



22 a 27 de abril de 1990

ANAIS - PROCEEDINGS

## SIMULADOR DE UM SISTEMA DE DETECÇÃO DE FALHAS PARA SENSORES REDUNDANTES

Eduardo O. ASSUMPCÃO FILHO  
Horácio NAKATA

COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR - CNEN/SP  
INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES - IPEN  
Caixa Postal 11049 - Pinheiros  
05499 - São Paulo - BRASIL

### SUMÁRIO

Foi desenvolvido um simulador de um sistema de detecção de falhas(SDF) para sinais provenientes de sensores redundantes utilizando a técnica de Monte-Carlo. O método baseia-se no modelo de teste seqüencial de probabilidades desenvolvido por A. Wald e os resultados do simulador foram comparados favoravelmente contra resultados de experiências em túnel de vento com tres termopares redundantes. O simulador foi escrito para microcomputador IBM-PC e pode ser utilizado para calibrar um SDF de qualquer sistema de sensores redundantes bastando conhecer-se a estatística do ruído.

### ABSTRACT

A failure detection and isolation system(FDI) simulation program has been developed for IBM-PC microcomputers. The program, based on the sequential likelihood ratio testing method developed by A. Wald, was implemented with the Monte-Carlo technique. The calculated failure detection rate was favorably compared against the wind-tunnel experimental redundant temperature sensors.

## 1. INTRODUÇÃO

A operação segura de plantas nucleares depende da qualidade de desempenho do sistema de monitoração e controle da mesma. Esse sistema, por sua vez, depende da correção dos sinais analógicos ou digitais coletados em diversos pontos do sistema nuclear.

Em casos de falha de um detetor é desejável que o sinal falho seja identificado e isolado no menor intervalo de tempo possível, afim de rapidamente assegurar a possibilidade de utilização dos sinais não falhos para decisão e alteração do regime de operação da planta. Na prática, porém, os sinais são contaminados por ruídos, tanto da planta nuclear como do sistema de detecção, nem sempre permitindo identificar-se de imediato falha de sensores sem incorrer em altas taxas de alarmes falsos. O método de votação majoritária dos sinais instantâneos de sensores redundantes não permite distinguir entre oscilação espúria e falha de pequena magnitude. Embora o método de estimativa ótima de Kalman possa identificar tanto falha do sistema de detecção como falha da planta nuclear, há comprometimento da carga computacional na maioria dos casos.

Este trabalho tem por objetivo a construção de um modelo numérico de sistema de detecção de falhas baseado no teste seqüencial desenvolvido por Wald[1] em 1943. Este modelo, válido para processo Gauss-Markoviano, tem a finalidade principal de permitir a obtenção de parâmetros de ajuste do sistema de detecção de falhas sem a necessidade de ajuste experimental.

O sistema de detecção de falhas baseado no método de análise seqüencial de probabilidades desenvolvido por Wald acusa em menor tamanho possível de amostragem o estado da população em questão assumindo-se constante o estado durante a coleta da amostra. Chien e Adams[2] estenderam o método de Wald para casos em que há mudança de estado durante a coleta de amostragem, desenvolvendo um controle subótimo baseando-se somente em taxas de alarmes falsos. Os sinais provenientes de sensores redundantes existentes numa instalação nuclear são analisados a cada coleta e o diagnóstico é fornecido a cada instante indicando se são confiáveis ou não.

No presente trabalho apresenta-se uma breve descrição do método de Wald, seguido de modelagem numérica do sistema de detecção de falhas e comparações frente aos resultados experimentais.

## 2. MÉTODO DE ANÁLISE SEQÜENCIAL DE PROBABILIDADES

O método de análise seqüencial de sinais estocásticos desenvolvido por Wald é brevemente descrito nos parágrafos abaixo.

Quando se deseja testar uma hipótese  $H$  genérica com base na coleta de uma amostra de tamanho  $n$  a decisão entre aceitar  $H$  ou rejeitá-la deve depender de alguma regra específica para cada amostra de tamanho  $n$  possível. Esta regra divide todas as amostras de tamanho  $n$  em duas regiões mutuamente exclusivas, ditas 1 e 2, junto com a regra de que  $H$  será aceita se a amostra estiver contida na região 1 e rejeitada se estiver contida na região 2, chamada região crítica. Como estas regiões são mutuamente exclusivas basta se adotar algum princípio para a escolha da região crítica que automaticamente se terá a região 1. Este princípio é a base da teoria de Neyman-Pearson que será apresentada a seguir.

