burnout" (burnout rápido) quando  $\Delta t_{sub} > 0$

ou para baixo  $x$  ( $\sim < 10\%$ ), sendo  $x$  o título do vapor.

Temos o "slow burnout" para  $x \sim > 10\%$ . Assim, nós teremos dois limites para o burnout.

$$\therefore (\phi_{bo})_{\text{min possível}} = (\phi \text{ para } t_w = t_{\text{sat}}) = \left[ \frac{\frac{\Delta t_{\text{sub},i}}{4L}}{G \cdot c_{pl} \cdot D} + \frac{1}{h_{nb}} \right]$$

$$(\phi_{bo})_{\text{max possível}} = (\phi \text{ para } x_e = 1) = \frac{D \cdot G \cdot \lambda}{4L} \left[ 1 + \frac{c_{pl} \cdot \Delta t_{\text{sub},i}}{\lambda} \right]$$

onde,

$L$  = comprimento do canal

$D$  = diâmetro do tubo

$G$  = descarga de líquido (por unidade de área)

$c_{pl}$  = calor específico do líquido

$\lambda$  = calor latente de vaporização

$h_{nb}$  = coeficiente de transferência de calor na região de não ebulição.

### Índices:

$i$  = entrada

$e$  = saída

Há inúmeras expressões para determinação do "burnout" propostas por muitos físicos, cada uma aplicando-se a um caso específico, vejamos algumas delas:

## 1.2 - Equações para predição de "Burnout"

### 1.2.1 - Equação de Bragg e Smith (Zuber)

Num artigo publicado por Bragg e Smith encontramos uma fórmula que é derivada da fórmula de Kutateladze e nos dá o fluxo crítico

tico quando não temos subresfriamento.

$$(\phi_{bo})_{pool.sat.} = k \cdot L_v \cdot \rho_v \cdot \left[ \frac{\sigma \cdot g_c \cdot a(\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2} \right]^{1/4}$$

onde,

- $\phi_{bo}$  = fluxo de calor crítico
- $k$  = constante
- $L_v$  = calor latente de vaporização do refrigerante
- $\rho_l$  = densidade do líquido
- $\rho_v$  = densidade do vapor
- $\sigma$  = tensão superficial
- $g_c$  = fator de conversão
- $a$  = aceleração da superfície de aquecimento.

Os autores encontraram para  $k$  um valor de 0,62, entretanto, outros autores, como Zuber, incluindo outras variáveis que influem no fenômeno, encontraram  $k$  variando entre 0,08 e 0,23. Estudos bem elaborados mostram que o valor mais aproximado é .....  $k = 0,15$  ( $\pm 0,03$ ).

### 1.2.2 - Equação de Noyes

Noyes estudou o "burnout" para o sódio, água e alguns líquidos orgânicos.

$$(\phi_{bo})_{sat} = \frac{0,144 \cdot \lambda \cdot \rho_v}{N_{Pr} \cdot 0,245} \cdot \left( \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{\sigma \cdot g_c \cdot a}{\rho_l} \right)^{1/4} \quad (1)$$

onde,

$N_{Pr}$  = Número de Prandtl da fase líquida.

Mais tarde o próprio Noyes alterou a equação para:

$$(\phi_{bo})_{sat} = 0,116 \cdot \lambda \cdot \rho_v \cdot \left( \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v} \right)^{0,538} \cdot \left( \frac{\sigma \cdot g_c \cdot a}{\rho_l \cdot N_{Pr}} \right)^{1/4} \quad (2)$$

A última correlação proposta por Noyes foi:

$$(\phi_{bo})_{sat} = 1,190 \cdot \lambda \cdot \rho_V \cdot \left(\frac{\rho_1 - \rho_V}{\rho_V}\right)^{0,560} \cdot \left[N_P\right]_1^{1/12} \cdot \left[\frac{(a \cdot \alpha)^{1/3}}{(a/g_c)^{1/12}}\right] \quad (3)$$

onde,

$\alpha$  = difusividade térmica do líquido. A equação (3) é baseada em todos os dados de "burnouts" do sódio, bem como da água, benzeno, difenil e outros. De 111 pontos usados 90% estão relacionados dentro de  $\pm$  30%.

### 1.2.3 - "Burnout" com convecção forçada e sub-resfriamento

Aproveitando os resultados de aproximadamente 240 testes de "burnouts" com água sub-resfriada em fluxo de convecção forçada, feitos na Rússia. Labuntsov elaborou uma boa equação empírica para o problema.

Esta relação aplica-se para velocidades entre 2,3 e 148 ft/sec., pressões entre 1 e 201 atm.abs; sub-resfriamento entre 0° e 432 °F e fluxos de burnout entre  $0,4 \times 10^6$  a  $16,6 \times 10^6$  BTU/hr. ft<sup>2</sup>. Tal relação é a seguinte:

$$\phi_{bo} = 4,61 \cdot 10^5 \cdot \theta(P) \cdot \left[1 + \frac{0,232 V^2}{\theta(P)}\right]^{1/4} \cdot \left[1 + \frac{15 \cdot c_p \Delta t_{sub}}{P^{1/2} \cdot \lambda}\right] \quad (a)$$

onde,

$$\theta(P) = P^{1/3} \cdot (1 - P_{red})^{4/3}$$

P = pressão (atm. abs.)

P<sub>red</sub> = pressão reduzida =  $\frac{P}{P_c}$

P<sub>c</sub> = pressão crítica

V = velocidade do líquido (ft/sec)

C<sub>p</sub> = calor específico do líquido (BTU/lb. °F)

$\Delta t_{\text{sub}}$  = diferença de temperatura entre a temperatura de mistura do líquido e a de saturação ( $^{\circ}\text{F}$ )

$\lambda$  = calor latente de vaporização (BTU/lb)

$\phi_{\text{bo}}$  = fluxo de burnout (BTU/hr.ft<sup>2</sup>)

Uma outra correlação para o caso foi proposta por ..... Ornatsky e Kichigin que fizeram experiências para pressões entre 10 e 150 atm;  $90^{\circ}\text{F} < \Delta t_{\text{sub}} < 450^{\circ}\text{F}$ ;  $3,7 \cdot 10^6$  (lb/hr.ft<sup>2</sup>)  $< G < 22,2 \cdot 10^6$  (lb/hr.ft<sup>2</sup>)

$$\phi_{\text{bo}} = 32,50 \cdot (G \cdot \Delta t_{\text{sub}})^{0,6} \cdot \left(\frac{\rho_1 - \rho_V}{\rho_1}\right)^{2,5} \quad (\text{b})$$

onde,

$G$  = descarga de refrigerante por unidade de área

$\rho_1, \rho_V$  = densidades do líquido e do vapor.

O termo  $\left(\frac{\rho_1 - \rho_V}{\rho_1}\right)$  é incluído na expressão (b) para indicar a influência da pressão sobre o  $\phi_{\text{bo}}$ .

Uma comparação entre as equações (a) e (b) foi feita para o Reator de Isótopos de Alto Fluxo (HFIR) nas condições: água a 600 psia, velocidade = 45 ft/sec., e sub-resfriamento =  $\Delta t_{\text{sub}} = 100^{\circ}\text{F}$ , obtendo-se uma diferença de 6,5% entre ambos ( $\phi_{\text{bo}} = 6,05 \cdot 10^6$  BTU/hr.ft<sup>2</sup> pela equação (a) e  $6,45 \cdot 10^6$  BTU/hr.ft<sup>2</sup> pela equação (b)).

Há ainda a equação de Ivey e Morris, aplicável somente para ebulição com grande quantidade de líquido.

$$\frac{(\phi_c)_{\text{sub}}}{(\phi_c)_{\text{sat}}} = 1 + \left(\frac{\rho_1}{\rho_V}\right)^{3/4} \cdot \frac{c_{\text{pf}} \cdot \Delta t_{\text{sub}}}{10 \cdot h_g}$$

onde,

$(\phi_c)_{\text{sub}}$  = fluxo crítico com sub-resfriamento

$(\phi_c)_{\text{sat}}$  = fluxo crítico sem sub-resfriamento

$c_{pf}$  = calor específico do líquido  
 $h_{fg}$  = calor latente de vaporização

1.2.4 - Burnout com convecção forçada e ebulição por bô-lhas

Gambill fez uma extensão da equação de Levy e, aplicou o método da superposição. Tal extensão consiste na subtração de uma razão equivalente de massa transferida, dos termos que representam a ebulição e convecção, para levar em conta a presença do vapor no fluxo.

A correlação pode ser escrita assim:

$$\phi_{bo} = \left[ \frac{\pi}{24} \cdot L_V \cdot \rho_V \cdot \left[ \frac{\sigma \cdot g_c \cdot a \cdot (\rho_1 - \rho_V)}{\rho_V^2} \right]^{1/4} + 0,696 \cdot (k \cdot \rho \cdot c_p)_1^{1/2} \cdot \left( \frac{\rho_1 - \rho_V}{\sigma} \right)^{1/4} \cdot \left[ \frac{\sigma \cdot g_c \cdot a \cdot (\rho_1 - \rho_V)}{\rho_V^2} \right]^{1/8} \cdot \Delta t_{sub} + h_{nb} \cdot (t_w - t_b) \right] - \left[ \frac{0,44 \cdot \rho_V \cdot L_V \cdot G \cdot (\beta')^2}{\rho_1 - \rho_V} \cdot \left[ \frac{(\rho_1 - \rho_V) \cdot d_e^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot \sigma} \right]^{1/4} \cdot \left( \frac{d_e \cdot G}{10^5 \cdot \mu_1} \right)^{-1/3} \right]$$

onde,

$k$  = condutividade térmica  
 $c_p$  = calor específico  
 $\Delta t_{sub}$  = sub-resfriamento do líquido  
 $h_{nb}$  = coeficiente de transferência de calor de não ebulição  
 $G$  = descarga total do refrigerante

$d_e$  = diâmetro equivalente do tubo ou canal.

$\mu$  = viscosidade

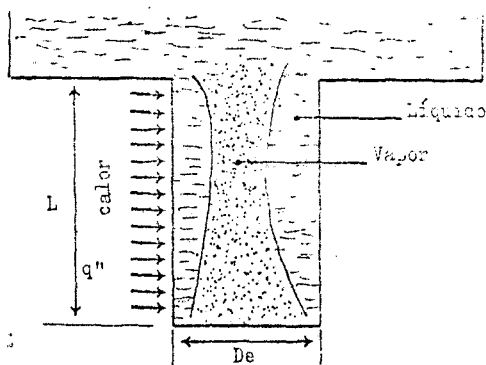
$\beta'$  = constante adimensional

Os índices V e l representam vapor e líquido, respectivamente.

O primeiro termo entre chaves da equação representa o fluxo de calor no burnout de sub-resfriamento em convecção forçada. O segundo termo entre chaves corresponde ao fluxo de calor transferido para a massa da fase vapor.

### 1.2.5 - Burnout por Bloqueio da Base

Ocorre quando a profundidade do recipiente é muito maior que a largura. O bloqueio da base é causado pela formação de uma película de vapor na base, impedindo que o líquido toque o fundo do recipiente.



