

INIS-mf-- 938



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

PROPAGAÇÃO DE PULSOS DE NÉUTRONS RÁPIDOS NO CHUMBO

SILVESTRE PAIANO SOBRINHO

TESE DE DOUTORAMENTO APRESENTADA
AO INSTITUTO DE FÍSICA DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
— 1971 —
SAO PAULO — BRASIL

E R R A T A

<u>Pág.</u>	<u>Linha</u>	<u>Onde se Lê</u>	<u>Leia-se</u>
6	14	550 Kev sempre	550 Kev e sempre
14	- 9	frizamos	frisamos
17	10	(2.15) e satisfazendo à lei de dispersão (2.13).	(2.15), na qual a equação (2.13) não é definida.
36	Fig(3.3)	BIAS 3 BIAS 4 BIAS 5 BIAS 6	BIAS 6 BIAS 5 BIAS 4 BIAS 3
45	-11	a medida	à medida
48	- 3	que a transformada	que a parte espacial da transformada
49	- 4	cos a ₁ x e cos a ₂ y	cos B _x x e cos B _y y
50	13	(após a expressão de B ₁ ²)	a ₁ e a ₂ são as dimensões transversais do paralelepípedo
51	8	f(z, t, v ≥ v ₀)	F(z, t, v ≥ v ₀)
51	- 9	A(ω) e ^{-α(ω)z}	A(ω) e ^{-α(ω)z}
59	- 7	colisão.	colisão (não confundir γ aqui definido com γ = Σ _t + $\frac{i\omega}{v}$ do capítulo II).
70	3	$\frac{d\alpha_{obs}}{d\omega}$, $\frac{d\xi_{obs}}{d\omega}$	$\frac{d\alpha_{obs}}{db'}$, $\frac{d\xi_{obs}}{db'}$
76	- 2	dimensões	dimensões
84	-12	item II.4	item III.4
93	-2,-8	$\frac{2\Delta t}{t}$	$-\frac{2\Delta t}{t}$
14	eq.(2.10)	$\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{i\omega t} \int_{-i\omega + \zeta_0}^{+i\omega + \zeta_0} M_0(K, \omega) e^{-iKz} dK$	$-\frac{i}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{i\omega t} \int_{-i\omega + \zeta_0}^{+i\omega + \zeta_0} M_0(K, \omega) e^{Kz} dK$

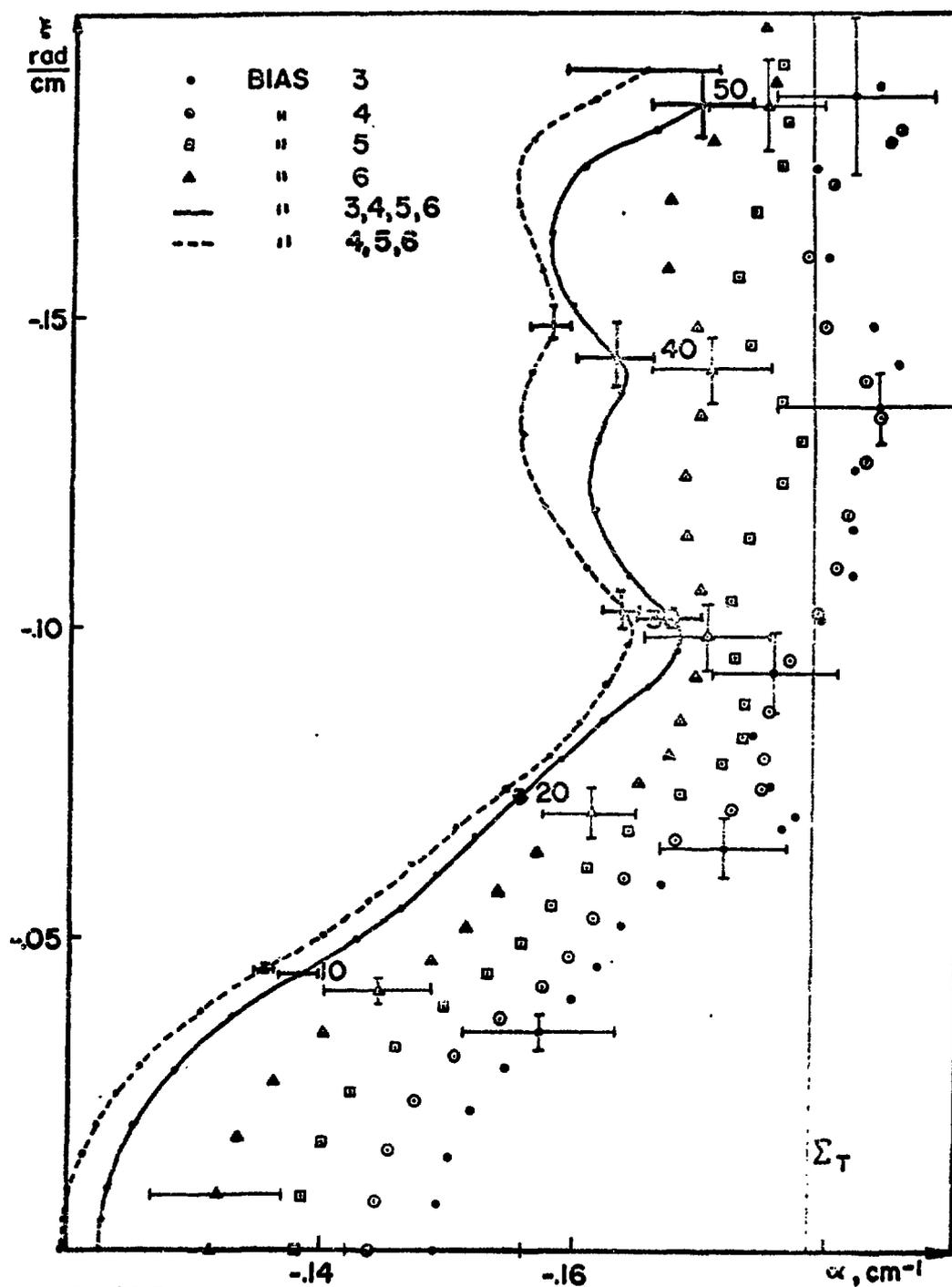


Fig.(4.5)

LEI DE DISPERSÃO EXPERIMENTAL PARA
DIVERSOS NÍVEIS DE DISCRIMINAÇÃO DO
DETETOR.

v_0
 $e^{k_3} dk$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

PROPAGAÇÃO DE PULSOS DE NÊUTRONS RÁPIDOS NO CHUMBO

Silvestre Paiano Sobrinho

TESE DE DOUTORAMENTO APRESENTADA
AO INSTITUTO DE FÍSICA DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

- 1971 -

SÃO PAULO - BRASIL

A meus pais

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Instituto de Energia Atômica e à Comissão Nacional de Energia Nuclear por terem criado condições que permitiram a continuação de nossos estudos desde nossa graduação.

Ao professor Oscar Sala, Orientador deste trabalho, devemos também muito apoio e estímulo durante nossos primeiros passos no uso do acelerador eletrostático tipo Van de Graaff.

Somos gratos ao Professor Paulo Saraiva de Toledo, que nos introduziu ao fascinante tema dos métodos não-estacionários da Física dos Reatores, sugerindo também nosso estágio na Universidade da Flórida, onde foi desenvolvida grande parte desta dissertação.

Os recursos materiais para este trabalho foram providos pelo projeto número GK - 2106 da National Science Foundation dos Estados Unidos.

Agradecimentos especiais são devidos aos Drs. R. B. Perez, M. J. Ohanian e E. E. Carroll por terem possibilitado nossa participação no projeto "Neutron Pulses and Waves", bem como pelas inúmeras discussões em todas as fases do mesmo.

Na execução do experimento, além da constante orientação e apoio do Dr. E. E. Carroll, a quem devemos também a sugestão de nosso arranjo básico, foi preciosa a colaboração dos Drs. C. M. Napolitano, T. E. Albert e dos Srs. D. Renner e W. T. White.

À Myrian de Carvalho Paiano devemos muitas horas de auxílio na execução do experimento, a crítica de inúmeros detalhes do manuscrito e a compreensão pelas horas roubadas ao convívio familiar.

A extrema gentileza do Professor Tibor David, diretor da Editora Clássico-Científica, que nos ofereceu o material, a impressão e confecção da capa e a encadernação deste trabalho, o paciente trabalho de datilografia da Sra. Terezinha Caires e o trabalho de desenho do Sr. Rubens Lozar também são reconhecidos.

I N D I C E

	<u>Página</u>
Capítulo I - CONSIDERAÇÕES GERAIS	1
Capítulo II - TEORIA DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE NEUTRONS RÁPIDOS MONOENERGÉTICOS EM MEIOS NÃO-MODERADORES, NÃO-MUL TIPLICADORES	8
Capítulo III - O MÉTODO EXPERIMENTAL	30
Capítulo IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	48
Capítulo V - CONCLUSÃO - SUGESTÕES PARA FUTURO ESTUDO	86
Apêndice A - PROCESSAMENTO DE DADOS	88
Apêndice B - ESPESSURA DO ALVO E MEIA LARGURA DO PULSO DE NÊU TRONS	93
Apêndice C - A DEPENDÊNCIA COM O TEMPO DO ESPECTRO DE ENERGIA DOS NÊUTRONS	96
Apêndice D - COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO DE ANÁLISE DOS DADOS EX PERIMENTAIS	103
Bibliografia	108

Capítulo I

CONSIDERAÇÕES GERAIS

I.1 - Histórico dos Métodos Não-Estacionários

Os métodos não-estacionários em Física dos Reatores são conhecidos desde o início da década de 40 /1/, tendo sido utilizados por ocasião do Projeto Manhattan /2/, mas foi em 1954, após a publicação dos trabalhos de G.F. von Dardel /3/, que houve uma rápida e geral aceitação da técnica. O princípio das medidas em fonte pulsada de nêutrons é simples: um pulso de nêutrons é injetado no sistema em estudo; a evolução do fluxo de nêutrons é determinada então para diversas configurações ou para diferentes graus de envenenamento de um mesmo material. Obtém-se assim parâmetros de termalização e difusão de nêutrons em meios moderadores e informações sobre a reatividade de meios multiplicadores. O fato de que uma grande variedade de problemas pode ser estudada com o mesmo equipamento básico fez com que a fonte pulsada de nêutrons se transformasse num tópico praticamente obrigatório dos currículos de Física dos Reatores. A interpretação dos experimentos, que inicialmente era feita via Teoria da Difusão, tornou-se mais e mais elaborada; a partir de 1958-1960 a equação de transporte de Boltzmann passou a ser utilizada com crescente frequência /4/. A Conferência de Brookhaven de 1962 pode ser considerada como um marco importante na história da fonte pulsada de nêutrons: pela primeira vez foi demonstrada /5/ a existência de um limite superior para o conjunto de auto-valores discretos da equação de Boltzmann dependente do tempo. Estes auto-valores são identificados com as constantes de decaimento da população de nêutrons. Ao mesmo tempo, foi apresentada evidência experimental /6/ de que este limite estava sendo atingido em medidas realizadas em certos materiais (berílio, grafita) e aparentemente ultrapassado. Esta interação entre teoria e experimento, e a aparente discrepância entre ambos, injetou um novo estímulo no campo, que na época parecia saturado devido ao grande número de publicações sobre a determinação de parâmetros de difu-

são de meios moderadores. Na mesma Conferência foi apresentada a primeira medida sofisticada de espectro de nêutrons para diversos tempos após a injeção do pulso de nêutrons da fonte /7/. Este tipo de experimento, de importância fundamental para o cálculo dos reatores, gerou um novo campo de atividades dentro dos métodos não-estacionários, hoje altamente desenvolvido /8/.

Logo após a Conferência de Brookhaven de 1962, um outro tipo de experimento passou a ser considerado com mais frequência, a propagação de ondas de nêutrons em meios moderadores e multiplicadores. Previsto teoricamente por Weinberg e Schweindler /9/ o fenômeno da propagação de ondas de neutrons em meios materiais foi objeto de um primeiro estudo experimental em 1955, por Raievski e Horowitz /10/. A mesma técnica, aplicada a meios subcríticos foi investigada por Uhrig /11/ em 1959. Talvez devido a dificuldades na obtenção de fontes moduladas senoidalmente /12/, este tipo de experimento estava ainda em fase embrionária numa época em que a fonte pulsada estava em rápido desenvolvimento. Aparentemente, foi por volta de 1963 que se firmou a idéia do estudo da propagação de pulsos de nêutrons, obtendo-se a resposta do sistema correspondente a cada frequência através da análise de Fourier da resposta do detetor. Como este procedimento envolve exatamente o mesmo tipo de equipamento utilizado na técnica da fonte pulsada, o estudo da propagação de ondas de nêutrons passou a desenvolver-se rapidamente. A introdução por Moore /13/ do conceito da lei de dispersão ampliou as possibilidades de estudos teóricos. Os simpósios "Pulsed Neutron Research" realizado em Karlsruhe pela Agência Internacional de Energia Atômica em 1964 e "Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation" realizado na Universidade da Flórida pela Comissão de Energia Atômica dos Estados Unidos em 1966 já revelam uma intensa atividade neste campo. Desde então, o tópico continua sendo explorado ativamente.

Em 1963, surgiu a primeira determinação de constantes de decaimento para nêutrons rápidos em materiais pesados /14/. Este experimento é semelhante ao da fonte pulsada de neutrons térmicos (com exceção das ordens de grandeza dos tempos envolvidos, que são de nano-segundos ao invés de micro-segundos) mas devido ao pequeno número de colisões dos nêutrons dentro do sistema em estudo e devido à pequena energia perdida em cada colisão elástica, é possível uma interpretação em termos de teoria de trans

porte monoenergética, que está bastante desenvolvida. Informações experimentais sobre as seções de choque para espalhamento inelástico e sobre os auto-valores da equação de transporte de Boltzmann podem ser obtidas. A evolução natural é o estudo da propagação de ondas de nêutrons rápidos em materiais pesados, e este assunto é o objeto desta dissertação.

1.2 - Ondas de nêutrons num meio material

Suponhamos que num ponto \vec{r}_0 do espaço exista uma fonte isotrópica emitindo nêutrons monoenergéticos segundo uma função senoidal do tempo,

$$S(\vec{r}_0, t) = S_0(\vec{r}_0) + S(\vec{r}_0) \cdot \text{Re}(e^{i\omega t}) \quad (1.1)$$

onde ω é a frequência de oscilação da fonte. Se o meio for o vácuo, em um ponto \vec{r} do mesmo teremos uma corrente de nêutrons variando também senoidalmente no tempo, apresentando porém um atraso de fase em relação à fonte. A fase da oscilação no ponto \vec{r} será $\omega(t - |\vec{r} - \vec{r}_0|/v)$, onde v é a velocidade dos nêutrons. Se em vez do vácuo tivermos um meio material qualquer, nem todos os nêutrons emitidos pela fonte segundo a direção $\vec{r} - \vec{r}_0$ chegarão ao ponto \vec{r} - parte deles será absorvida ou espalhada durante o seu trajeto. Além disso, nêutrons emitidos pela fonte em outras direções podem, após sofrerem espalhamento, chegar ao ponto \vec{r} . Isto equivale a dizer que, no caso de um meio material, a amplitude e a fase das ondas de nêutrons em cada ponto \vec{r} irão depender das propriedades nucleares do meio. É desejável então obter uma relação teórica entre os parâmetros da onda neutrônica de frequência ω que se propaga e essas propriedades. Uma tal relação é chamada lei de dispersão do sistema /13/. O exemplo mais simples da lei de dispersão é obtido quando se considera a equação de difusão de primeira ordem /17/,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - vD\nabla^2 + v\Sigma_a\right) n(\vec{r}, t) = 0 \quad (1.2)$$

e a possibilidade de existirem soluções do tipo

$$n(r,t) = A(\omega) e^{i(\omega t + \vec{K} \cdot \vec{r})} \quad (1.3)$$

A substituição de (1.3) em (1.2) mostra que soluções deste tipo são possíveis, se for satisfeita a condição

$$vDK^2 + v\Sigma_a + i\omega = 0 \quad (1.4)$$

Esta expressão é a lei de dispersão do sistema para soluções do tipo (1.3). O auto-valor K é o inverso do comprimento de relaxação (complexo) da onda que se propaga.

I.3 - A fonte pulsada e a propagação de pulsos de nêutrons

No método "clássico" da fonte pulsada, um pulso de nêutrons é injetado num bloco de dimensões transversais finitas. Após um certo tempo, estabelece-se o "decaimento fundamental", que é caracterizado por uma distribuição cossenoidal do fluxo, (no caso de um paralelepípedo) e uma variação temporal da forma $e^{\lambda t}$. A constante de decaimento λ é o auto-valor do problema e, análogamente ao item I.2, tem-se a lei de dispersão para o problema da fonte pulsada:

$$\lambda + v\Sigma_a + vDB^2 = 0 \quad (1.5)$$

Enquanto que no caso da propagação de ondas o inverso do comprimento de relaxação é relacionado com a frequência ω , no caso da fonte pulsada a constante de decaimento é relacionada com a curvatura geométrica ("buckling") do sistema. Eis a diferença fundamental entre os dois métodos: na propagação de ondas a fonte é situada numa das extremidades de um prisma semi-infinito e o detetor em diferentes posições ao longo do eixo

de simetria dêsse prisma; no caso da fonte pulsada, o sistema é pulsado para diferentes tamanhos de uma dada configuração geométrica (para diversos "bucklings"), considerando-se uma fonte de nêutrons internamente distribuída. A relação entre os dois tipos de experimento foi primeiramente descrita por Perez e Uhrig /18/.

A realização prática de uma fonte senoidal de nêutrons é complicada, pois envolve uma realimentação do sistema de modulação do feixe a través da resposta de um detetor que monitore o fluxo de nêutrons; além disso, a experiência deve ser repetida para cada frequência que se deseje estudar. Entretanto, êste inconveniente pode ser levantado de maneira simples e elegante, observando-se a propagação de pulsos de nêutrons ao invés das ondas neutrônicas e efetuando-se a análise de Fourier do pulso determinado experimentalmente em cada uma das posições do detetor. A análise de Fourier do pulso que se propaga fornece informações sôbre um intervalo contínuo de frequência, com a vantagem adicional de que o equipamento requerido para o experimento é exatamente o mesmo utilizado no caso da fonte pulsada /12/.

I.4 - Apresentação do Tema e Objetivos

Nesta dissertação iremos estudar a propagação de pulsos de nêutrons rápidos, monoenergéticos, em chumbo, com geometria prismática.

Ohanian, Perez e Cockrell /15/ desenvolveram a teoria dêste problema para um meio semi-infinito, utilizando a equação de Boltzmann e reterendo os termos de ordem zero e de primeira ordem na expansão da secção de choque de espalhamento por uma série de Polinômios de Legendre. O caso de um prisma com dimensões transversais finitas foi estudado por R.S.Denning /19/ e por Perez, Denning e Ohanian /20/, através do método que denominaram B_L^N , que também se limitaram ao caso linearmente anisotrópico. Paiano e Paiano /16/ apresentaram alguns resultados estendendo o método da referência /15/ para anisotropias até quinta ordem.

Do ponto de vista experimental o problema também foi pouco explorado. Na referência /20/ são apresentados alguns dados experimentais mostrando a exequibilidade de tal experimento. Contemporaneamente com os

experimentos descritos nesta dissertação, foram realizadas, na Universidade da Flórida, medidas de propagação de pulsos de nêutrons rápidos em ferro por Napolitano /21/ e Napolitano, Carroll e Ohanian /22/.

A escolha do chumbo como meio material para a propagação dos pulsos é interessante principalmente por duas razões. Primeiramente, como vamos nos limitar a uma teoria monoenergética, é de se esperar que, com pequenas correções, os resultados experimentais possam ser comparados com a mesma, pois, nos materiais pesados, as perdas de energia por colisões elásticas são mínimas. Em segundo lugar, temos necessidade de isolar, experimentalmente, os nêutrons espalhados inelásticamente, pois, além de as perdas de energia por colisões elásticas não serem abrangidas pelo modelo monoenergético, para estas colisões não é possível considerar correções de caráter simples como no caso das colisões elásticas. No caso do chumbo, o "threshold" para colisões inelásticas é da ordem de 550 Kev sempre é possível usar sistemas de contagem com níveis de discriminação tais que os nêutrons que colidem inelásticamente sejam eliminados do processo.

A energia escolhida para os nêutrons foi 1,68 Mev (nêutrons obtidos através da reação $T(p,n)He^3$, com $E_p = 2,5$ Mev)¹. Esta escolha se deve principalmente a fatores de ordem técnica², mas também foi condicionada ao fato de a secção de choque total do chumbo não apresentar "picos" e "vales" isolados nas energias vizinhas de 1,68 Mev, pois isto também dificultaria a interpretação dos resultados experimentais.

Estas particularizações levam, aparentemente, a uma limitação das possibilidades de aplicação da técnica, mas são razoáveis devido ao fato de estarmos diante de um problema novo, pouco investigado.

O objetivo deste trabalho é duplo:

1. Estender o método da referência /15/ utilizando termos até quinta ordem no desenvolvimento das secções de choque de espalhamento em série de polinômios de Legendre; estudar a importância das aproximações de ordem superior ao caso linearmente anisotrópico;

¹ Vide apêndice B.

² Durante a fase inicial da coleta de dados o acelerador Van de Graaff apresentava instabilidade para energias acima de 2,5 Mev.

2. Comparar a lei de dispersão obtida teoricamente com determinações experimentais, e indicar até que ponto pode este conceito ser útil.

I.5 - Estrutura desta dissertação

No capítulo II utilizaremos o método de Ohanian, Perez e Cockrell /15/, para o estudo teórico da propagação de pulsos de nêutrons e de ondas neutrônicas num meio semi-infinito. Ao passo que a referência /15/ se restringe ao caso linearmente anisotrópico, o mesmo método será aqui estendido para anisotropias até quinta ordem. Veremos que é importante considerar aproximações de ordem superior à primeira no caso de nêutrons rápidos, quando se considera frequências da ordem de dezenas de megahertz. O caso de um prisma com dimensões transversais finitas será discutido.

No capítulo III faremos uma descrição do arranjo experimental e das características do equipamento utilizado. O nosso arranjo experimental difere do empregado nas referências /21/, /22/ pelo fato de o prisma de chumbo estar colocado transversalmente ao feixe de nêutrons. As razões e consequências desta configuração serão discutidas. Nesse capítulo será indicado de que maneira a variação da energia média do espectro de nêutrons devida às colisões elásticas pode ser interpretada em termos de uma "eficiência do detetor" variando com o tempo.

No capítulo IV o processamento dos dados experimentais será descrito em detalhe e dar-se-á especial atenção ao método empregado para se obter a lei de dispersão experimental. Ainda no capítulo IV os resultados experimentais serão comparados com a teoria desenvolvida no capítulo II. Serão apresentadas as razões que tornam plausível esta comparação, já que o experimento não é estritamente monoenergético.

No capítulo V serão apresentadas as conclusões e algumas sugestões para futuro estudo.

Capítulo II

TEORIA DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE NÊUTRONS RÁPIDOS MONO- ENERGÉTICOS EM MEIOS NÃO-MODERADORES, NÃO-MULTIPLICADORES

II.1 - Introdução

No item I.2 foi dado um exemplo da lei de dispersão, considerando-se a equação de difusão de primeira ordem. Entretanto, quando a energia dos nêutrons é da ordem de milhões de elétron-volts não se pode esperar que a equação de difusão, ou a equação (1.4), que é a lei de dispersão correspondente, representem adequadamente o fenômeno da propagação de ondas de nêutrons. A razão disto é que, no caso dos nêutrons rápidos, o espalhamento por núcleos pesados é, em geral, altamente anisotrópico - a secção de choque de espalhamento, desenvolvida em série de polinômios de Legendre, requer termos até quinta ou sexta ordem para que a dependência angular seja bem representada. Empregaremos então, como equação de balanço de nêutrons, a equação de transporte de Boltzmann, seguindo o método da referência /15/, e consideraremos termos até quinta ordem no desenvolvimento polinomial da secção de choque de espalhamento elástico. Na referência /15/ são tratados os casos isotrópico e linearmente anisotrópico. As leis de dispersão correspondentes aos dois casos diferem radicalmente e isto sugere que as aproximações de ordem superior à primeira podem ser importantes.

II.2 - A equação de Boltzmann para o problema

No seu caso mais geral, a equação de balanço dos nêutrons é altamente complexa /23/. No nosso estudo, consideraremos uma forma bastante simplificada dessa equação que é a seguinte:

$$\left[\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \mu \frac{\partial}{\partial z} + \Sigma_t \right] \Phi(z, \mu, t) - \sum_{\ell=0}^N \frac{2\ell+1}{2} \Sigma_{s\ell} P_\ell(\mu) \int_{-1}^1 d\mu' P_\ell(\mu') \Phi(z, \mu', t) = S(z, \mu, t) \quad (2.1)$$

onde

- v é a velocidade dos nêutrons,
 μ é o cosseno do ângulo de espalhamento, isto é, um nêutron que se move na direção $\vec{\Omega}$ passa a mover-se, após o espalhamento, na direção $\vec{\Omega}'$ tal que $\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' = \mu$,
 Σ_t é a secção de choque total macroscópica,
 $P_l(\mu)$ é o polinômio de Legendre de ordem l ,
 Σ_{sl} é o coeficiente de ordem l da expansão da secção de choque macroscópica de espalhamento elástico em polinômios de Legendre,
 $\Phi(z, \mu, t)$ é o fluxo de nêutrons,
 $S(z, \mu, t)$ é a fonte de nêutrons, que discutiremos no item II.3,
 t é a variável tempo,
 z é a variável espacial, cujo vetor unitário é perpendicular à superfície do semi-espaço e sentido positivo da superfície para o interior do mesmo.

A dependência angular da secção de choque de espalhamento elástico pode ser posta na seguinte forma:

$$\Sigma_s(\mu) = \frac{\Sigma_{st}}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \omega_l P_l(\mu) \quad (2.2)$$

onde Σ_{st} é a secção total macroscópica de espalhamento elástico.

Temos, então,

$$\Sigma_{sl} = \frac{\Sigma_{st}}{4\pi} \cdot \omega_l$$

Os valores de Σ_{sl} (ou seja, ω_l) empregados neste trabalho, serão os determinados experimentalmente por Langsdorf e coautores /24/.

As principais hipóteses, assumidas para se obter a equação(2.1) a partir da equação geral de balanço dos nêutrons, são:

- a) o meio é isotrópico; esta condição permite que a dependência

angular do fluxo de nêutrons seja representada apenas pelo cosseno do ângulo de espalhamento, sem necessidade de conhecimento das direções dos nêutrons;

b) os nêutrons da fonte são monoenergéticos e não perdem energia nas suas colisões com os núcleos do meio;

c) os núcleos do meio são considerados em repouso;

d) o meio é um semi-espaco e a direção de propagação dos nêutrons da fonte é perpendicular à superfície livre desse semi-espaco; esta condição reduz o número de variáveis espaciais do problema para um, a variável z que mede a distância do ponto considerado à superfície livre do semi-espaco;

e) a secção de choque de espalhamento pode ser aproximada por um número finito de termos na sua representação em série de polinômios de Legendre. Esta simplificação é invariavelmente feita quando se emprega o desenvolvimento (2.2), pois, caso contrário, obtém-se um número infinito de equações. No nosso caso, na equação (2.1), N assumirá os valores 0, 1, ..., 5. O valor máximo de N aqui considerado provém do fato que, no intervalo de energias que interessa à Física dos Reatores, tal número de termos é suficiente para representar a dependência angular da secção de choque de espalhamento.

No capítulo IV a validade das hipóteses a) e b) será comentada tendo em vista as condições do nosso experimento. A hipótese d) e suas implicações para com o experimento serão discutidas no final deste capítulo, no item II.8. Quanto à hipótese c), pode-se afirmar que a mesma é válida, pois a energia dos neutrons rápidos é maior que a energia de agitação térmica dos núcleos por muitas ordens de grandeza.

II.3 - As condições de contorno e a natureza da fonte de nêutrons

Não faremos uso das condições de contorno do problema na obtenção da lei de dispersão do meio infinito, pois não pretendemos determinar as auto-funções do problema, vamos nos limitar ao problema de auto-valores. No item II.8, abordaremos o caso de um meio com dimensões transversais finitas (prisma) e as condições de contorno aplicáveis às superfícies

laterais serão mencionadas.

A fonte de nêutrons idealizada deve refletir, evidentemente, condições realizáveis na prática. Tanto do ponto de vista experimental como do ponto de vista analítico a fonte mais interessante seria do tipo

$$S(z, \mu, t) = \delta(\mu) \delta(t) \delta(z) \quad (2.3)$$

onde δ representa a função delta de Dirac. Veremos no capítulo III que, graças ao fato de utilizarmos para as nossas medidas um prisma com dimensões transversais finitas, foi possível considerar uma fonte aproximando-se bastante da descrita pela equação (2.3).

Entretanto, no caso de um meio de dimensões transversais infinitas, é necessário considerar uma fonte do tipo /15/

$$S(z, \mu, t) = S_0 \Sigma_s(\mu) e^{-z \Sigma_t} \delta(t - \frac{z}{v}) \quad (2.4)$$

Fisicamente, este tipo de fonte significa o seguinte. No instante $t = 0$, um pulso de nêutrons é criado na superfície do semi-espaco, dirigido perpendicularmente a essa superfície e com duração instantânea. Os nêutrons desse pulso apenas passam a fazer parte da população de nêutrons do meio após sofrerem a sua primeira colisão com os átomos do meio. Temos então uma fonte de nêutrons distribuída. A função de frequência para a primeira colisão, isto é, a probabilidade por unidade de percurso de que um nêutron sofra a sua primeira colisão a uma distância z da origem, é dada por /25/

$$\Sigma_t e^{-\Sigma_t z}$$

Por outro lado, destes nêutrons, aqueles que serão realmente incorporados à população recenseável são os que sofrerem uma colisão de espalhamento e lástico. Então, o número acima passa a ser

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_t} \Sigma_t e^{-\Sigma_t z} = \Sigma_s e^{-\Sigma_t z}$$

O fator $\delta(t - \frac{z}{v})$ representa, claramente, o fato de que, embora a fonte seja distribuída, ela existe na abscissa z unicamente no instante $t - \frac{z}{v}$ onde $\frac{z}{v}$ é o tempo de vôo dos nêutrons contado a partir de sua passagem pela superfície livre do semi-espaço.

II.4 - A Lei de Dispersão

Voltemos agora à equação (2.1). Indicaremos as operações necessárias para a obtenção da lei de dispersão. A transformada de Fourier da equação (2.1) é

$$\left[\gamma + \mu \frac{\partial}{\partial z} \right] \bar{\Phi}(z, \mu, \omega) - \sum_{\ell=0}^N \frac{2\ell+1}{2} \Sigma_{s\ell} P_\ell(\mu) \int_{-1}^1 P_\ell(\mu') \bar{\Phi}(z, \mu', \omega) d\mu' = \bar{S}(z, \mu, \omega) \quad (2.5)$$

onde

$$\gamma = \Sigma_t + \frac{i\omega}{v} \quad (2.6)$$

$$\bar{\Phi}(z, \mu, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(z, \mu, t) e^{-i\omega t} dt$$

e a transformada de Laplace¹ da equação (2.5):

$$\begin{aligned} (\gamma + \mu K) \psi(K, \mu, \omega) - \sum_{\ell=0}^N \frac{2\ell+1}{2} \Sigma_{s\ell} P_\ell(\mu) \int_{-1}^1 P_\ell(\mu') \psi(K, \mu', \omega) d\mu' = \\ = \bar{S}(K, \mu, \omega) + \mu \bar{\Phi}(0, \mu, \omega) \end{aligned} \quad (2.7)$$

¹ A existência das transformadas de Fourier e de Laplace é admitida.

onde

$$K = \alpha + i\xi \quad (2.8)$$

$$\psi(K, \mu, \omega) = \int_0^{+\infty} \tilde{\Phi}(z, \mu, \omega) e^{-Kz} dz$$

Do ponto de vista matemático é óbvio o interesse da equação duplamente transformada; a derivada em relação ao tempo desaparece, e em seu lugar temos o termo $i\omega/v$ que, como a equação (2.6) indica, pode ser considerado como um termo de absorção. Fisicamente, a transformação de Fourier também é interessante, pois com ela se passa do domínio de tempo para o de frequências que no fundo é o que nos interessa. Análogamente, a transformação de Laplace elimina a derivada espacial da equação (2.1) (ou (2.5)) colocando em seu lugar um termo linear na variável K .

Veremos no capítulo IV que as soluções assintóticas da equação (2.1) que nos interessam são as da forma

$$\Phi(z, \mu, t) = \Phi_0(\mu) e^{i\omega t} e^{Kz} \quad (2.9)$$

e portanto a lei de dispersão procurada também poderia ser obtida substituindo-se a expressão (2.9) na equação de Boltzmann (2.1), conforme foi indicado no item I.3.

Prosseguindo no método de Ohanian, Perez e Cockrelli, as seguintes operações são efetuadas:

a) define-se os momentos do fluxo duplamente transformado em relação a μ :

$$M_n(K, \omega) = \int_{-1}^1 \psi(K, \mu', \omega) \mu'^n d\mu' \quad (n = 0, 1, \dots, N)$$

Notemos que

$$M_0(K, \omega) = \int_{-1}^1 \psi(K, \mu', \omega) d\mu' = \psi(K, \omega)$$

e que

$$M_1(K, \omega) = \int_{-1}^1 \psi(K, \mu', \omega) \mu' d\mu' = J(K, \omega)$$

isto é, M_0 e M_1 são respectivamente o fluxo integrado e a corrente de nêutrons;

b) opera-se na equação (2.7) respectivamente por

$$\int \mu'^i \cdot d\mu' \quad i = 0, 1, \dots, N$$

Segue-se um sistema de $N+1$ equações lineares nas incógnitas M_0, M_1, \dots, M_N .