Assume-se uma função distribuição de uma variável aleatória  $x$  dada por  $f(x)$  e que esta função possui apenas um parâmetro  $\theta$  desconhecido. Supõe-se que este parâmetro pode ter apenas dois valores,  $\theta_0$  e  $\theta_1$ , e deseja-se testar a hipótese de que  $\theta = \theta_0$ .

Define-se a hipótese de  $\theta = \theta_0$  de  $H_0$ , hipótese normal, e de  $\theta = \theta_1$  de  $H_1$ , hipótese alternativa.

Para a escolha da região crítica ( $W$ ) deve-se fazer a seguinte consideração: em se aceitando ou rejeitando  $H_0$ , pode-se cometer 2 tipos de erros. Um chamado erro do primeiro tipo que consiste em rejeitar  $H_0$  quando esta é verdadeira, e o outro chamado erro de segundo tipo que é aceitar  $H_0$  quando  $H_1$  é verdadeira. A probabilidade de se cometer um erro de primeiro tipo é igual à probabilidade, se  $H_0$  é verdadeira, da amostra estar incluída na região crítica  $W$ ; e a probabilidade de cometer um erro de segundo tipo é igual à probabilidade, se  $H_1$  é verdadeira, da amostra cair fora da região crítica  $W$ . Para uma dada região crítica  $W$  podemos chamar de  $\alpha$  a probabilidade de se cometer um erro de primeiro tipo e de  $\beta$  a probabilidade de se cometer um erro de segundo tipo. A importância prática dessas probabilidades será dada a seguir.

Supõe-se um número muito grande  $M$  de amostras, cada uma de tamanho  $n$ . Para cada uma destas  $M$  amostras nós rejeitamos a hipótese  $H_0$  se a amostra estiver contida em  $W$  e aceitamos a hipótese  $H_0$  se a amostra cair fora de  $W$ . Haverá portanto  $M$  escolhas de rejeição ou aceitação.

Algumas destas escolhas serão erradas. Se  $H_0$  é verdadeira a probabilidade é perto de unidade de que a proporção de escolhas erradas seja aproximadamente  $\alpha$ , por outro lado, se  $H_1$  é verdadeira a proporção de escolhas erradas será aproximadamente  $\beta$ , isto é, podemos dizer que no decorrer do teste a probabilidade de escolhas erradas é  $\alpha$  se  $H_0$  é verdadeira e  $\beta$  se  $H_1$  é verdadeira.

Pode-se mostrar também que a região que contém todas as amostras que satisfazem a desigualdade

$$\frac{f_1(x_1)}{f_0(x_1)} \frac{f_1(x_2)}{f_0(x_2)} \dots \frac{f_1(x_n)}{f_0(x_n)} \geq K$$

onde

$f_i(x) = f(x|H_i)$  é a densidade de probabilidade da variável aleatória  $x$  sob hipótese  $H_i$ ,

é a melhor região crítica para testar  $H_0$ , hipótese que queremos testar, frente a  $H_1$ , hipótese alternativa. A desigualdade resulta da minimização de  $\beta$  para valor fixo de  $\alpha$  e  $n$ .

Para cada amostra coletada haverá 3 decisões possíveis :

- a) rejeitar a hipótese testada,
- b) aceitar a hipótese testada, ou
- c) fazer uma nova observação,

baseando-se a decisão na comparação de  $\lambda_n$ , logaritmo neperiano da razão entre as densidades de probabilidades sob hipótese  $H_1$  e  $H_0$ , expresso em forma expandida como

$$\lambda_n = \sum_{i=1}^n \ln \frac{f_1(x_i|H_1)}{f_0(x_i|H_0)} \quad (1)$$

contra os limites

$$A = \ln \left( \frac{\beta}{1-\alpha} \right) \quad \text{e} \quad B = \ln \left( \frac{1-\beta}{\alpha} \right)$$

onde

$\alpha$  = probabilidade de ocorrer alarme falso  
 $\beta$  = probabilidade de ocorrer falta de alarme.