Este é o "burnout por flooding" isto é, burnout por expulsão do líquido. Uma equação que nos dá o fluxo mínimo do burnout, para o caso, é:

$$(\phi_c)_{\min} = \frac{h_{fg} \cdot D_e^{3/2} \cdot (\rho_V \cdot g \cdot \Delta\rho)^{1/2}}{3L \cdot \left[1 + (\rho_V/\rho_l)^{1/4}\right]^2}$$

onde,

$D_e$  = diâmetro equivalente

$L$  = comprimento do tubo

$h_{fg}$  = calor de vaporização

$\rho_l, \rho_v, \Delta\rho$  = densidade do líquido, do vapor e diferença entre ambos.

Para um fluxo de calor maior ou igual ao dado pela expressão acima (mantida a mesma geometria) teremos burnout. Para um determinado fluxo existirão sempre um comprimento  $L$  e um diâmetro equivalente  $D_e$  para os quais temos "burnout". Exemplo:

L (in)	$D_e$ (in)
10	1,1
100	5,1
1000	23,5

## 2. RESULTADOS ESPECÍFICOS - FÓRMULAS PARA CÁLCULOS ESPECÍFICOS

### 2.1 - Diferença de temperatura $\Delta t_{sat}$

$$\Delta t_{sat} = \frac{13 \cdot \sigma \cdot t_{sat}}{J \cdot \lambda \cdot \rho_v \cdot \delta} = t_w - t_{sat}$$

onde,

$\sigma$  = tensão superficial entre líquido e vapor

$t_{sat}$  = temperatura de saturação do líquido para a correspondente pressão

$J$  = equivalente mecânico do calor

$\lambda$  = calor latente de vaporização

$\rho_v$  = densidade do vapor

$\delta$  = espessura da camada de líquido superaquecido onde:

$$\delta = \frac{k_1}{h_{nc}}$$

onde,

$k_1$  = condutividade térmica do líquido

$h_{nc}$  = coeficiente de película

Segundo Eckert  $h_{nc}$  é dado por:

$$h_{nc} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{k}{D}\right) \left(\frac{P_r^2 \cdot G_r}{P_r + 0,952}\right)^{1/4}$$

onde,

$D$  = diâmetro equivalente

$G_r$  = número de Grashoff

$P_r$  = número de Pradtl

## 2.2 - Velocidade das bôlhas

A velocidade das bôlhas em média pode ser dada pela expressão

$$V_{bôlhas} = \frac{6}{5} \left(\frac{\sigma \cdot g \cdot \Delta\rho}{\rho_l^2}\right)^{1/4}$$

onde,

$$\Delta\rho = \rho_l - \rho_v$$

Expressão que vale quando a aceleração é a da gravidade, baixa viscosidade do líquido e bôlhas separadas.

$$V_{bôlha} \approx 1,1 \text{ ft/seg. max para água}$$

## 2.3 - Diâmetro das bôlhas

$$D_d = 0,015 \cdot \beta \cdot \left(\frac{2g_c \cdot \sigma}{g \cdot \Delta\rho}\right)^{1/2}$$

onde,

$\beta$  = ângulo de contato (20 a 90°), geralmente, assume-se igual a 50° para a água em contato com metal.

## 2.4 - Coefficiente de película na ebulição nucleada

### a) Equação de Rohsenow

Esta equação nos dá o fluxo de calor  $q''$  na ebulição nucleada. É ótima expressão para muitos líquidos, o efeito da pressão é levado em conta na variação das propriedades.

$$\frac{c_{pf} \cdot t_{sat}}{h_{fg} \cdot P_r^{1,7}} = c_{sg} \cdot \left[ \left( \frac{q''}{\mu_f \cdot h_{fg}} \right) \cdot \sqrt{\frac{g_c \cdot \sigma_{fg}}{g(\rho_f - \rho_g)}} \right]^{0,33}$$

onde,

- $q''$  = fluxo de calor requerido (BTU/hr.ft<sup>2</sup>)
- $c_{pf}$  = calor específico do líquido saturado, (BTU/lbm.°F)
- $h_{fg}$  = calor latente de vaporização (BTU/Lbm)
- $P_r$  = número de Prandtl
- $\mu_f$  = viscosidade do líquido (lbm/hr.ft)
- $g_c$  = fator de conversão,  $4,17 \cdot 10^8$  lbm.ft/lbf.hr<sup>2</sup>
- $g$  = aceleração da gravidade (ft/hr<sup>2</sup>)
- $\sigma_{fg}$  = tensão superficial na interface líquida vapor .. (lbf/ft)
- $\rho_f, \rho_g$  = densidade do líquido e vapor (lbm/ft<sup>3</sup>)
- $c_{sg}$  = constante adimensional que depende de vários fatores, dentre os quais, o grau de aquecimento entre o fluido e a superfície de aquecimento é o mais importante. Independe da pressão do sistema.

### b) Equação de Levy

Equação válida para a água quando  $100 < p < 2000$  psia

$$q'' = \frac{P^{4/3} \Delta t_{\text{sat}}^3}{495} \quad (\text{BTU/hr.ft}^2)$$

### 2.5 - Cálculo do fluxo de calor no Ponto de Leidenfrost

O ponto de Leidenfrost, como vimos, é o ponto em que o fluxo de calor começa novamente a crescer, isto é, o ponto onde termina a ebulição instável e começa a ebulição por película estável. É o chamado fluxo mínimo ( $\phi_{\text{min}}$ ).

Aproximadamente, quando  $\Delta t_{\text{sub}} = 0$ , temos:

$$\phi_{\text{min}} = \frac{\phi_{\text{max}}}{5} \quad (\text{Gambill})$$

Há, entretanto, várias expressões para determinar êsse fluxo, eis uma delas:

$$\phi_{\text{min}} = 0,09 h_{\text{fg}} \cdot \rho_V \left( \sigma \cdot g \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho_l} \right)^{1/4}$$

### 2.6 - Cálculo do fluxo de calor na região de ebulição por pelí cula estável

para cilindros:

$$h_{\text{convecção}} = 0,62 \left( \frac{D}{\lambda_c} \right)^{0,172} \cdot \left( \frac{k_V^3 \cdot \rho_V \cdot \Delta \rho \cdot h_{1V} \cdot g}{D \cdot \mu_V \cdot (t_w - t_{\text{sat}})} \right)^{1/4}$$

onde,

$k_V$  = condutividade do vapor

$\lambda_c = 2 \pi \left( \frac{\sigma}{g \cdot \Delta \rho} \right)^{1/2}$

V, l = significam vapor e líquido respectivamente.

para paredes verticais:

$$h_{\text{convecção}} = 0,80 \left( \frac{L}{\lambda_c} \right)^{0,172} \cdot \left( \frac{k_V^3 \cdot \rho_V \cdot \Delta \rho \cdot h_{1V} \cdot g}{L \cdot \mu_V \cdot (t_w - t_{\text{sat}})} \right)^{1/4}$$

Como nesta região já há uma influência marcante da radiação, devemos levar em conta, também, o coeficiente de película devido à radiação para determinar o coeficiente de película total.

Dos estudos da radiação temos:

$$h_{\text{rad}} = \sigma \cdot F \cdot \varepsilon (T_w^4 - T_{\text{sat}}^4) / (T_w - T_{\text{sat}})$$

onde,  $\varepsilon$  = emissividade de superfície

$\sigma$  = constante de Stefan-Boltzman

$F$  = fator de forma

Segundo W.R. Gambill o coeficiente de transmissão total deve ser:

$$h_t = h_{\text{conv}} + \frac{3}{4} h_{\text{rad}} \quad \text{para } h_{\text{rad}} < h_{\text{conv}}$$

Na expressão acima existe o fator 3/4 porque a radiação faz variar um pouco a espessura do filme de vapor, reduzindo assim o  $h_{\text{conv}}$ .

Quando tivermos  $h_{\text{rad}} > h_{\text{conv}}$ , o  $h_{\text{total}}$  será:

$$h_t = h_{\text{conv}} + h_{\text{rad}}$$

Neste último caso não há nenhum coeficiente porque a película de vapor já é estável.

## 2.7 - Grandezas características para a água

Para pressão igual a 1 atm = 14,22 psia

$$\Delta t_{\text{sat}} = t_w - t_{\text{sat}} \approx 5^\circ\text{C} \quad (\text{início da ebulição nucleada})$$

$$\Delta t_{\text{sat crit}} \approx 30^\circ\text{C}$$

$$\phi_c = 4 \cdot 10^5 \text{ BTU/hr.ft}^2 \quad (\text{para pressão 1 atm})$$

O fluxo crítico cresce, como vimos, com a pressão, até atingir o máximo quando a pressão é aproximadamente 1/3 da pressão crítica. Esse fluxo é:

$$\phi_c = 1,3 \cdot 10^6 \text{ BTU/hr.ft}^2 \quad \text{para } p \approx 11000 \text{ psia } (p_c = 3206,2 \text{ psia})$$

Ainda temos que para pressão igual a 15 psia:

$$h_{bo} = 11000 \text{ BTU/hr.ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F} \text{ - ebulição nucleada}$$

$$h_{fb} = 30 \text{ BTU/hr.ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F} \text{ - ebulição pelicular}$$

Todos os resultados e fórmulas para cálculos específicos apresentados nos itens 2.1, 2.2, 2.3 até 2.7 são aplicados somente para sistemas onde haja ebulição com grande quantidade de líquido.

D - HIDRODINÂMICA DOS SISTEMAS E QUEDA  
DE PRESSÃO DENTRO DE UM CANAL

1. HIDRO-DINÂMICA E QUEDA DE PRESSÃO

1.1 - Hidro-dinâmica dos sistemas estáveis

1.1.1 - Regimes de escoamento

A evolução do escoamento, ao longo de um canal aquecedor, de secção constante, cilíndrico, pode ser esquematizada pela figura 1, onde temos em abcissa o comprimento  $z$  do canal e em ordenada a temperatura ( $T$ ).