Neste ponto, estamos em condições de escrever uma equação para o fluxo integrado e duplamente transformado, $\psi(K, \omega)$. Formalmente, a anti-transformada de $\psi(K, \omega)$ pode ser calculada a partir de

$$\Phi(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{i\omega t} \int_{-i\infty+\tau_0}^{+i\infty+\tau_0} M_0(K, \omega) e^{-iKz} dK \quad (2.10)$$

Entretanto, a integral acima é bastante complicada e nem há interesse em voltar ao domínio de tempo, pois queremos trabalhar no domínio de frequências. Além disso, como já frisamos anteriormente, não queremos resolver a equação de Boltzmann, mas apenas estudar o problema de autovalores. Limitemo-nos a observar que, em princípio, na equação (2.10), a integral sobre a variável K , pode ser calculada pelo teorema dos resíduos /26/.

No nosso caso, basta conhecer as singularidades de $M_0(K, \omega)$ e para isto, vamos considerar o determinante principal do sistema de $N+1$ equações lineares nas incógnitas M_0, M_1, \dots, M_N .

Esse determinante, depois de considerável rearranjo de seus

têrmos, pode ser escrito sob a forma

$$D(K, \omega, \nu, \Sigma_t, \Sigma_{s_0}, \Sigma_{s_1}, \dots, \Sigma_{s_N}) =$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{\Sigma_{s_0}}{K} Q_0\left(\frac{\gamma}{K}\right) - 1 & \frac{\Sigma_{s_0}^{-\gamma}}{K} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -3 \frac{\Sigma_{s_1}}{K} Q_1\left(\frac{\gamma}{K}\right) & -1 & \frac{\Sigma_{s_1}^{-\gamma}}{K} & -\frac{4}{15} & 0 & 0 \\ \frac{15}{2} \frac{\Sigma_{s_2}}{K} Q_2\left(\frac{\gamma}{K}\right) & 0 & -1 & \frac{\Sigma_{s_2}^{-\gamma}}{K} & -\frac{9}{35} & 0 \\ -\frac{35}{2} \frac{\Sigma_{s_3}}{K} Q_3\left(\frac{\gamma}{K}\right) & 0 & 0 & -1 & \frac{\Sigma_{s_3}^{-\gamma}}{K} & -\frac{16}{63} \\ \frac{315}{8} \frac{\Sigma_{s_4}}{K} Q_4\left(\frac{\gamma}{K}\right) & 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{\Sigma_{s_4}^{-\gamma}}{K} \\ -\frac{693}{8} \frac{\Sigma_{s_5}}{K} Q_5\left(\frac{\gamma}{K}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

Teremos polos de $M_0(K, \omega)$ para os valores de K satisfazendo à equação

$$D(K, \omega, \nu, \Sigma_t, \Sigma_{s_0}, \dots, \Sigma_{s_N}) = 0 \quad (2.13)$$

A equação (2.13) é a chamada lei de dispersão do sistema. A lei de dispersão correspondente a aproximações de ordem $n \leq 5$ pode ser obtida retendo-se apenas o determinante formado pelas $n+1$ primeiras linhas e $n+1$ primei-

ras colunas de D.

As funções $Q_n(\gamma/K)$ que aparecem na primeira coluna da lei de dispersão são as funções de Legendre de segunda espécie /26/.

II.5 - As singularidades de $\psi(K, \omega)$

As singularidades de $\psi(K, \omega)$ na lei de dispersão de quinta ordem, serão agora discutidas. A simples inspeção da lei de dispersão (eq. (2.13)) mostra que a estrutura do espectro contínuo de auto-valores será a mesma da lei de dispersão de primeira ordem, apresentada na referência /15/. Isto significa que a forma do "continuum" depende da estrutura da equação de Boltzmann e não do número de termos retidos na expansão (2.2). Devido à importância do assunto para a compreensão do que se segue, vamos resumir aqui a discussão apresentada por Ohanian, Perez e Cockrell.

Devido ao termo $\log((\gamma+K)/(\gamma-K))$ presente nas funções $Q_n(\gamma/K)$ é imediato que teremos singularidades de $\psi(K, \omega)$ para $K = -\gamma$, isto é, para

$$\Sigma_t = -\alpha \quad (2.14.a)$$

$$\frac{\omega}{v} = -\xi \quad (2.14.b)$$

Estas singularidades podem ser representadas, no plano complexo da variável K , por uma reta vertical obedecendo a equação (2.14.a). Além disso, como a função logaritmo, no campo complexo, apresenta singularidades para todos os pontos do eixo real negativo, para cada valor da frequência ω , todos os pontos da reta definida por

$$\xi = \frac{\alpha \omega}{v \Sigma_t}, \quad |\alpha| \geq \Sigma_t \quad (2.15)$$

serão pontos de descontinuidade de $\psi(K, \omega)$.

Voltemos novamente nossa atenção para o termo de fonte dado pe

la equação (2.4) e calculemos a dupla transformada de Fourier e Laplace do mesmo:

$$S(K, \mu, \omega) = S_0 \Sigma_S(\omega) \frac{1}{\gamma + K}$$

e portanto o termo de fonte também apresenta singularidades para

$$\Sigma_t = -\alpha$$

$$\frac{\omega}{v} = -\xi$$

Em resumo, a linha $\Sigma_t = -\alpha$ é a lei de dispersão da fonte, e ao mesmo tempo marca a fronteira do conjunto contínuo de auto-valores. Para os pontos do plano K, tais que $|\alpha| \geq \Sigma_t$, para cada frequência, teremos um conjunto infinito de valores de K situados sobre a reta (2.15) e satisfazendo à lei de dispersão (2.13).

Consideremos agora a região do plano K onde $|\alpha| \leq \Sigma_t$. Nesta região, temos o conjunto discreto de valores de K satisfazendo à lei de dispersão. Esta é a região de maior interesse no nosso caso, pois ela é acessível à experimentação. Nela, a equação (2.13) pode ser resolvida por métodos numéricos, isto é, para um dado valor de ω e um dado conjunto de seções de choque, podemos procurar o valor de K que satisfaça a equação (2.13).

II.6 - Exemplo numérico da lei de dispersão

A solução numérica da equação (2.13) no terceiro quadrante do plano K, excluída a região definida pelas equações (2.15) foi obtida através do programa PNDL /27/. No apêndice I daremos detalhes a respeito. Na figura (2.1) temos a lei de dispersão para nêutrons de 2,14 Mev, em chumbo, para o caso de um semi-espaco. Foram calculados os casos $N=0,1,3,5$. Os casos isotrópico e linearmente anisotrópico ($N=0$ e $N=1$ res-

pectivamente) apresentam a mesma característica já verificada na referência /15/, isto é, as leis de dispersão correspondentes diferem em todo o intervalo de frequências onde a equação (2.13) pode ser resolvida numericamente. Observemos agora os resultados para $N > 1$. A figura (2.1) mostra que para frequências até 40 Mhz os casos $N=1$ e $N=3$ são praticamente coincidentes. Acima desta frequência a aproximação $N=3$ se afasta do caso linearmente anisotrópico; enquanto que neste último caso a curva formada pelo conjunto de auto-valores discretos mergulha no contínuum a uma frequência aproximada de 100 Mhz, no caso $N=3$ isto só acontece para frequências muito mais altas. Este fato é de interesse para o experimentador, significando que o intervalo de frequências que é acessível ao experimento é muito maior do que se esperaria com base nos resultados da referência /15/. Quanto à aproximação $N=5$, ela só começa a divergir do caso $N=3$ para frequências muito altas, não acessíveis ao experimento. Em linhas gerais, o mesmo comportamento descrito acima foi observado para neutrons com energias de 1,24 e 0,84 Mev, o que indica que, em geral, a aproximação $N=3$ é importante quando se considera frequências acima de 35-45 Mhz.

As figuras (2.2) e (2.3) contêm essencialmente a mesma informação da figura (2.1), apenas diferindo desta pelo fato de a atenuação $\alpha(\omega)$ e a mudança de fase por unidade de comprimento $\xi(\omega)$ serem mostradas separadamente, em função da frequência. Vê-se claramente que o desvio da lei de dispersão $N=3$ em relação ao caso $N=1$ é devido principalmente a $\alpha(\omega)$, isto é, este parâmetro é muito mais sensível que $\xi(\omega)$ ao número de termos retidos na expansão (2.2).

A figura (2.4) contém as leis de dispersão $N=3$ para o ferro, nas energias de 0,85 Mev e 1,28 Mev. Note-se que para $\omega=0$, $\alpha(0)$ difere por um fator 10 para as duas energias. Isto é evidentemente devido à estrutura das secções de choque do ferro na região de energias considerada, e imediatamente, nos põe de sobreaviso quanto à comparação de resultados experimentais com a teoria monoenergética, pois experimentalmente é impossível obter-se um feixe de neutrons de uma única energia.

Na figura (2.5) temos a lei de dispersão teórica para neutrons de 1,68 Mev, nos casos $N=0,1,3,5$ no chumbo.

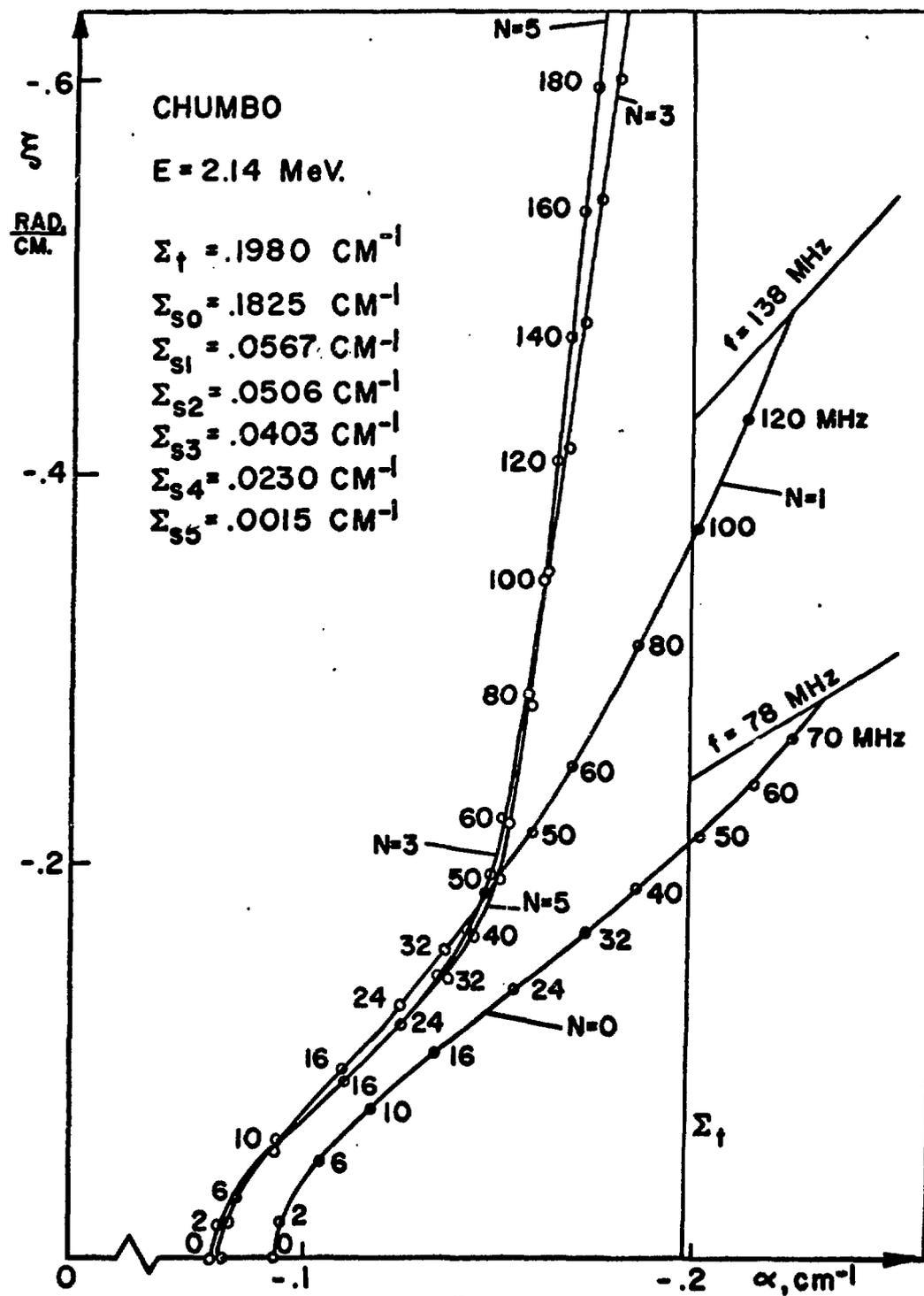


Fig.(2.1)

LEIS DE DISPERSÃO PARA O CHUMBO
 MEIO SEMI-INFINITO.

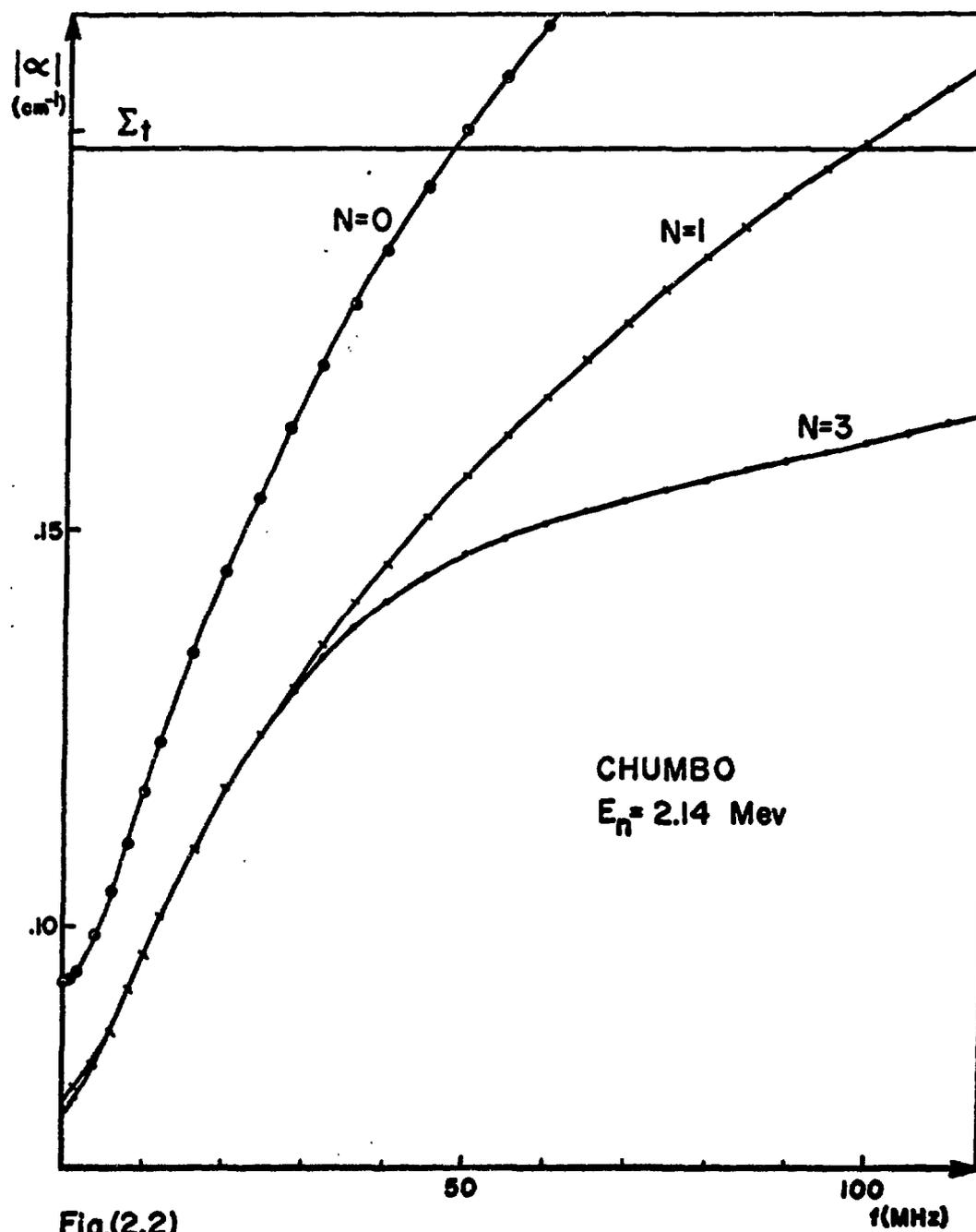


Fig.(2.2)

DEPENDÊNCIA DA PARTE REAL DE $K(\omega)$
COM A FREQUÊNCIA, PARA $N=0$, $N=1$ e
 $N=3$.

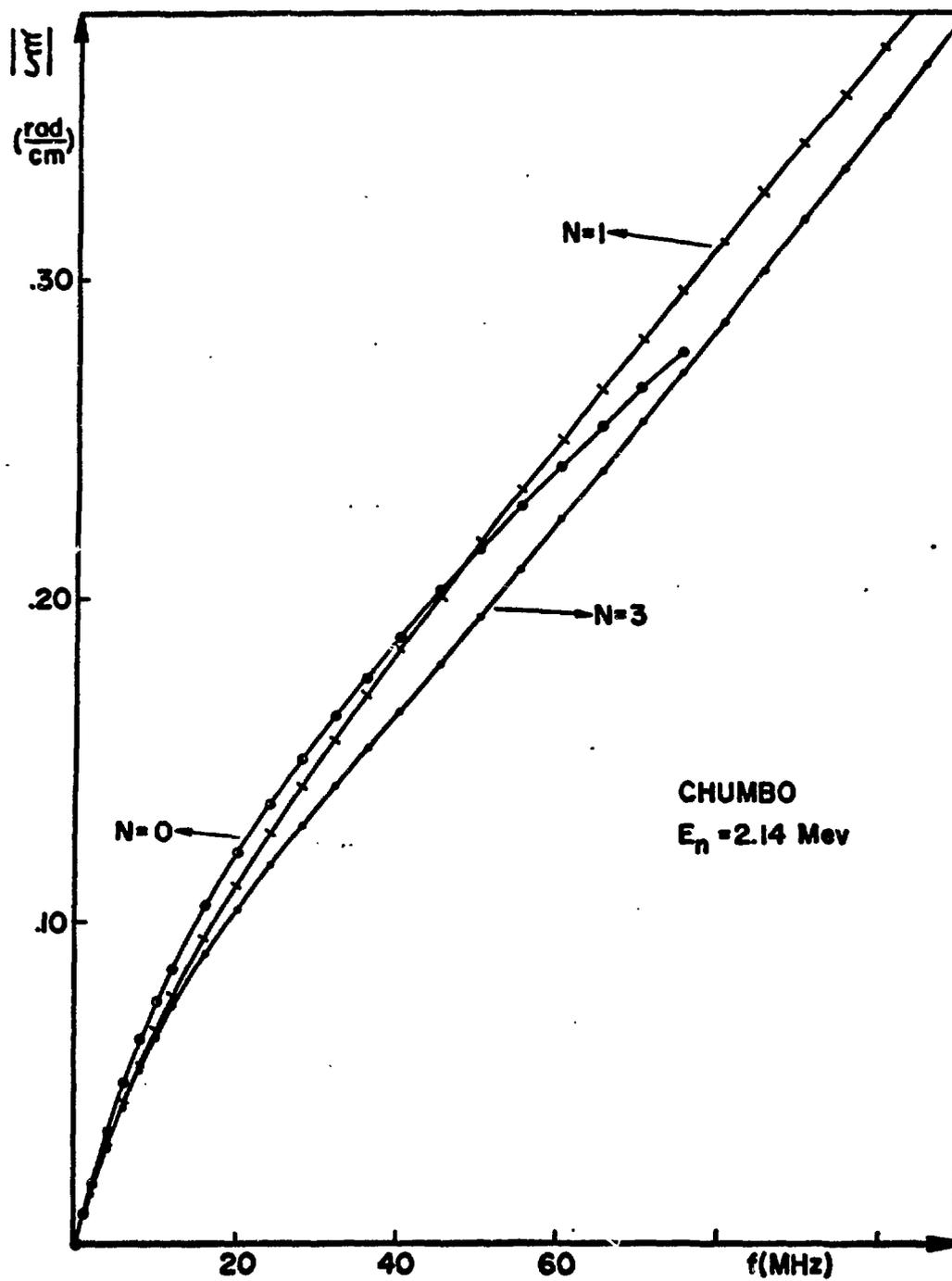


Fig.(2.3) DEPENDÊNCIA DA PARTE IMAGINÁRIA DE $K(\omega)$ COM A FREQUÊNCIA, PARA $N=0$, $N=1$, $N=3$.

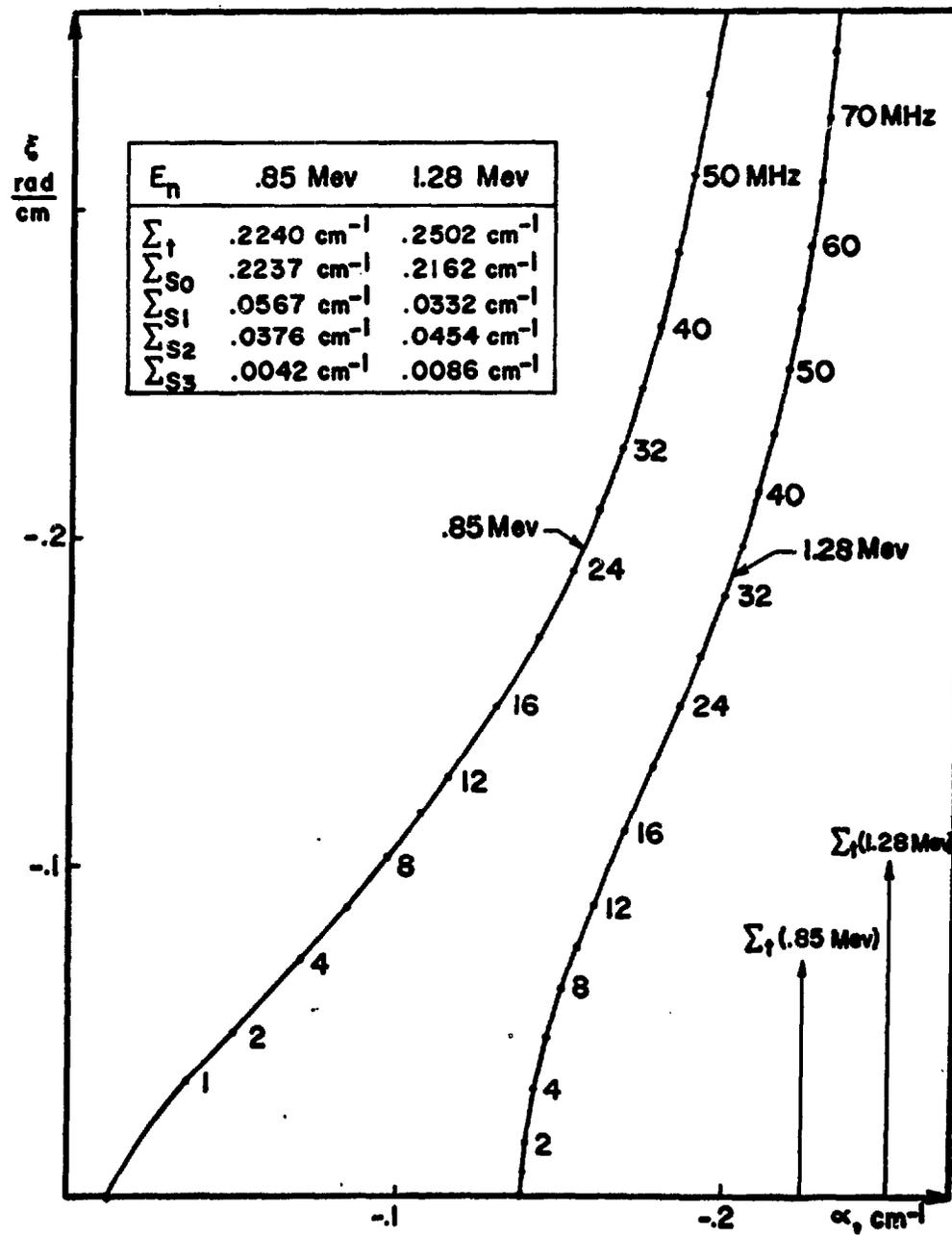
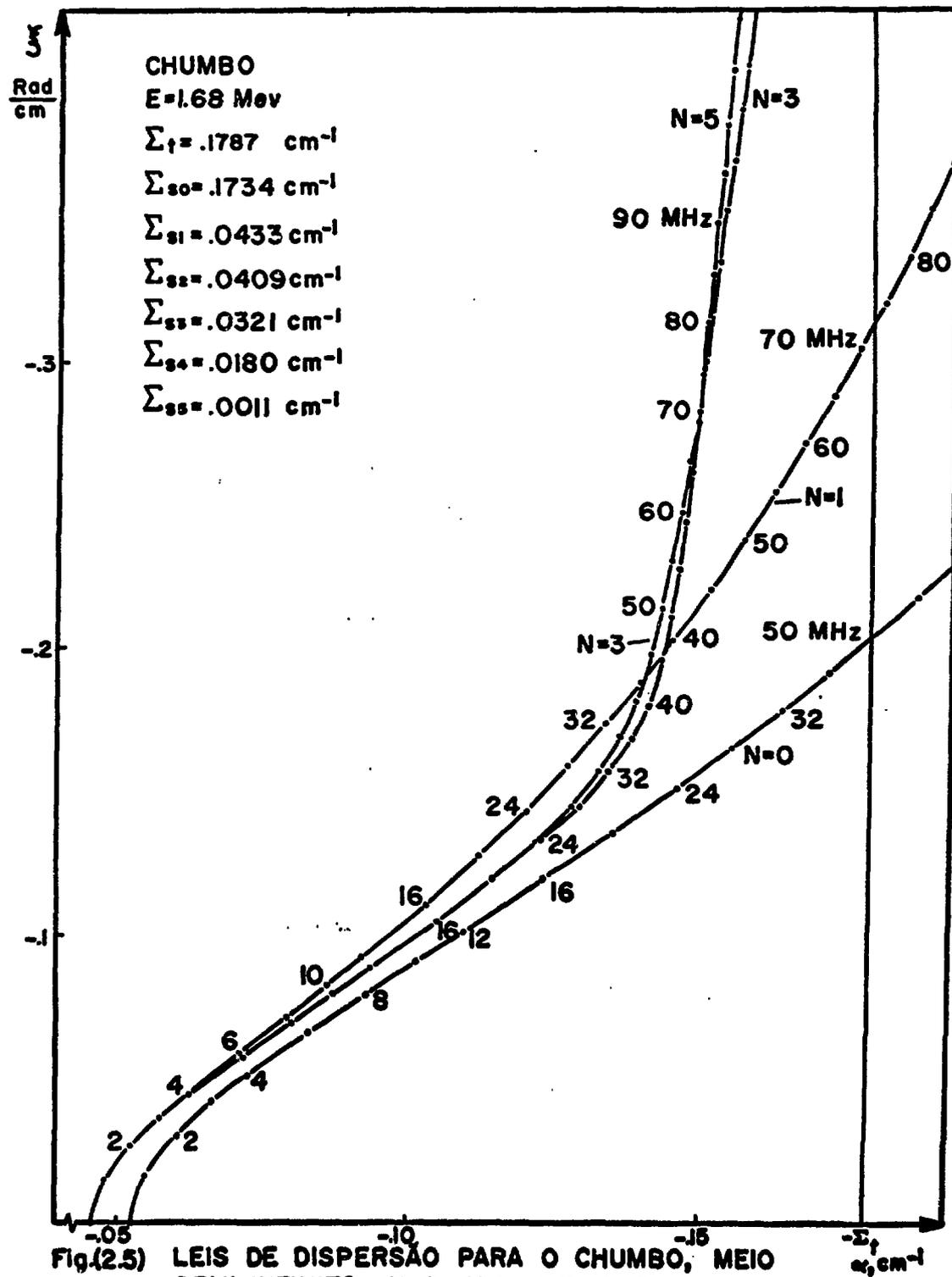


Fig.(2.4) LEIS DE DISPERSÃO PARA O FERRO,
MEIO SEMI-INFINITO, $N=3$.



II.7 - Número de raízes da lei de dispersão

Com exceção do caso $N=0$ /28/, a prova rigorosa de que a equação (2.13) possui uma única raiz no terceiro quadrante do plano K ainda não foi encontrada, e por esta razão, na solução numérica da lei de dispersão, diversos cálculos foram efetuados para o mesmo problema (mesma frequência) com diferentes valores para a estimativa inicial de K . Em todos os casos a solução da equação (2.13) convergiu para o mesmo ponto.

II.8 - A propagação de pulsos de neutrons em prismas com dimensões transversais finitas

A teoria vista neste capítulo, se refere a um semi-espaco. Entretanto, o experimentador forçosamente executa suas medidas em sistemas com dimensões transversais finitas (prismas, por exemplo). É preciso então, adaptar ou reformular a teoria, para incluir as fugas de neutrons pelas superfícies laterais do prisma.

Para o tratamento do caso de um prisma com dimensões transversais finitas e espalhamento linearmente anisotrópico, R.S. Denning /19/ e Perez, Denning e Ohanian /20/ desenvolveram o método B_L^N . Este método se baseia na obtenção do inverso do operador correspondente aos termos de desaparecimento de neutrons da equação (2.1). O operador inverso é obtido através de uma série; o índice N em B_L^N corresponde ao número de termos que são retidos na soma da série. A lei de dispersão obtida por este método é formalmente idêntica à da referência /15/, isto é

$$\begin{vmatrix} \frac{\Sigma_{s0}}{K} Q_0\left(\frac{Y}{K}\right) - 1 & \frac{\Sigma_{s0} - \gamma}{K} \\ -3 \frac{\Sigma_{s1}}{K} Q_1\left(\frac{Y}{K}\right) & - 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.16)$$

entretanto, as componentes transversais do vetor de onda K não são nulas, como no caso do semi-espaço. É preciso aplicar condições de contorno às superfícies laterais do prisma e então obtêm-se relações ligando k_x e k_y (componentes transversais de K) a K . Em particular, o emprêgo das condições de contorno de Marshak fornece expressões que, funcionalmente, podem ser escritas

$$F(K, k_x, v, \omega, \Sigma_t, \Sigma_{s0}, \Sigma_{s1}) = 0 \quad (2.17)$$

$$F(K, k_y, v, \omega, \Sigma_t, \Sigma_{s0}, \Sigma_{s1}) = 0 \quad (2.18)$$

Neste método, o cálculo de K requer, portanto, a solução de três equações (2.16), (2.17), (2.18), levando em conta também que

$$K^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

A extensão do método B_L^N para anisotropias de ordem superior à primeira, não só é recomendável, mas também exequível, pois o procedimento matemático para isto está perfeitamente delineado nas referências /19/ e /20/. Mas é de se prever que o sistema de equações interligando K e suas componentes se tornará excessivamente complicado para aplicações. Uma condição de contorno mais simples, se bem que menos rigorosa que as condições de Marshak é obtida utilizando-se a "Teoria Assintótica dos Reatores" /29/, isto é, assumindo-se soluções da equação (2.1) do tipo

$$\phi(z, \mu, t) = \phi_0(\mu) e^{i\omega t} e^{-kz} z e^{i(B_x x + B_y y)} \quad (2.19)$$

$$\text{onde } B_x^2 + B_y^2 = B_L^2 \quad (2.19')$$

é a curvatura geométrica ("buckling") transversal do prisma. A condição

de contorno neste caso é a do anulamento do fluxo de neutrons na fronteira extrapolada¹. Como já observamos no item II.4, a mesma lei de dispersão (2.13) é obtida neste caso, fazendo-se a substituição de K^2 (meio infinito) por

$$k_z^2 = K^2 + B_{\perp}^2 \quad (2.20)$$

Com a condição de contorno de anulamento do fluxo na fronteira extrapolada, estamos desprezando a dependência da curvatura geométrica transversal com a frequência, expressa pelas equações (2.17) e (2.18), mas segundo Denning /19/ esta hipótese não é drástica para prismas cujas dimensões transversais são da ordem de alguns caminhos livres médios de espalhamento. Em tais sistemas, embora os auto-valores transversais sejam complexos, a parte imaginária dos mesmos é menor que a parte real por ordens de grandeza.