Se se assumir uma sequência  $x_i, i=1, \dots, n$ , de observações independentes de variáveis randômicas com distribuição gaussiana sob hipótese  $H_j$  de que tenha média  $\mu_j$  e desvio padrão  $\theta_j$ , isto é,

$$f_j(x_i|H_j) = \frac{1}{\theta_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2(\theta_j)^2} (x_i - \mu_j)^2 \right],$$

ter-se-á que um dos termos de  $\lambda_n$ , será, considerando os valores de  $\theta_0 = \theta_1 = 1$ ,

$$\ln \frac{f_1(x_i|H_1)}{f_0(x_i|H_0)} = x_i(\mu_1 - \mu_0) - \frac{1}{2}(\mu_1^2 - \mu_0^2).$$

Logo a expressão para  $\lambda_n$ , em caso de  $H_0$  ter média zero, torna-se, em forma recursiva,

$$\lambda_n = \lambda_{n-1} + \mu_1 \left( x_n - \frac{\mu_1}{2} \right). \quad (2)$$

O teste da população em exame será dado por

- aceita-se  $H_0$  se  $\lambda_n < A$
- rejeita-se  $H_0$  se  $\lambda_n > B$
- toma-se nova medida se  $A \leq \lambda_n \leq B$ .

A utilização da técnica apresentada para  $k$  detetores redundantes é facilitada com a definição de desvio relativo entre os  $k(k-1)/2$  pares de medidas. Cada um dos  $k(k-1)/2$  desvios é analisado seqüencialmente para teste de hipótese  $H_0$  a cada tomada de medida.

Pode-se mostrar, através da função característica[3], que a distribuição de uma combinação linear de variáveis aleatórias gaussianas  $x$  e  $y$  é também uma gaussiana, isto é, se

$$z = ax + by$$

onde

$a$  e  $b$  são escalares,

$z$  tem distribuição gaussiana com valor médio,  $m_z$ , e covariância,  $P_z$ , dados por

$$m_z = am_x + bm_y$$

$$P_z = a^2 P_x + 2abP_{xy} + b^2 P_y.$$

No caso particular de medidas redundantes tem-se, com  $a=1$  e  $b=-1$ ,

$$\begin{aligned} m_z &= m_x - m_y \\ P_z &= P_x + P_y - 2P_{xy}. \end{aligned}$$

Com os resultados acima pode-se efetuar para cada um dos  $k(k-1)/2$  pares de medidas:

$$\epsilon_k = m_i - m_j \quad (3.a)$$

$$\beta_k = \frac{\epsilon_k}{\sigma_k} \quad (3.b)$$

$$\sigma_k = (\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\sigma_{ij})^{1/2} \quad (3.c)$$

e testar a hipótese  $H_0$  como uma distribuição gaussiana com média zero e desvio padrão unitário, contra a hipótese  $H_1$ , gaussiana com média  $+\mu$  e desvio padrão unitário, comparando

$$\lambda_n^+ = \lambda_{n-1}^+ + \mu \left( \beta_k - \frac{\mu}{2} \right), \text{ para média } +\mu, \quad (4.a)$$

$$\lambda_n^- = \lambda_{n-1}^- - \mu \left( \beta_k + \frac{\mu}{2} \right), \text{ para média } -\mu, \quad (4.b)$$

contra os limites  $A$  e  $B$  definidos, anteriormente, em função de probabilidades de alarme falso e de falha de alarme,  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente.

A Tabela 1 ilustra um caso de tres detetores redundantes onde os resultados mostrados são equivalentes aos da projeção no espaço de paridade[4] quando a matriz de medida tem elementos contantes.

Tabela 1 - Demonstrativo dos possíveis resultados no caso de 3 detetores redundantes. (0 e 1 referem-se às hipóteses  $H_0$  e  $H_1$ , respectivamente).

$m_1-m_2$	$m_1-m_3$	$m_2-m_3$	DIAGNÓSTICO
0	0	0	sistema normal
1	1	0	falha do detetor 1
1	0	1	falha do detetor 2
0	1	1	falha do detetor 3

O parâmetro  $\mu$  deve ser escolhido levando em consideração os erros de cada detector e ter um valor para cada par dado pela seguinte expressão:

$$\mu = 2(\sigma_i + \sigma_j) / \sigma_k$$

### 3. SIMULADOR DE FALHAS CORRELACIONADAS

O objetivo deste simulador é possibilitar um meio empírico para calibração do sistema de detecção e isolamento de falhas descrito acima, afim de se determinar os parâmetros de operação desse sistema, sem a necessidade de se fazer testes reais.