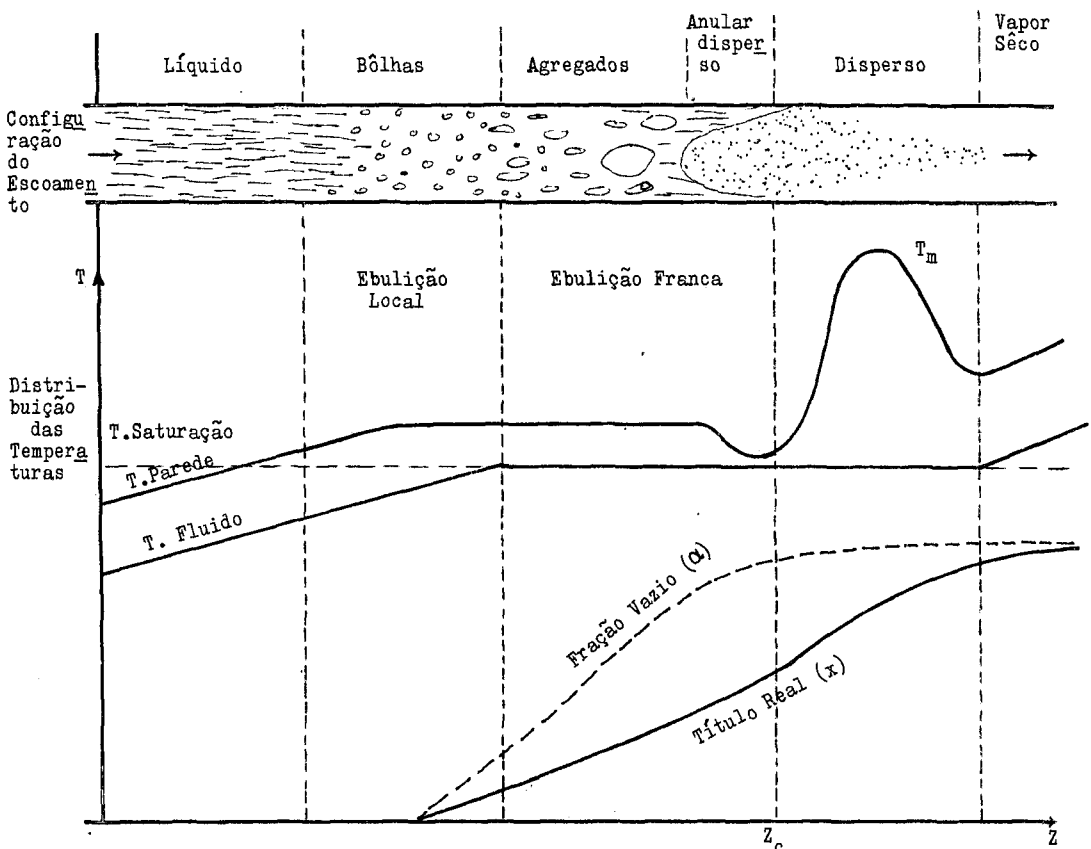


Fig.1 - Descrição de um canal aquecedor

Na figura 1 nós representamos:

a) O aspecto do escoamento fluido, quando a entalpia do fluido aumenta. Verificamos que o fluido entra no canal no estado líquido e assim permanece até atingirmos a zona de ebulição local, onde aparecem as primeiras bôlhas. A entalpia do fluido continua aumentando e tem início a ebulição franca onde as bôlhas se unem formando agregados, posteriormente o escoamento toma a forma da figura ou seja torna-se anular disperso. Finalmente, atingimos duas últimas fases do escoamento: disperso (vapor úmido) e vapor sêco.

b) A evolução da temperatura média do fluido e da temperatura da parede. Note-se que a partir da cota  $z_c$  a temperatura da parede aumenta brutalmente podendo causar o ..... "burnout".

c) A evolução do título do vapor ( $x$ ) com o comprimento do tubo e a evolução da fração ( $\alpha$ ), que definiremos no item 1.1.2, com o comprimento do tubo.

### 1.1.2 - Definições

a) Título ou qualidade do vapor ( $x$ )

$$x = \frac{\text{massa de vapor na mistura}}{\text{massa total da mistura}}$$

$$x = \frac{W_g}{W_g + W_f}$$

b) Fração vazia ("void fraction")

$$\alpha = \frac{\text{volume do vapor na mistura}}{\text{volume total da mistura (água + vapor)}}$$

A relação entre  $x$  e  $\alpha$  num sistema parado pode ser obtida assumindo um certo volume contendo 1 lbm de mistura em equilíbrio térmico.

O volume da mistura será igual a  $(v_f + xv_{fg}) \text{ ft}^3$  onde  $v$  é o volume específico ( $\text{lbm}/\text{ft}^3$ ).

$f$  - refere-se ao líquido

$g$  - refere-se ao vapor

$fg$  - refere-se à diferença entre líquido e vapor.

Numa mistura em equilíbrio, se o líquido e o vapor estão saturados, o volume do vapor presente é igual à sua massa, vezes seu volume específico  $v_g$ , assim é:

$$\alpha = \frac{xv_g}{v_f + xv_{fg}}$$

onde,

$x$  = massa vapor na mistura de 1 lbm

$v_f$  = volume específico do líquido

$v_g$  = volume específico do vapor

$v_{fg} = v_g - v_f$

Fazendo uma transformação na expressão acima, temos:

$$\alpha = \frac{xv_g}{v_f + x(v_g - v_f)} = \frac{xv_g}{xv_g + (1-x)v_f} = \frac{1}{1 + [(1-x)/x]v_f/v_g}$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + [(1-x)/x]v_f/v_g}$$

A fração vazia tem a influência de baixar a reatividade do núcleo nos reatores em que o refrigerante é também moderador.

Na equação acima os valores de  $x$  e  $v$  são tomados em tabelas termodinâmicas apropriadas para a pressão do sistema. A equação (1) mostra os grandes valores de  $\alpha$  para pequenos valores de  $x$ , especialmente para baixas pressões. Isto ocorre porque, aumentando

à pressão o  $v_g$  decresce muito enquanto que o  $v_f$  é mais ou menos da mesma ordem de grandeza.

Exemplo: Calcular o  $\alpha$  correspondente para  $x = 2\%$  para água leve à pressão atmosférica.

Da tabela para  $p = 1 \text{ atm}$

$$v_f = 0,01672 \text{ ft}^3/\text{lbm} \quad \text{e} \quad v_g = 26,800 \text{ ft}^3/\text{lbm}$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + [(1-0,02)/0,02] \cdot 0,01672/26,8} = 0,971 \text{ ou } 97,1\%$$

O gráfico abaixo mostra a variação do  $\alpha$  com  $x$  para várias pressões e para a água leve.

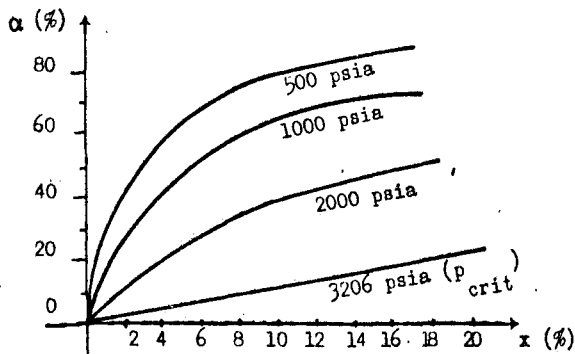


Fig. 2

#### Observações da curva:

- 1 - para  $x$  constante  $\alpha$  decresce com a pressão. Para pressões próximas da crítica  $\alpha$  aproxima-se rapidamente de  $x$ . Para a pressão crítica as duas fases são indistinguíveis e  $\alpha=x$ .
- 2 - para cada pressão,  $da/dx$  decresce com aumento de  $x$ .
- 3 - para baixos valores de  $x$  (que é o caso dos reatores tipo Boiling), quando  $p$  decresce  $da/dx$  cresce e torna-se muito grande para baixas pressões. Isto tem relação com a es

tabilidade do reator, como veremos mais tarde.

1.1.3 - Sistemas com fluxo

Tôdas as definições que nós vimos no item anterior referem-se à sistemas em que a mistura está fechada no recipiente. Neste caso não havia movimento relativo entre as duas fases. No entanto, se, as duas fases da mistura se movem na direção vertical em canais, entre os elementos combustíveis, o vapor, por causa de sua flutuação, tem a tendência de escorregar sôbre o líquido, isto é, move-se com velocidade maior do que a do líquido.

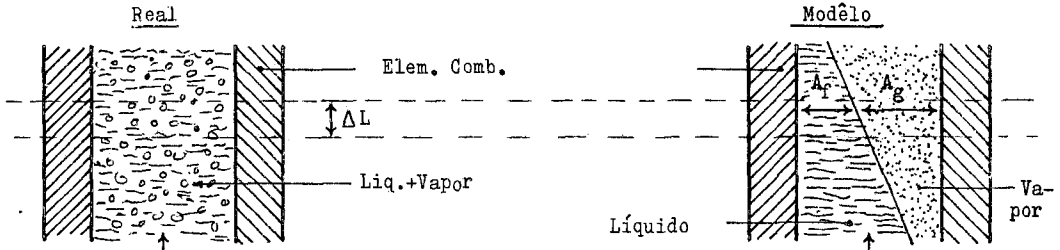


Fig. 3

Define-se, neste caso, a relação de escorregamento ("slip ratio") (S) como sendo,

$$S = \frac{V_g}{V_f}$$

onde,

$V_g$  = velocidade do vapor

$V_f$  = velocidade do líquido

S modifica as relações entre  $\alpha$  e  $x$  do item anterior. S geralmente  $> 1$ . Define-se, neste caso, qualidade do vapor ou título como sendo:

$$x = \frac{\text{fluxo de massa de vapor}}{\text{fluxo de massa da mistura}}$$

Então, se o fluxo de massa da mistura é  $\dot{m}_t$  (lbm/hr) o fluxo de vapor será  $= x \dot{m}_t$  e o fluxo de líquido será  $(1-x) \dot{m}_t$  onde  $x$

é o título do vapor para a particular secção ( $\Delta L$ ) da figura (3).

Devemos notar que neste caso  $x$  varia de secção para secção do tubo, o exposto no parágrafo acima vale considerando-se que  $x$  e  $\alpha$  permaneceram constantes na secção de espessura  $\Delta L$ .

Aplicando a equação da continuidade, as velocidades do vapor e líquido são dadas por:

$$V_g = \frac{\text{vazão}}{\text{area}} = \frac{x m_f^0 \cdot v_g}{A_g}$$

$$V_f = \frac{(1-x) m_t^0 \cdot v_f}{A_f}$$

onde  $A_g$  e  $A_f$  são as áreas médias, perpendiculares ao fluxo, se as duas fases são imaginadas completamente separadas uma da outra, (figura 3). Assim, temos:

$$S = \frac{V_g}{V_f} = \frac{x \cdot m_f^0 \cdot v_g \cdot A_f}{A_g (1-x) m_t^0 \cdot v_f} = \frac{x}{1-x} \cdot \frac{A_f}{A_g} \cdot \frac{v_g}{v_f} \quad (2)$$

Sabemos ainda que, para a secção considerada

$$\alpha = \frac{\text{volume do vapor na mistura}}{\text{volume total da mistura (água+vapor)}}$$

$$\alpha = \frac{A_g \cdot \Delta L}{(A_f + A_g) \Delta L} \quad \cdot \cdot \quad \alpha = \frac{A_g}{A_f + A_g}$$

ou

$$\frac{A_f}{A_g} = \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

Substituindo em (2) vem:

$$S = \frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{v_g}{v_f}$$

Esta expressão pode ser rearranjada e obteremos uma relação entre  $x$  e  $\alpha$  levando em conta o "escorregamento". Chega-se a:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left[ \frac{(1-x)}{x} \right] \psi} \quad (3)$$

onde,

$$\psi = \frac{v_f}{v_g} \cdot S$$

Note-se que quando  $S=1$  (não há escorregamento) caímos na expressão dada no item anterior.