Levando em conta a equação (2.20), no caso de prismas com dimensões transversais finitas, a primeira coluna da equação determinantal (2.13) passará a conter os termos $Q_n(\frac{Y}{k_z})$ em lugar de $Q_n(\frac{Y}{K})$. A estrutura do continuum de auto-valores pode ser facilmente reestudada: as funções $Q_n(\frac{Y}{k_z})$ apresentam um corte para os valores do seu argumento satisfazendo às condições /26/:

$$\frac{Y}{k_z} \quad \text{é real}$$

$$\left| \frac{Y}{k_z} \right| \leq 1$$

Pondo $k_z = \alpha_z + i\xi_z$, as condições acima podem ser usadas para mostrar-se que os pontos do plano complexo da variável k_z para os quais uma lei de dispersão não pode mais ser definida são aqueles que obedecem a

¹ Vide seção, IV.1

$$\xi_z = \alpha_z \frac{\omega}{v \Sigma_t} \quad (2.21)$$

$$|\alpha_z| > \Sigma_t \quad (2.22)$$

resultado análogo ao caso do meio infinito (equação (2.15)). M.M.R. Williams /30/ utilizou a desigualdade (2.22) conjuntamente com a equação (2.20) para mostrar que o máximo valor da curvatura geométrica transversal para o qual a equação (2.13) apresenta soluções discretas é dado por

$$B_{\perp}^2 \leq \left(1 + \frac{\xi^2}{\Sigma_t^2}\right) (\Sigma_t^2 - \alpha^2) \quad (2.23)$$

a igualdade correspondendo a $B_{\perp}^2 = B_{\max}^2$. Este resultado é de grande utilidade para o experimento. Particularizando para $\omega=0$ cai-se no caso clássico da determinação do comprimento de difusão. Identificando α com L^{-1} (L é o comprimento de difusão para o meio infinito), e lembrando também que neste caso $\xi=0$, a condição (2.23) fica $B_{\perp}^2 \leq \Sigma_t^2 - L^{-2}$. Note-se que, o valor obtido para B_{\max}^2 a partir de (2.23) irá depender da ordem da aproximação empregada na solução da lei de dispersão. Na figura (2.6) temos B_{\max}^2 em função da frequência para as energias de 1,68 e 2,14 Mev, na aproximação $N=5$. A forma das curvas desta figura é compreensível, se observarmos a lei de dispersão nas figuras (2.1) e (2.5): a parte real de $K = \alpha + i\xi$ cresce bastante rapidamente até frequências de 40-50 Mhz, entrando então numa zona de crescimento lento. Até esta região de frequências B_{\max}^2 diminui, e a partir daí, o primeiro fator na equação (2.23) passa a ser dominante e B_{\max}^2 aumenta, pois o ritmo de crescimento de ξ com a frequência é quase linear (vide figura (2.3)). Eis aqui um aspecto interessante da equação (2.23) que aparentemente não foi levado em conta na referência /30/, devido ao fato de, no caso dos neutrons térmicos, as frequências acessíveis ao experimento serem apenas da ordem de centenas de ciclos por segundo: pode-se utilizar um valor de B_{\perp}^2 que permita, num único experimento, observar o comportamento da lei de dispersão dentro e fora do continuum.

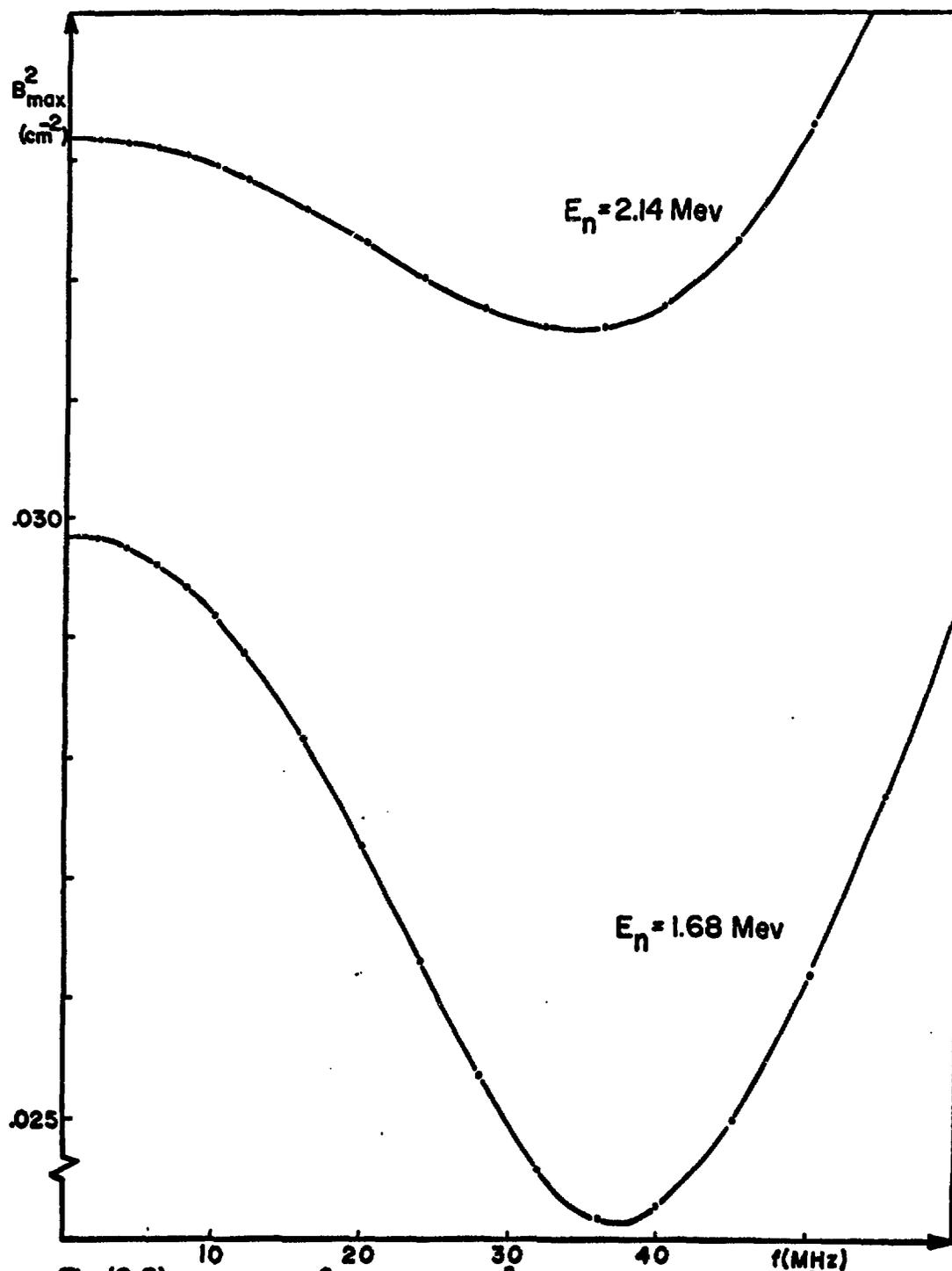


Fig.(2.6) DEPENDÊNCIA DE B_{\max}^2 COM A FREQUÊNCIA PARA O CHUMBO, $N=5$.

sendo o intervalo de frequências correspondente ao continuum de auto-valores interior a dois intervalos onde $k_2(\omega)$ pertença ao espectro discreto.

Capítulo III

O MÉTODO EXPERIMENTAL

III.1 - Fonte de Nêutrons

A experiência foi realizada no Departamento de Engenharia Nuclear da Universidade da Flórida. A fonte de nêutrons utilizada neste experimento foi a reação $T(p,n)He^3$. Os prótons, com energia média de 2,5 Mev foram supridos por um acelerador tipo Van de Graaff. Nesta máquina, os prótons são acelerados verticalmente, sendo defletidos de 90 graus para se dirigirem ao alvo. O campo magnético do defletor é medido por método de ressonância magnética, permitindo conhecer-se a energia das partículas aceleradas com precisão da ordem de alguns Kev. A curva de calibração "frequência de ressonância contra energia dos prótons" já era conhecida e portanto, limitamo-nos a determinar a frequência correspondente ao limiar da reação $T(p,n)He^3$ a título de aferição. Como a energia dos nêutrons emitidos nesta reação depende da espessura do alvo e do ângulo de emissão do nêutron, foi preciso levar em conta estes fatores. O que se fez em relação à distribuição angular dos nêutrons foi colocar o arranjo a uma distância tal que o alvo "visse" o sistema a ser irradiado sob um ângulo sólido da ordem de 10^{-2} esfero-radianos. Este pequeno ângulo sólido não sacrificou excessivamente a intensidade do fluxo de nêutrons disponível para o experimento, pois na energia considerada, a distribuição angular dos nêutrons emitidos pelo alvo é fortemente anisotrópica /31/. Os materiais estruturais do alvo, (incluindo uma camada de cerca de 1 mm de água, utilizada para refrigeração) também degradam a monoenergeticidade do feixe. O que se fez com relação a este problema foi determinar experimentalmente a relação $\frac{\Delta E}{E}$ onde ΔE é a meia largura do espectro dos nêutrons da fonte. A energia resultante para os nêutrons emergentes do alvo dentro do ângulo sólido mencionado foi

$$E_n = (1,680 \pm 0,030) \text{ Mev}$$

No apêndice B serão dados detalhes a respeito da determinação de $\Delta E/E$.

III.2 - Pulsção do Feixe

Vimos no capítulo I que as experiências com fontes moduladas ou de propagação de pulsos são equivalentes. Entretanto, no nosso caso, a construção de uma fonte modulada com frequências da ordem de dezenas de megahertz traria problemas técnicos bastante sérios e o emprêgo da propagação de pulsos é obrigatório. O acelerador utilizado dispõe de um sistema de pulsção do feixe cujos elementos essenciais são: varredura (a 2 Mhz), focalização (Einzel Lens), segunda varredura (em ângulo reto com a primeira) e compressão (Klystron Bunching). Os elementos essenciais de controle do sistema de pulsção são as amplitudes das "ondas de varredura", a amplitude da "onda de compressão" e as fases relativas, bem como a tensão do elemento de focalização (Einzel Lens). Este sistema permitiu obter pulsos de nêutrons até 1,5 nano-segundos de largura e correntes de pico de 1 mA utilizando fontes de íons de rádio-frequência. A frequência de pulsção é de 2 ou 4 Mhz. Trata-se de um sistema comercial¹ e por isso omitiremos outros detalhes a respeito. A forma dos pulsos de nêutrons obtidos variava após períodos de manutenção, e por esta razão, os dados coletados para as medidas descritas nesta dissertação correspondem a um período contínuo de operação do acelerador. De outra forma, teríamos diferentes conteúdos de frequência na análise de Fourier dos pulsos de nêutrons obtidos em diferentes posições do detetor. Apenas pequenos reajustes dos parâmetros do pulso foram efetuados durante a operação. A figura (3.1) mostra formas típicas dos pulsos de nêutrons obtidos em diferentes ocasiões.

III.3 - O arranjo

A figura (3.2) é uma representação esquemática do arranjo. O prisma de chumbo utilizado média 20 x 25 cm transversalmente e aproximadamente 140 cm de comprimento. Este prisma foi blindado, com exceção de uma das extremidades, por cerca de 150 cm de parafina. Esta blindagem consistia de dois cilindros de parafina e alguns blocos paralelepípedicos do mesmo material colocados estrategicamente em pontos onde se previa reflexões de nêutrons em materiais pesados presentes no laboratório. Note-se

¹ Fornecido pela "Ortec".

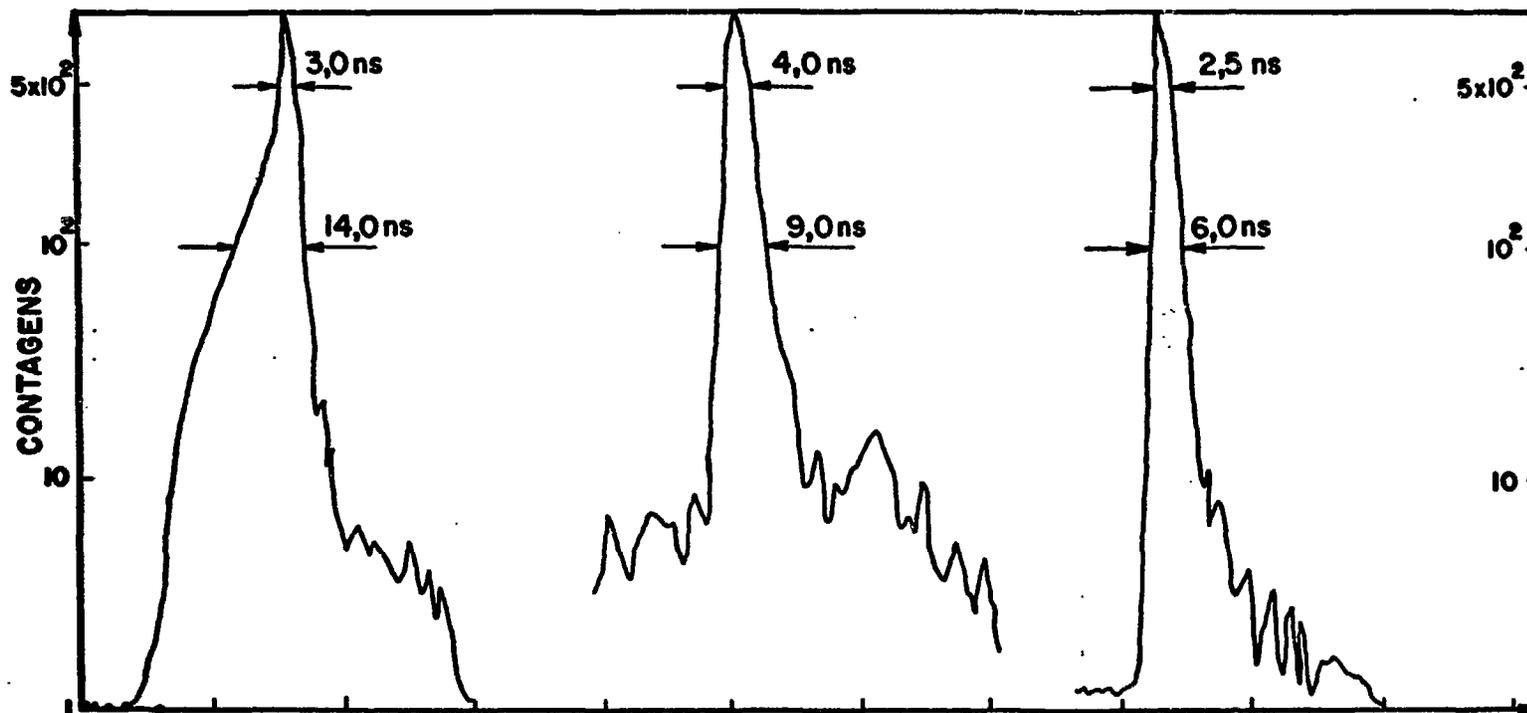


Fig.(3.1) PULSOS DE NEUTRONS VISTOS PELO DETETOR, CORRESPONDENDO A DIFERENTES DESEMPENHOS DO SISTEMA DE PULSAÇÃO DO ACELERADOR $E_n = 1,68$ Mev, NÍVEL DE DISCRIMINAÇÃO $\approx 1,40$ Mev.

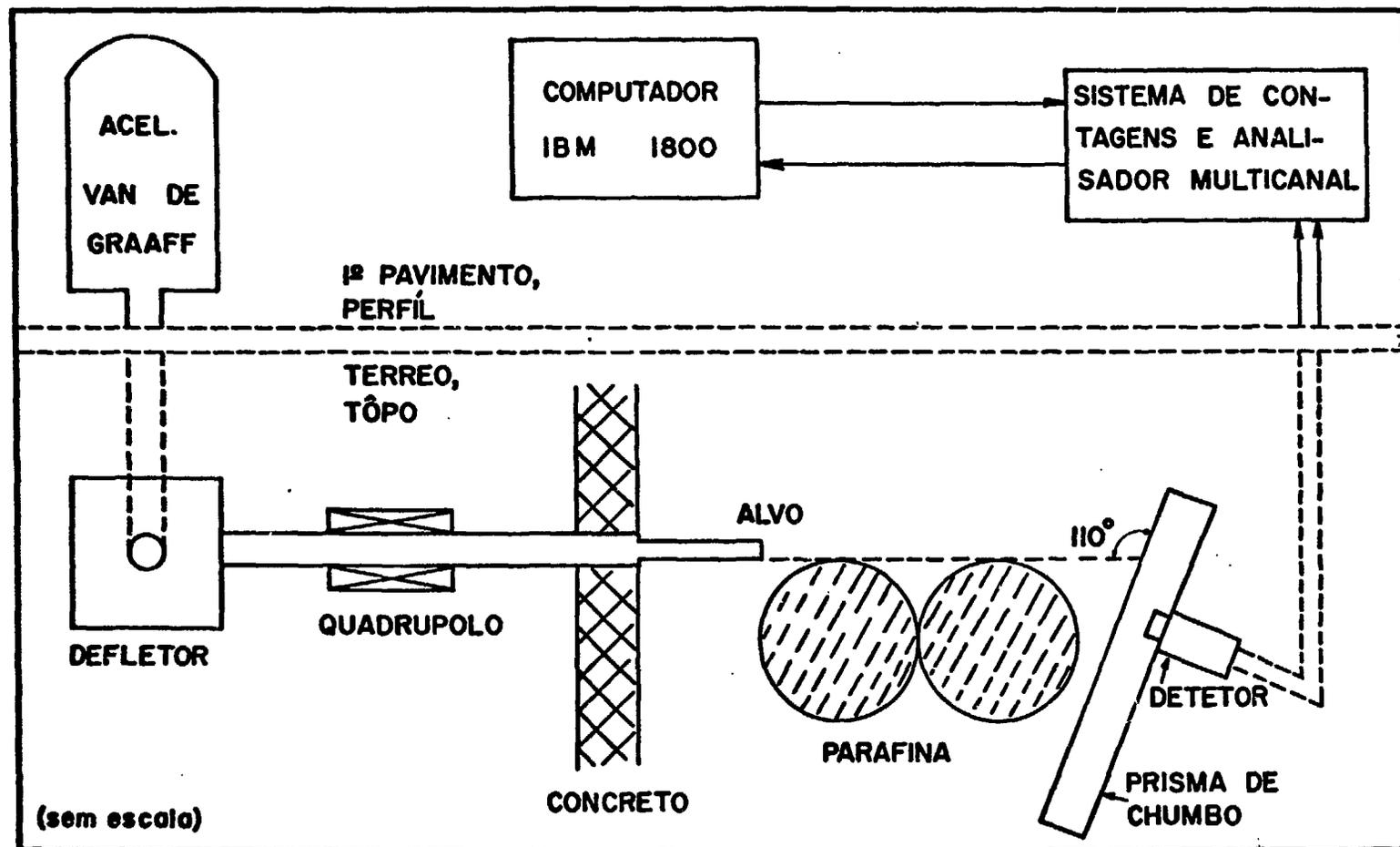


Fig.(3.2)

ARRANJO EXPERIMENTAL.

que a parafina não foi utilizada com a finalidade de absorver os nêutrons, mas sim com a de degradar a energia dos mesmos o suficiente para que o detector se lhes tornasse insensível.

A extremidade não blindada do prisma de chumbo distava do alvo do acelerador aproximadamente três metros e o eixo longitudinal do prisma fazia um ângulo de aproximadamente 110° com a direção do feixe de prótons. Este ângulo foi escolhido por corresponder ao pico secundário da secção de choque de espalhamento dos nêutrons de 1,68 Mev /24/.

O arranjo acima descrito, permite considerar, para finalidades de interpretação do experimento, uma fonte de nêutrons como a descrita pela equação (2.3) ao invés da descrita pela equação (2.4) que é mais complicada. Em outras palavras, neste trabalho, ao contrário do que aconteceu nas referências /21/ e /22/, não houve interação do detector com nêutrons vindos diretamente do alvo, isto é, nêutrons ainda não integrados à população do meio. O pulso de nêutrons que se propagava ao longo do prisma continha apenas nêutrons que já haviam colidido pelo menos uma vez com os átomos do meio.

III.4 - Observações do Pulso de Nêutrons

O pulso de nêutrons foi observado em seis diferentes posições ao longo do prisma de chumbo. Este prisma era constituído por blocos justapostos de $5 \times 10 \times 20$ cm, sendo que um dos blocos continha uma perfuração cilíndrica com 7 cm de diâmetro, aproximadamente, onde era colocado o detector. Para cada observação do pulso de nêutrons os blocos de chumbo eram rearranjados, de maneira que o único vazio do sistema correspondia à posição do detector. A intensidade do pulso em cada posição do detector foi monitorada utilizando-se para isto um "contador de resposta plana". Este contador acha-se descrito em detalhe na referência /32/. Nas várias posições do detector, algumas dezenas de milhares de contagens foram acumuladas sob o pulso de nêutrons. O maior tempo de contagem, correspondendo à posição de menor intensidade, foi de 21 horas. A extremidade do prisma que atuava como fonte media cerca de 25 cm. Após a medida do pulso de nêutrons, essa extremidade era removida repetindo-se a medida. Subtraindo canal por

canal estas observações ("com" e "sem" extremidade do prisma) foi possível eliminar a radiação de fundo presente no pulso de nêutrons, em cada posição. Esta radiação de fundo se compõe essencialmente de nêutrons que atravessam o anteparo de parafina sem sofrerem colisões e nêutrons espalhados em materiais pesados nas proximidades do arranjo. Notemos entretanto, que, por ser a experiência pulsada (período de 250 ou 500 nano-segundos) e os nêutrons detetados em coincidência com o pulso do acelerador, a discriminação intrínseca do sistema de contagem contra nêutrons espalhados nas proximidades do arranjo é muito boa. A discriminação contra raios gama é feita eletronicamente. A figura (3.3) mostra o pulso de nêutrons para uma particular posição do detetor, e para vários níveis de discriminação do sistema de processamento de pulsos. A figura (3.4) mostra um caso típico do pulso de nêutrons antes e depois da subtração da radiação de fundo.

III.5 - Sistema de contagens

O detetor utilizado neste trabalho foi o cintilador líquido NE-213 encapsulado em vidro. A reação pela qual se dá a detecção dos nêutrons é o espalhamento (n,p). Os pulsos luminosos produzidos neste cintilador por prótons de recuo são diferentes dos produzidos por elétrons e raios gama /33/. Mais precisamente, os tempos para que os pulsos de prótons e de raios gama atinjam os respectivos máximos são diferentes. Então, quando o pulso elétrico resultante for diferenciado, os tempos de cruzamento do zero serão diferentes. Essa diferença nos tempos de cruzamento do zero pode ser transformada em pulsos de diferentes amplitudes através de um conversor tempo-amplitude. Este princípio foi utilizado para a discriminação contra raios gama provenientes de captura de nêutrons no chumbo e nas paredes do laboratório. Ao cintilador foi acoplada uma fotomultiplicadora 56 AVP. Um sinal linear foi extraído do 119 dinodo e um sinal rápido do anodo.

As figuras (3.5) e (3.6) são diagramas simplificado e completo, respectivamente, do sistema de coleta de dados. O sistema é acionado pela detecção de um nêutron ou raio gama. O pulso do anodo é diferenciado e vai

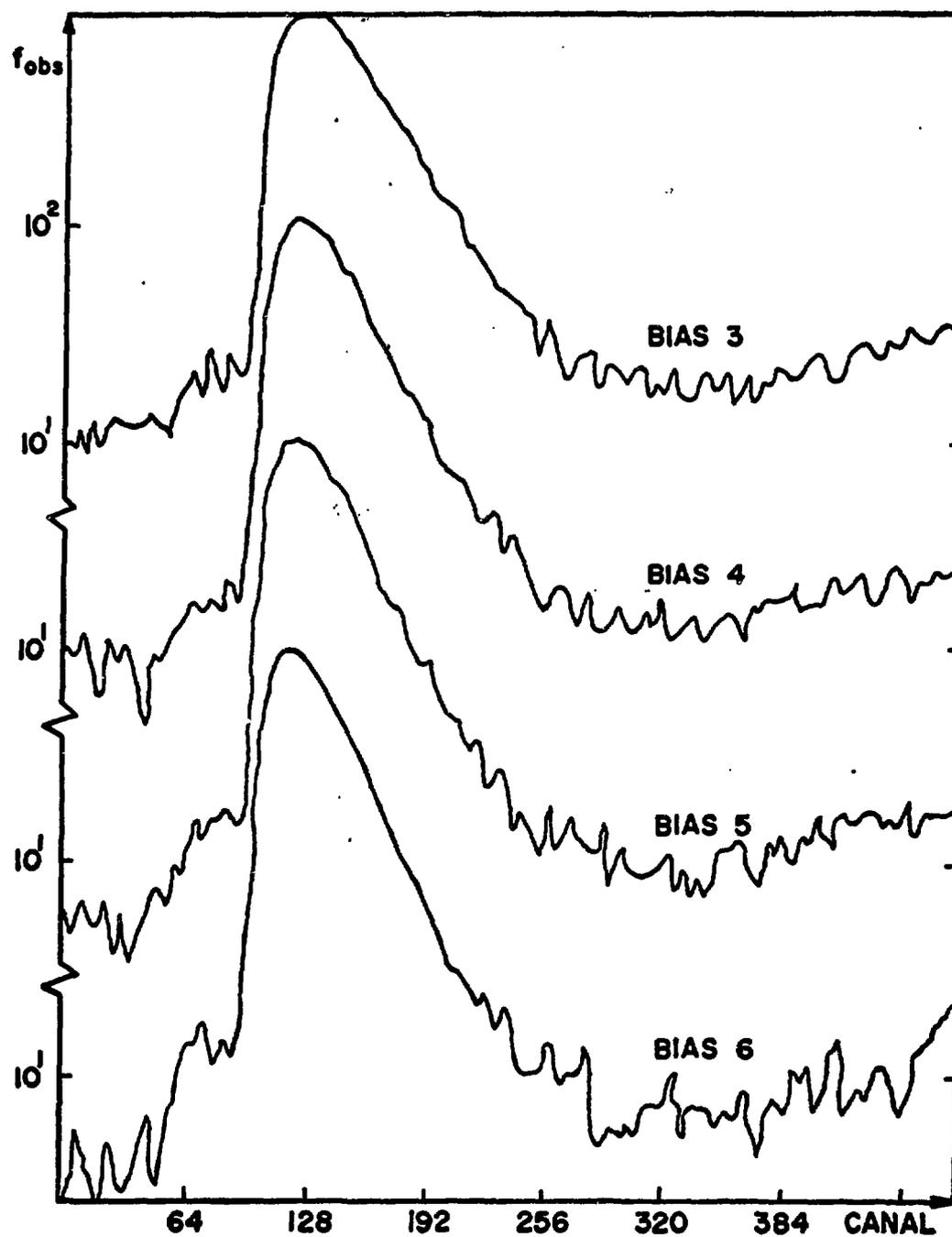


Fig.(3.3)

PULSO DE NEUTRONS PARA UMA DAS
 POSIÇÕES DO DETETOR E VÁRIOS NÍVEIS
 DE DISCRIMINAÇÃO. LARGURA DOS CANAIS:
 0,6 NANO-SEGUNDO.

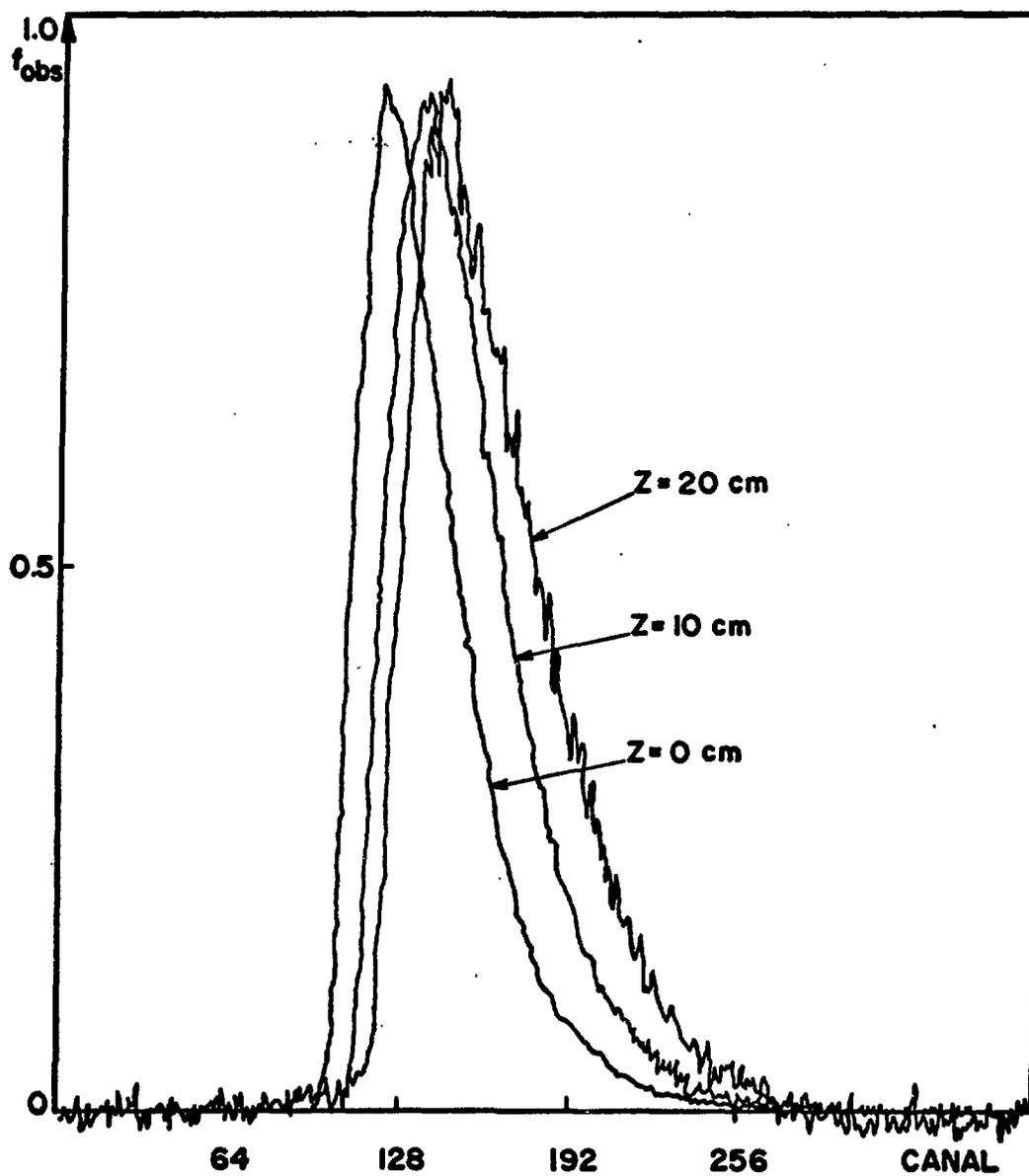


Fig.(3.4) PULSO DE NEUTRONS APÓS A SUBTRAÇÃO DA RADIAÇÃO DE FUNDO, PARA TRÊS POSIÇÕES DO DETECTOR, BIAS=6 LARGURA DE CANAL: 0,6 ns.

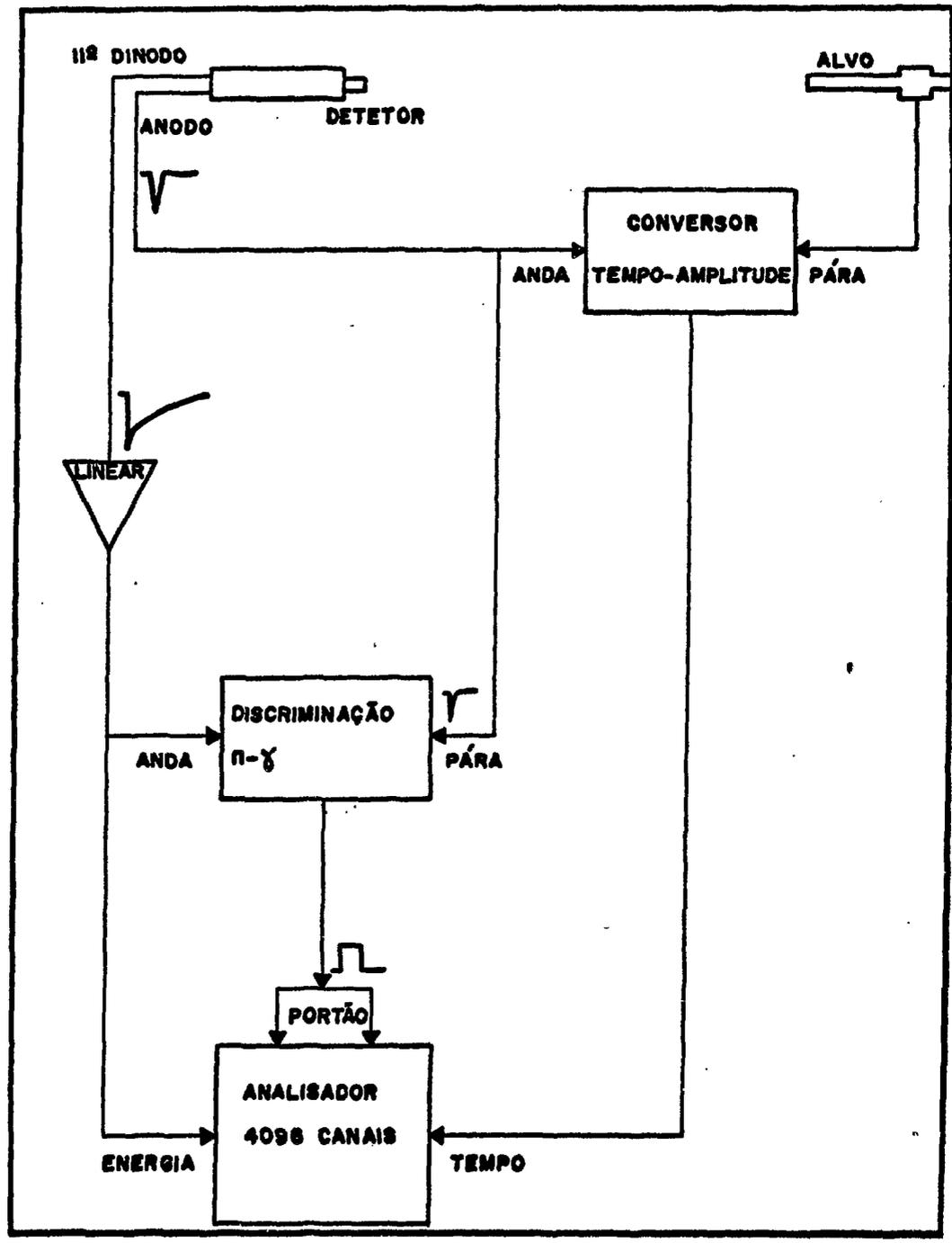


Fig.(3.5) DIAGRAMA SIMPLIFICADO DO SISTEMA ELETRÔNICO DE CONTAGEM.