Para a construção deste simulador deve-se lembrar que toda medida está sujeita a ruído, que são perturbações intrínsecas ao sistema. O vetor medida  $\underline{m}$  pode ser linearmente descrito em função do vetor variável de processo  $\underline{x}$  e vetor ruído  $\underline{r}$ , como

$$\underline{m} = \underline{H} \underline{x} + \underline{r} \quad (5)$$

onde

$\underline{r}$  é o ruído, assumido gaussiano branco, com os componentes  $r_i$ ,  $i = 1, 2$  e  $3$ , correlacionados entre si, e  
 $\underline{H}$  é a matriz de medida.

Se tres detetores redundantes realizam a mesma medida  $M$ , tem-se para os componentes de  $\underline{m}$ ,

$$m_1 = M + r_1 \quad (6.a)$$

$$m_2 = M + r_2 \quad (6.b)$$

$$m_3 = M + r_3 \quad (6.c)$$

Estes ruídos correlacionados serão gerados através de um gerador de ruídos numérico que tem por base o teorema do limite central e o método de Monte Carlo.

Uma vez obtida uma gaussiana pode-se gerar ruídos correlacionados, bastando para isso usar o método da transformada de Cholesky da matriz covariância,  $\underline{P}$ , porque, se  $f(\underline{r})$  é gaussiana, tem-se

$$f(\underline{r}) = \frac{1}{(2\pi |\underline{P}|)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \underline{r}^T \underline{P}^{-1} \underline{r}\right\} \quad (7)$$

Por decomposição de Cholesky obtém-se

$$\underline{P} = \underline{\sqrt{P}} \underline{\sqrt{P}}^T \quad (8)$$

Logo se definir  $\underline{r}_1$  como

$$\underline{r}_1 = (\sqrt{\underline{P}})^{-1} \underline{r} \quad (9)$$

pode-se expressar o vetor ruído de componentes correlacionados  $\underline{r}$  em função do vetor ruído de componentes não correlacionados,  $\underline{r}_1$ , como

$$\underline{r} = \sqrt{\underline{P}} \underline{r}_1 \quad (10)$$

### 3.2 - Gerador de Números Pseudo-randômicos

A obtenção da amostragem de uma população gaussiana é conseguida com a utilização de teorema de limite central, gerando números pseudo-randômicos.

Um método para gerar números pseudo-randômicos é considerado satisfatório se os números gerados forem uniformemente distribuídos e estatisticamente independentes.

O método mais comumente utilizado para geração de números pseudo-randômicos é o que se vale de uma fórmula recursiva baseada no cálculo do resto de um inteiro obtido de uma transformação linear. Esse processo é determinístico e pode-se mostrar que os números gerados pela sequência são uniformemente distribuídos e estatisticamente independentes. O método está baseado numa relação fundamental da congruência que pode ser expressa por:

$$X_{i+1} = (aX_i + c) \bmod(m) \quad , i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

onde o multiplicador  $a$ , o incremento  $c$  e o módulo  $m$  são inteiros positivos.

Esta sequência se repetirá a si mesma em, no máximo,  $m$  passos, portanto deve-se escolher os valores de  $a$ ,  $c$  e  $m$  de forma a maximizar o período do gerador.

Para a construção de um gerador de amostras com distribuição gaussiana geraram-se grupos de  $L$  números aleatórios e calculou-se a média e a variância. Deve-se ressaltar que o desvio padrão das distribuições, como pode ser demonstrado, valem  $1/(12L)$ , onde  $L$  é o número de elementos de cada grupo. Nos testes realizados os resultados foram coincidentes aos de uma distribuição gaussiana.

## 4. COMPARAÇÃO DO SIMULADOR CONTRA EXPERIÊNCIA

A validade do simulador de falhas foi testada comparando-se os resultados do modelo construído aos resultados de um experimento de detecção de temperaturas em túnel de vento, onde foram posicionados, ao redor do filamento aquecido central, 3 termopares tipo T, expostos, na mesma seção reta.