O efeito do "escorregamento" é decrescer o valor de  $\alpha$ , para um mesmo  $x$ . Isto pode ser visto pela fórmula (3), pois  $S > 1$ . Logo  $\alpha$  decresce com acréscimo de  $S$ .

Um alto  $S$  é, então, uma vantagem tanto para a transferência de calor como para efeitos de moderação. É uma vantagem para transferência de calor porque alto  $S$  significa alto  $V_g$  e portanto maior turbulência e maior contato do líquido com as paredes quentes. Há também melhorias na estabilidade da reação nuclear, isto porque, como já dissemos, quando  $\frac{d\alpha}{dx}$  diminui a estabilidade aumenta, isso pode ser verificado observando a curva  $\alpha$  versus  $x$  para a água leve a 1.000 psia.

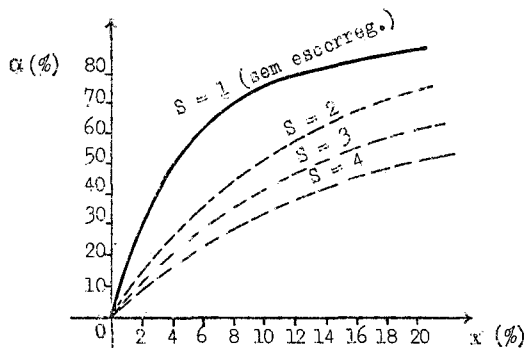


Fig. 4

A relação entre  $x$  e  $\alpha$  da equação (3) só vale para secção de tubo bem pequena.

Devemos notar que  $S$  varia também com a pressão e velocidade de de entrada do líquido no tubo. Este efeito pode ser observadona figura 5, abaixo, obtida esperimentalmente.

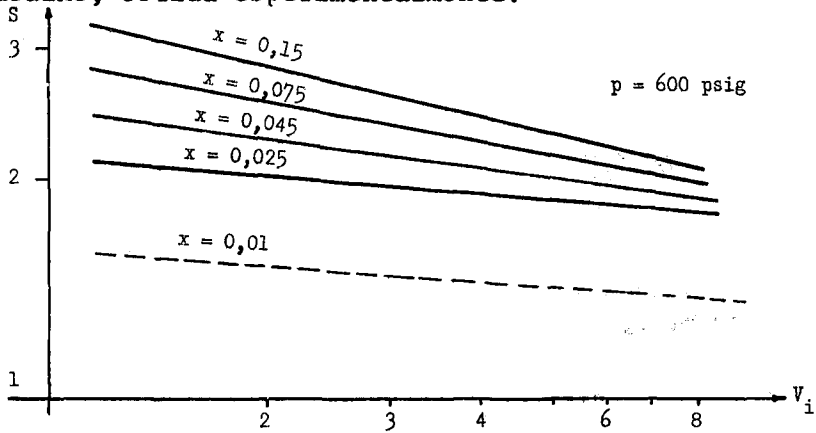


Fig. 5

Nos projetos de reatores, como veremos adiante, o valor  $\alpha$  geralmente é determinado por considerações nucleares (moderação). O valor de  $S$  é determinado através de uma estimativa, ou então através de um gráfico do tipo da figura 5. O correspondente valor de  $x$  pode ser obtido de uma fórmula empírica do tipo:

$$\frac{1}{x} = 1 - \left( \frac{v_g}{v_f} \right)^{0,67} \left[ 1 - \left( \frac{1}{\alpha} \right) (v_g/v_f)^{0,1} \right]$$

proposta por Von Glahn.

Em muitos casos assume-se  $S$  constante em todo o comprimento do canal, porém, é um erro que em muitos casos não pode ser cometido.

#### 4. REATORES EM QUE O LÍQUIDO É MODERADOR E CIRCUITO PRIMÁRIO AO MESMO TEMPO. BOILING-REACTOR (BWR)

A água ao se movimentar através dos vários canais do ....

Boiling-reactor, encontra várias resistências ao fluxo, que provocam uma redução de pressão no fluido.

As duas perdas mais importantes são: perda de pressão por atrito e perda de pressão causada pela aceleração do refrigerante ao aumentar de volume por receber calor num canal. Outras perdas de pressão seriam: a obstrução ao fluxo por corpos submersos (espaldadores, juntas de tubos, chaves etc) e por mudanças abruptas de área de fluxo, tanto na entrada como na saída do tubo.

Essas perdas de pressão devem ser conhecidas o melhor possível, principalmente nos reatores BWR. Para tanto, devemos saber o comprimento de canal em que não há a ebulição, isto é, qual o comprimento de canal em que o refrigerante vai da temperatura de sub-resfriamento até temperatura de saturação.

Seja o elemento combustível:

Aquecimento Uniforme

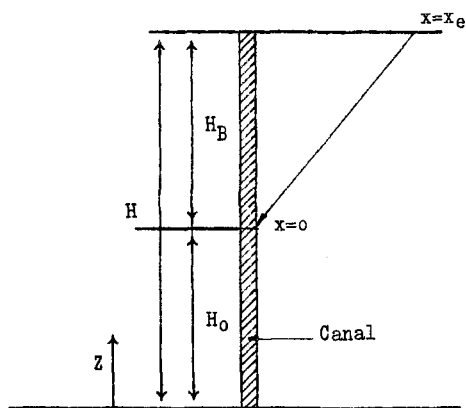


Fig. 6

Aquecimento Senoidal

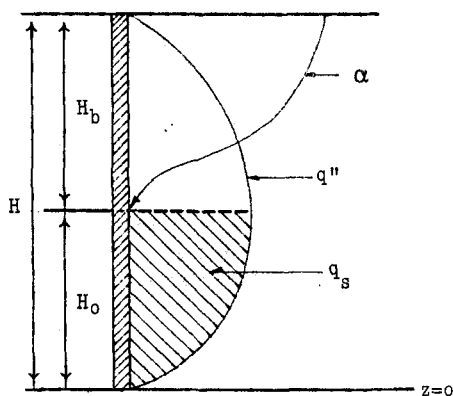


Fig. 7

onde,

- $H$  = comprimento do elemento combustível
- $H_0$  = cota onde o líquido se torna saturado
- $H_b$  = comprimento do elemento combustível em que ocorre ebulição.

$q_s$  = calor sensível acrescentado ao líquido para saturá-lo

$q_t$  = calor total acrescentado ao líquido em todo o comprimento do canal

$$\frac{q_s}{q_t} = \frac{\int_0^{H_0} q'_c \operatorname{sen}(\pi z/H) dz}{\int_0^H q'_c \operatorname{sen}(\pi z/H) dz} = \frac{1}{2} (1 - \cos \pi H_0/H) \quad (a)$$

A expressão (a) vale quando tivermos uma adição de calor senoidal para qualquer outra forma de adição de calor, faz-se um cálculo análogo.

Outra relação entre  $q_s$  e  $q_t$  é dada pela termodinâmica:

$$\frac{q_s}{q_t} = \frac{h_f - h_m}{(h_f + x_e \cdot h_{fg}) - h_m} \quad (b)$$

onde,

$h_f$  = entalpia para o líquido saturado à pressão correspondente (cota  $z = H_0$ )

$h_m$  = entalpia do líquido na entrada do canal.

$x_e$  = título do vapor na saída

$h_{fg} = (h_g - h_f)$

$h_g$  = entalpia do vapor

Com a relação (b) nós determinamos a relação  $q_s/q_t$  e, com uma relação do tipo (a) (conforme seja o adicionamento de calor ao líquido) podemos obter a relação  $H_0/H$  e conseqüentemente  $H_B/H$ .

## 2.1 - Perda de pressão num canal de evaporação

Neste item iremos determinar as perdas de pressão, mais representativas, que ocorrem num canal de evaporação de um reator.

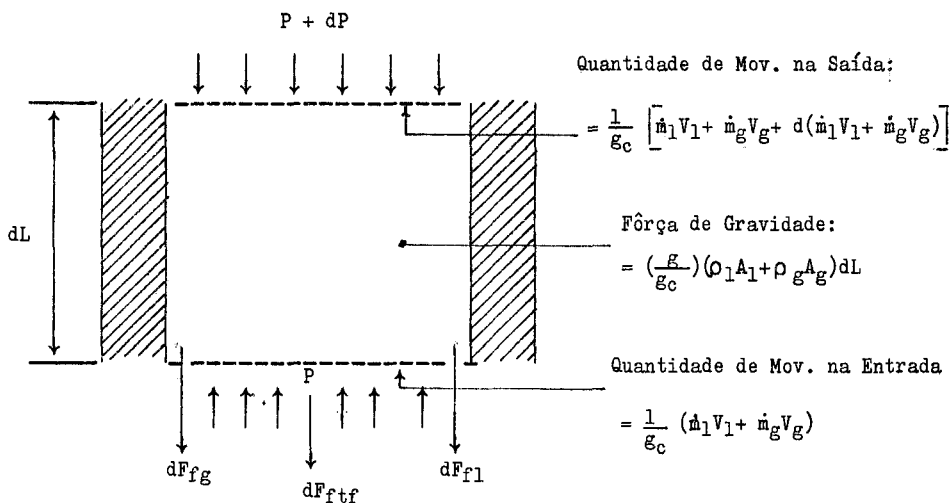


Fig. 8

onde,

- $m_l$  = descarga do líquido
- $m_g$  = descarga do vapor.
- $V_l$  = velocidade do líquido
- $V_g$  = velocidade do vapor
- $A_p$  = área transversal do canal
- $dF_{fg}$  = fôrça de atrito do vapor com parede
- $dF_{fl}$  = fôrça de atrito do líquido com parede
- $dF_{ftf}$  = fôrça de atrito das duas fases líquido+vapor

Fazendo o balanço das fôrças, considerando o sentido positivo na vertical, temos:

$$A_p (P - P - dP) - (dF_{fg} + dF_{ftf} + dF_{fl}) - \left(\frac{g}{g_c}\right) (\rho_l A_l + \rho_g A_g) dL = \frac{1}{g_c} \cdot d(m_l V_l + m_g V_g)$$

$$- dP = \frac{1}{A_p} (dF_{fg} + dF_{ftf} + dF_{fl}) + \frac{g}{g_c} \cdot \frac{1}{A_p} (\rho_l A_l + \rho_g A_g) dL + \frac{1}{g_c A_p} d(m_l V_l + m_g V_g)$$

Fazendo a integração, t̂ermo a t̂ermo, entre os dois extremos: entrada e saída, e considerando a pressão de entrada igual a  $P_o$  e a de saída igual a  $P_e$ , vem:

$$a) \int_o^e - dP = P_o - P_e = \Delta p$$

$$b) \int_0^e d \frac{F_{f1}}{A_p} = \int_0^e dp_1 = \Delta p_1 = \text{perda de pressão por atrito do líquido na altura } H_0.$$