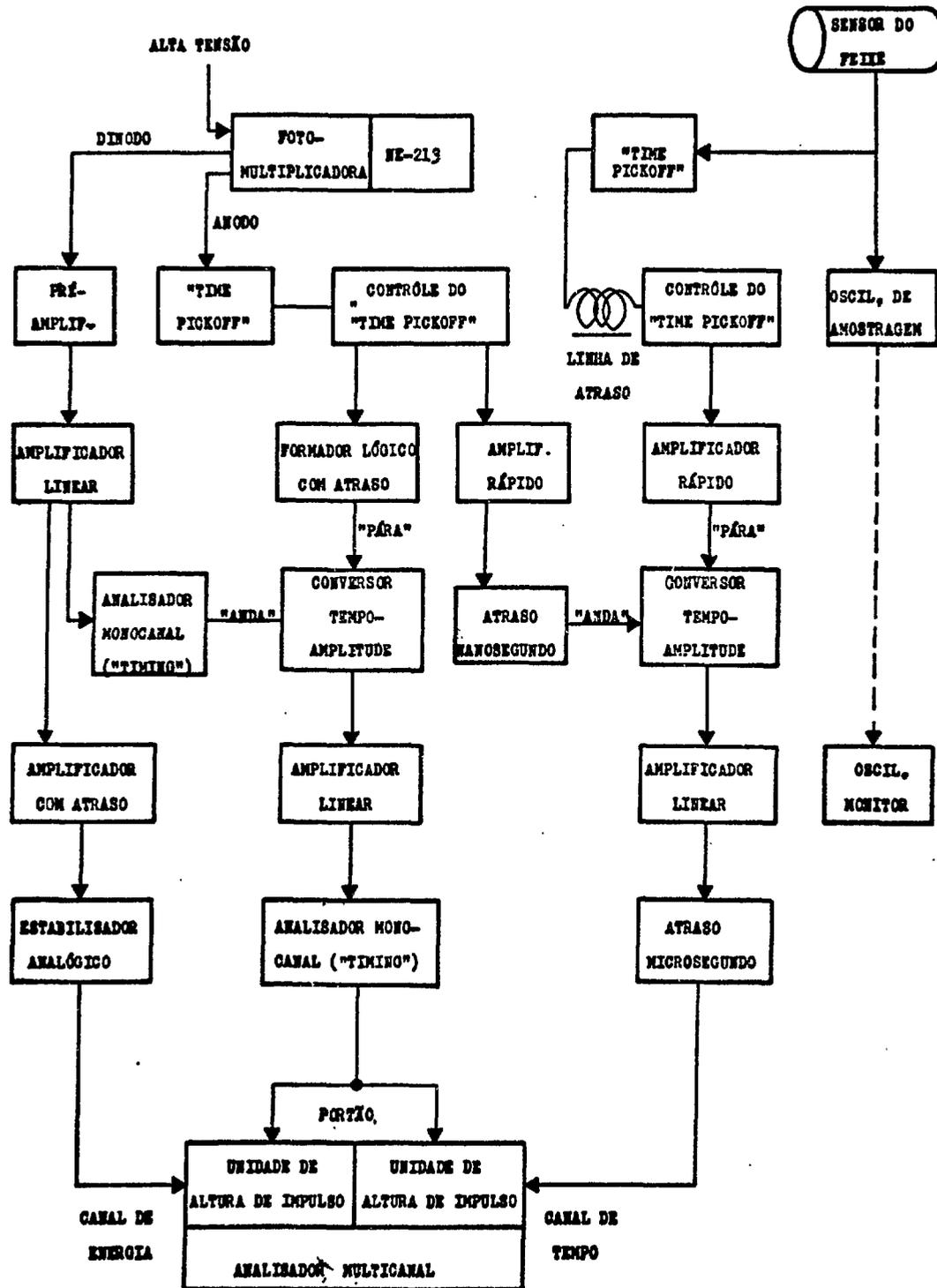


Fig.(3.6)

DIAGRAMA COMPLETO DO SISTEMA DE COLETA DE DADOS.

disparar um conversor tempo-amplitude (vide figura (3.5)). Os íons atravessam um cilindro monitor do feixe, situado nas proximidades do alvo, originando um pulso elétrico, que, após ser formado, vai acionar a função "para" do mesmo conversor tempo-amplitude. A saída deste conversor é amplificada linearmente e vai a um analisador multicanal (entrada "tempo"). O pulso linear do 119 dinodo é linearmente amplificado e formado, tendo uma dupla função: contém informação sobre a energia da partícula detetada, indo para a entrada "energia" do analisador; é utilizado para disparar o circuito de discriminação n- γ . Este por sua vez é "parado" pelo pulso do anodo. Na saída do circuito de discriminação n- γ tem-se um pulso cuja amplitude contém informação sobre a natureza da partícula detetada (no espectro de amplitudes destes pulsos, tem-se dois picos, um correspondente aos neutrons, outro correspondente aos raios gama). Um analisador de um canal é usado para selecionar os pulsos de altura adequada, gerando um pulso lógico no instante do cruzamento do zero, o qual vai abrir o "portão" do analisador multicanal.

Uma unidade que se revelou indispensável foi o estabilizador analógico, utilizado no canal de energia (vide figura (3.6)). Esta unidade utiliza um pico de referência para estabilização do ganho. No nosso caso este pico foi fornecido por uma fonte de Am^{241} (com a atividade de 0,027 μCi) imersa num pequeno cintilador tipo NaI(Tl) . Os pulsos luminosos deste cintilador foram filtrados de maneira que o pico de referência correspondesse a pulsos de amplitude ligeiramente maior que a dos maiores pulsos do espectro dos prótons de recuo produzido pelos nêutrons de 1,68 Mev. No detalhe da figura (3.7) mostramos como foram acoplados o pulsador luminoso, o detetor NE-213 e fotomultiplicadora. A discriminação contra ruído eletrônico de baixa amplitude é feita em vários pontos por meio de discriminadores integrais.

O sistema acima foi montado com unidades modulares transistorizadas (sistema NIM). A discriminação contra raios gama, utilizando unidades modulares é possivelmente mais dispendiosa que uma montagem tipo pré-amplificador, mas apresenta a vantagem de ser de construção rápida, bastante estável, reproduzível, e os parâmetros importantes do processo ficam em local de acesso imediato, isto é, juntamente com o restante da eletrônica de contagens. A resolução em tempo deste sistema é da ordem de

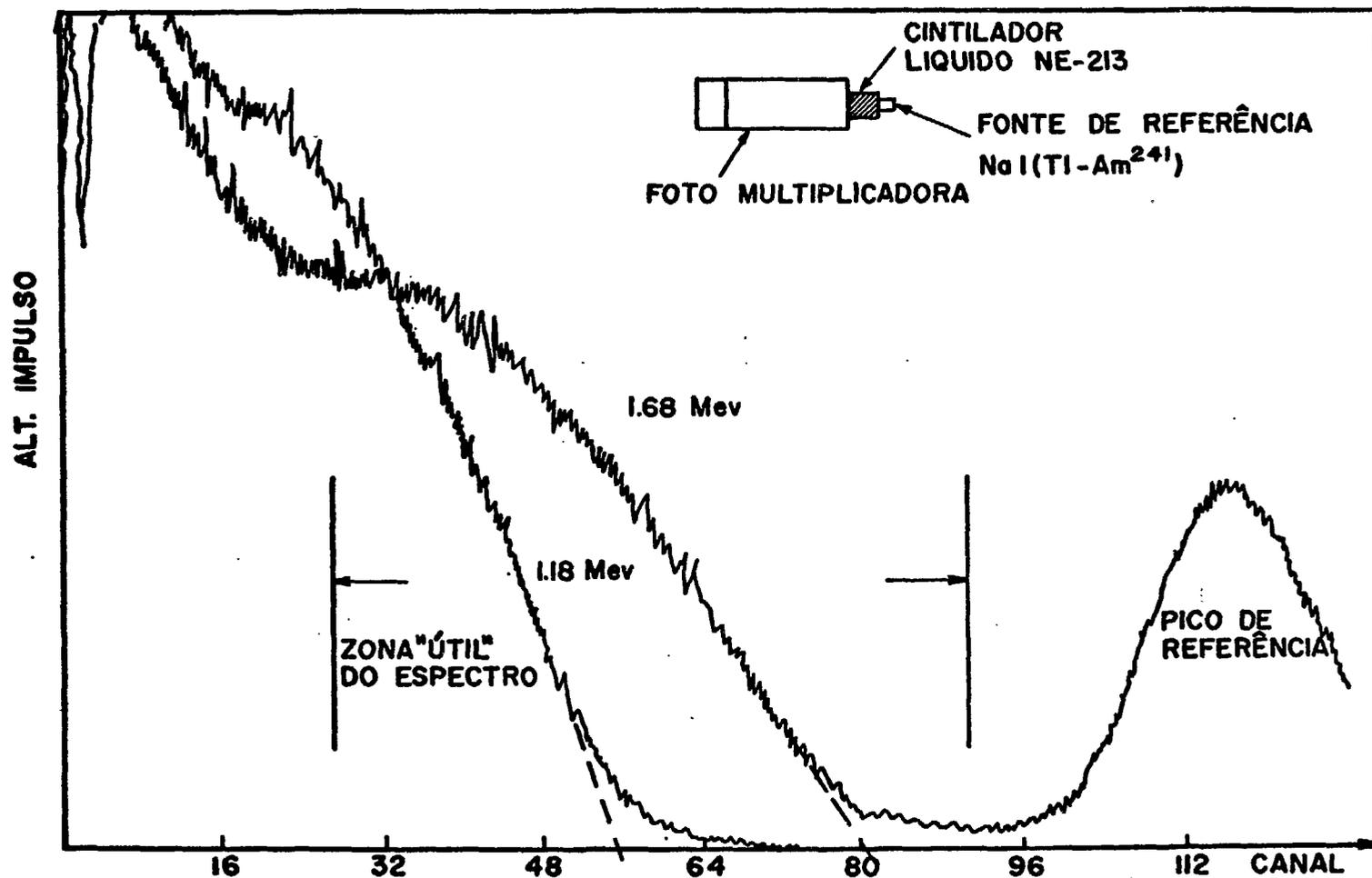


Fig.(3.7)

RESPOSTA DO DETETOR PARA NEUTRONS MONOENÉRGICOS DE 1.68 Mev E 1.18 Mev.

1,5 nano-segundos¹. No apêndice B mostramos que, junto ao alvo, o pulso de neutrons possui uma largura medida de 2,5 nano-segundos, valor êste que inclui a largura do pulso de nêutrons e a resolução do sistema eletrônico.

A característica mais importante dêste experimento, do ponto de vista da coleta de dados, foi o emprêgo de um analisador multicanal com unidade de dois parâmetros registrando simultaneamente o instante da detecção da partícula e a altura do impulso elétrico correspondente. O espectro de tempo foi registrado para 8 diferentes níveis de discriminação, com 512 canais por nível (isto é, dispúnhamos de $8 \times 512 = 4096$ canais). Os 8 níveis de discriminação foram selecionados da maneira seguinte. Obteve-se os espectros de altura de impulso dos prótons de recuo correspondentes a nêutrons de 1,70 Mev e 1,10 Mev, respectivamente. O menor dos níveis de discriminação do analisador multicanal foi ajustado para a altura de impulso correspondente ao "cut off" linear do espectro dos nêutrons de 1,10 Mev e o mais alto dos níveis de discriminação foi ajustado, similarmente, para os nêutrons de 1,70 Mev. Na figura (3.7) temos os espectros de altura de impulso obtidos para as energias de 1,18 e 1,68 Mev. A escolha do nível de discriminação superior é óbvia: a maior energia dos nêutrons presentes no nosso arranjo é de 1,71 Mev. Quanto ao nível mais baixo, (1,10 Mev) êle se deve ao fato de, em colisões inelásticas no chumbo, os nêutrons perderem um mínimo de 550 Kev e os nêutrons espalhados inelásticamente serem indesejáveis por representarem um aspecto do fenômeno que estamos estudando que se afasta drásticamente do modelo monoenergético. Colocando todos os níveis de discriminação disponíveis no intervalo de energias 1,10-1,70 Mev, estamos, automaticamente, incluindo o espalhamento inelástico no processo de remoção. Cumpre dizer que êste procedimento já foi utilizado anteriormente por Beghian e coautores /34/. Êle será descrito em detalhe no item III.6.

O que dissemos acima também esclarece a função da blindagem de parafina. Sendo o hidrogênio altamente eficiente como material moderador, na maioria dos casos os nêutrons que interagem com a blindagem, ao atingirem o prisma de chumbo terão energias abaixo do limite de 1,10 Mev, não

¹ Resolução característica do método "leading edge" para análise em tempo.

sendo contados.

Com o sistema de coleta de dados em dois parâmetros, a informação obtida pelo analisador pode ser encarada sob dois aspectos. O primeiro, e que nos interessa de imediato é o espectro de tempo correspondente a diversos níveis de discriminação. Os diversos níveis de discriminação constituem o elemento que irá informar o quanto se afasta o experimento do modelo teórico monoenergético. Em segundo lugar, pode-se encarar os dados contidos no analisador como uma série de espectros de energia dos nêutrons, obtidos para diferentes intervalos de tempo, a contar da injeção do pulso de nêutrons rápidos pelo acelerador. Este aspecto é extremamente adequado para o estudo da moderação de nêutrons. Neste trabalho, o que nos interessa primariamente é o espectro de tempo. No apêndice C faremos referência ao segundo aspecto, e mostraremos alguns dos resultados obtidos e quais os problemas encontrados.

Terminando esta seção, resta dizer que a presença do computador IBM 1800 acoplado ao analisador multicanal por meio de interface, constituiu um elemento valioso para um primeiro exame de cada determinação do pulso de nêutrons.

III.6 - Funções de resposta do detetor

Um parâmetro chave do trabalho descrito nesta dissertação é a eficiência relativa do detetor, para nêutrons de diferentes energias, que passaremos a discutir. Pensando temporariamente num analisador de um parâmetro, o tempo, temos que, os impulsos aceitos para o espectro de tempo, têm forçosamente que satisfazer a uma condição: eles devem ser maiores que a altura de impulso prefixada através de um discriminador integral (já vimos no item III.5 que este discriminador é tal que, nêutrons espalhados inelásticamente pelo chumbo não são contados). Se o espectro de nêutrons fosse estritamente monoenergético, o número de impulsos acima deste nível variaria no tempo devido apenas a absorções e fugas de nêutrons. Dêsse modo o espectro de altura de impulsos visto pelo detetor, em diversos instantes, se deformaria, mas mantendo sempre o "cut-off" do instante inicial (figura (3.7)). Entretanto, no caso real a energia mé-

dia dos nêutrons está variando, devido às colisões elásticas, embora o espectro permaneça, para tempos não muito longos, quase monoenergético. Esta variação (diminuição) da energia média com o tempo pode ser representada graficamente, por deslocamento para energias mais baixas, do "cut off" linear do espectro dos prótons de recuo a partir do instante inicial. Este efeito também irá contribuir para a variação do número de impulsos detectados por unidade de tempo.

No sistema de coleta de dados a dois parâmetros, tem-se vários níveis de discriminação (oito no nosso caso) cada um deles observando o espectro de tempo. Os espectros correspondentes a estes diversos níveis seriam idênticos se o sistema fosse monoenergético (a menos de fator de normalização). Não sendo o experimento monoenergético, estes espectros de tempo diferem entre si. Temos então necessidade de conhecer as funções de resposta do detetor em função da energia média do espectro de nêutrons, para cada um dos níveis de discriminação empregados.

No seu estudo pioneiro no campo da fonte pulsada de nêutrons rápidos, Beghian e coautores /14/, /34/ interpretaram este fato em termos de uma variação da eficiência do detetor com o tempo, o que deu origem a uma pequena correção nas constantes de decaimento determinadas naquele trabalho.

A determinação experimental das funções de resposta do detetor para os vários níveis de discriminação é feita pulsando-se o feixe do acelerador, para diversas energias no intervalo de interesse e mantendo-se o detetor no ar. O espectro de altura de impulso correspondente a cada energia é obtido. Fixando nossa atenção num particular nível de discriminação (que será identificado pela letra B), para cada energia média E dos nêutrons do alvo, pode-se definir a eficiência através da relação /14/

$$\epsilon_B(E) = \frac{\sum_{i=n_0}^{N_{\max}} n_i}{M} \quad (3.1)$$

onde

n_0 é o número do canal (amplitude de impulso) correspondente ao nível de discriminação considerado,

- N_{\max} é o canal correspondente à maior altura de impulso registrada,
- n_i é o número de contagens observadas no canal i , num certo intervalo de tempo,
- M é o número de contagens observado num monitor de resposta plana, no mesmo intervalo de tempo.

Se E_0 for a energia inicial dos nêutrons, define-se a eficiência relativa para a energia média E através da relação

$$\eta_B(E) = \frac{\epsilon_B(E)}{\epsilon_B(E_0)} \quad (E \leq E_0) \quad (3.2)$$

As funções de resposta do nosso detetor foram observadas para nêutrons monoenergéticos de 1,68 Mev, 1,58 Mev, 1,48 Mev, 1,38 Mev, 1,28 Mev, 1,18 Mev. Para cada um dos níveis de discriminação utilizados no experimento, a eficiência relativa do detetor foi calculada segundo a relação (3.2), com $E_0 = 1,68$ Mev.

Notemos, porém, que as funções de resposta e a eficiência acima descritas são válidas para espectros de nêutrons monoenergéticos, ou, mais precisamente, para o espectro dos nêutrons emitidos pelo alvo do acelerador, que tem uma meia largura da ordem de 60 Kev. Entretanto, no interior do prisma de chumbo, a medida que tem sua energia média diminuída, o espectro de nêutrons também tem sua meia-largura aumentada. Isto faz com que a eficiência determinada experimentalmente não seja exatamente adequada para descrever a interação do detetor com o espectro de nêutrons. É preciso modificar as funções $\eta_B(E)$ levando em conta o alargamento do espectro. Definindo-se temporariamente o espectro de nêutrons como sendo uma relação $F(E, E')$ onde E é a energia média dos nêutrons, pode-se corrigir a eficiência relativa do detetor para o espectro alargado, através da relação /21/

$$\eta_{BC}(E) = \int \eta_B(E') F(E, E') dE' \quad (3.3)$$

com $\int F(E, E') dE' = 1$, $\eta_B(E') =$ eficiência observada

Isto é, calculando-se o valor médio da eficiência do detetor ponderada pelo espectro de nêutrons em consideração. A obtenção de $F(E, E')$ é um problema bastante complexo, que tem sido abordado por muitos autores /24/, /35/. No nosso caso, foi possível utilizar os resultados de um tratamento recente, devido a Williamson /36/. Os espectros $F(E, E')$ foram obtidos numericamente, o mesmo se dando com a integral da equação (3.3). No apêndice C daremos detalhes a respeito.

Na figura (3.8) temos $\eta_B(E)$ e $\eta_{BC}(E)$ em função de E . As linhas quebradas nesta figura representam o ajuste por uma exponencial das determinações experimentais ("monoenergéticas") de $\eta_B(E)$. As linhas contínuas correspondem às eficiências corrigidas para o alargamento do espectro. Diversos níveis de discriminação são ali representados.

No capítulo IV veremos que estas curvas são indispensáveis para a interpretação da resposta do sistema em termos de teoria monoenergética. Por ora, basta notar que o ajuste dos pontos experimentais por uma exponencial, é satisfatório para um intervalo de energias.

$$E_0 - 300 \text{ Kev} \leq E \leq E_0.$$

Este fato será a base de nosso método de interpretação dos resultados experimentais. Pode-se notar, na figura (3.8), que as curvas $\eta_{BC}(E)$ são também exponenciais, com expoentes ligeiramente diferentes dos das curvas experimentais.

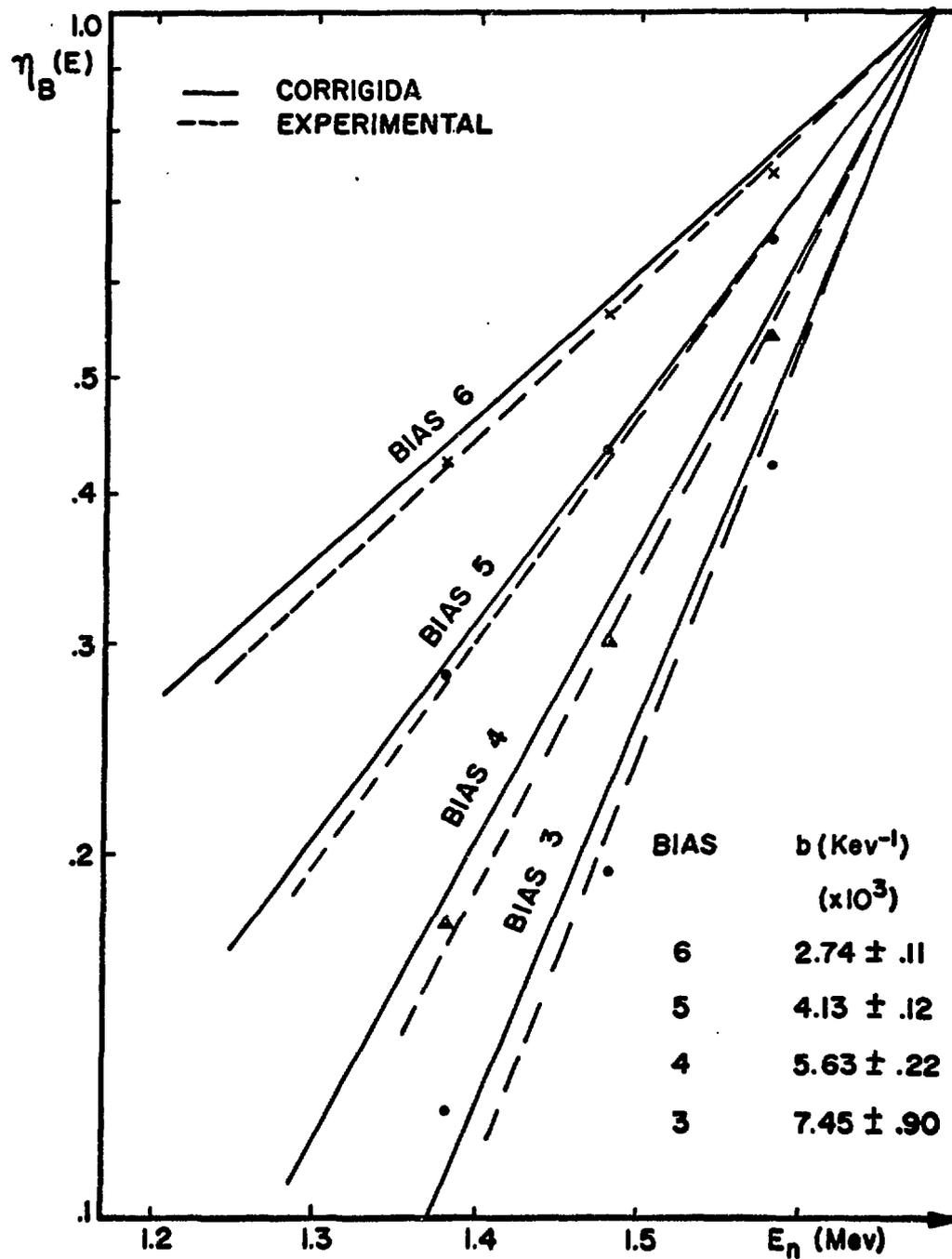


Fig.(3.8)

EFICIÊNCIA RELATIVA DO DETETOR
 PARA DIVERSOS NIVEIS DE DISCRI-
 MINAÇÃO.

Capítulo IV

ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

IV.1 - Hipóteses básicas

Mencionamos no capítulo II que a integral da equação (2.10) é complicada e que, além disso, queremos estudar o problema no domínio de frequências, não havendo no nosso caso, interesse na solução dessa equação. Ao invés de reconduzir a teoria do domínio de frequências para o domínio de tempo, o que se faz é obter a transformada de Fourier dos dados experimentais (isto é, dos pulsos de nêutrons obtidos para as diversas posições do detector). Esta fornecerá, então, a lei de dispersão experimental, diretamente comparável com a equação (2.13).

Ainda no capítulo II vimos que a mesma lei de dispersão (equação (2.13)) teria sido obtida se se procurasse condições para que a equação de Boltzmann admita soluções da forma da equação (2.9). As coordenadas espaciais x e y não aparecem nas equações (2.1) e (2.9) porque ali estávamos considerando um meio semi-infinito. No caso de um meio com dimensões transversais finitas, a interpretação das medidas pode ser feita de duas maneiras:

1) utilizando-se as equações fornecidas pela teoria $B_{\frac{1}{2}}$ (item II.8, equações (2.16) a (2.18));

2) utilizando-se a teoria assintótica do reator (equação 2.19) com a introdução de uma curvatura geométrica transversal (definida pela equação (2.19')) e k_z^2 dado pela equação (2.20).

Adotando a segunda maneira, iremos supor, a partir deste ponto, que a transformada de Fourier do fluxo de nêutrons (integrado na variável μ) é análoga à equação (2.19) isto é

$$\tilde{\Phi}(x, y, z, \omega) = A(\omega, z) e^{i(B_x x + B_y y)} \quad (4.1)$$

com

$$A(\omega, z) = A(\omega) e^{-k_z(\omega)z} \quad (4.2)$$

$$B_x^2 + B_y^2 = B_1^2 \quad (\text{curvatura geométrica transversal do sistema}) \quad (4.3)$$

A parte real da dependência espacial será o produto

$$A'(\omega, z) \cos(\xi(\omega)z) \cos(B_x x) \cos(B_y y)$$

onde $A'(\omega, z) = A(\omega) e^{-\alpha(\omega)z}$ (parte real de $A(\omega, z)$).

Lembremos também que

$$k_z(\omega) = \alpha_z(\omega) + i\xi_z(\omega) \quad , \quad (\text{equação (2.8)})$$

Explicítamente, o que se assume com as equações (4.1) e (4.2) é:

a) a amplitude do fluxo transformado, para cada frequência, se atenua exponencialmente ao longo do eixo de propagação z (a transformada de Laplace de $\exp(-az)$ é igual a $1/(a-k_z)$, daí escrevermos diretamente $\exp(-k_z(\omega)z)$ na equação (4.2), isto é, o coeficiente do expoente é identificado com o polo de $\tilde{\Phi}(x, y, z, \omega)$;

b) a fase da onda que se propaga ao longo do eixo z varia linearmente com z ;

c) as distribuições transversais do fluxo de nêutrons são da forma $\cos a_1 x$ e $\cos a_2 y$.

Se dispuséssemos de um grande número de determinações experimentais do pulso de nêutrons ao longo do eixo z , seria possível, pelo menos em princípio, obter, por métodos numéricos, os polos da transformada

de Laplace do fluxo observado e as hipóteses a) e b) não mais seriam necessárias, ou seja, poderíamos prosseguir na análise dos dados experimentais mantendo a generalidade do capítulo II. Entretanto, neste tipo de experimento, por várias razões, principalmente pelo tempo que seria requerido para a sua execução, o pulso de nêutrons é determinado apenas em algumas posições ao longo do eixo de propagação. A validade das hipóteses a) e b) será então verificada através da qualidade do ajuste dos pontos experimentais por método de mínimos quadrados, para as funções correspondentes (atenuação exponencial das amplitudes e variação linear das fases resultantes das transformadas de Fourier dos pulsos de nêutrons).

Para a hipótese c), não dispomos de verificação experimental. A curvatura geométrica transversal foi calculada pela expressão /37/

$$B_1^2 = \left(\frac{\pi}{a_1+2d_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{a_2+2d_0}\right)^2$$

utilizando-se a distância extrapolada (d_0) fornecida pela aproximação P-3 /38/.

As hipóteses acima são razoáveis no caso de um meio homogêneo, com dimensões transversais da ordem de diversos caminhos livre médios de espalhamento. Elas poderiam ser seriamente questionadas no caso de um meio de propagação heterogêneo, ou no caso homogêneo, se $k_z(\omega)$ estiver nas proximidades da linha $\alpha = -\Sigma_t$, isto é, nas proximidades do conjunto contínuo de auto-valores.

A partir deste ponto, passaremos a considerar funções da forma

$$\bar{\Phi}(\omega, z) = A(\omega) e^{-k_z(\omega)z} = A(\omega, z) \quad (4.4)$$

simplificação que não afetará os nossos resultados, pois a dependência espacial em x e y da equação (4.1) não varia ao longo do eixo z. Os termos dependentes de x e y passam a ser incluídos em $A(\omega)$.

IV.2 - A Lei de Dispersão Experimental para Diferentes Níveis de Discriminação

A obtenção da lei de dispersão experimental, para cada nível de discriminação segue, em linhas gerais, as seguintes etapas:

i) transformação do espectro diferencial em espectro integral (na variável energia); chamando $f(z,t,V)$ a resposta do detector para a posição z para pulsos de amplitude entre V e $V + \Delta V$, esta operação consiste em passar para a forma $f(z,t,V \geq V_0)$ (sendo V_0 a altura de impulso correspondente ao nível de discriminação considerado), por meio de integração sobre V .

ii) transformação de Fourier dos pulsos de nêutrons obtidos em i), para cada posição do detector. Esta operação é precedida de subtração de radiação de fundo, conforme foi indicado no item III.4, e normalização das contagens para um número fixo de contagens do monitor. A transformação de Fourier dos pulsos foi feita pelo programa MORE (vide apêndice A). Na figura (4.1) temos as amplitudes em função das frequências, para três posições distintas do detector. Estas figuras são comumente denominadas "conteúdo de frequência" do pulso de nêutrons para a posição considerada;

iii) ajuste das amplitudes resultantes na etapa anterior, para cada frequência, por método de mínimos quadrados, para uma expressão do tipo

$$A'(\omega, z) = A(\omega) e^{-\alpha(\omega)z}$$

obtendo-se o parâmetro $\alpha(\omega)$, parte real de $k_z(\omega)$. Nas figuras (4.2) e (4.3) temos os pontos experimentais $A'(\omega, z)$ em função da posição relativa do detector. Apenas as frequências múltiplas de 10 Mhz foram representadas nestas figuras, mas o comportamento exponencial, que foi nossa hipótese a) do item IV.1 está bem caracterizado;

iv) ajuste das fases das transformadas de Fourier dos pulsos experimentais por uma função linear (novamente por mínimos quadrados)

$$\theta(\omega, z) = \theta_0 + \xi(\omega)z$$

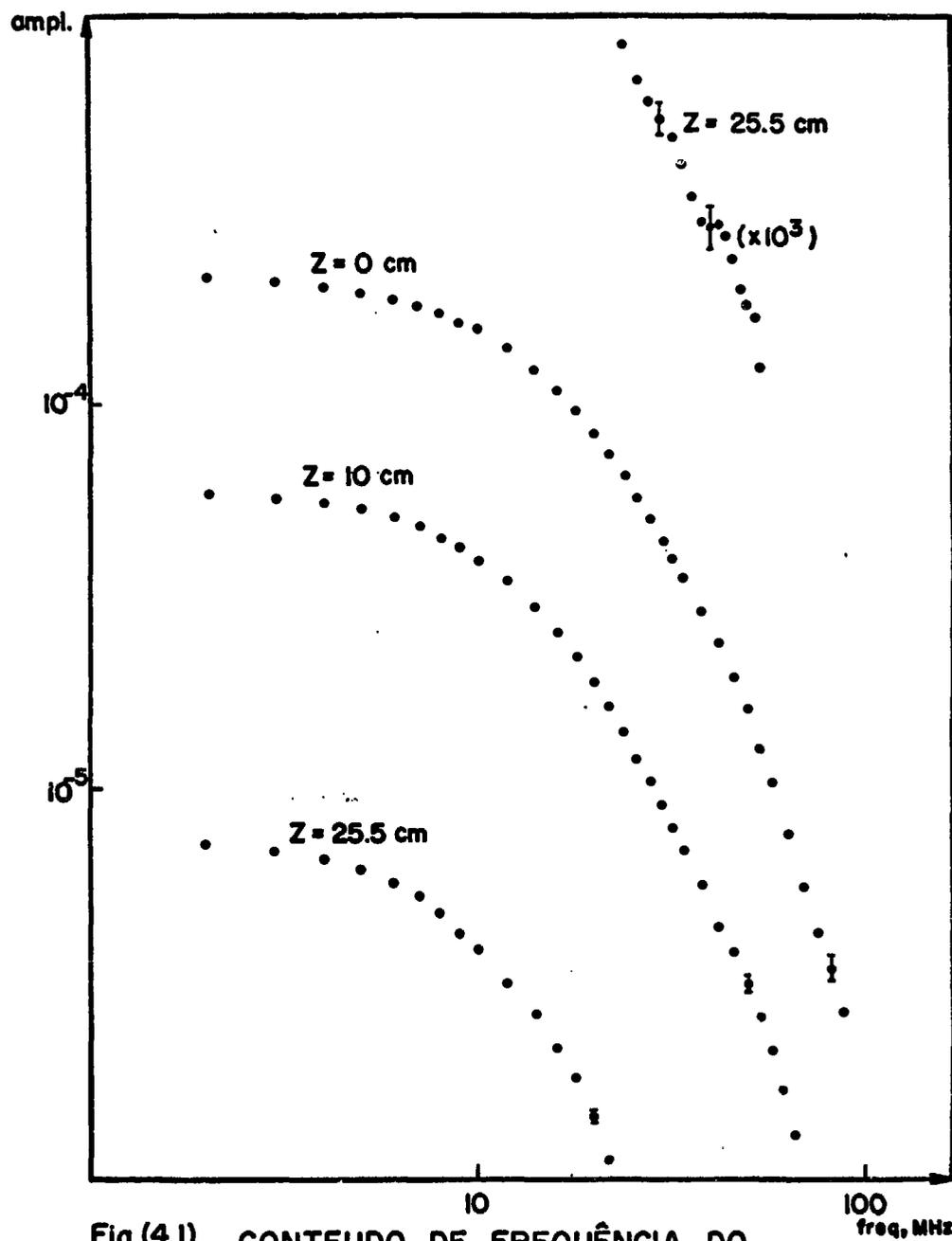


Fig.(4.1) CONTEUDO DE FREQUÊNCIA DO PULSO DE NEUTRONS, "BIAS" = 5.