Os sinais dos termopares, pré-amplificados, apresentaram flutuações da intensidade de 0,4V em um patamar da ordem de 6V, após passagem por filtros HP(0,1Hz) e LP(1kHz).

Somente flutuações dos sinais, isto é, o ruído dos sinais, foram gravadas em disquetes para posterior análise em um microcomputador IBM-PC.

Um programa de decomposição por método de Cholesky foi escrito afim de se montar o programa de simulação de ruído correlacionado apresentado na Equação 10, utilizando o valor de variância  $\underline{P}$  determinado por programa auxiliar construído para análise estatística dos dados gravados no disquete.

Um teste preliminar determinou, para valores de  $\alpha = \beta = 0,001$ , o tempo de espera de 2 contagens para a obtenção de boa concordância entre a taxa de alarmes falsos esperados e obtidos na prática.

Com esses parâmetros foram simulados vários casos com a finalidade de se determinar, por erro e tentativa, os valores de  $\mu_k$  a serem postulados na hipótese  $H_1$  para os pares  $m_1-m_2$ ,  $m_1-m_3$  e  $m_2-m_3$ , obtendo-se, respectivamente,

$$\begin{aligned} \mu_{12} &= 6 \\ \mu_{13} &= 7 \\ \text{e } \mu_{23} &= 7, \end{aligned}$$

para que as taxas  $\alpha$  e  $\beta$  impostas sejam reproduzidas pelo simulador.

Estes valores concordam com a previsão teórica feita através da seguinte fórmula:

$$\mu_k = 2(b_i + b_j)/\sigma_k$$

onde

$b_i$  e  $b_j$  representam a sensibilidade de cada detector e  $\sigma_k$  é a correlação entre os detectores  $i$  e  $j$ .

No presente trabalho assumiu-se  $b_i = 2\sigma_i$ , pois, como o sinal é gaussiano, 95% dos sinais obtidos estão dentro desta faixa.

Com esses parâmetros fixos o simulador de detecção de falha de sensores utiliza as Equações 4.a e 4.b para o cálculo seqüencial da razão de probabilidades. A simulação de medidas é efetuada conforme as Equações 6.a, 6.b e 6.c.

A Figura 1 ilustra uma comparação entre os resultados do simulador e os dados gravados no disquete. As falhas foram simuladas em ambos os casos variando-se o valor da amplitude dessas falhas desde 0 até 6 unidades de  $\sigma_k$ .

As taxas de detecção de falhas nos dois casos concordam satisfatoriamente entre si, indicando boa qualidade na reprodução de ruído gaussiano a partir da variância medida.

A taxa de detecção de falhas atinge o patamar para valores de  $\delta$  maiores que 3 unidades de  $\sigma_k$ , isto é, aproximadamente  $\mu_k/2$ . E observou-se que com o aumento de tempo de espera aumenta a taxa de detecção de falha.

Testes com pulsos de alturas da ordem de  $3\sigma_k$  acusaram taxas de detecção de alarmes falsos insignificamente baixas, mostrando, portanto, a capacidade de filtrar eventuais pulsos espúrios.

## 5. CONCLUSÃO

Os resultados do presente trabalho permitem concluir que na faixa de interesse, para falhas maiores que  $3\sigma_k$ , os resultados obtidos com o sinal real concordam com os obtidos pelo simulador. Isto significa que o simulador baseado na técnica de Monte Carlo está coerente, bastando ter-se a matriz covariância de um sistema de detetores para se fazer uma análise empírica sobre o comportamento do mesmo.

Portanto, o programa simulador desenvolvido no presente trabalho pode ser utilizado em qualquer sistema de detecção de falhas bastando conhecer-se a estatística dos sensores redundantes.

Conclui-se também que o método seqüencial de Wald é bastante econômico, prático e facilmente implementável nos microcomputadores pessoais.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- WALD, A. Sequential Analysis. New York, John Wiley, 1947.
- 2- CHIEN, T.T. & ADAMS, M.B. A sequential failure detection technique and its applications, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-21(5):750-757, 1976.
- 3- MAYBECK, P.S. Stochastic models, estimation, and control. New York, Academic Press, 1979.
- 4- RAY, A., DESAI, M. & DEYST, J. On-line fault diagnosis in a nuclear reactor by sequential testing, IEEE Trans. on Nuclear Science, NS-20(3):1850-1855, 1983.