Aplicando a fórmula de Darcy, vem:

$$\therefore \Delta p_1 = f \cdot \frac{H_0}{D_e} \cdot \frac{\rho \cdot V_1^2}{2g_c}$$

onde,

f = fator de atrito

$$c) \int_0^e d \left( \frac{F_{ftf}}{A_p} \right) = \Delta p_{tf} = \text{perda de pressão por atrito da mistura líquido + vapor no trecho de comprimento } H_B.$$

Para determinar esta perda de pressão define-se o fator de multiplicação  $\bar{R}$ .

$$\bar{R} = \frac{\Delta P_{tf}}{\Delta P_{1B}}$$

Sendo  $\Delta p_{1B}$  a perda de pressão se o comprimento todo fôr-se ocupado somente pelo líquido, assim:

$$\Delta p_{tf} = \bar{R} \cdot \Delta p_{1B}$$

O cálculo de  $\Delta p_{1B}$  pode ser feito pela fórmula de Darcy e o de  $\bar{R}$ , nós veremos no item seguinte:

$$\Delta p_{1B} = f \cdot \frac{H_B}{D_e} \cdot \frac{\rho V_1^2}{2g_c}$$

$$\therefore \Delta p_{tf} = \bar{R} \cdot f \cdot \frac{H_B}{D_e} \cdot \frac{\rho V_1^2}{2g_c}$$

$$d) \int_0^e d \left( \frac{F_g}{A_p} \right) = \Delta p_g = \text{perda de pressão por atrito do vapor}$$

No caso do reator BWR o título de saída é bem pequeno e, em nenhum caso ocorre a saída de vapor com  $x = 100\%$ , logo, a perda de pressão por atrito do vapor é nula; assim:

$$\Delta p_g = 0$$

$$e) \frac{g}{g_c} \cdot \frac{1}{A_p} \int_0^e (\rho_l A_l + \rho_g A_g) dL = \Delta p_H = \text{perda de pressão de vida ao desnível} \\ \text{(perda hidrostática)}$$

$$\Delta p_H = \frac{g}{g_c} \int_0^e \left( \rho_l \frac{A_l}{A_p} + \rho_g \frac{A_g}{A_p} \right) dL$$

como,

$$\alpha = \frac{A_g}{A_g + A_l} = \frac{A_g}{A_p}$$

$$1 - \alpha = \frac{A_l}{A_p}$$

temos,

$$\Delta p_H = \frac{g}{g_c} \int_0^e \left[ (1 - \alpha) \rho_l + \alpha \rho_g \right] dL = \bar{\rho} \cdot \frac{g}{g_c} \cdot L_{0e}$$

onde:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{L_{0e}} \int_0^e \left[ (1 - \alpha) \rho_l + \alpha \rho_g \right] dL \quad \text{(Densidade média no tubo)}$$

No nosso caso:

$$\Delta p_H = \bar{\rho} \cdot H \cdot \frac{g}{g_c}$$

$$f) \int_0^e \frac{d(m_1 v_1 + m_g v_g)}{g_c A_p} = \Delta p_a = \text{perda de pressão devido à aceleração do vapor}$$

$$v_1 = \frac{m_1 \cdot v_1}{A_1} = \frac{(1-x) \cdot m_T \cdot v_1}{A_1} = \frac{(1-x) \cdot m_T \cdot v_1}{(1-\alpha) A_p}$$

$$v_g = \frac{m_g \cdot v_g}{A_g} = \frac{x \cdot v_g}{\alpha A_p}$$

$$\Delta p_a = \left[ \frac{m_1 v_1 + m_g v_g}{g_c A_p} \right] \Big|_0^e = \frac{1}{g_c A_p} \left[ \frac{m_1 (1-x) m_T \cdot v_1}{(1-\alpha) \cdot A_p} + \frac{m_g \cdot x \cdot v_g \cdot m_T}{\alpha A_p} \right] \Big|_0^e =$$

$$= \frac{1}{g_c A_p^2} \left[ \frac{(1-x)^2 \cdot m_T^2 \cdot v_1}{1-\alpha} + \frac{x^2 \cdot m_T^2 \cdot v_g}{\alpha} \right] \Big|_0^e =$$

$$= \frac{1}{g_c A_p^2} \left[ \frac{(1-x_e)^2 \cdot m_T^2 \cdot v_1}{1-\alpha_e} + \frac{x_e^2 \cdot m_T^2 \cdot v_g}{\alpha_e} - \frac{(1-x_o)^2 \cdot m_T^2 \cdot v_1}{1-\alpha_o} - \frac{x_o^2 \cdot m_T^2 \cdot v_g}{\alpha_o} \right]$$

se,

$$x_o = 0 \quad (\text{só há água nesse trecho})$$

$$\alpha_o = 0$$

temos,

$$\Delta p_a = \frac{m_T^2}{g_c A_p^2} \left[ \frac{(1-x_e)^2 v_1}{1-\alpha_e} + \frac{x_e^2 \cdot v_g}{1-\alpha_e} - v_1 \right]$$

$$\therefore \Delta p_a = \frac{m_T^2 \cdot v_1}{g_c A_p^2} \left[ \frac{(1-x_e)^2}{1-\alpha_e} + \frac{x_e^2}{\alpha_e} \cdot \frac{v_g}{v_1} - 1 \right]$$

Fazendo,

$$\frac{m_T}{A_p} = G = \text{fluxo total da massa por unidade de \u00e1rea do canal}$$

$$r = \left[ \frac{(1-x_e)^2}{1-\alpha_e} + \frac{x_e^2}{\alpha_e} \cdot \frac{v_g}{v_l} - 1 \right] \cdot v_l$$

$$\Delta p_a = \frac{G^2}{g_c} \cdot r$$

Assim a perda de press\u00e3o total ser\u00e1:

$$\Delta p_t = P_o - P_1 = f \cdot \frac{H_o}{D} \cdot \frac{\rho_l v_l^2}{2g_c} + f \cdot \frac{H_e}{D_e} \cdot \frac{\rho_l v_l^2}{2g_c} \cdot \bar{R} + \bar{\rho} \cdot H \cdot \frac{g}{g_c} + \frac{G^2}{g_c} \cdot r$$

## 2.2 - Determina\u00e7\u00e3o do "fator de multiplica\u00e7\u00e3o" ( $\bar{R}$ )

### 2.2.1 - Rela\u00e7\u00e3o Martinelli-Nelson

Os autores Martinelli-Nelson determinaram, experimentalmente, \u00easse fator  $\bar{R}$  para varias  $L_{NB}/L_{total}$  em fun\u00e7\u00e3o da press\u00e3o e da qualidade de sa\u00edda do vapor no canal. Construiram, assim, v\u00e1rias curvas do tipo da figura 9.

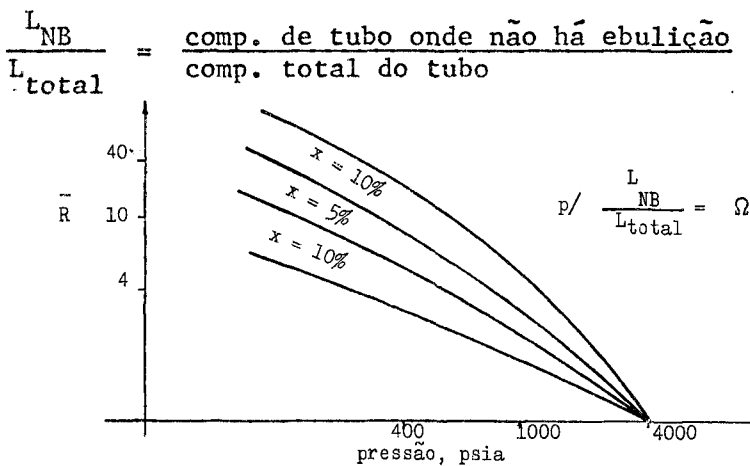


Fig. 9

É importante notar que a qualidade do vapor ( $x$ ) na saída não deve ser grande, pois, como vemos o valor de  $\bar{R}$  cresce muito com um aumento pequeno de  $x$ , e um valor de  $\bar{R}$  muito grande acarreta uma perda de pressão grande, pois:

$$\Delta p_{\text{duas fases}} = \bar{R} \cdot \Delta p_{\text{fase líquida}}$$

Para resolvermos um problema seguindo o critério de ... Martinelli, escolhemos a curva  $\bar{R} = f(p, x)$  (para a relação  $L_{NB}/L_T$  adequado) e tiramos  $\bar{R}$  com os valores de pressão  $p$  e título  $x$ .

As curvas  $\bar{R} = f(p, x, L_{NB}/L_T)$  encontram-se nos ANL 6469 e 6561.

### 2.2.2 - Relação Lottes-Flinn

Êstes autores estudaram o problema para o aquecimento uníforme do refrigerante com baixo título. Lottes-Flinn fizeram inúmeras experiências e verificaram que, para fluxo de calor uniforme e baixos títulos  $\bar{R}$  era independente do fluxo de calor, fluxo do refrigerante, escorregamento e apenas função de  $\alpha_e$ .

Como a quantidade de líquido é muito maior que a de vapor, a perda de pressão dá-se, principalmente, pelo atrito do líquido com a parede. Podemos, assim, escrever a fórmula de Darcy na forma diferencial:

$$dp_{tp} = f \cdot \frac{\rho_1 \cdot dz}{D_e} \cdot \frac{V_1^2}{2g_c}$$

onde,

- $V_1$  = velocidade do líquido saturado na cota  $z$ .
- $f$  = coeficiente atrito.
- $\rho_1$  = densidade do líquido saturado.