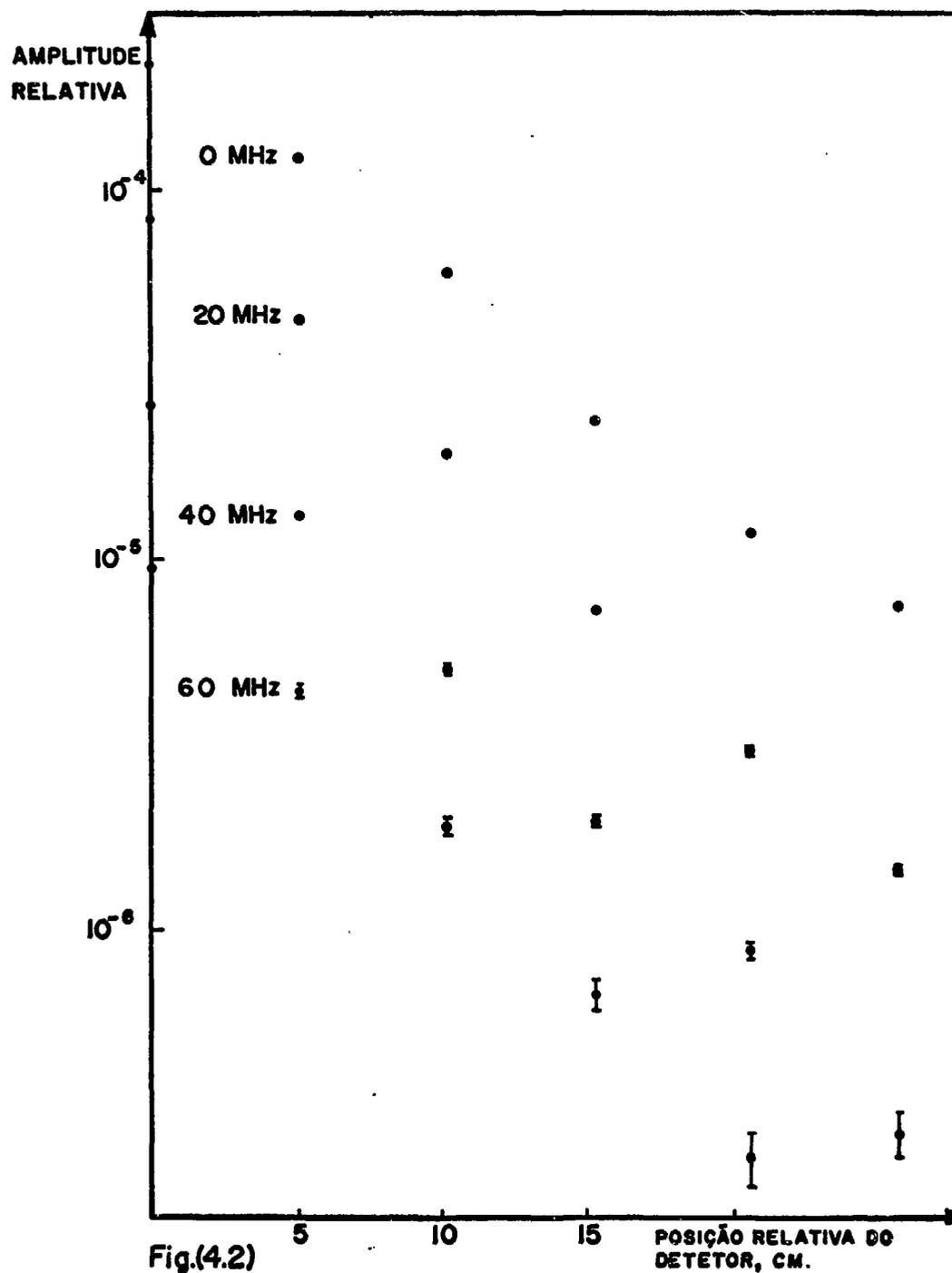


Fig.(4.2)

AMPLITUDE EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO DO DETETOR (*BIAS* = 5).

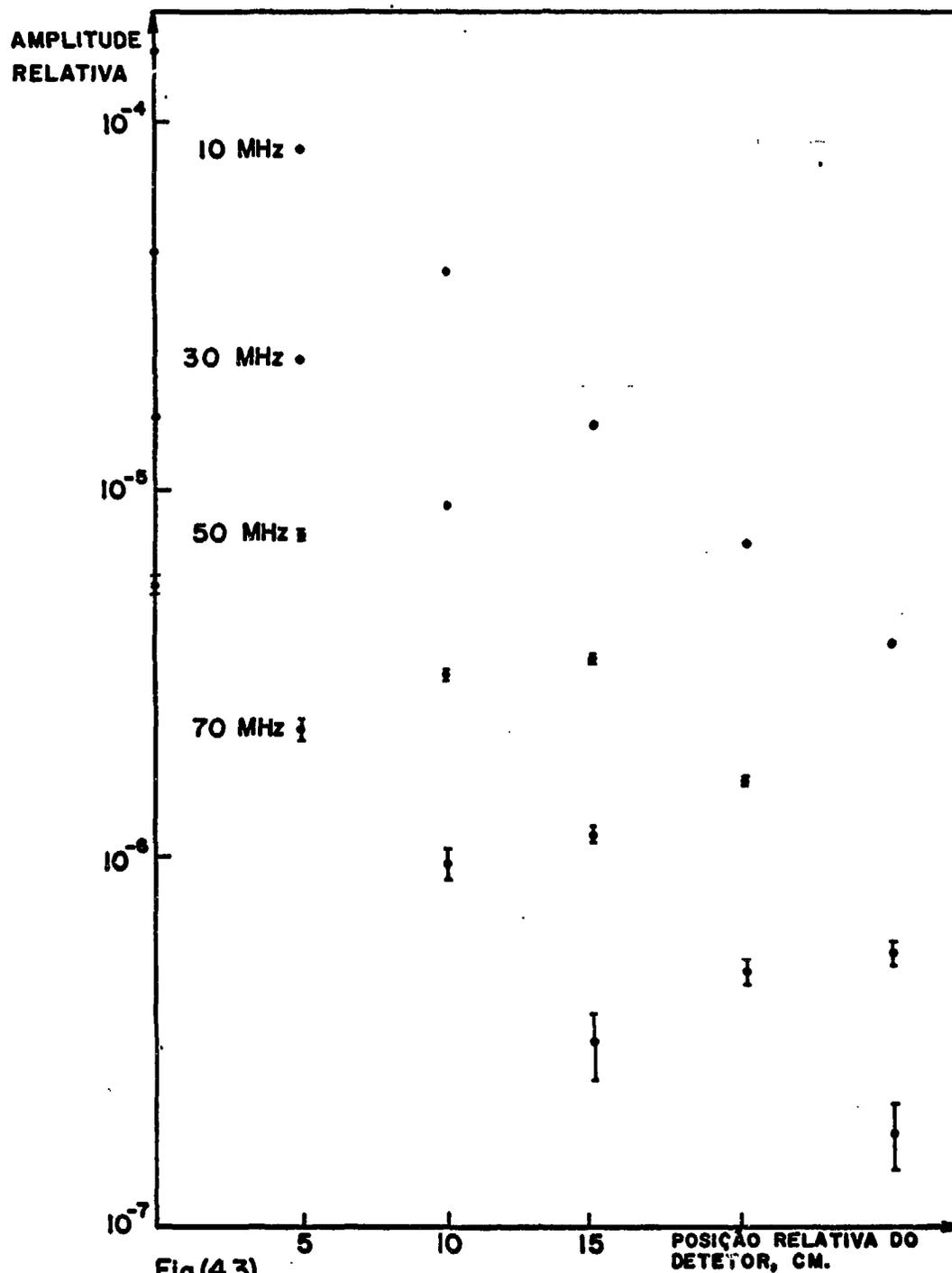


Fig.(4.3)

AMPLITUDE EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO DO
 DETETOR ("BIAS" = 5).

obtendo-se assim o parâmetro $\xi(\omega)$, parte imaginária de $k_z(\omega)$. Na figura (4.4) temos os valores da fase em função da posição relativa do detetor. Os resultados apresentados nas figuras (4.1) a (4.4) correspondem a um único nível de discriminação. O mesmo tratamento foi dado aos vários níveis de discriminação utilizados na experiência. Obtivemos então a lei de dispersão experimental, isto é, valores experimentais da função

$$k_z(\omega) = \alpha_z(\omega) + i\xi_z(\omega)$$

para diversos níveis de discriminação. Veremos mais adiante que, dos oito níveis de discriminação disponíveis, apenas quatro foram utilizados para a análise quantitativa da experiência.

A figura (4.5) contém as leis de dispersão experimentais correspondentes a estes quatro níveis. Ela põe em evidência o fato de que a lei de dispersão experimental depende do nível de discriminação. De acordo com a notação desta figura, passaremos a nos referir a estes diversos níveis pelas designações "BIAS 3", "BIAS 4", "BIAS 5" e "BIAS 6". BIAS 3 e BIAS 6 são os níveis de discriminação mais alto e mais baixo, respectivamente.

Para compreender de que maneira o nível de discriminação afeta a lei de dispersão, observemos na figura (4.5) o que ocorre para $\omega = 0$ (ou seja $\xi = 0$), onde o experimento se reduz à determinação clássica do comprimento de difusão. Vê-se que quanto maior o nível de discriminação, maior será a atenuação do fluxo de nêutrons (maior será o valor de $\alpha(0)$). Vamos recorrer novamente à imagem do item III.6, de um espectro de altura de impulsos que se desloca para a região de energias mais baixas à medida que os nêutrons perdem energia por colisões elásticas. Na figura (3.7) é fácil ver que, para uma dada variação na energia média dos nêutrons, a variação porcentual do número de contagens será maior para os níveis de discriminação mais próximos da energia máxima dos prótons de recuo. Mas a energia média pode ser interpretada como uma função da posição do pulso de nêutrons durante a sua propagação ao longo do prisma de onde segue o comportamento de $\alpha(0)$ na figura (4.5).

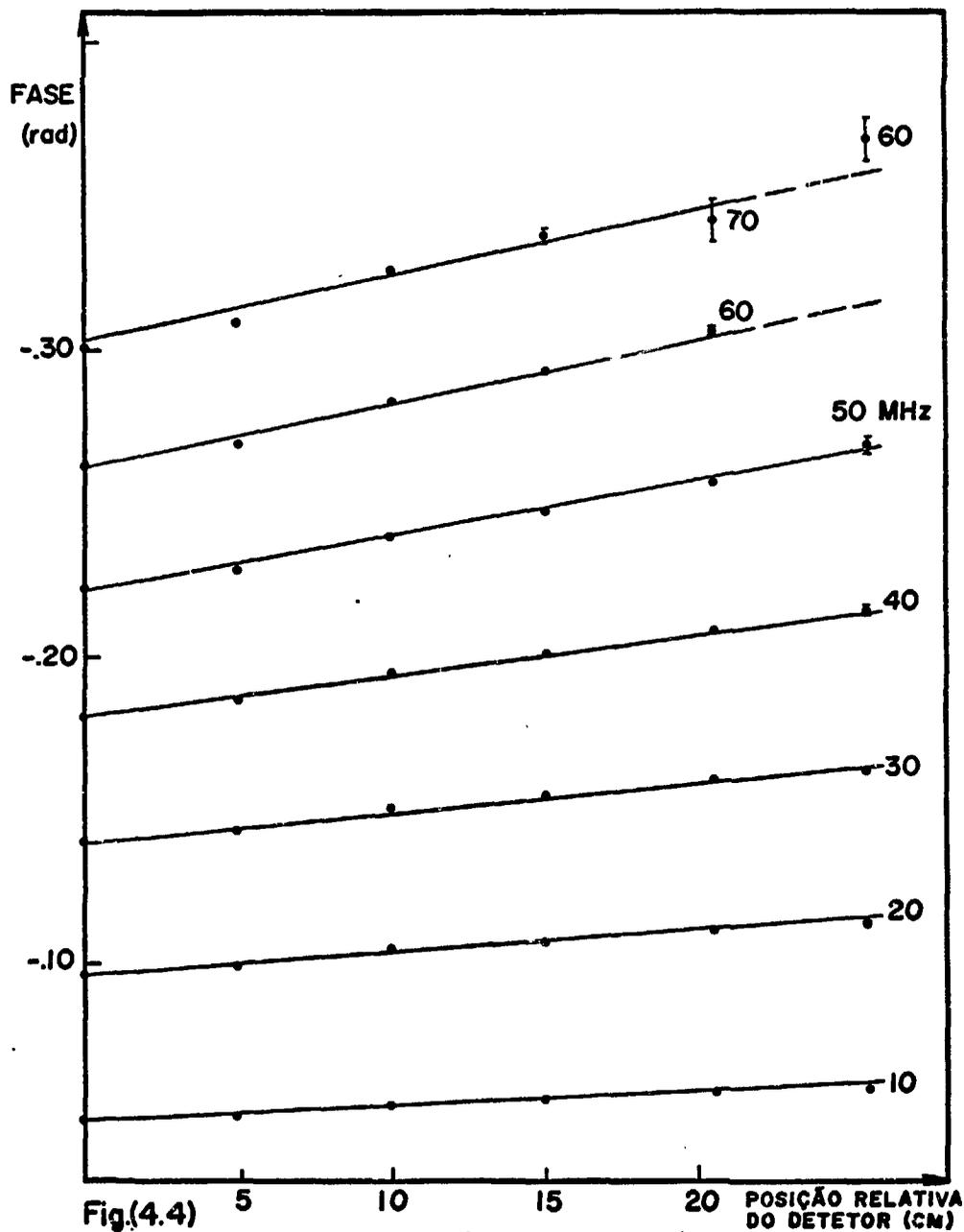


Fig.(4.4)

FASE EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO DO
DETETOR ("BIAS"=5).

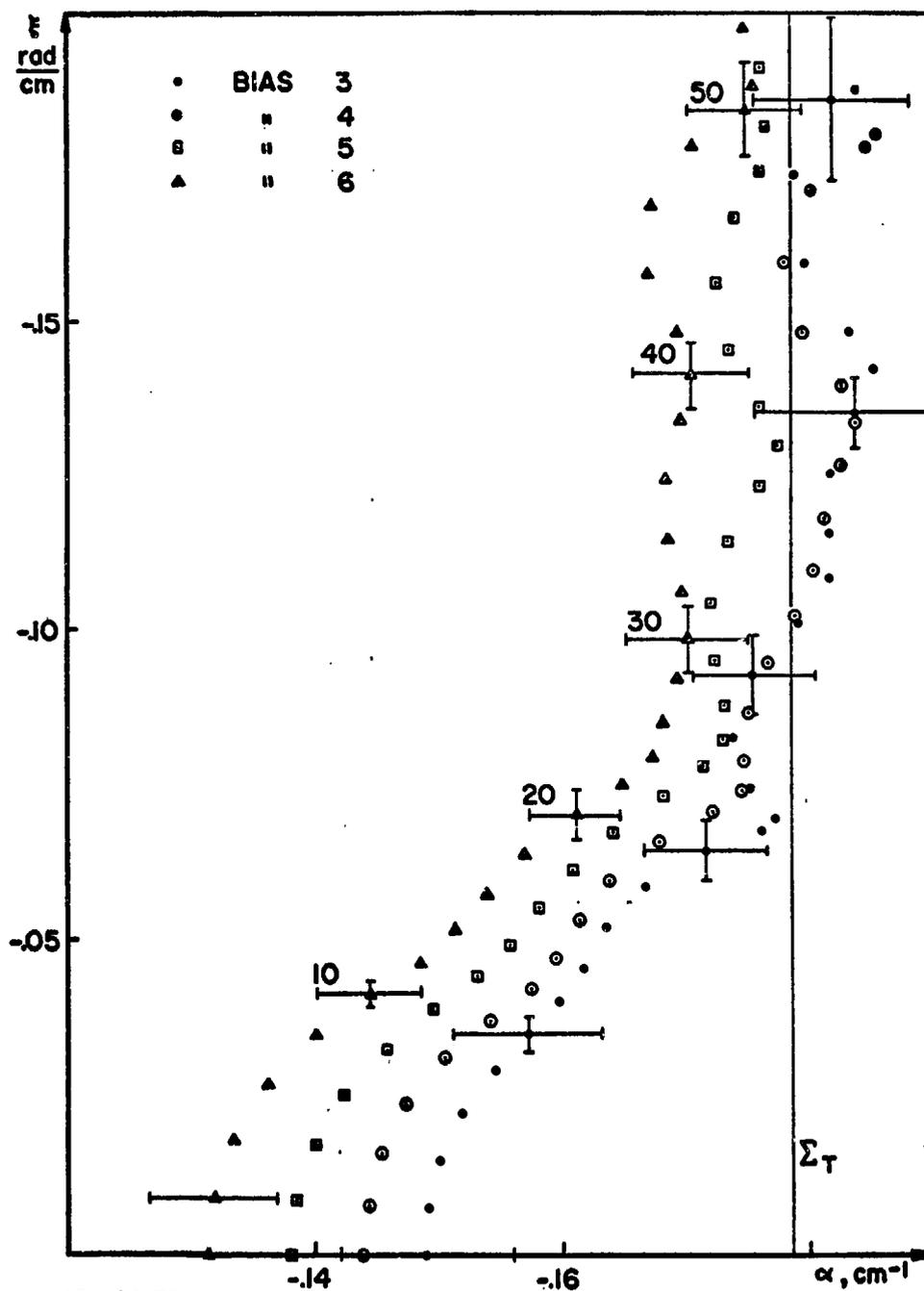


Fig.(4.5)

LEI DE DISPERSÃO EXPERIMENTAL PARA DIVERSOS NÍVEIS DE DISCRIMINAÇÃO DO DETETOR.

Ainda na figura (4.5) vemos que há pontos experimentais BIAS 3 e BIAS 4 correspondentes a frequências maiores que 30 Mhz, na região do continuum de auto-valores. Esta contradição com os resultados do capítulo II, onde só se prevê valores de $K = K(\omega)$ no interior do continuum para frequências muito maiores, é apenas aparente. Os dados experimentais da figura (4.5) ainda não podem ser comparados com a teoria. Essa comparação requer a introdução da curvatura geométrica transversal na lei de dispersão teórica e além disso é preciso interpretar o experimento, o qual, como mostra a figura (4.5), não é monoenergético.

IV.3 - A Lei de Dispersão Extrapolada

Continuaremos interpretando as transformadas de Fourier dos pulsos de nêutrons detetados experimentalmente em termos de funções do tipo (4.4)

$$A(\omega, z) = A(\omega) e^{-k_z(\omega)z}$$

Veremos agora, de que maneira a eficiência do detetador intervem em $k_z(\omega)$.

Sejam:

$f_{\text{obs}}(t, z)$ o fluxo de nêutrons observado em uma particular posição do detetador;

$f_t(t, z)$ o fluxo "verdadeiro", isto é, o que seria observado se o experimento fôsse realmente monoenergético¹.

Pelo que foi visto no item III.6 (vide figura (3.8)) a eficiência do detetador pode, para alguns dos níveis de discriminação, ser posta na forma

$$\eta_{\text{BC}}(E(t)) = e^{-b(E_0 - E(t))} \quad (4.5)$$

¹ $f_t(t, z) = \bar{f}(t, z) \times (\text{fator constante})$.

com a condição

$$E_0 - E(t) \leq 300 \text{ Kev} \quad (4.6)$$

onde

E_0 é a energia inicial dos nêutrons;

$E(t)$ é a energia média dos nêutrons no instante t ;

b é o coeficiente obtido no ajuste da função (4.5) por método de mínimos quadrados.

Assumindo a validade da teoria da moderação contínua para os instantes iniciais do processo de degradação da energia dos nêutrons por colisões elásticas, teremos /25/

$$E(t) = \frac{E_0}{\left(1 + \frac{v_0 \gamma \Sigma_s}{2} t\right)^2} = E_0 (1 - v_0 \gamma \Sigma_s t) \quad (4.7)$$

onde v_0 , E_0 referem-se ao instante $t = 0$, E é a energia dos nêutrons no instante t , $\Sigma_s \equiv$ constante e $\gamma = \overline{\ln E_0/E}$, isto é, o valor médio da variação do logaritmo da energia dos nêutrons em uma colisão. De (4.7) obtem-se

$$E_0 - E(t) = E_0 v_0 \gamma \Sigma_s t$$

$$\text{ou também } E_0 - E(t) = Yt \quad (4.8)$$

onde $Y = E_0 v_0 \gamma \Sigma_s$ representa a perda de energia por unidade de tempo devido às colisões elásticas.

Levando (4.8) em (4.5), o fluxo observado e o fluxo "verdadeiro" podem ser relacionados da maneira seguinte.

$$f_{\text{obs}}(t', z) = f_t(t, z) e^{-bY(t-t_0)} \quad (4.9)$$

onde t_0 é o instante em que o pulso de nêutrons passa pelo plano $z=0$. Notemos que, na equação (4.9) o fluxo observado é referido a um instante t' enquanto que o fluxo "verdadeiro" é referido ao instante t . Vejamos qual a relação entre t e t' /39/. O nêutron deveria chegar ao detetor no instante $t=l/v_0$, onde l é o caminho percorrido pelo nêutron. Devido à perda de energia durante o seu trajeto, o nêutron somente atinge o detetor num instante $t'>t$. Da equação (4.7) vem

$$v = v_0 / \left(1 + \frac{v_0 \Sigma_s Y}{2} t\right)$$

O caminho l será dado por

$$l = \int_0^{t'} v dt = (2/\Sigma_s Y) \ln \left| 1 + \frac{v_0 \Sigma_s Y}{2} t' \right|$$

donde $t = (2/v_0 \Sigma_s Y) \ln \left(1 + \frac{v_0 \Sigma_s Y}{2} t' \right)$

Podemos agora reescrever a equação (4.9) fazendo a substituição $v_0 \Sigma_s Y / 2 = Y/2E_0$ e mudando da variável t para a variável t' :

$$e^{bYt_0} f_t(t, z) = e^{2bE_0 \ln(1+(Y/2E_0)t')} f_{\text{obs}}(t', z)$$

A transformada de Fourier desta equação será

$$\begin{aligned}
 e^{bYt_0} \int_0^{\infty} f_t(t, z) e^{-i\omega t} dt &= \\
 = \int_0^{\infty} f_{\text{obs}}(t', z) e^{2bE_0 \ln(1+(Y/2E_0)t')} e^{-i\omega 2E_0 \ln(1+(Y/2E_0)t')/Y} \frac{dt'}{1+\frac{Y}{2E_0}t'} &
 \end{aligned}$$

Com as aproximações

$$\left. \begin{aligned}
 \ln(1+(Y/2E_0)t') &\approx (Y/2E_0)t' \\
 1/(1+(Y/2E_0)t') &\approx e^{-(Y/2E_0)t'}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

teremos

$$e^{bYt_0} \int_0^{\infty} f_t(t, z) e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\infty} f_{\text{obs}}(t', z) e^{-i\omega t' + bYt' - (Y/2E_0)t'} dt'$$

ou, numa notação evidente

$$e^{bYt_0} F_t(\omega, z) = F_{\text{obs}}(\omega + ibY - iY/2E_0, z)$$

ou ainda

$$e^{bYt_0} F_t(\omega - ibY + iY/2E_0, z) = F_{\text{obs}}(\omega, z)$$

Pondo

$$b' = b - 1/2E_0$$

$$F_{\text{obs}}(\omega, z) = e^{(b'+1/2E_0)Yt_0} F_t(\omega - ib'Y; z) \quad (4.11)$$

Se o parâmetro $b'Y$ fôr suficientemente pequeno,

$$F_{\text{obs}}(\omega, z) = e^{(b'+1/2E_0)Yt_0} \left[F_t(\omega, z) - ib'Y \frac{\partial F_t(\omega, z)}{\partial \omega} \right] \quad (4.12)$$

Lembrando que $F_t(\omega, z)$ é uma função do tipo (4.4) poderemos escrever

$$F_{\text{obs}}(\omega, z) = F_t(\omega, z) \left[1 + ib'Yz \frac{dk_t(\omega)}{d\omega} - ib'Y \frac{1}{A_t(\omega)} \frac{dA_t(\omega)}{d\omega} \right] e^{(b'+1/2E_0)Yt_0}$$

ou

$$F_{\text{obs}}(\omega, z) = A_t(\omega) e^{-ib'Y \frac{1}{A_t} \frac{dA_t(\omega)}{d\omega}} e^{-\left[k_t(\omega) - ib'Y \frac{dk_t(\omega)}{d\omega} \right] z} \quad (4.13)$$

onde $A_t(\omega) = A_t(\omega, z=0) e^{(b'+1/2E_0)Yt_0}$

Em (4.13) vê-se que a transformada de Fourier do fluxo observa do ainda é da forma (4.4), mas o inverso do comprimento de relaxação complexo passa a ser dado por

$$k_{\text{obs}}(\omega) = k_t(\omega) - ib'Y \frac{dk_t(\omega)}{d\omega} \quad (4.14)$$

Sendo $f_t(t, z)$ uma função real /40/,

$$F_t(-\omega, z) = F_t^*(\omega, z)$$

onde $F_t^*(\omega, z)$ é o complexo conjugado de $F_t(\omega, z)$. Daqui deduz-se imediatamente que

$\alpha_t(\omega)$ é função par e

$\xi_t(\omega)$ é função ímpar.

São válidas, neste caso, as expressões:

$$\begin{aligned}\alpha_t(\omega) &= \alpha_0 + \alpha_2\omega^2 + \alpha_4\omega^4 + \dots \\ \xi_t(\omega) &= \xi_1\omega + \xi_3\omega^3 + \xi_5\omega^5 + \dots\end{aligned}\tag{4.15}$$

Obtendo $\frac{dk_t(\omega)}{d\omega}$ a partir das equações (4.15), introduzindo-o em (4.14) e separando a parte real da parte imaginária, vem

$$\begin{aligned}\alpha_{\text{obs}}(\omega) &= \alpha_t(\omega) + b'Y \left[\xi_1 + 3\xi_3\omega^2 + \dots \right] \\ \xi_{\text{obs}}(\omega) &= \xi_t(\omega) - b'Y \left[2\alpha_2\omega + 4\alpha_4\omega^3 + \dots \right]\end{aligned}\tag{4.16}$$

As equações (4.16) constituem a base do processo utilizado para a interpretação dos resultados experimentais. Lembremos mais uma vez que o parâmetro b' é determinado a partir das funções de resposta do detector, e que os diferentes conjuntos de pontos experimentais da figura(4.5) correspondem a diferentes valores de b' . Pode-se então ajustar por um método conveniente cada uma das equações (4.16) por uma função linear do parâmetro b' (mantendo-se ω fixada) e a extrapolação destas retas para $b'=0$ fornecerá $\alpha_t(\omega)$ e $\xi_t(\omega)$, os parâmetros monoenergéticos do problema. Fisicamente, é claro que $b' = 0$ define uma eficiência do detector que não varia com a energia média dos nêutrons.

A lei de dispersão extrapolada, isto é,

$$k_t(\omega) = \alpha_t(\omega) + i\xi_t(\omega)$$

foi obtida a partir das leis de dispersão experimentais, através do programa "RETA", escrito em linguagem Fortran IV para o computador IBM 1800 do Departamento de Engenharia Nuclear da Universidade da Flórida (vide apêndice A). A curva contínua da figura (4.5) é a nossa lei de dispersão extrapolada. Para a obtenção dessa curva, apenas foi utilizada a informação contida em quatro dos oito níveis de discriminação disponíveis. Os demais níveis não foram utilizados porque as curvas $\eta_B(E)$ correspondentes se afastavam excessivamente do modelo exponencial (equação (4.5)). A linha interrompida, na mesma figura, é um ajuste das equações (4.16) por apenas três pontos.

O próximo passo é a comparação da lei de dispersão teórica com a lei de dispersão extrapolada, mas antes disto, iremos examinar a qualidade dos ajustes feitos para as equações (4.16), a importância das diversas aproximações que foram feitas, e algumas consequências daquelas equações.

IV.3.1 - Qualidade dos ajustes

As figuras (4.6) e (4.7) ilustram, para diversas frequências, as funções

$$\alpha_{\text{obs}}(b) = \alpha_t + c_1 b'$$

$$\xi_{\text{obs}}(b) = \xi_t + c_2 b' \quad (c_1 \text{ e } c_2 \text{ constantes})$$

isto é, as equações (4.16). A incerteza nos valores de b' também foi considerada nestes ajustes. O fato de considerarmos apenas uma dependência linear em b' também está justificado - em nenhuma das curvas das figuras

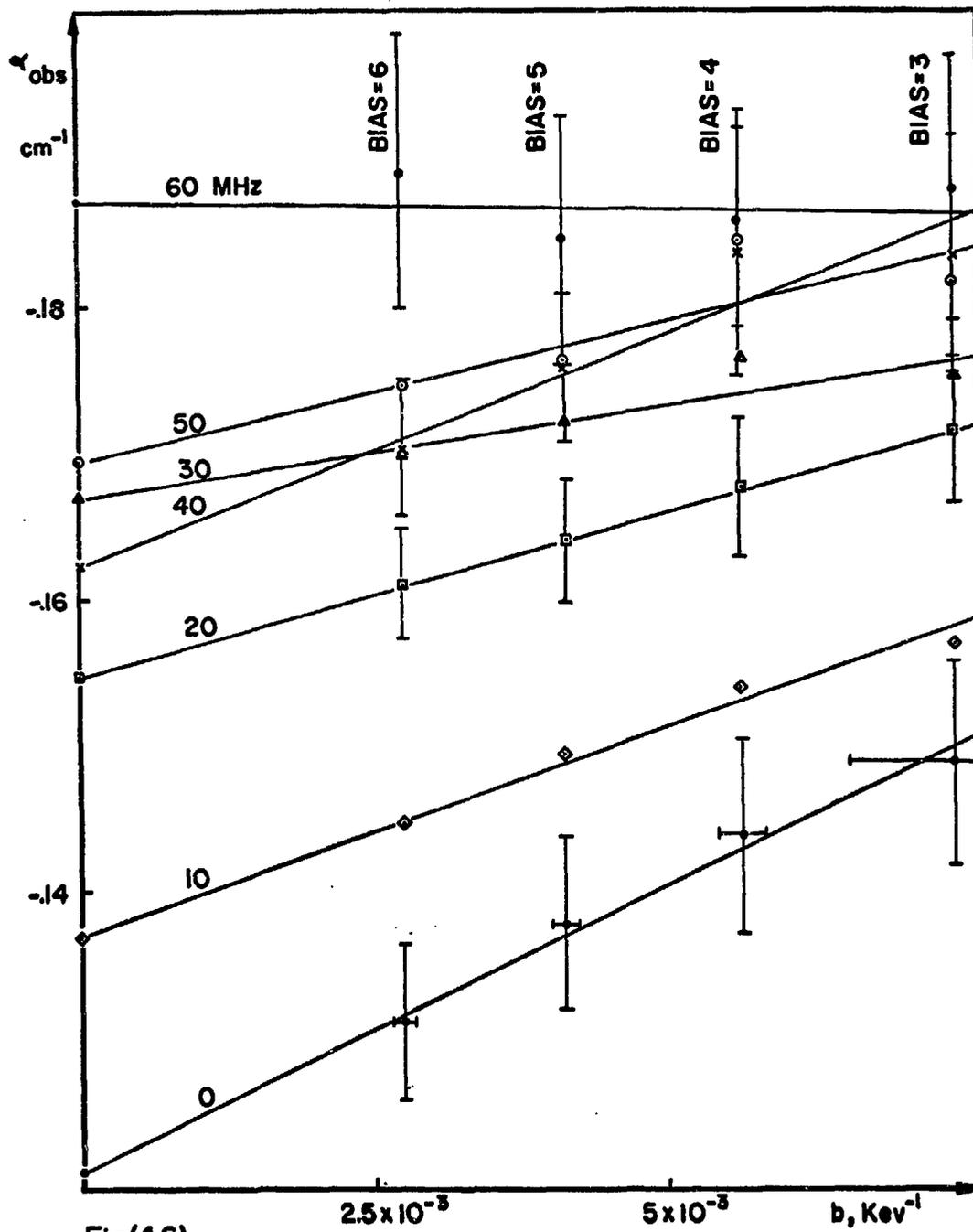


Fig.(4.6)

VALORES OBSERVADOS DA PARTE REAL DE $K(\omega)$ EM FUNÇÃO DO PARAMETRO b .