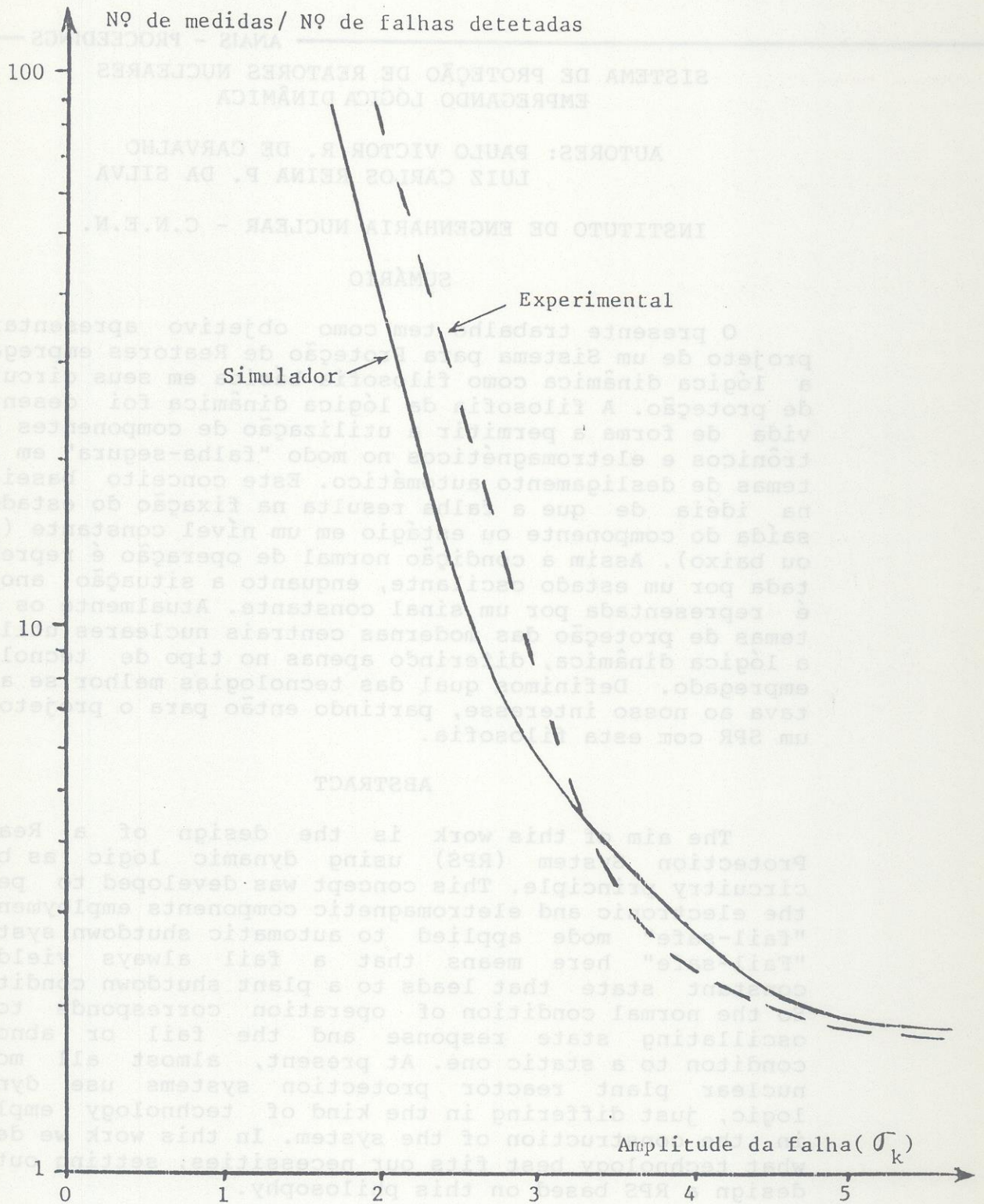


Figura 1 - Sensibilidade do Simulador em função da amplitude da falha simulada. (contagem de espera = 2 )