Teoricamente, a queda de pressão deve-se ao acréscimo de

velocidade do líquido e da diminuição da área  $A_1$  de fluxo do líquido.

$$\Delta p_{tp} = f \cdot \frac{\rho_1}{D_e \cdot 2g_c} \int_{H_0}^H v_1^2 dz$$

fazendo:

$$v_{10} = \frac{m_t v_{10}}{A_p} \quad (\text{velocidade do líquido na cota } z = H_0)$$

$$v_1 = \frac{(1-x) m_t v_1}{(1-\alpha) A_p} \quad (\text{velocidade do líquido na cota } z > H_0)$$

$\alpha \rightarrow$  fração vazio na cota  $z$  genérica.

$$\dots \frac{v_1}{v_{10}} = \frac{(1-x) m_t v_1}{(1-\alpha) A_p} \cdot \frac{A_p}{m_t v_{10}} = \frac{1}{1-\alpha}$$

$x \approx 0$  pois o título é baixo.

$$\Delta p_{tf} = f \cdot \frac{\rho_1}{2g_c D_e} \int_{H_0}^H \frac{v_{10}^2}{(1-\alpha)^2} dz$$

Para fazer a integral devemos achar a relação de variação entre  $\alpha$  e  $z$ . Como o fluxo de calor é uniforme, a qualidade é diretamente proporcional a  $z$ .

$$\dots x = x_e \frac{z}{H_B} \quad \dots z = \frac{H_B}{x_e} \cdot x$$

Sabemos ainda que (item 1.1.3):

$$\alpha = \frac{1}{1 + [(1-x)/x] \psi} = \frac{x}{x + \psi}$$

como,

$$(1-x) \approx 1$$

$$\psi = \frac{v_1}{v_g} \cdot S$$

temos

$$x = \frac{\alpha}{1-\alpha} \psi \quad \dots \quad x_e = \frac{\alpha_e}{1-\alpha_e} \psi \quad (\text{assumindo } S = \text{cte})$$

$$z = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e} \cdot H_B$$

$$dz = \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^2 \cdot \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e} \cdot H_B \cdot d\alpha$$

$$\dots \quad \Delta p_{tf} = f \cdot \frac{\rho_1 V_{10}^2}{2g_c D_e} \int_0^{\alpha_e} \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e} \cdot \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^4 \cdot d\alpha$$

O termo:  $\frac{f \cdot \rho_1 \cdot V_{10}^2}{2g_c D_e}$  é a parte de perda de pressão pelo líquido, ou seja  $\Delta p$  líquido saturado e, como

$$\bar{R} = \frac{\Delta p_{tf}}{\Delta p_{\text{líquido saturado}}}$$

temos que:

$$\bar{R} = \int_0^{\alpha_e} \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e} \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^4 d\alpha$$

$$\bar{R} = \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e} \left[ \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^3 \right]_0^{\alpha_e} = \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e} \left[ \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1-\alpha_e}\right)^3 - \frac{1}{3} \right]$$

$$\dots \quad \bar{R} = \frac{1}{3} \left[ 1 + \frac{1}{1-\alpha_e} + \left(\frac{1}{1-\alpha_e}\right)^2 \right]$$

Os valores de  $\bar{R}$  obtidos por esta expressão aproximam-se muito dos valores obtidos pelos ábacos de Martinelli.

E - EXPANSÃO E COMPRESSÃO DE UM FLUIDO - ANÁLISE HIDRODINÂMICA  
DE UM CIRCUITO EM CIRCULAÇÃO NATURAL

1. EXPANSÃO NO FLUXO DE UM FLUIDO

1.1 - Uma só fase

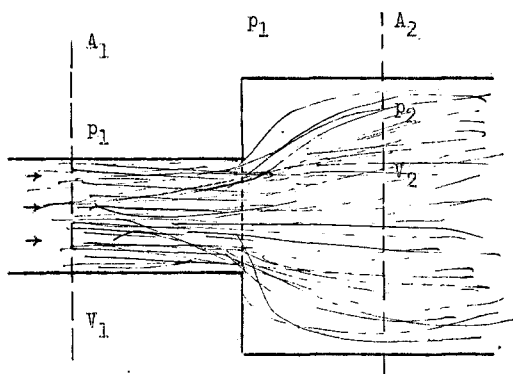


Figura 1

Há vários métodos para determinar a variação de pressão numa expansão de fluido, estudaremos o de Romie que é o que dá maior precisão.

Romie considera que a pressão  $p_1$  também atua na área  $A_2$  imediatamente após a expansão. Assim, fazendo o equilíbrio das forças nas secções tracejadas da figura 1, temos:

$$p_1 \cdot A_2 + \frac{m \cdot v_1}{g_c} = p_2 \cdot A_2 + \frac{m \cdot v_2}{g_c}$$

mas

$$m = \rho \cdot v_1 \cdot A_1$$

$$\rho \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho \cdot v_2 \cdot A_2 \quad \therefore \quad v_2 = \frac{v_1 \cdot A_1}{A_2}$$

logo

$$(p_1 - p_2) A_2 = \frac{m}{g_c} (v_2 - v_1) = \frac{m}{g_c} \cdot \left( \frac{v_1 \cdot A_1}{A_2} - v_1 \right)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho \cdot V_1^2 \cdot A_1}{g_c \cdot A_2} \left( \frac{A_1}{A_2} - 1 \right) = - \frac{\rho \cdot V_1^2}{g_c} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \left( 1 - \frac{A_1}{A_2} \right)$$

Chamando

$$k = 1 - \frac{A_1}{A_2} \quad \text{e} \quad \sigma_{12} = \frac{A_1}{A_2}, \quad \text{vem:}$$

$$P_1 - P_2 = - \frac{\rho \cdot V_1^2}{2g_c} \cdot (2\sigma_{12}) (1 - \sigma_{12})$$

Outra maneira de chegar à diferença de pressão ( $P_1 - P_2$ ) seria usar o coeficiente de perda da mecânica dos fluidos. Assim, o equilíbrio das pressões é:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho \frac{V_1^2}{g_c} = P_2 + \frac{1}{2} \rho \frac{V_2^2}{g_c} + k_{12} \cdot \rho \cdot \frac{V_1^2}{2g_c}$$

onde  $k_{12}$  = coeficiente de perda

$$k_{12} = (1 - \sigma_{12})^2 = \left( 1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2$$

Fazendo as transformações, chegamos à mesma expressão obtida pelo balanço das forças:

$$P_1 - P_2 = - \frac{\rho \cdot V_1^2}{2g_c} (2\sigma_{12}) (1 - \sigma_{12})$$

## 1.2 - Duas fases

Como há duas fases, a equação do balanço das forças fica um pouco alterada:

$$P_1 A_2 + \frac{m_{f1} \cdot V_{f1}}{g_c} + \frac{m_{g1} \cdot V_{g1}}{g_c} = P_2 A_2 + \frac{m_{f2} \cdot V_{f2}}{g_c} + \frac{m_{g2} \cdot V_{g2}}{g_c} \quad (a)$$

Sabendo que:

$$m_g = x \cdot m_t = \rho_g \cdot A \cdot \alpha \cdot V_g$$

$$m_f = (1-x) m_t = \rho_f \cdot A \cdot (1-\alpha) \cdot V_f$$

então

$$V_{f1} = \frac{1-x}{1-\alpha_1} \cdot \frac{m_t}{\rho_f A_1} \quad \text{e} \quad V_{f2} = \frac{1-x}{1-\alpha_2} \cdot \frac{m_t}{\rho_f A_2}$$

$$V_{g1} = \frac{x}{\alpha_1} \cdot \frac{m_t}{\rho_g A_1} \quad \text{e} \quad V_{g2} = \frac{x}{\alpha_2} \cdot \frac{m_t}{\rho_g A_2}$$

Nas expressões anteriores o  $x$  não varia porque a expansão é adiabática, porém, o  $\alpha$  varia devido a modificação do tamanho da bôlha.

Substituindo os valores das velocidades na expressão (a) vem:

$$(P_1 - P_2) A_2 = \frac{m_t^2}{\rho_f \cdot A_2} \cdot \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha_2)} \cdot \frac{1}{g_c} + \frac{x^2}{\alpha_2} \cdot \frac{m_t^2}{\rho_g \cdot A_2} \cdot \frac{1}{g_c} - \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha_1)} \cdot \frac{m_t^2}{\rho_f \cdot A_1} \cdot \frac{1}{g_c} - \frac{x^2}{\alpha_1} \cdot \frac{m_t^2}{\rho_g \cdot A_1} \cdot \frac{1}{g_c}$$

$$P_2 - P_1 = \frac{m_t^2}{g_c} \cdot \left[ \frac{(1-x)^2}{\rho_f} \cdot \left[ \frac{1}{(1-\alpha_1) A_1 A_2} - \frac{1}{(1-\alpha_2) A_2^2} \right] + \frac{x^2}{\rho_g} \cdot \left[ \frac{1}{\alpha_1 \cdot A_1 \cdot A_2} - \frac{1}{\alpha_2 \cdot A_2^2} \right] \right]$$

$$P_2 - P_1 = \frac{m_t^2}{g_c} \cdot \frac{1}{A_1 \cdot A_2} \cdot \frac{1}{\rho_f} \cdot \left[ (1-x)^2 \left[ \frac{1}{1-\alpha_1} - \frac{A_1}{A_2 (1-\alpha_2)} \right] + x^2 \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right) \cdot \left[ \frac{1}{\alpha_1} - \frac{A_1}{\alpha_2 \cdot A_2} \right] \right]$$

Se

$$\sigma_{12} = \frac{A_1}{A_2}$$

$$P_2 - P_1 = \frac{m_t^2}{g_c} \cdot \frac{1}{A_1 \cdot A_2} \cdot \frac{1}{\rho_f} \left[ (1-x)^2 \left[ \frac{1}{1-\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{1-\alpha_2} \right] + x^2 \cdot \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right) \cdot \left[ \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{\alpha_2} \right] \right]$$

Sabemos que:

$$m_t = V_o \cdot \rho_f \cdot A_1$$

Sendo  $V_o$  = velocidade do líquido num ponto onde não haja vapor

$$\dots P_2 - P_1 = \frac{V_o^2 \cdot \rho_f^2 \cdot A_1^2}{g_c \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \rho_f} \left[ (1-x)^2 \left[ \frac{1}{1-\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{1-\alpha_2} \right] + x^2 \frac{\rho_f}{\rho_g} \cdot \left[ \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{\alpha_2} \right] \right]$$

$$\dots P_2 - P_1 = \frac{\rho_f \cdot V_o^2}{2g_c} (2\sigma_{12}) \left[ x^2 \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right) \left( \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{\alpha_2} \right) + (1-x)^2 \left( \frac{1}{1-\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{1-\alpha_2} \right) \right]$$

Devemos notar que esta expressão também vale para quando temos uma fase, para isso basta fazer

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = \alpha_2 = 0 \\ x = 0 \end{array} \right] \text{ e recairemos na fórmula do item anterior}$$

Observemos que neste caso o termo:  $x^2 \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right) \left( \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{\alpha_2} \right)$  não

tem significado, pois corresponde à mudança de fase.

## 2. CONTRAÇÃO NO FLUXO DE UM FLUIDO

### 2.1 - Uma só fase

Aqui ocorre um fenômeno importante, pois, o fluido ao ser contraído não vai diretamente da área  $A_1$  para a área  $A_2$ , mas êle contrai-se até uma área  $A_0$  e depois expande-se até  $A_2$ .