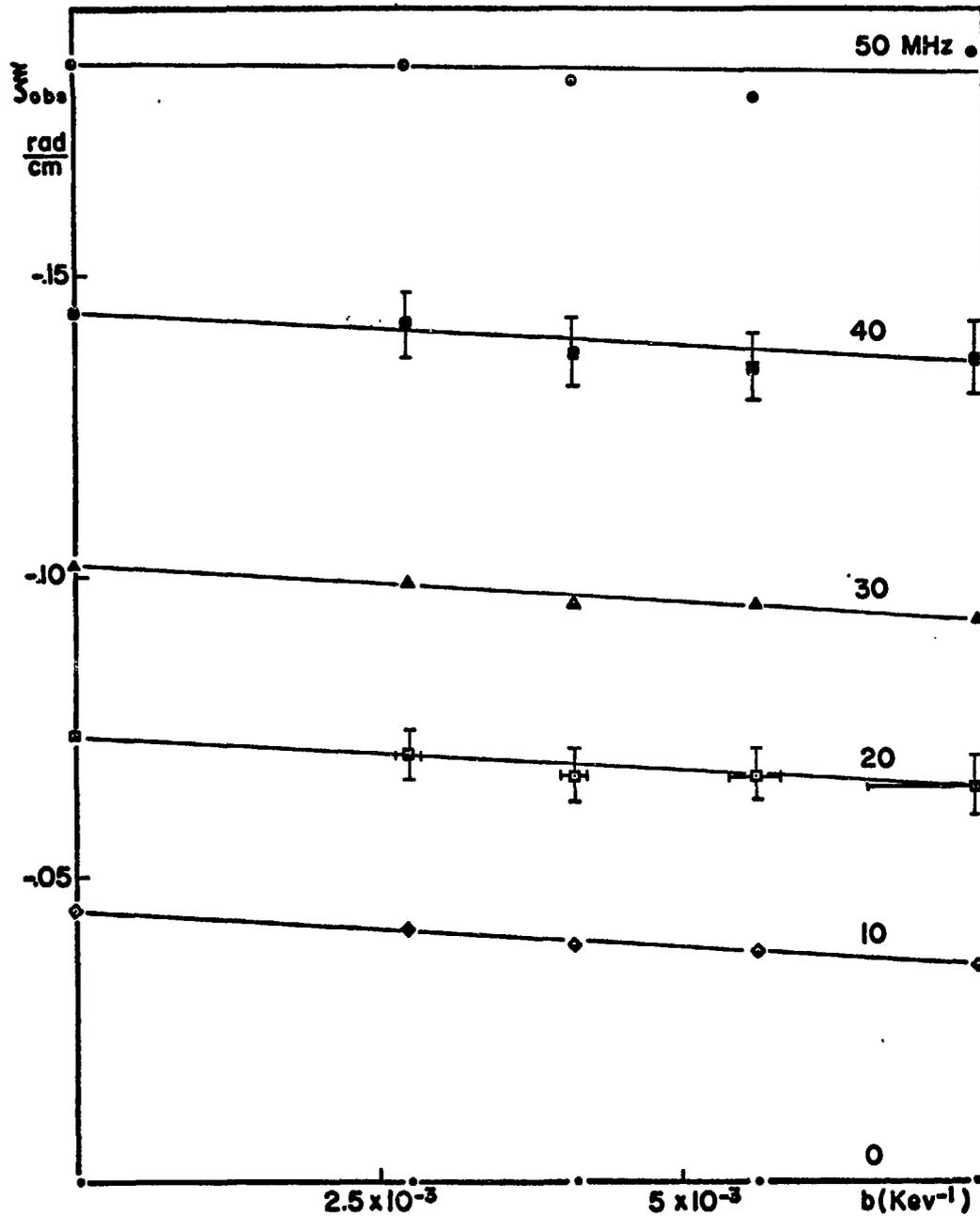


Fig.(4.7)

VALORES OBSERVADOS DA PARTE IMAGINÁRIA DE $K(\omega)$ EM FUNÇÃO DO PARÂMETRO b .

(4.6) e (4.7) aparece um desvio sistemático dos pontos experimentais em relação as retas calculadas indicando a necessidade de considerarmos termos em b'^2 . A função $\xi_t(\omega)$ é claramente uma função monótona, enquanto que $\alpha_t(\omega)$ apresenta oscilações para frequências acima de 30 MHz. As possíveis razões para este comportamento serão discutidas posteriormente.

IV.3.2 - As aproximações envolvidas

O tratamento que demos aos nossos resultados experimentais se baseou claramente num fato experimental particular, que é a variação da eficiência do detetor com a energia média dos nêutrons segundo uma exponencial. Este fato certamente restringe a aplicabilidade do método, mas é provável que, utilizando um sistema de coleta de dados a dois parâmetros, em muitos casos seja possível obter um conjunto de níveis de discriminação cuja eficiência obedeça à equação (4.5), desde que o intervalo de energias considerado seja suficientemente pequeno¹.

A obtenção da equação (4.11) também requereu algumas aproximações. Na equação (4.7) temos a linearização da função $E(t)$. Esta aproximação é bastante boa para $t \leq 70$ ns e os tempos envolvidos no experimento são compatíveis com este intervalo. As equações (4.10) também são aproximações aceitáveis por ser o termo $Yt'/2E_0$ pequeno para os intervalos de tempo considerados.

Em seguida, temos o desenvolvimento em série de Taylor do segundo membro da equação (4.11). A possibilidade de tomarmos apenas o primeiro termo deste desenvolvimento e a passagem para a forma exponencial da equação (4.13) dependem essencialmente do fato de o produto $b'Y$ ser pequeno. No nosso problema, esta condição é satisfeita: para o chumbo Y é da ordem de alguns Kev/ns e os valores de b' estão no intervalo $10^{-2} - 10^{-3} \text{ Kev}^{-1}$. Lembrando que $b' = b - 1/2E_0$ e observando os valores

¹ Este fato foi observado, por exemplo, em experiências realizadas contemporaneamente a este trabalho na Universidade da Flórida: na referência /41/ estuda-se a propagação de pulsos de nêutrons rápidos no chumbo, com dimensões transversais diferentes das empregadas nesta dissertação e com um cintilador diferente (stilbeno), e também foi possível selecionar quatro níveis de discriminação cujas eficiências obedecem às equações (4.5); na referência /21/, onde se estuda o mesmo problema para o ferro, a variação da eficiência com a energia média dos nêutrons, pode, num intervalo limitado de energias, ser representada, de maneira aproximada, por uma exponencial. Entretanto, no caso do ferro, a perda de energia por colisões elásticas é mais acentuada, sendo necessário verificar se tal intervalo seria suficiente (vide página 97 da referência /21/).

de b na figura (3.8), é fácil ver que a contribuição do termo $1/2E_0$ no nosso caso é mínima ($1/2E_0 = 2,98 \cdot 10^{-4} \text{Kev}^{-1}$), podendo, numa primeira aproximação, ser desprezada.

Os termos $\frac{dk_t}{d\omega}$ e $\frac{1}{A_t} \frac{dA_t(\omega)}{d\omega}$, envolvidos na passagem para a forma exponencial da equação (4.13) também precisam ser considerados; é preciso que eles sejam pequenos, ou pelo menos limitados.

O termo $dk_t/d\omega$ depende de $\alpha_t(\omega)$ e de $\xi_t(\omega)$. Nas figuras (4.14) e (4.15) temos $\alpha_t(\omega)$ e $\xi_t(\omega)$ e portanto podemos estimar $dk_t/d\omega$.

Sendo $A(\omega)$ uma função par, para $\omega = 0$ tem-se $dA_t/d\omega = 0$. Para $\omega \neq 0$ observemos a figura (4.8), onde foi reproduzida a mesma informação da figura (4.1) em escala semi-logarítmica, isto é, $\log A_{\text{obs}}(\omega)$ em função de ω . Na curva correspondente a $z = 0$, que é a que nos interessa, vê-se que, para frequências acima de 10 MHz, $\log A_{\text{obs}}(\omega)$ é, a grosso modo, uma reta, isto é

$$\frac{d}{d\omega} \log A_t(\omega) = \frac{1}{A_t(\omega)} \frac{dA_t(\omega)}{d\omega} = \text{constante}$$

O desenvolvimento em série de Taylor da equação (4.11) foi bastante útil e veremos que, de modo geral, os resultados experimentais também confirmam a validade das várias hipóteses. Entretanto, este procedimento não é indispensável. A equação (4.11) indica a possibilidade de comparação da lei de dispersão experimental, correspondente a cada nível de discriminação, diretamente com a teoria. No apêndice D veremos de que maneira isto pode ser feito.

IV.3.3 - Consequências das equações (4.16)

Tomando como ponto de partida as equações (4.16) podemos calcular

$$\frac{d}{d} \frac{\alpha_{\text{obs}}}{b^4} = Y \left[\xi_1 + 3\xi_3\omega^2 + \dots \right] \quad (4.17.a)$$

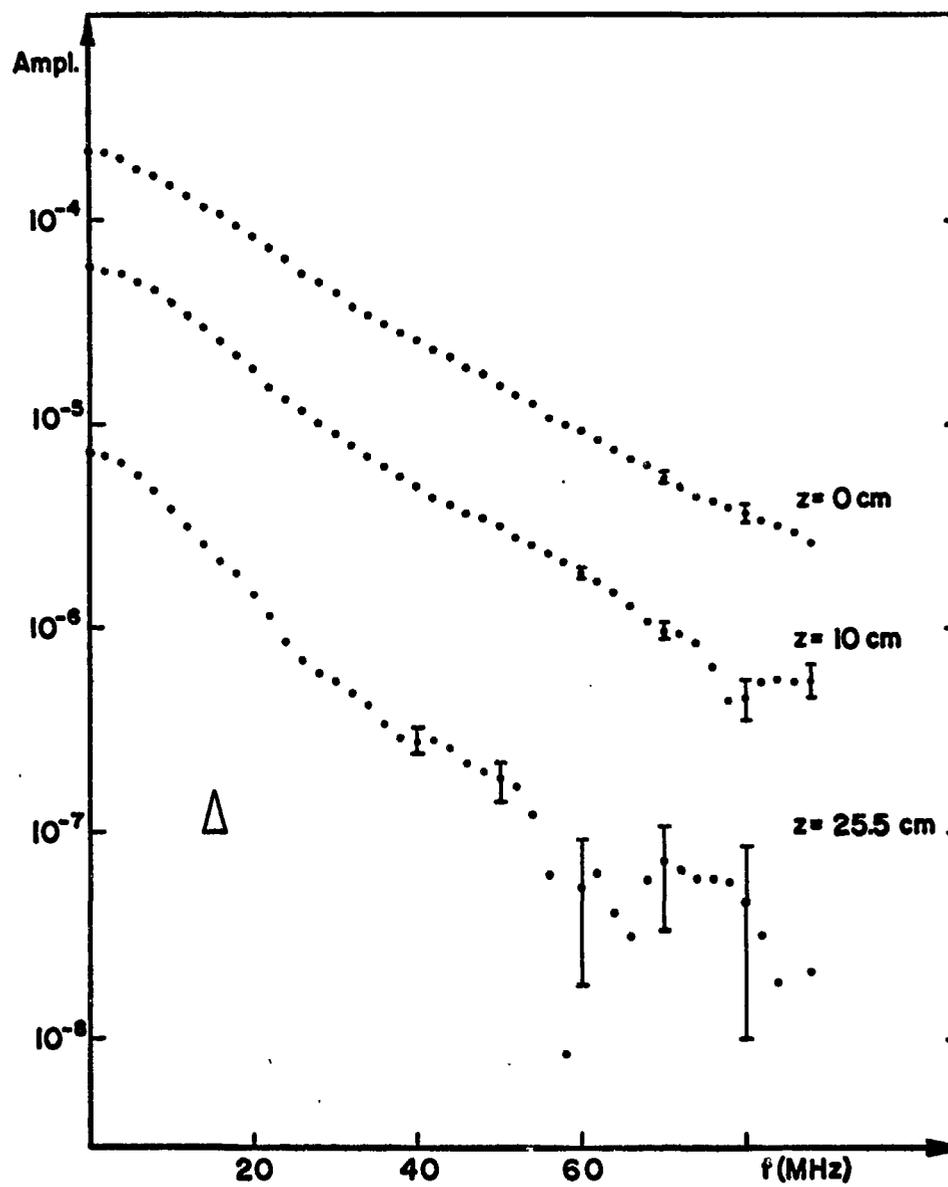


Fig.(4.8)

CONTEUDO DE FREQUÊNCIAS DO PULSO
DE NEUTRONS, "BIAS" = 5.

$$\frac{1}{\omega} \frac{d \xi_{obs}}{d b^r} = - Y \left[2\alpha_2 + 4\alpha_4 \omega^2 + \dots \right] \quad (4.17.b)$$

As equações (4.17) trazem novas informações. Notando que

$$\frac{d \alpha_{obs}}{d \omega} , \quad \frac{d \xi_{obs}}{d \omega}$$

são respectivamente os coeficientes angulares das retas das figuras (4.6) e (4.7) e que nas equações (4.17) temos funções lineares de ω^2 , vemos que, um ajuste por mínimos quadrados das mesmas fornecerá os coeficientes

$$Y\xi_1 , \quad 3Y\xi_3 , \dots$$

$$- 2\alpha_2 Y , \quad - 4\alpha_4 Y , \dots$$

respectivamente. Por outro lado, os parâmetros

$$\xi_1 , \quad \xi_3 , \dots$$

$$\alpha_2 , \quad \alpha_4 , \dots$$

podem ser determinados a partir das equações (4.15) aplicando-se novamente o método de mínimos quadrados aos valores de $\alpha_t(\omega)$ e $\xi_t(\omega)$ (lei de dispersão extrapolada). Então, o parâmetro Y , perda de energia por unidade de tempo devida às colisões elásticas, pode ser obtido independentemente em cada uma das duas equações (4.17). Temos aqui, um teste de consistên-

cia para os resultados obtidos experimentalmente. Se o valor do parâmetro Y for conhecido de antemão, as equações (4.17), juntamente com este parâmetro, permitirão determinar $\alpha_2, \alpha_4, \dots, \xi_1, \xi_3, \dots$ isto é, obtém-se $\alpha_t(\omega)$ a partir de $\xi_{obs}(\omega)$ e $\xi_t(\omega)$ a partir de $\alpha_{obs}(\omega)$.

As figuras (4.9) e (4.10) representam cada uma das equações (4.17). Notemos mais uma vez que os pontos nessas figuras são valores experimentais. A dependência linear com ω^2 para frequências menores que 10 MHz é marcante.

Nas figuras (4.11) e (4.12) temos α_t em função de ω^2 e ξ_t em função de ω , isto é, as equações (4.14). Estas figuras ilustram essencialmente o fato de que as previsões de serem as funções $\alpha_t(\omega)$ e $\xi_t(\omega)$ par e ímpar, respectivamente, são corretas.

Os valores do parâmetro Y aqui obtidos foram

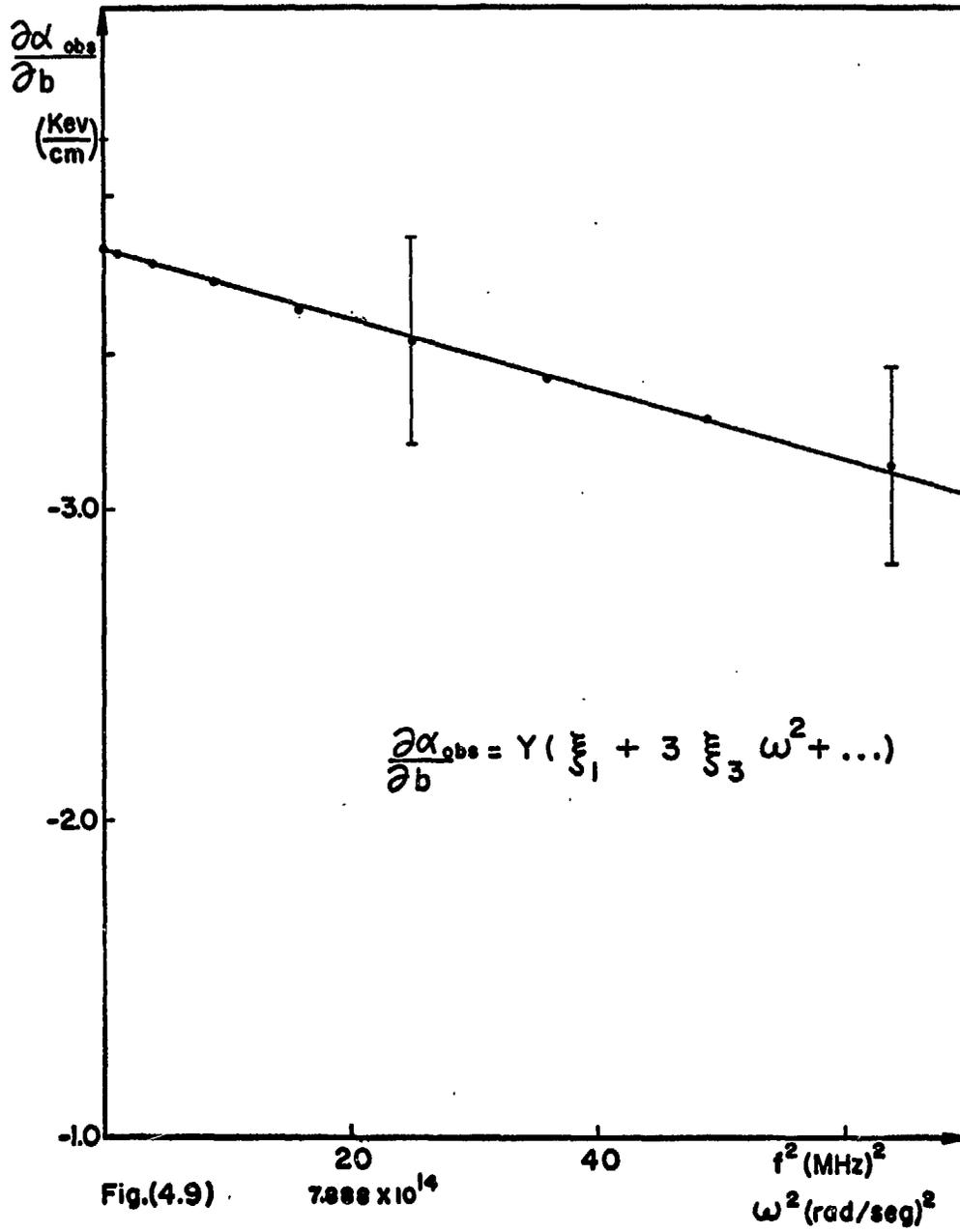
$$Y = 4,80 \text{ Kev/ns} \quad (\text{equação (4.17.a)})$$

$$Y = 3,41 \text{ Kev/ns} \quad (\text{equação (4.17.b)})$$

Os erros estimados para Y são inferiores a 10% dos respectivos valores o que significa que as informações experimentais provenientes das equações (4.17.a) e (4.17.b) não são completamente coerentes no que diz respeito às baixas frequências ($\omega < 10$ MHz), que foram utilizadas para o cálculo de Y. O valor de Y calculado a partir da equação (4.7) é 3,91 Kev/ns

IV.4 - Comparação da Lei de Dispersão Experimental com os Resultados da Teoria Monoenergética

Deixamos para comentar "a posteriori", a validade das hipóteses a) e b) do item II.2, implicitamente feitas para se obter uma equação monoenergética de balanço de nêutrons. Quanto à isotropia do meio (hipótese a)) a restrição existente é que o nosso prisma de chumbo foi construído pela justaposição de blocos medindo $5 \times 10 \times 20$ cm. Apesar das precauções tomadas na preparação do arranjo, a justaposição dos blocos ocasiona discontinuidades no meio, as quais violam a condição de isotropia. Teoricamente, é muito difícil incluir este efeito no tratamento da equação de Boltzmann. O que se pôde fazer experimentalmente foi desalinhar de alguns milímetros as arestas de tijolos de chumbo adjacentes, evitando assim a existência de superfícies de descontinuidade ao longo do eixo de propagação do pulso de



$\frac{\partial \alpha}{\partial b}$ EM FUNÇÃO DE ω^2

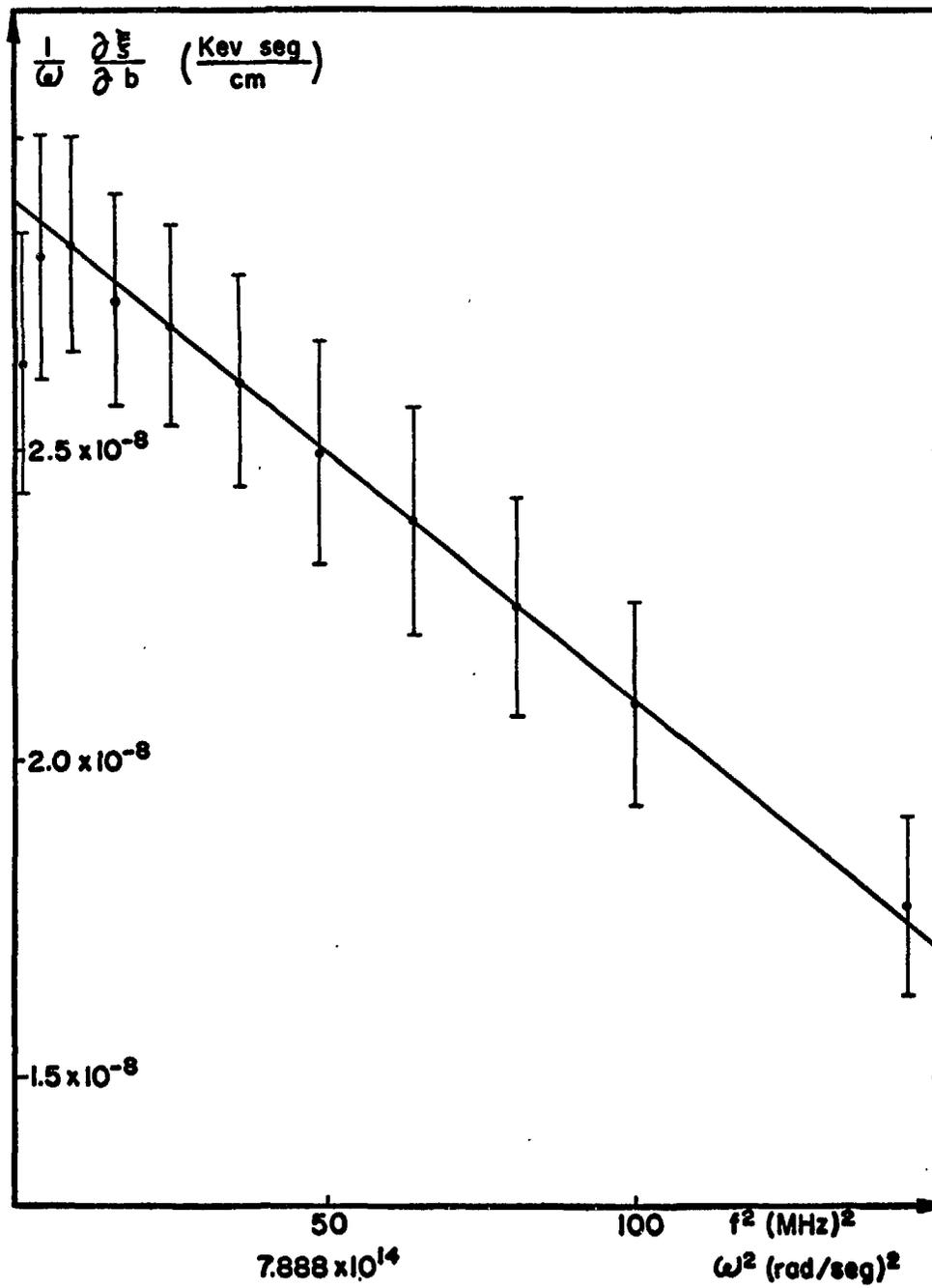


Fig.(4.10) $\frac{1}{\omega} \frac{\partial E}{\partial b}$ EM FUNÇÃO DE ω^2

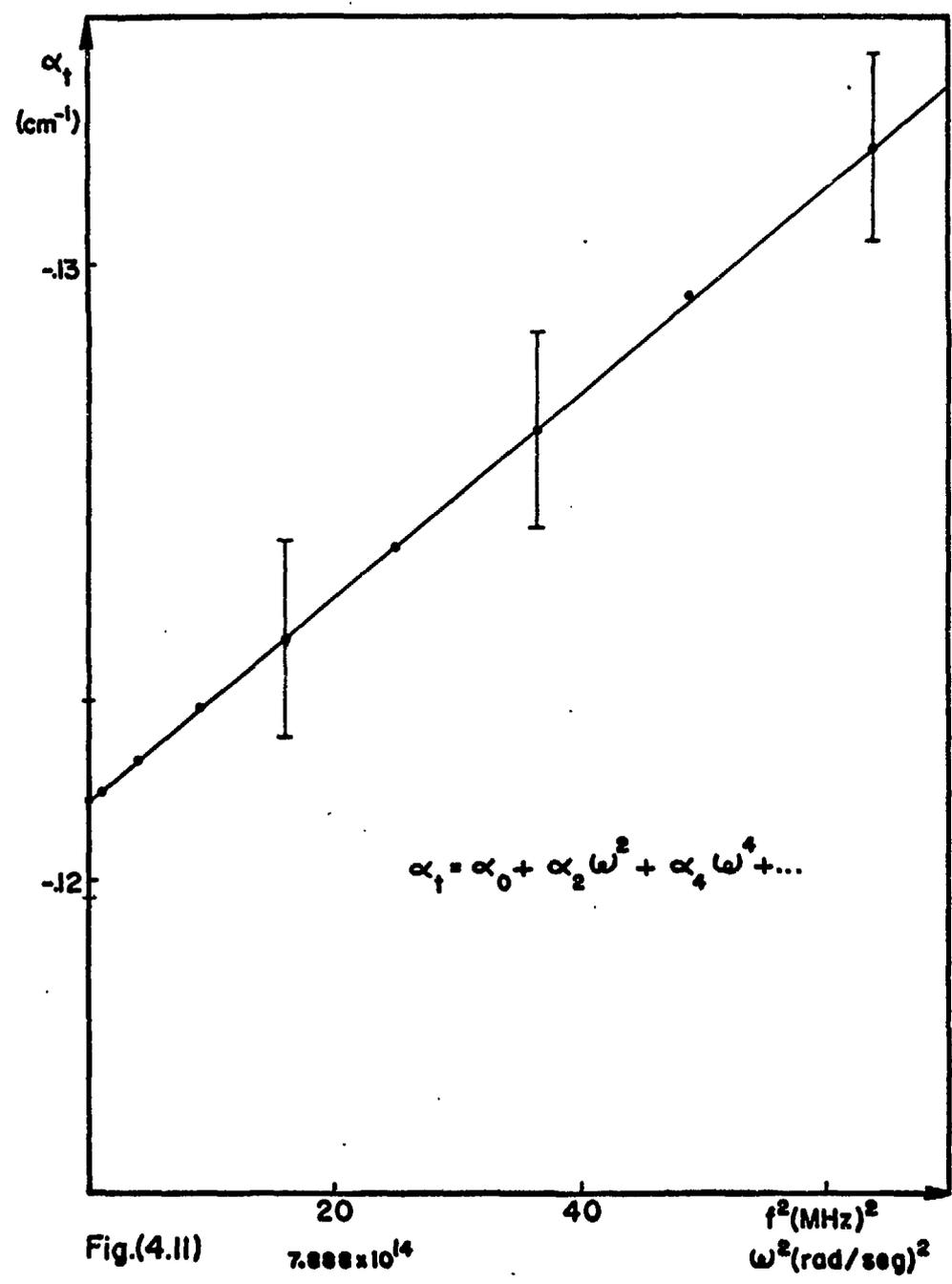


Fig.(4.11)

α_1 EM FUNÇÃO DE ω^2 .

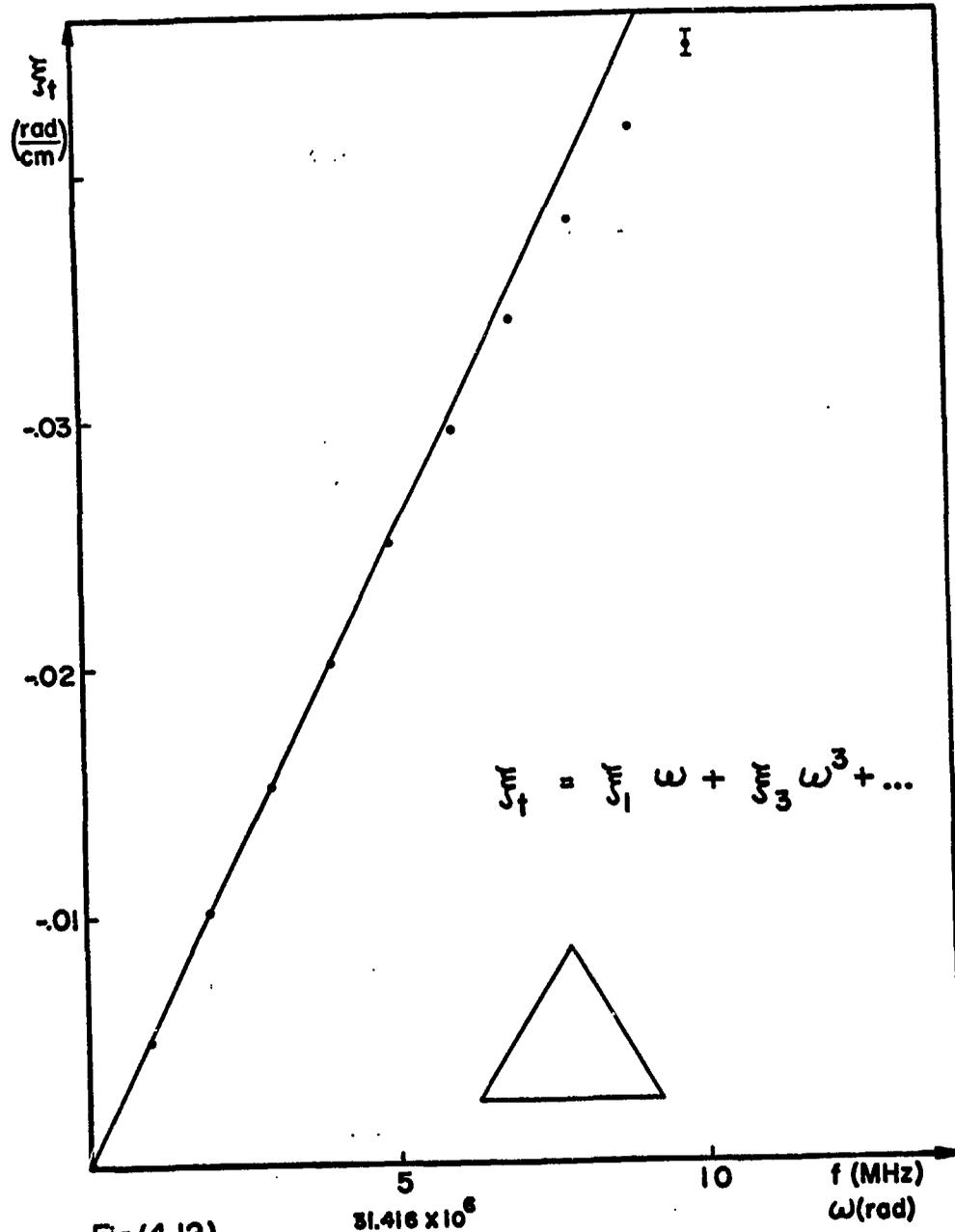


Fig.(4.12)

φ_t EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA.

nêutrons. Relativamente à perda de energia dos nêutrons devida às colisões elásticas (hipótese b) do item II.2) pouco resta a dizer - toda a secção IV.3 foi dedicada a este problema. A solução dada na secção IV.3 foi satisfatória para o nosso caso, mas devemos lembrar que ela, por sua vez, se baseia na hipótese de que a secção de choque de espalhamento é praticamente constante no intervalo de energias varrido pelo espectro de nêutrons durante o processo de moderação. Para as finalidades da secção IV.3 esta hipótese não é muito restritiva. Sua validade seria questionável somente se ressonâncias extremamente pronunciadas da secção de choque de espalhamento estivessem presentes no intervalo de energias de interesse. Este intervalo pode ser facilmente estimado: o pulso de nêutrons foi observado através de uma distância de 25 cm que corresponde a um tempo de vôo da ordem de 15 ns; os nêutrons perdem 3,91 Kev/ns (item IV.3.3) o que, pela equação (4.8) dá uma variação da ordem de 60 Kev na energia média dos nêutrons.

Uma das questões mais importantes na comparação dos resultados experimentais com a teoria monoenergética é: quais os valores das secções de choque monoenergéticas a serem utilizados na solução da lei de dispersão?

O experimento realizado não é estritamente monoenergético e a resposta a esta questão consiste, sem dúvida, em se calcular os valores médios das secções de choque ponderadas pelo fluxo de nêutrons. Entretanto, a informação contida no "barn book" e no relatório BNL-325 não é suficientemente detalhada no intervalo de energias 1600-1700 Kev para que esta média possa ser calculada convenientemente. Decidimos então utilizar para comparação com o experimento, as secções de choque correspondentes à energia de 1,680 Mev. Estas secções de choque foram reduzidas de 5%. Com isto, procuramos levar em conta a menor densidade obtida para o prisma de chumbo¹, quando formado pela justaposição de tijolos, e também a presença de cerca de 3% de impurezas no chumbo sendo estanho a mais importante, contribuindo com 2% do total. Nenhuma das impurezas presentes apresenta ressonâncias importantes nas secções de choque correspondentes ao intervalo de energias de interesse.

Na figura (4.13) temos a lei de dispersão experimental (extrapolada) e a lei de dispersão teórica para frequências até 50 MHz. A curva teórica é a aproximação $N = 5$ da figura (2.5) corrigida para um prisma com dimensões transversais finitas através da equação (2.20) (vide apêndice A). A concordância entre a teoria e o experimento pode ser considerada

¹ A densidade do chumbo no nosso arranjo foi comparada com a citada no relatório ANL-5800.

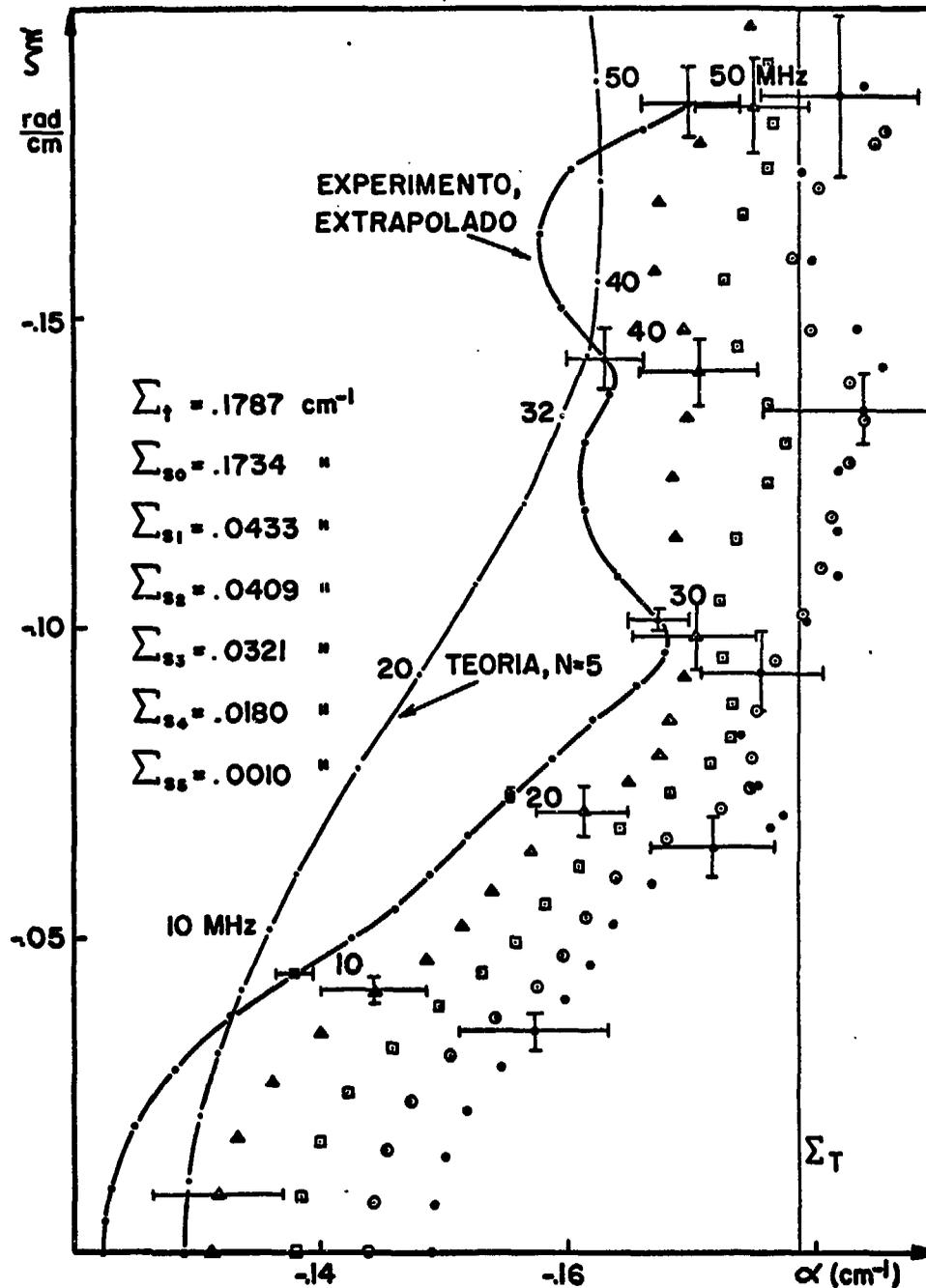


Fig.(4.13)

LEI DE DISPERSÃO EXPERIMENTAL E
 TEORICA (N=5) PARA NEUTRONS DE
 1.68 Mev EM UM PRISMA DE CHUMBO DE
 120 x 20 x 25 cm.

aceitável, diante do grande número de hipóteses feitas para que se pudesse levar a cabo a interpretação do experimento em termos de teoria monoenergética. Na solução numérica da lei de dispersão (equação (2.13)) tentou-se variar as secções de choque $\Sigma_t, \Sigma_{S0}, \Sigma_{S1}, \Sigma_{S2}$ até 15% dos valores quotados na figura (2.5) e tais variações não foram suficientes para explicar a discrepância entre a teoria e o experimento existente na região de frequências 20-30 MHz. As oscilações da curva experimental para frequências acima de 30 MHz não foram bem compreendidas. Uma possível explicação seria o fato de que a estatística de contagens é menos boa para o início da subida do pulso de nêutrons¹, mas na figura (4.5) pode-se ver que estas oscilações estão presentes em maior ou menor grau nas leis de dispersão correspondentes aos quatro níveis de discriminação considerados (para o nível de discriminação inferior a estatística de contagens é bastante boa). Um outro fator que pode estar influenciando nossos resultados é a existência de superfícies de descontinuidade na justaposição dos tijolos de chumbo.

Nas figuras (4.14) e (4.15) os valores experimentais das partes real e imaginária de $k_t(\omega)$ são comparados respectivamente com a teoria, em função da frequência. A concordância de $\alpha_t(\omega)$ com a teoria é, de um modo geral, melhor que a de $\xi_t(\omega)$ onde o máximo desvio dos valores experimentais em relação aos teóricos é da ordem de 20%.

Outro ponto de grande importância na comparação dos resultados experimentais com a teoria é certamente a introdução da curvatura geométrica B_{\perp}^2 . Da equação (2.20) vem

$$\alpha_z^2 - \xi_z^2 = \alpha^2 - \xi^2 + B_{\perp}^2 \quad (4.18)$$

e

$$2\alpha_z \xi_z = 2\alpha \xi \quad (4.19)$$

sistema de equações que foi por nós utilizado para calcular α_z e ξ_z (vide apêndice A). Comparando a figura (2.5) com a figura (4.13) vemos que para $\omega = 0$, α_z (parte real de k_z - meio finito) e α (parte real de K - meio in-

¹ Pelo Teorema do Valor Inicial /40/ pode-se ver que os valores de $F(\omega, z)$ para $\omega \rightarrow \infty$ dependem do comportamento de $f(t, z)$ para $t \rightarrow 0$, isto é, a aresta do pulso de nêutrons é que determina o comportamento da lei de dispersão para altas frequências.

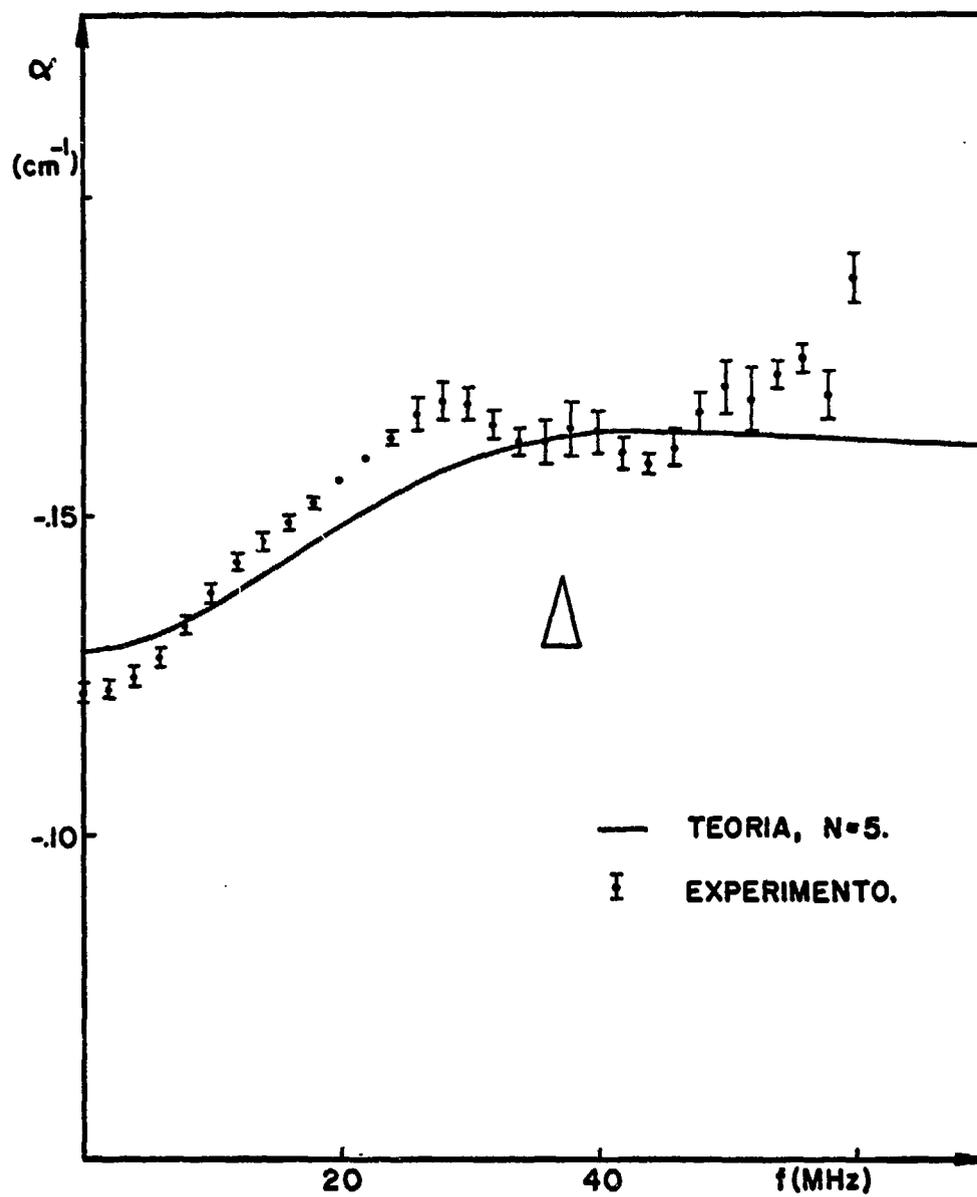


Fig.(4.14)

COMPARAÇÃO DE $\alpha_1(\omega)$ COM A
TEORIA.

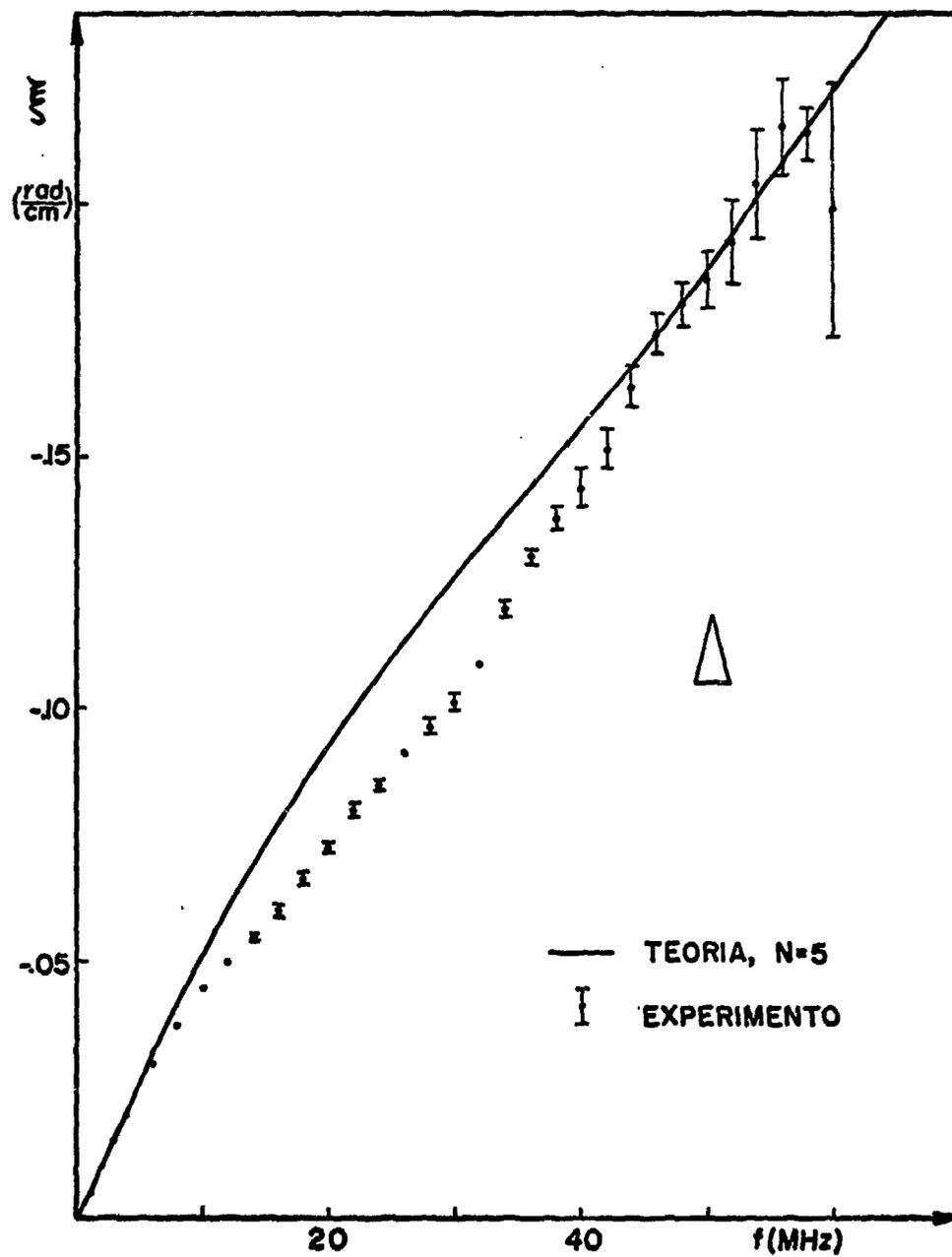


Fig.(4.15) COMPARAÇÃO DE $S_{11}(\omega)$ COM A TEORIA.

finito) diferem por um fator da ordem de três e portanto, a importância de B_{\perp}^2 é muito grande, principalmente se lembrarmos que estamos desprezando a dependência deste parâmetro com a frequência, demonstrada nas referências /19/ e /20/. Entretanto, até certo ponto, a introdução da curvatura geométrica transversal pode ser evitada, se ao invés de compararmos os valores calculados e observados de k_z fizermos a comparação para os valores de k_z^2 . Então, pela equação (4.18) vemos que B_{\perp}^2 intervêm na parte real de k_z^2 apenas como um termo aditivo e, o que é mais importante, a equação (4.19) mostra que B_{\perp}^2 não intervêm na parte imaginária de k_z^2 . Em outras palavras, os valores experimentais de $2\alpha_z \xi_z$ (meio finito) podem ser diretamente comparados com os valores teóricos de $2\alpha \xi$, correspondentes ao meio infinito.

Nas figuras (4.16) e (4.17) as partes imaginária e real de k_z^2 são comparadas separadamente com a teoria em função de ω e de ω^2 .

a) Parte imaginária de k_z^2 :

Embora as curvas teórica e experimental apresentem a mesma tendência, os desvios na zona de frequências 10 MHz - 40 MHz são bem maiores que os erros experimentais cotados na figura (4.16). Notemos porém, que estes erros (bem como os da figura (4.17)) representam apenas o erro estatístico das contagens observadas na passagem do pulso de nêutrons. A rigor, o experimento deveria ser repetido um certo número de vezes, para que se pudesse ter idéia da ordem de grandeza da interferência de outros fatores que intervêm no erro experimental.

b) Parte real de k_z^2 :

As diferenças entre valores experimentais e teóricos da parte real de k_z^2 é mais séria. A concordância do experimento com a teoria é muito boa para frequências acima de 40 MHz e os desvios correspondentes no intervalo 10MHz - 40 MHz muito grandes para que se possa atribuí-los a flutuações experimentais. É possível, então, que a curvatura geométrica B_{\perp}^2 apresente, no nosso problema, uma dependência da frequência que não foi por nós considerada. Se tal fato ocorrer, a observação das figuras (4.16) e (4.17) indica que essa dependência seria uma função de B_{\perp}^2 que cresce a partir de $\omega = 0$, decrescendo rapidamente depois de uma certa frequência. Esta situação, embora estranha a primeira vista, não seria com-

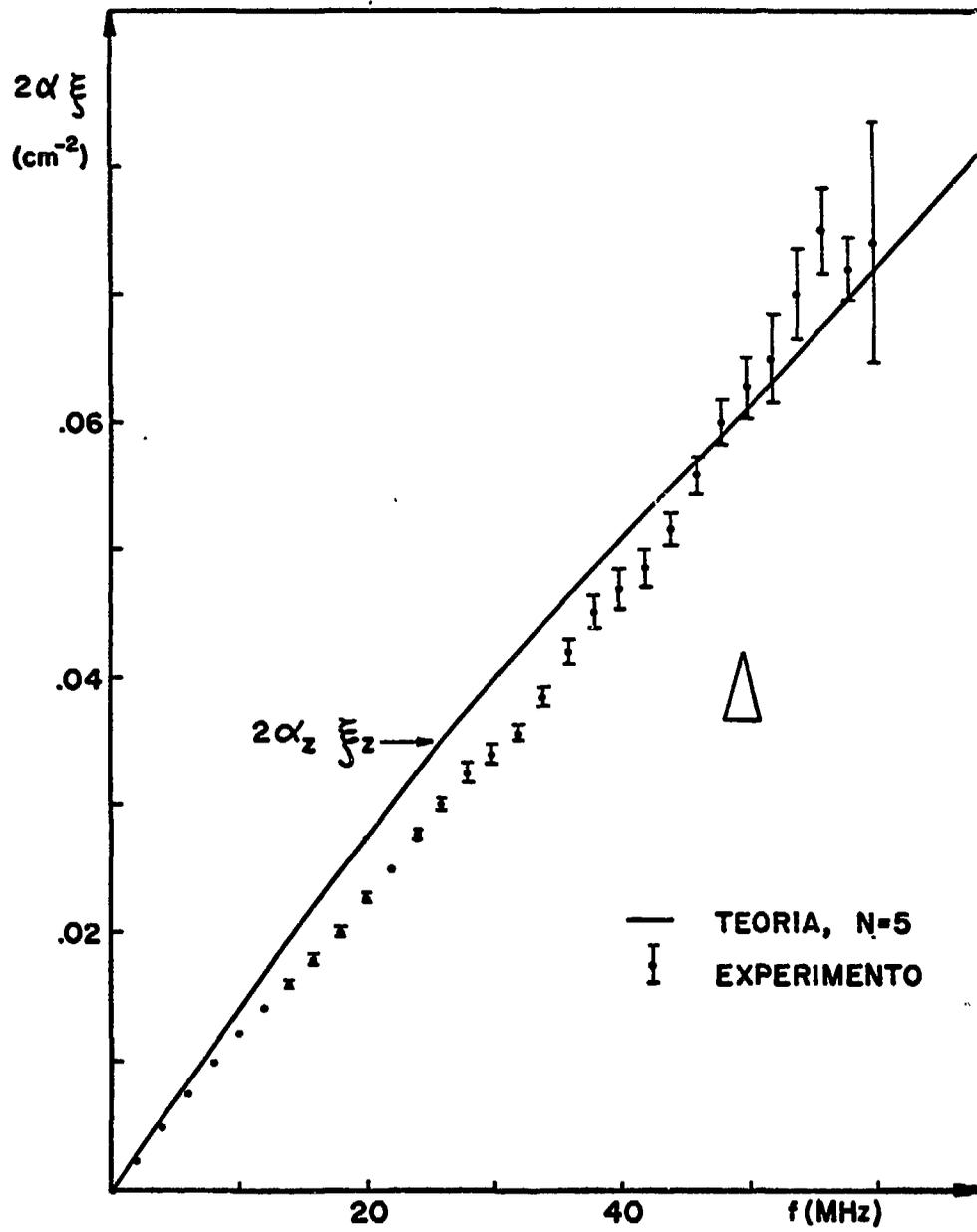


Fig.(4.16)

PARTE IMAGINÁRIA DE $K^2(\omega)$.

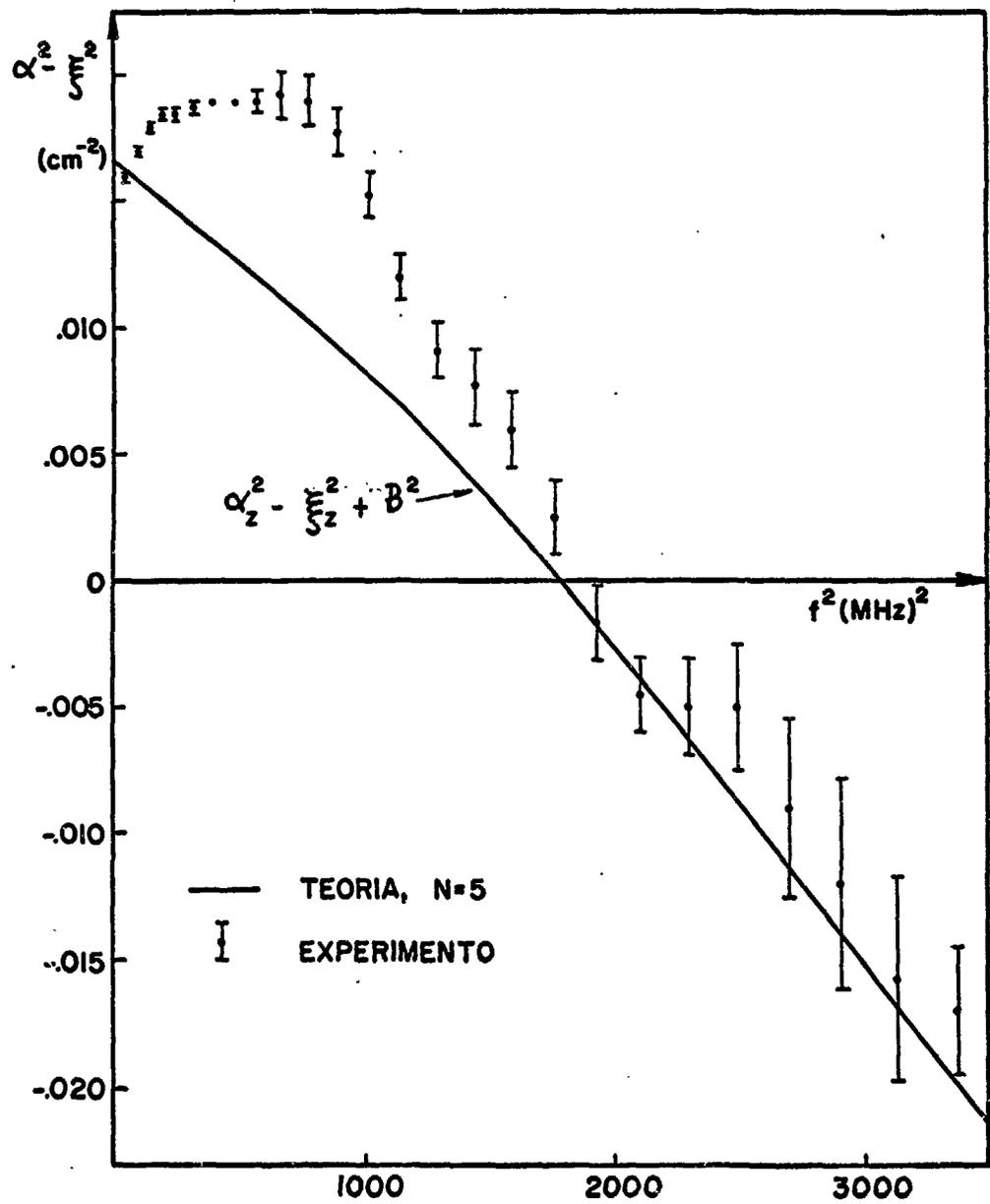


Fig.(4.17)

PARTE REAL DE $K^2(\omega)$.

pletamente sem precedentes. Denning /19/, estudando teoricamente a lei de dispersão no chumbo para nêutrons de 1,24 Mev, num prisma com dimensões transversais da ordem de 34 cm, mostrou que, o uso das condições de contorno "Marshak 2" dá origem a uma componente transversal k_x (que é o análogo do nosso B_{\perp}) de K com características extremamente semelhantes às aqui mencionadas¹.

IV.5 - Comparação com o Experimento de Napolitano /21/

A comparação direta com os resultados de Napolitano não tem sentido, pois os materiais e energias estudados por esse autor são diferentes dos nossos. Entretanto, como os dois experimentos têm muitos pontos em comum, uma comparação das características gerais de ambos é interessante.

Nas referências /21/ e /22/ estuda-se a propagação de pulsos de nêutrons rápidos no ferro, nas energias de 0,8, 2,2 e 2,5 Mev. Ao contrário deste trabalho, onde foi utilizado um prisma de chumbo com dimensões transversais de 20 x 25 cm, Napolitano utilizou um prisma com dimensões laterais muito maiores, de 81 x 81 cm. Para um sistema com tais dimensões, é necessário fazer o feixe de nêutrons do acelerador incidir frontalmente na extremidade do prisma e considerar uma fonte de nêutrons distribuída, como a da equação (2.4). Além disso, não é possível recorrer ao método de subtrair a radiação de fundo como foi descrito no item II.4 deste trabalho. Por outro lado, a curvatura geométrica transversal do prisma de Napolitano é apenas 0,00173 cm⁻² contra 0,0145 cm⁻² do nosso. Em consequência, a determinação experimental da curvatura geométrica, no arranjo de Napolitano, é mais fácil e além disso, os valores de k_z são muito próximos dos valores de K, isto é, o parâmetro B_{\perp}^2 entra como uma pequena correção, ao contrário do que ocorreu no nosso experimento.

Outras diferenças importantes ocorrem no método de análise dos resultados experimentais. Embora possuindo a mesma abundância de informações deste trabalho, ou seja, espectros de tempo correspondentes a oito diferentes níveis de discriminação do detetor, Napolitano utilizou a informação contida em apenas um desses níveis para determinar a sua lei de

¹ Vide página 48 da referência /19/.

dispersão. Por esta razão, os erros estatísticos cotados nas diversas leis de dispersão determinadas por Napolitano são várias vezes maiores que os erros cotados neste experimento (fig. (4.12)), notadamente para altas frequências, o que impõe uma primeira limitação na maior frequência observável. Além disso, o uso de toda a informação contida no analisador permite obter como um sub-produto da lei de dispersão, o parâmetro $Y = \Delta E/dt$, enquanto que Napolitano precisou introduzir este parâmetro, determinado externamente, para corrigir os efeitos devidos à variação com o tempo do espectro de energia dos nêutrons. Neste sentido, pode-se dizer que o nosso método de obter a lei de dispersão torna o experimento auto-suficiente.

Um ponto alto do trabalho de Napolitano é sem dúvida a determinação dos espectros de energia dos nêutrons em função do tempo, através do programa UF-FERDO /42/. Nós tentamos obter a informação correspondente ao nosso caso, mas pelos motivos apontados no apêndice C, esta tentativa não foi bem sucedida. A nosso ver, as medidas experimentais de $F(E, E')$ no caso dos nêutrons rápidos, são bastante promissoras, devendo num futuro próximo, se tornarem importantes para o estudo dos primeiros estágios do fenômeno da moderação de nêutrons.

Capítulo V

CONCLUSÃO - SUGESTÕES PARA FUTURO ESTUDO

Os resultados do capítulo II mostram que, de um modo geral, para frequências acima de um certo valor (40 MHz, nos casos estudados neste trabalho) a lei de dispersão monoenergética de terceira e de quinta ordem se afastam significativamente do caso linearmente anisotrópico. Para frequências menores, embora também haja diferenças, somente experimentos onde as partes real e imaginária de $k_z(\omega)$ possam ser determinadas com precisões da ordem de um por cento seriam sensíveis a essas diferenças. É evidente que se chegou a estas conclusões pelo estudo de exemplos em materiais particulares (chumbo e ferro) e para valores particulares da energia dos nêutrons e portanto é preciso atribuir-lhes um valor limitado. Um estudo geral do problema seria um estudo a cinco ou seis parâmetros, ao invés de um único (a frequência) como no nosso caso.

A comparação dos resultados experimentais com a lei de dispersão teórica mostrou que o fenômeno da propagação de ondas (ou de pulsos) de nêutrons no chumbo pode ser razoavelmente interpretado em termos de teoria monoenergética, desde que se introduzam correções que levem em conta a variação da energia dos nêutrons com o tempo devida às colisões elásticas.

É preciso ter em mente que a nossa lei de dispersão "teórica", é na verdade calculada a partir de seções de choque determinadas experimentalmente e que os erros das mesmas também interferem na comparação do experimento com a lei de dispersão calculada.

Note-se também que, em princípio, seria possível ajustar por um método de mínimos quadrados a lei de dispersão experimental, determinando-se, a partir de um experimento como o que foi descrito neste trabalho, um conjunto consistente de seções de choque Σ_t , Σ_{s0} , Σ_{s1} , ... Entretanto, em termos de precisão, é pouco provável que a propagação de pulsos possa competir com os métodos clássicos da Física Nuclear. A vantagem, no caso da propagação de pulsos, seria o fato de que uma grande quantidade

de de material seria analisada simultaneamente. Este particular torna o experimento atraente para a Física dos Reatores, onde há sempre interesse em descrever-se o comportamento temporal da população de nêutrons em um meio heterogêneo e de grandes dimensões em termos de um número mínimo de parâmetros. Tal é o caso nos Reatores de Potência, cujos núcleos podem ter dimensões de vários metros.

Como primeiro tema para futuro estudo, poderíamos sugerir a repetição do experimento para diferentes valores da curvatura geométrica. O uso de valores crescentes de B_1^2 (dimensões transversais decrescendo) poderia evidenciar a dependência deste parâmetro com a frequência. Seria então indispensável comparar os dados experimentais com a teoria B_L^N , isto é, as condições de contorno para as superfícies transversais do prisma deveriam ser introduzidas rigorosamente, e não através da Teoria Assintótica dos Reatores, como fizemos.

O estudo de materiais mais leves também é recomendado. Uma das hipóteses básicas do nosso trabalho foi admitir que a interpretação do experimento em termos de teoria monoenergética é possível porque a perda de energia dos nêutrons por colisões elásticas no chumbo é muito pequena. No caso do ferro, apesar de ser bem maior a perda de energia por colisão, o experimento de Napolitano /21/ também pôde ser interpretado pela mesma teoria. O estudo de materiais ainda mais leves também é possível, desde que as secções de choque envolvidas não variem drasticamente no intervalo de energias considerado e se tome valores médios dessas secções de choque, ponderadas pelo espectro de nêutrons. Neste caso, o experimento seria útil como um teste para o modelo de moderação.

Apêndice A

PROCESSAMENTO DE DADOS

A figura (A.1) é um fluxograma do processamento das informações experimentais e teóricas. Essas informações foram processadas nos computadores IBM 1800 do Departamento de Engenharia Nuclear e IBM/360-65 do Centro de Cálculo Numérico da Universidade da Flórida.