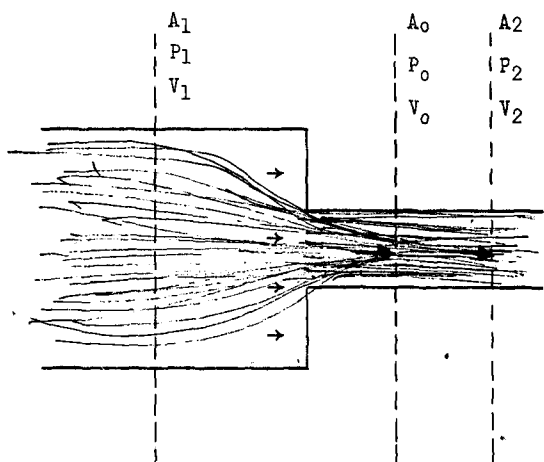


Figura 2

Fazendo o equilíbrio das pressões entre os planos (1) - (0) vem:

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho \cdot V_1^2}{g_c} = P_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho \cdot V_0^2}{g_c} \quad (b)$$

Fazendo equilíbrio da expansão (0) - (2) vem:

$$P_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho \cdot V_0^2}{g_c} = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho \cdot V_2^2}{g_c} + k \cdot \rho \cdot \frac{V_2^2}{2g_c} \quad (c)$$

Subtraindo (b) - (c)

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho \cdot V_1^2}{g_c} = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho \cdot V_2^2}{2g_c} + k \cdot \rho \cdot \frac{V_2^2}{2g_c}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho \cdot V_2^2}{2g_c} \cdot (1 + k) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho \cdot V_1^2}{g_c}$$

$$k = \left(1 - \frac{A_0}{A_2}\right)^2 = (1 - \sigma_c)^2$$

$$\frac{A_0}{A_2} = \sigma_c$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \sigma_{21}$$

Weisback obteve várias relações entre  $\sigma_{ij}$  e  $\sigma_c$

$\sigma_{ij}$	0,1	0,2	0,3
$\sigma_c$	0,624	0,632	0,643

Como:

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad V_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot V_2 = \sigma_{21} \cdot V_2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho \cdot V_2^2}{2g_c} \cdot (1+k) - \frac{\rho}{2g_c} \cdot \sigma_{21}^2 \cdot V_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho \cdot V_2^2}{2g_c} \cdot (1 + k - \sigma_{21}^2)$$

## 2.2 - Duas fases

O valor de k pode ser aproximado para

$$k = a(1 - \sigma_{21}^2)$$

onde, segundo Richardson's, para fluxo de duas fases podemos supôr  
 $a = 0,2$ .

Para fluxo homogêneo sabemos que:



Determinar a velocidade em (7) para que tenhamos circulação natural. Determinar também as perdas de pressão em todos os trechos da caldeira.

### 3.1 - Contração das secções (1) - (2)

Como já vimos, a equação do balanço das pressões é:

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_1 \cdot V_1^2}{g_c} = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_2 \cdot V_2^2}{g_c} + k_{12} \cdot \frac{\rho_2 \cdot V_2^2}{2g_c}$$

e havendo uma só fase  $k_{12} = (1 - \sigma_c)^2 = \left(1 - \frac{A_{o2}}{A_2}\right)^2$  e sendo

$$\rho_1 = \rho_2$$

$$V_1 \ll V_2$$

vem:

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho_2 \cdot V_2^2}{2g_c} \cdot (1 + k_{12})$$

Colocando em termos de  $V_7$  temos:

$$A_2 \cdot V_2 \cdot \rho_2 = A_7 \cdot V_7 \cdot \rho_7 \quad (\text{continuidade})$$

$$\therefore V_2 = V_7 \cdot \frac{A_7}{A_2} \cdot \frac{\rho_7}{\rho_2} = V_7 \cdot \sigma_{72} \cdot \frac{\rho_7}{\rho_2}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho_2 \cdot V_7^2}{2g_c} \cdot \sigma_{72}^2 \cdot \left(\frac{\rho_7}{\rho_2}\right)^2 \cdot (1 + k_{12})$$

fazendo

$$N_{12} = \left(\frac{\rho_7}{\rho_2}\right) \cdot \sigma_{72}^2 \cdot (1 + k_{12})$$

$$P_1 - P_2 = N_{12} \cdot \left(\frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}\right)$$

### 3.2 - Perda de carga no trecho (2) - (3)

Como há apenas uma fase, só temos perdas por "atritos" e perdas "hidrostáticas".

Sendo, como já vimos:

$$P_{2-P_3} = \underbrace{f_{23} \cdot \frac{L_{23}}{D_2} \cdot \left(\frac{\rho_2 \cdot V_2^2}{2g_c}\right)}_{\text{atrito}} - \underbrace{L_{23} \cdot \frac{g}{g_c} \cdot \bar{\rho}}_{\text{hidrostática}}$$

Substituindo  $V_2$  pela relação do item anterior e tendo em conta que  $\bar{\rho} = \rho_2$  vem:

$$P_{2-P_3} = f_{23} \cdot \frac{L_{23}}{D_2} \cdot \left[ \frac{\rho_2}{2g_c} \cdot V_7^2 \cdot \sigma_{72}^2 \cdot \left(\frac{\rho_7}{\rho_2}\right)^2 \right] - \rho_2 \cdot L_{23} \cdot \frac{g}{g_c}$$

Se

$$N_{23} = f_{23} \cdot \frac{L_{23}}{D_2} \cdot \sigma_{72}^2 \cdot \frac{\rho_7}{\rho_2}$$

$$P_{2-P_3} = N_{23} \cdot \left(\frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}\right) - \rho_2 \cdot L_{23} \cdot \frac{g}{g_c}$$

### 3.3 - Expansão nas secções (3) - (4)

Como vimos, o balanço das pressões é:

$$P_3 + \frac{\rho_3 \cdot V_3^2}{2g_c} = P_4 + \frac{\rho_4 \cdot V_4^2}{2g_c} + k_{34} \cdot \frac{\rho_3 \cdot V_3^2}{2g_c}$$

onde,

$$k_{34} = \left(1 - \frac{A_3}{A_4}\right)^2 = (1 - \sigma_{34})^2$$

$$P_{3-P_4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_4 \cdot V_4^2}{g_c} + (k_{34} - 1) \cdot \frac{\rho_3 \cdot V_3^2}{2g_c}$$

Sendo

$$\rho_3 = \rho_4$$

$$\rho_3 \cdot A_3 \cdot V_3 = \rho_7 \cdot A_7 \cdot V_7 \quad \longrightarrow \quad V_3 = V_7 \cdot \frac{A_7}{A_3} \cdot \frac{\rho_7}{\rho_3}$$

$$\rho_4 \cdot A_4 \cdot V_4 = \rho_7 \cdot A_7 \cdot V_7 \quad \longrightarrow \quad V_4 = V_7 \cdot \frac{A_7}{A_4} \cdot \frac{\rho_7}{\rho_4}$$

$$P_3 - P_4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_4}{g_c} \cdot V_7^2 \cdot \left(\frac{A_7}{A_4}\right)^2 \left(\frac{\rho_7}{\rho_4}\right)^2 + (k_{34} - 1) \cdot \frac{\rho_4 \cdot V_7^2}{g_c} \cdot \left(\frac{A_7}{A_3}\right)^2 \cdot \left(\frac{\rho_7}{\rho_4}\right)^2$$

$$P_3 - P_4 = \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \left[ \sigma_{74}^2 + (k_{34} - 1) \cdot \sigma_{73}^2 \right] \cdot \frac{\rho_7}{\rho_4}$$

Se

$$N_{34} = \frac{\rho_7}{\rho_4} \left[ \sigma_{74}^2 + (k_{34} - 1) \cdot \sigma_{73}^2 \right] \quad (\text{No caso } N_{34} \text{ é negativo})$$

$$P_3 - P_4 = N_{34} \left( \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \right)$$

### 3.4 - Contração nas secções (5) - (6)

Ainda temos uma só fase e fazendo o balanço das pressões como fizemos no item 3.1 vem:

$$P_5 + \frac{\rho_5 \cdot V_5^2}{2g_c} = P_6 + \frac{\rho_6 \cdot V_6^2}{2g_c} + k_{56} \cdot \frac{\rho_6 \cdot V_6^2}{2g_c}$$

$$k_{56} = (1 - \sigma_c)^2 = \left(1 - \frac{A_{o6}}{A_6}\right)^2$$

$$P_5 - P_6 = (1 + k_{56}) \cdot \frac{\rho_6 \cdot V_6^2}{2g_c} - \frac{\rho_5 \cdot V_5^2}{2g_c}$$

Como

$$\rho_5 = \rho_6$$

$$A_5 \cdot V_5 \cdot \rho_5 = A_6 \cdot V_6 \cdot \rho_6 \quad \dots \quad V_5 = V_6 \cdot \frac{A_6}{A_5} = V_6 \cdot \sigma_{65}$$

$$P_5 - P_6 = (1+k_{56}) \cdot \frac{\rho_6 \cdot V_6^2}{2g_c} - \frac{\rho_6 \cdot V_6^2 \cdot \sigma_{65}^2}{2g_c} = \frac{\rho_6 \cdot V_6^2}{2g_c} \cdot (1+k_{56} - \sigma_{65}^2)$$

Sendo

$$V_6 = V_7 \cdot \frac{A_7}{A_6} \cdot \frac{\rho_7}{\rho_6} = V_7 \cdot \sigma_{76} \cdot \frac{\rho_7}{\rho_6}$$

$$P_5 - P_6 = \frac{\rho_6 \cdot V_7^2 \cdot \sigma_{76}^2}{2g_c} \cdot \left(\frac{\rho_7}{\rho_6}\right)^2 \cdot (1+k_{56} - \sigma_{65}^2)$$

Se

$$N_{56} = \frac{\rho_7}{\rho_6} \cdot \sigma_{76}^2 \cdot (1+k_{56} - \sigma_{65}^2)$$

$$P_5 - P_6 = N_{56} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}$$

### 3.5 - Perdas de pressão nas zonas (6) - (7) - Pré-aquecimento

Nesta região temos perdas "por atrito" e "hidrostáticas". Não há perda por aceleração, pois, ainda não houve formação de bô-lhas.

Fazendo balanço das pressões temos:

$$P_6 = P_7 + \bar{\rho}_{67} \cdot L_{67} \cdot \frac{g}{g_c} + f_{67} \cdot \frac{L_{67}}{D_6} \cdot \left(\frac{\bar{\rho}_{67} \cdot V_7^2}{2g_c}\right)$$

$\bar{\rho}_{67}$  e  $f_{67}$  são tomados como valores médios

$$P_6 - P_7 = f_{67} \cdot \frac{L_{67}}{D_6} \cdot \frac{\bar{\rho}_{67} \cdot V_7^2}{2g_c} \cdot \frac{\rho_7}{\rho_7} + \bar{\rho}_{67} \cdot L_{67} \cdot \frac{g}{g_c}$$

Se

$$N_{67} = \frac{f_{67} \cdot L_{67}}{D_6} \cdot \frac{\bar{\rho}_{67}}{\rho_7}$$

$$P_6 - P_7 = N_{67} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} + \bar{\rho}_{67} \cdot L_{67} \cdot \frac{g}{g_c}$$

3.6 - Perda de pressão nas zonas (7) - (8) - Zona de ebulição

Nesta região já temos o aparecimento de bôlhas, logo a perda de pressão será devida às três parcelas: aceleração, atrito das duas fases líquidas + vapor e hidrostática.

Assim:

$$P_7 - P_8 = \Delta P_{\text{atrito}} + \Delta P_{\text{acel}} + \Delta P_H$$

$$\Delta P_{\text{atrito}} = \bar{R} \cdot f_7 \cdot \frac{L_{78}}{D_7} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \quad \left[ \bar{R} = \text{fator multiplicativo} \right]$$

$$\Delta P_{\text{acel}} = r \cdot \frac{G^2}{g_c}$$

onde,

$$G = \rho \cdot V$$

$$r = \left[ \frac{(1-x)^2}{1-\alpha} + \frac{x^2}{\alpha} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right] \cdot \frac{1}{\rho_f}$$

$$\Delta P_{\text{acel}} = \frac{r \cdot \rho_7^2 \cdot V_7^2}{g_c} = 2r \cdot \rho_7 \left( \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \right)$$

$$\Delta P_H = \bar{\rho}_{78} \cdot L_{78} \cdot \frac{g}{g_c}$$

$$\bar{\rho}_{78} = \frac{1}{L_{78}} \int_7^8 \left[ (1-\alpha) \cdot \rho_{\text{liq}} + \alpha \cdot \rho_v \right] dL = \rho_7 (1 - \bar{\alpha}_{78})$$

$\bar{\alpha}_{78}$  = fração de vazio média entre 7 e 8.

$$\Delta P_H = \rho_7 (1 - \bar{\alpha}_{78}) \cdot \frac{g}{g_c} \cdot L_{78}$$

$$P_7 - P_8 = \bar{R} \frac{f_7 \cdot L_{78}}{D_7} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} + 2r \cdot \rho_7 \left( \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \right) + \rho_7 (1 - \bar{\alpha}_{78}) \cdot \frac{g}{g_c} \cdot L_{78}$$

Se

$$N_{78} = \bar{R} \cdot \frac{f_7 \cdot L_{78}}{D_7} + 2 \cdot r \cdot \rho_7$$

$$P_7 - P_8 = N_{78} \cdot \left( \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \right) + \rho_7 (1 - \bar{\alpha}_{78}) \cdot \frac{g}{g_c} \cdot L_{78}$$

### 3.7 - Expansão nas seções 8 e 9

No caso, há uma expansão com duas fases e como vimos no item 1.2 a variação de pressão era dada por:

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho_f \cdot V_o^2}{2g_c} \cdot (2 \sigma_{12}) \cdot \left[ x^2 \cdot \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right) \cdot \left( \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{\alpha_2} \right) + (1-x)^2 \cdot \left( \frac{1}{1-\alpha_1} - \frac{\sigma_{12}}{1-\alpha_2} \right) \right]$$

Aplicando ao nosso caso:

$$\rho_f = \rho_7$$

$$V_g = V_f = V_7$$

$$P_8 - P_9 = - \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} (2 \sigma_{89}) \cdot \left[ x^2 \cdot \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right) \cdot \left( \frac{1}{\alpha_8} - \frac{\sigma_{89}}{\alpha_9} \right) + (1-x)^2 \cdot \left( \frac{1}{1-\alpha_8} - \frac{\sigma_{89}}{1-\alpha_9} \right) \right]$$

Se

$$N_{89} = 2 \sigma_{89} \left[ x^2 \cdot \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right) \cdot \left( \frac{1}{\alpha_8} - \frac{\sigma_{89}}{\alpha_9} \right) + (1-x)^2 \cdot \left( \frac{1}{1-\alpha_8} - \frac{\sigma_{89}}{1-\alpha_9} \right) \right]$$

$$P_8 - P_9 = - N_{89} \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}$$

### 3.8 - Perda de pressão no trecho 9 e 10

No referido trecho temos apenas perda de pressão por atrito da fase líquido + vapor, e perda hidrostática. Não há perda por aceleração do vapor, pois, êste não recebe mais calor e portanto

não há variação no  $\alpha$ .

$$P_9 - P_{10} = \Delta P_H + \Delta P_{\text{atrito}}$$

$$\Delta P_H = \bar{\rho}_{9.10} \cdot L_{9.10} \cdot \frac{g}{g_c}$$

$$\bar{\rho}_{9.10} = \frac{1}{L_{9.10}} \int_9^{10} \left[ (1-\alpha) \rho_{\text{líqu.}} + \alpha \rho_v \right] dL = (1-\alpha_9) \rho_7$$

No caso  $\bar{\alpha} = \alpha_9$  (não há variação de forma)

$$\Delta P_H = (1-\alpha_9) \rho_7 \left( \frac{g}{g_c} \right) \cdot L_{9.10}$$

$$\Delta P_{\text{atrito}} = \bar{R} \cdot \frac{f_9 \cdot L_{9.10}}{D_9} \cdot \frac{\rho_9 \cdot V_9^2}{2g_c}$$

Supondo

$$V_7 = V_8$$

$$\rho_9 = \rho_8 = \rho_7$$

$$V_9 = V_8 \cdot \frac{A_8}{A_9} = V_7 \cdot \sigma_{89}$$

$$\Delta P_{\text{atrito}} = \bar{R} \cdot \frac{f_9 \cdot L_{9.10}}{D_9} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2 \cdot \sigma_{89}^2}{2g_c}$$

$$P_9 - P_{10} = \bar{R} \cdot \frac{f_9 \cdot L_{9.10}}{D_9} \cdot \sigma_{89}^2 \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} + (1-\alpha_9) \rho_7 \left( \frac{g}{g_c} \right) L_{9.10}$$

Se

$$N_{9.10} = \bar{R} \cdot \frac{f_9 \cdot L_{9.10}}{D_9} \cdot \sigma_{89}^2$$

$$P_9 - P_{10} = N_{9.10} \left( \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \right) + (1-\alpha_9) \rho_7 \left( \frac{g}{g_c} \right) L_{9.10}$$

### 3.9 - Perda de pressão na expansão 9 - 10

Analogamente à expansão 8 - 9 temos:

$$P_{10} - P_{11} = -\rho_7 \cdot \frac{v_{10}^2}{2g_c} \cdot (2\sigma_{10-11}) \left[ x^2 \cdot \frac{\rho_f}{\rho_g} \left( \frac{1}{\alpha_{10}} - \frac{\sigma_{10-11}}{\alpha_{11}} \right) + \right. \\ \left. + (1-x)^2 \cdot \left[ \frac{1}{1-\alpha_{10}} - \frac{\sigma_{10-11}}{1-\alpha_{11}} \right] \right]$$

Se

$$v_{10} = v_9 = v_8 \cdot \frac{A_8}{A_9} = v_7 \sigma_{89}$$

$$P_{10} - P_{11} = -\sigma_7 \cdot \frac{v_7^2}{2g_c} \cdot \sigma_{89}^2 (2\sigma_{10-11}) \cdot \left[ x^2 \cdot \frac{\rho_f}{\rho_g} \cdot \left( \frac{1}{\alpha_{10}} - \frac{\sigma_{10-11}}{\alpha_{11}} \right) + \right. \\ \left. + (1-x)^2 \cdot \left( \frac{1}{1-\alpha_{10}} - \frac{\sigma_{10-11}}{1-\alpha_{11}} \right) \right]$$

$$N_{10-11} = 2\sigma_{10-11} \cdot \sigma_{89}^2 \left[ x^2 \cdot \frac{\rho_f}{\rho_g} \cdot \left( \frac{1}{\alpha_{10}} - \frac{\sigma_{10-11}}{\alpha_{11}} \right) + (1-x)^2 \cdot \right. \\ \left. \left( \frac{1}{1-\alpha_{10}} - \frac{\sigma_{10-11}}{1-\alpha_{11}} \right) \right]$$

$$P_{10} - P_{11} = -N_{10-11} \cdot \left( \frac{\rho_7 \cdot v_7^2}{2g_c} \right)$$

### 3.10 - Cálculo de $v_7$

Fazendo a somatória de todas as expressões ( $P_i - P_j$ ) tere-

mos:

$$P_1 - P_2 = N_{12} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}$$

$$P_2 - P_3 = N_{23} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} - \rho_2 \cdot L_{23} \cdot \frac{g}{g_c}$$

$$P_3 - P_4 = N_{34} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}$$

$$P_4 - P_5 = 0$$

$$P_5 - P_6 = N_{56} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}$$

$$P_6 - P_7 = N_{67} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} + \bar{\rho}_{67} \cdot L_{67} \cdot \frac{g}{g_c}$$

$$P_7 - P_8 = N_{78} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} + \rho_7 (1 - \bar{\alpha}_{78}) \cdot L_{78} \cdot \frac{g}{g_c}$$

$$P_8 - P_9 = -N_{89} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}$$

$$P_9 - P_{10} = N_{9.10} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} + (1 - \alpha_9) \cdot \rho_7 \cdot L_{9.10} \cdot \frac{g}{g_c}$$

$$P_{10} - P_{11} = -N_{10-11} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c}$$

$$P_1 - P_{11} = \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \sum_i N_{ij} + \left[ -\rho_2 \cdot L_{23} + \bar{\rho}_{67} \cdot L_{67} + \rho_7 \cdot \right.$$

$$\left. (1 - \bar{\alpha}_{78}) \cdot L_{78} + (1 - \alpha_9) \cdot \rho_7 \cdot L_{9.10} \right] \cdot \frac{g}{g_c}$$

Por outro lado sabemos que, como secções 1 e 11 estão no mesmo nível:

$$P_1 - P_{11} = 0$$

$$\frac{g_c}{g} \cdot \frac{\rho_7 \cdot V_7^2}{2g_c} \cdot \sum_i N_{ij} = \rho_2 \cdot L_{23} - \bar{\rho}_{67} \cdot L_{67} - \rho_7 (1 - \bar{\alpha}_{78}) \cdot L_{78} - (1 - \alpha_9) \cdot \rho_7 \cdot L_{9.10} \cdot \frac{g}{g_c}$$

$$V_7 = \sqrt{\frac{2g(\rho_2 \cdot L_{23} - \bar{\rho}_{67} \cdot L_{67} - \rho_7 \cdot (1 - \bar{\alpha}_{78}) \cdot L_{78} - (1 - \alpha_9) \rho_7 \cdot L_{9.10})}{\rho_7 \cdot \sum_i N_{ij}}}$$

Com êsse valor de  $V_7$  podemos determinar tôdas as variações de pressão ( $P_i - P_j$ ).

#### BIBLIOGRAFIA

- W.R. Gambill - Notas de aula dos seminários realizados no Instituto de Energia Atômica de São Paulo em 1966 (roteiro).
- W.R. Gambill - Nuclear Safety
  - Vol. 9 - nº 5 e 6
  - Vol. 6 - nº 2 (pag. 152)
  - Vol. 4 - nº 1 (pag. 30)
  - Vol. 5 - nº 2 (pag. 151)
- W.R. Gambill - Chemical Eng. Prog. nº 54 (Outubro)
- El Wakil - Nuclear Power
- Jakob, Max - Heat Transfer (vol. I)
- Mc Adams - Heat Transmission
- Paul A. Lottes - Argonne National Laboratory
  - ANL - 6469
  - ANL - 6561

- Knudsen e Katz - Fluid Dynamics and Heat Transfer
- Frank Kreith - Principles of Heat Transfer
- "Journées Internationales de la transmission de la chaleur"  
Seminários realizados em Paris em 1961 sob a supervisão do  
Prof. Marcel Véron.
- Notas de aula da Cadeira de Termodinâmica I e Transmissão da  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.