Devido ao volume da informação suprida pelo sistema de coleta de dados a dois parâmetros (4096 números para cada posição do detetor) é aconselhável, e quase necessário, mesmo em se tratando de operações simples como normalizar as contagens do detetor em relação às contagens do monitor, utilizar o computador. Vamos nos limitar a descrever as características dos principais programas utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

MORE

Dado um conjunto de pontos experimentais $g(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, n_0$ este programa calcula a transformada de Fourier da função $g(t)$, utilizando a regra de Simpson para efetuar as integrações. O programa foi originalmente escrito por M. J. Ohanian /43/ para a análise de pulsos de nêutrons em sistemas térmicos. Napolitano /21/ incluiu nele o cálculo dos erros estatísticos na amplitude e na fase da transformada de Fourier de $g(t_i)$. Os dados requeridos por MORE são: a largura dos canais no eixo dos tempos, número de canais (n_0), frequências de interesse, posição do detetor. Na saída de MORE temos

$$A_{\text{obs}}^*(\omega, z) = A_{\text{obs}}(\omega) e^{-\alpha_{\text{obs}}(\omega)z}$$

e $\theta(\omega, z) = \theta_0 + \xi_{\text{obs}}(\omega)z$

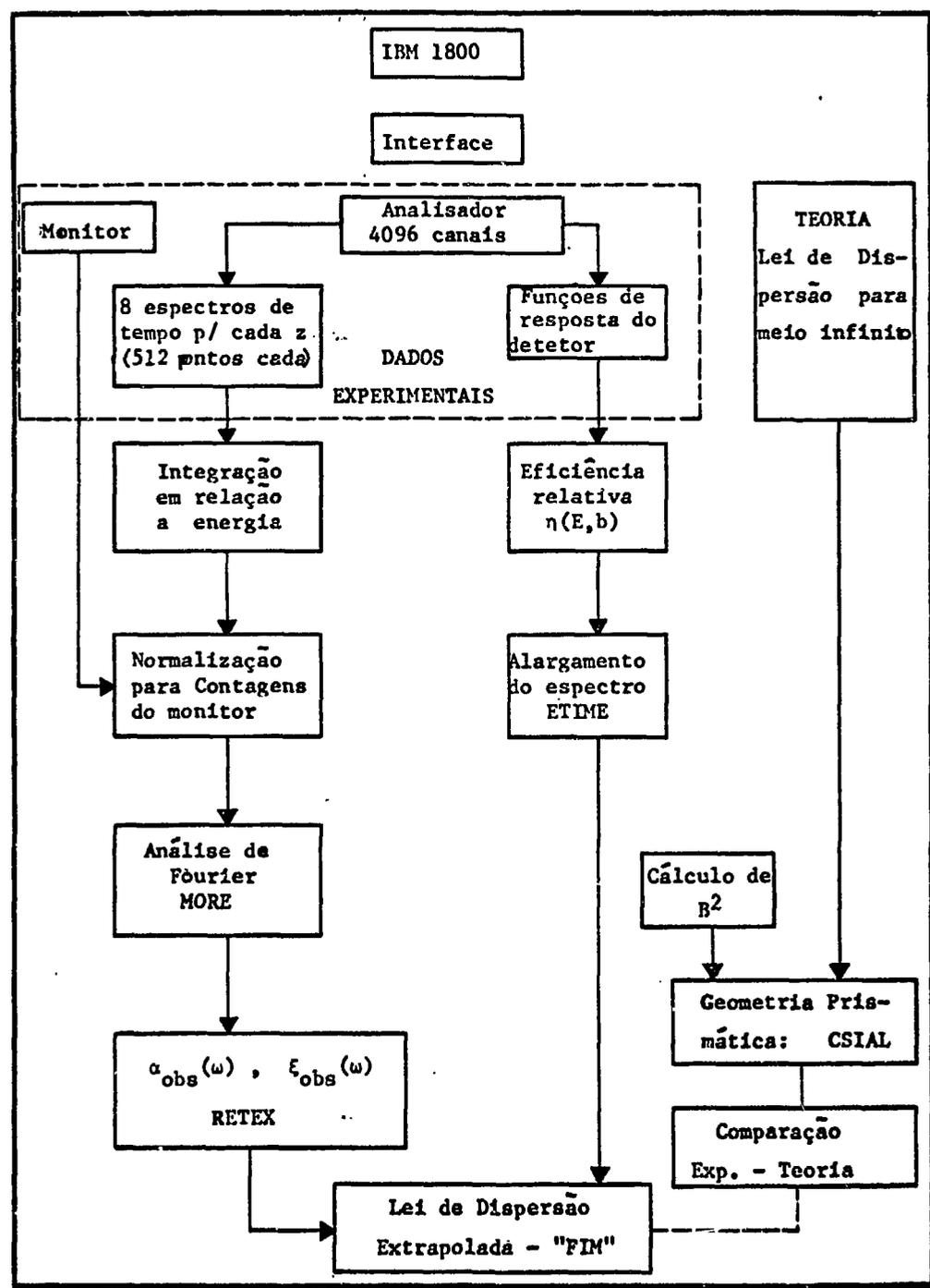


Fig.(A.1) FLUXOGRAMA DO PROCESSAMENTO DOS DADOS.

para cada posição do detetor, com os respectivos erros, impressos e em cartões perfurados.

ETIME

Este programa corrige a eficiência relativa do detetor para o efeito do alargamento do espectro de nêutrons com o tempo, no interior do bloco de chumbo. A eficiência corrigida do detetor é calculada através da equação (3.3) onde $\eta_B(E')$ é a eficiência experimental, e $F(E, E')$ o espectro de nêutrons cuja energia média é E . Esta função é calculada numericamente como sendo a função $N(E', t)$ onde t é o instante correspondente à energia média E no processo da moderação dos nêutrons. A obtenção de $N(E', t)$ é descrita no apêndice C. Os dados requeridos por ETIME são: valor de t e número de pontos E' para os quais se deseja calcular $N(E', t)$, valor máximo de E' , distância entre dois valores consecutivos de E' , A (massa atômica), Σ_S (suposta constante), convergência requerida na soma da série (C.1), (vide apêndice C), número máximo de termos admissível para se obter essa convergência, e parâmetros definindo $\eta_B(E')$. Se $\eta_B(E')$ for exponencial, como no nosso caso, o parâmetro requerido é o coeficiente do expoente (b na equação (4.5)). Se $\eta_B(E')$ for um polinômio (até segunda ordem) são requeridos os coeficientes do mesmo. Na saída de ETIME temos $N(E', t)$, E (energia média correspondente ao instante t), $\eta_{BC}(E)$.

RETEX, FIM

Estes programas ajustam, por métodos de mínimos quadrados, expressões dos tipos

$$A'(\omega, z) = A(\omega) e^{-\alpha(\omega)z}$$

$$\theta(\omega, z) = \theta_0 + \xi(\omega)z$$

$$\alpha_{\text{obs}}(\omega) = \alpha_t(\omega) + c_1 b$$

$$\xi_{\text{obs}}(\omega) = \xi_t(\omega) + c_2 b$$

respectivamente. A expressão minimizada é

$$S = \sum_{i=1}^K \left[w_{x_i} (x_{i\text{calc}} - x_{i\text{obs}})^2 + w_{y_i} (y_{i\text{calc}} - y_{i\text{obs}})^2 \right] \frac{1}{(K-2)}$$

onde w_{x_i} e w_{y_i} são os inversos dos quadrados dos erros experimentais nas coordenadas x e y , e K o número de pontos experimentais. Portanto, estes programas consideram os erros nas duas ordenadas. A entrada de dados para RETEX é provida por MORE, sob a forma de cartões perfurados, e a entrada de dados para FIM é provida por RETEX. Os valores de b requeridos por FIM são obtidos ajustando-se a eficiência $\eta_{BC}(E)$ do detetor (corrigida por ETIME) por uma exponencial.

CSIAL

Dados $K = \alpha + i\xi$ (meio infinito) e B_1^2 , curvatura geométrica transversal, este programa calcula

$$k_2 = \alpha_2 + i\xi_2$$

correspondente ao meio finito.

α_2 e ξ_2 são obtidos resolvendo-se o sistema de equações originado pela igualdade entre as partes real e imaginária de cada um dos membros da equação (2.20), ou seja

$$\alpha_2^2 - \xi_2^2 = \alpha^2 - \xi^2 + B_1^2$$

$$\alpha_2 \xi_2 = \alpha \xi$$

PNDL

Para um dado valor da frequência ω , PNDL acha um

$$K(\omega) = \alpha(\omega) + iE(\omega)$$

que satisfaz à equação (2.13):

$$D(K, \omega, v, \Sigma_t, \Sigma_{s0}, \dots, \Sigma_{sN}) = 0$$

O método usado é o de Newton Raphson, cujo esquema de iteração é

$$K_{i+1} = K_i - \frac{D(K_i, \dots)}{D'(K_i, \dots)}$$

onde K_i, K_{i+1} são duas estimativas consecutivas da raiz. K_{i+1} será considerada raiz se

$$|K_{i+1} - K_i| \leq \epsilon$$

sendo ϵ um dado de entrada. Os dados requeridos por PNDL são a ordem da aproximação desejada ($N = 0, 1, \dots, 5$) na solução da lei de dispersão, as secções de choque total e de espalhamento, número máximo de iterações e convergência requerida (ϵ).

Os programas PNDL, ETIME, RETEX, FIM foram escritos em colaboração com Myrian C. Paiano e são disponíveis através de relatório interno do Departamento de Engenharia Nuclear da Universidade da Flórida,

Apêndice B

ESPESSURA DO ALVO E MEIA LARGURA DO PULSO DE NÊUTRONS

O pulso de nêutrons, medido a uma certa distância do alvo, possui uma meia largura finita (no tempo) que é devida aos seguintes fatores:

1) meia largura intrínseca do pulso de íons;

2) espessura finita do alvo de trítio, que degrada a energia do feixe de prótons, e presença de camada de água do sistema de refrigeração do alvo, (que degrada a energia dos nêutrons), dando como resultado um pulso de nêutrons com diferentes tempos de voo (isto é, não monoenergético). A meia largura do pulso de nêutrons (no tempo) será então, maior para maiores distâncias em relação ao alvo;

3) resolução do sistema eletrônico de contagens.

Considerando apenas o segundo dos fatores acima, a incerteza na energia dos nêutrons do pulso pode ser relacionada com a meia largura no tempo da seguinte maneira:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\Delta t}{t}$$

onde ΔE , Δt são as meias larguras em energia e tempo, respectivamente, e t o tempo de voo do pico do pulso de nêutrons até a posição considerada.

Evidentemente, junto ao alvo, o segundo fator deve ser nulo. Para grandes distâncias, os outros dois devem ser desprezíveis, pois permanecem constantes enquanto t aumenta. Pode-se esperar então, que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2\Delta t}{t} = \frac{\Delta E}{E}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \Delta t = \Delta t_0$$

onde Δt_0 representa a contribuição da largura do pulso de íons e resolução do sistema eletrônico de contagens.

O pulso de nêutrons foi observado em cinco diferentes posições do detetor na direção do feixe de íons. Na figura (B.1) temos $\frac{\Delta t}{t}$ e Δt em função de t .

Os valores de $\frac{\Delta E}{E}$ e de Δt_0 podem ser estimados a partir destas curvas. Δt_0 é da ordem de $\frac{E}{E}$ três nano-segundos. Sendo a resolução do nosso sistema eletrônico tipicamente 1 nano-segundo, pode-se dizer que a meia largura do pulso de íons do acelerador está entre 2 e 3 nano-segundos. Para valores grandes de t , na figura (B.1) temos

$$\frac{\Delta E}{E} \leq 0,04$$

ou $\Delta E \leq 68$ Kev para nêutrons de 1,700 Mev.

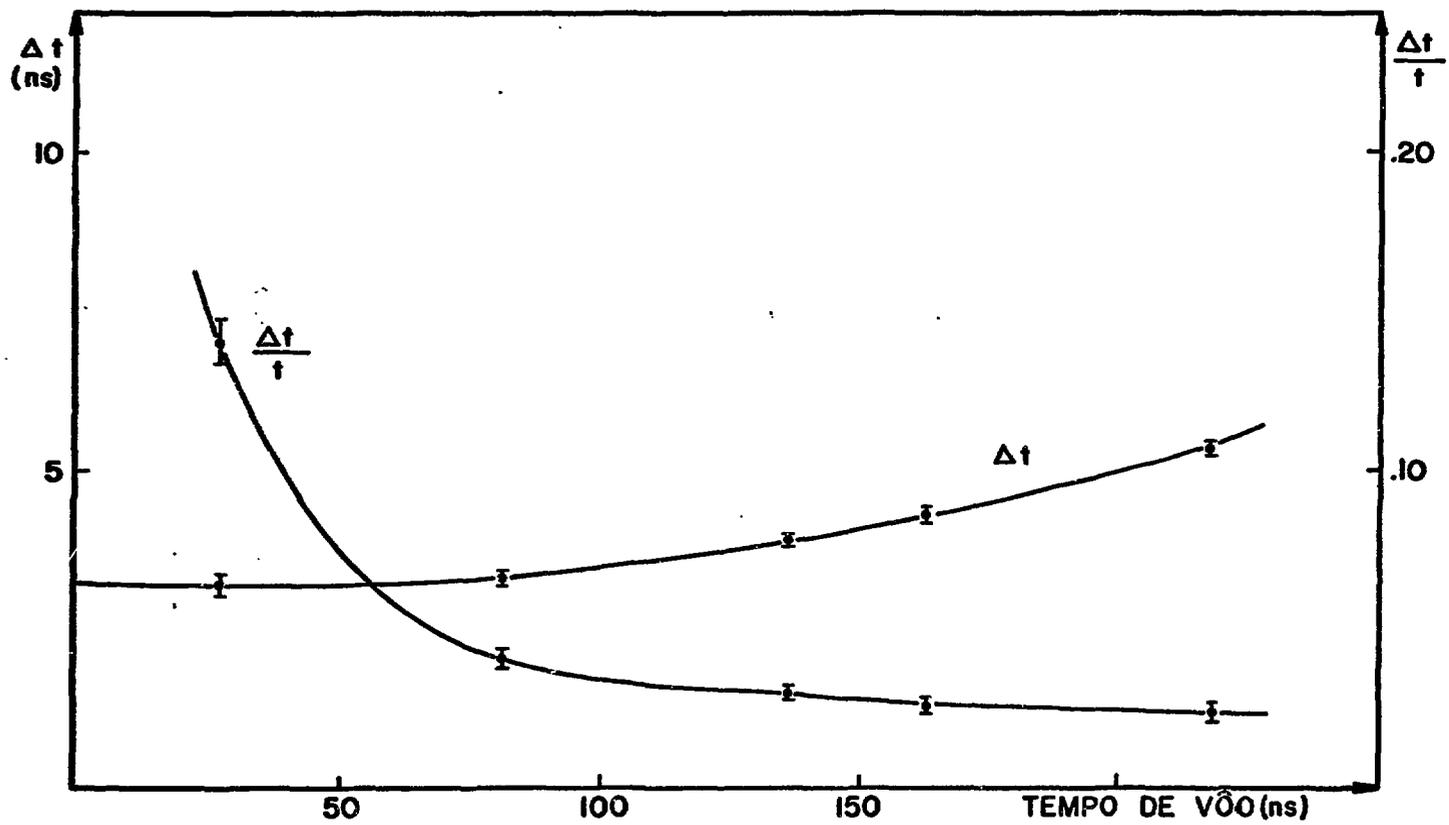


Fig.(B.1)

ESPESSURA DO ALVO E LARGURA DO PULSO DE NEUTRONS.

Apêndice C

A DEPENDÊNCIA COM O TEMPO DO ESPECTRO DE ENERGIA DOS NÊUTRONS

C.1 - Introdução

Em diferentes pontos, ao longo desta dissertação, foi ressaltada a importância de serem obtidas informações sobre a moderação dos nêutrons, após o jato monoenergético inicial:

a) no item III.6 vimos que, para estimar a eficiência do detector num instante $t > 0$ (nêutrons de energia média E) em relação à eficiência no instante inicial (energia média E_0) é necessário conhecer-se o espectro de energias no instante t :

b) no item IV.3, na equação IV.8, foi introduzido o parâmetro Y , a perda média de energia por unidade de tempo devida às colisões elásticas.

Os dois problemas envolvidos em a) e b) acima são clássicos da teoria da moderação de nêutrons. A rigor, o primeiro engloba o segundo: conhecendo-se o espectro de energia dos nêutrons para diversos instantes, o parâmetro $Y = dE/dt$ pode ser obtido, pelo menos numericamente.

No item III.5 dissemos que os dados fornecidos pelo sistema a dois parâmetros, tempo-energia, são também uma série de espectros de energia dos nêutrons, obtidos para diferentes valores da variável tempo, a contar de $t=0$. Uma tentativa foi feita no sentido de obtermos informações experimentais sobre o comportamento temporal do espectro de nêutrons no interior de um bloco de chumbo com dimensões aproximadas de $50 \times 50 \times 20$ cm e os resultados serão descritos no item C.3.

C.2 - Teoria

A moderação de nêutrons dependente do tempo tem sido estudada

extensivamente, mas a maioria dos autores calcula apenas as densidades as sintóticas, isto é, as funções $N(u,t)$ (onde u é a letargia dos nêutrons) para grandes valores de t . Na referência /36/, onde encontramos farta bibliografia a respeito, foi obtida uma expansão para $N(u,t)$ que é válida também na região das soluções transientes (pequenos valores de t). Definindo a variável adimensional

$$X = v\Sigma_g t$$

Williamson /36/ mostrou que

$$N(u,t) = \frac{1}{2} e^{-X} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(X) \left[\frac{1}{n!} \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \frac{(-1)^m}{m!} \langle X^{m+1} \rangle \right] \quad (C.1)$$

onde $L_n(X)$ é o polinômio de Laguerre de ordem n ,

$$\langle X^{m+1} \rangle = \left[1 - e^{-u/2} \right]^{m+1} \frac{2}{\zeta} A^m \quad (A \gg 10)^1$$

$$\zeta = 1 + \frac{h \ln h}{1-h}, \quad h = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$$

A expressão (C.1) foi calculada numericamente pelo programa ETIME (vide apêndice A), tendo sido obtidos os espectros $N(u,t)$ para diversos valores de t no intervalo

$$0 \leq t \leq 30 \text{ ns}$$

Após a conversão para a forma $N(E',t)$ onde E' é a energia correspondente à letargia u , foi calculada a energia média E em cada espectro. Os espectros correspondentes às energias médias de 1,26 Mev, 1,38 Mev,

¹ Se A não satisfizer a esta condição, os momentos de Williamson são mais complicados.

1,48 Mev, 1,58 Mev, 1,68 Mev (energias para as quais as funções de resposta do detetor haviam sido determinadas) foram utilizados para corrigir as eficiências relativas do detetor (equação (3.3)).¹ Na figura (C.1) temos alguns espectros calculados pela equação (C.1) para o chumbo. Para os valores de t no intervalo acima mencionado, a expressão (C.1) converge rapidamente devido à presença do fator

$$(1 - \exp(-u/2))^{m+1}$$

nos momentos de X. Para valores crescentes de t, a convergência pode tornar-se problemática. Os espectros da figura (C.1) foram normalizados em relação aos picos respectivos.

C.3 - Determinações Experimentais de N(E',t)

A configuração do sistema de coleta de dados a dois parâmetros utilizada para as medidas de propagação de pulsos não se presta para determinações de N(E',t) pois ali, procurou-se dar o máximo de resolução ao espectro de tempo. A configuração do sistema foi então mudada de 512 x 8 para 32 x 128, isto é, observou-se o espectro de energia para 32 diferentes intervalos de tempo, com 128 canais por espectro.

A evolução do espectro de energia no tempo também foi observada por Napolitano /21/ que obteve excelentes resultados. Esse autor não apenas conseguiu estimar a variação da energia média dos nêutrons com o tempo, como também pôde mostrar o crescimento de um pico proveniente do espalhamento inelástico de nêutrons de 2,2 Mev e de 2,5 Mev no ferro.

No nosso caso, apesar de ter sido utilizado o mesmo equipamento e o mesmo método de análise da referência /21/ apenas resultados de caráter qualitativo puderam ser obtidos. As razões deste insucesso foram:

¹ Lembremos novamente que $E = E(t)$, onde E é a energia média dos nêutrons. Por esta razão também chamamos N(E',t) de F(E,E').

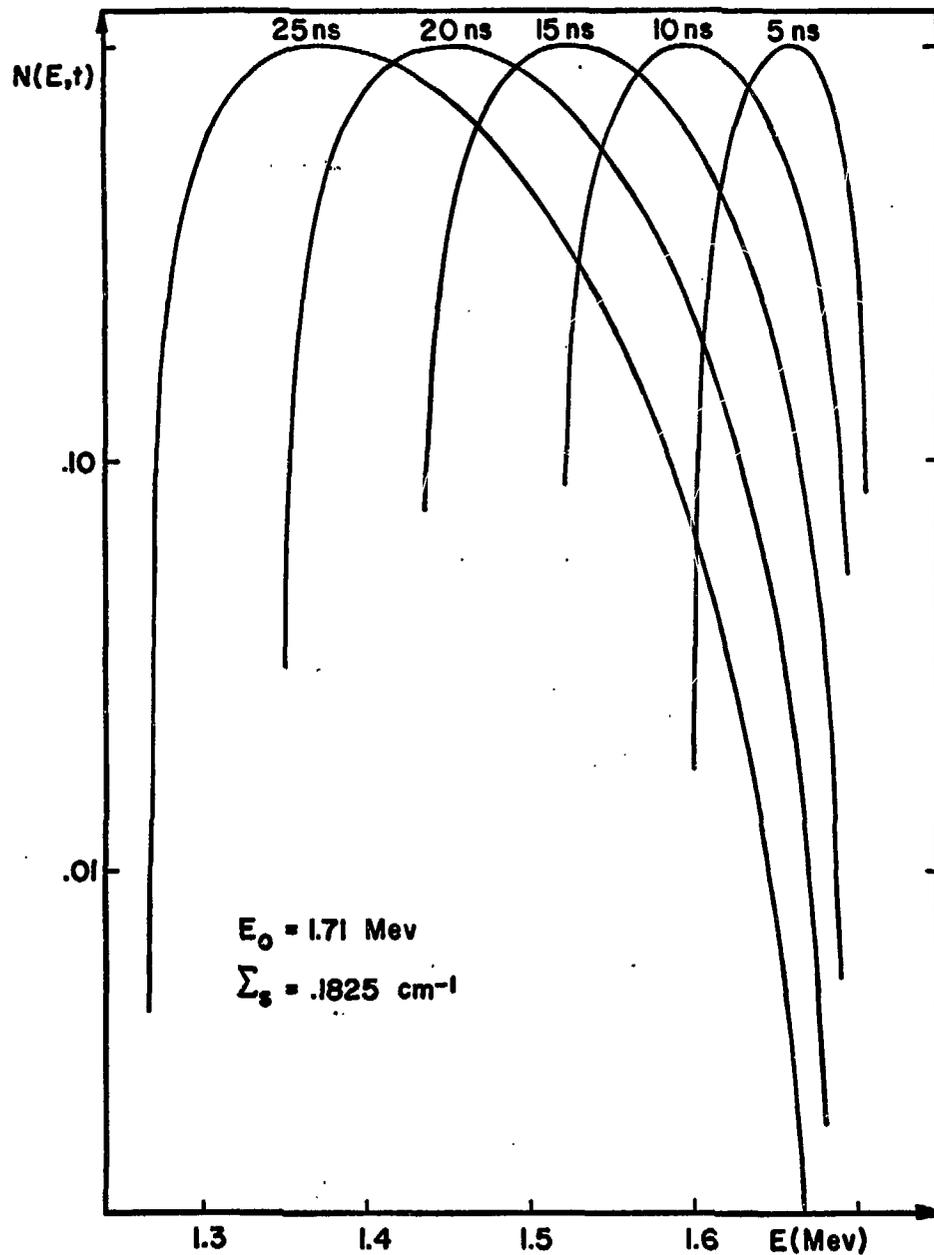


Fig.(C.1) ESPECTRO DE ENERGIA DOS NEUTRONS NO CHUMBO EM VÁRIOS INSTANTES APÓS O JATO DE NEUTRONS RÁPIDOS, CALCULADO PELA EXPRESSÃO (C.1).

a) a energia inicial dos nêutrons era menor no nosso caso (1,68 Mev) correspondendo a uma resolução menos boa do sistema de contagens; além disso, no caso do chumbo, os picos elástico e inelástico estão separados por apenas 550 Kev, contra 850 Kev no caso do ferro;

b) as dimensões do bloco de chumbo por nós utilizado eram pequenas comparadas com as dimensões do bloco de ferro utilizado por Napolitano; em consequência, no nosso caso, a variação da densidade neutrônica com o tempo era muito mais rápida, dificultando a observação.

Na figura (C.2) são mostrados os espectros de altura de impulso obtidos para diferentes instantes de tempo a partir de $t=0$. Qualitativamente, a moderação é evidenciada nesta figura pelo deslocamento progressivo do "cut-off" do espectro para a esquerda. A figura (C.3) mostra o espectro de energias dos nêutrons para dois diferentes intervalos de tempo, calculados a partir dos dados da figura (C.2) pelo programa UF-FERDO /42/. Este programa é uma versão do programa FERDO, desenvolvido por W.R.Burrus e V.V.Verbinski /44/. Embora os erros experimentais sejam muito grandes para permitirem qualquer conclusão quantitativa, a presença do pico de nêutrons espalhados inelásticamente também pode ser notada.

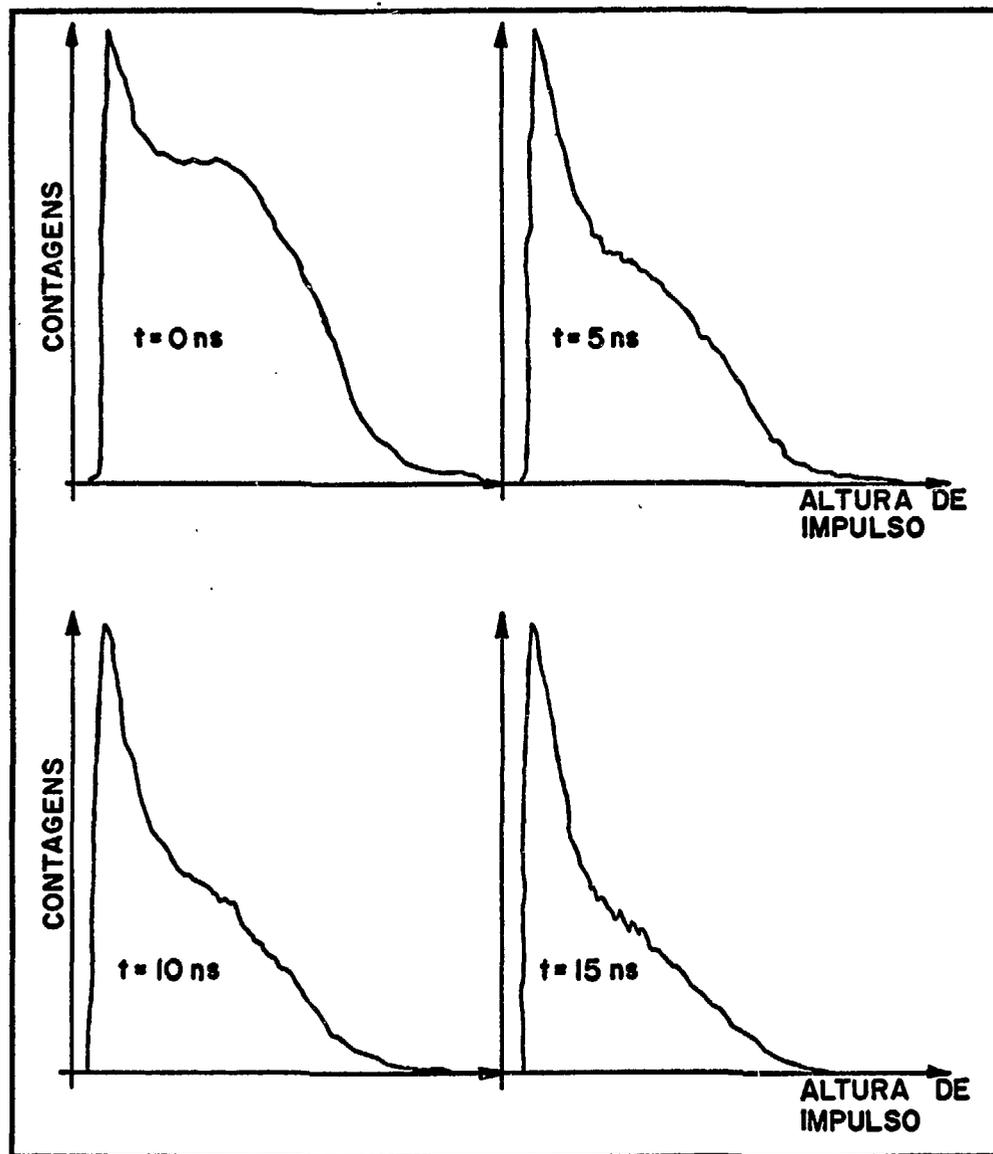


Fig.(C.2) RESPOSTA DO DETETOR PARA VARIOS INTERVALOS DE TEMPO, NUM BLOCO DE CHUMBO DE 50 x 50 x 20 cm.

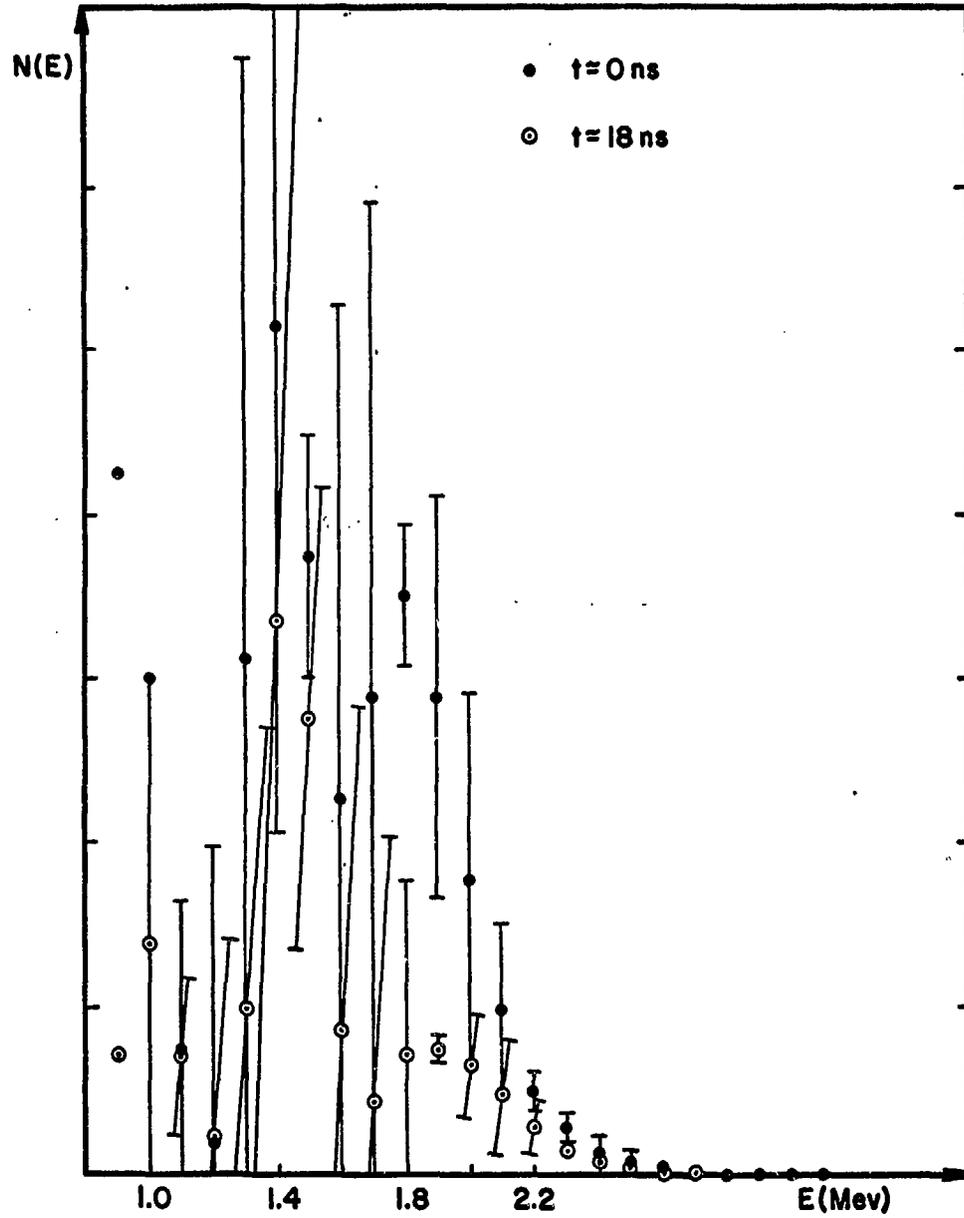


Fig.(C.3)

ESPECTRO DE ENERGIA DOS NEUTRONS
PARA DOIS INSTANTES, A PARTIR DO
PULSO DE NEUTRONS RÁPIDOS.

Apêndice DCOMENTÁRIOS SÔBRE O MÉTODO DE ANÁLISE DOS DADOS EXPERIMENTAISD.1 - Extensão da Validade do Nosso Método

O processamento dos dados experimentais, exposto no capítulo IV, baseou-se num fato particular, a variação exponencial da eficiência do detetor com a energia média dos nêutrons. Nada foi dito sôbre o caso de ser $\eta_{BC}(E)$ uma função mais complicada. Vejamos o que acontece no caso de uma soma de duas exponências¹

$$\eta_{BC}(E) = c_1 e^{-b_1(E_0 - E(t))} + c_2 e^{-b_2(E_0 - E(t))}$$

com $c_1 + c_2 = 1$

Neste caso, a equação (4.9), que relaciona o fluxo observado com o fluxo "verdadeiro" será

$$f_{obs}(t, z) = f_t(t, z) \left[c_1 e^{-b_1 Y(t-t_0)} + c_2 e^{-b_2 Y(t-t_0)} \right] \quad (D.1)$$

e a sua transformada de Fourier

$$F_{obs}(\omega, z) = C_1 F_t(\omega - ib_1 Y, z) + C_2 F_t(\omega - ib_2 Y, z) \quad (D.2)$$

onde $C_i = c_i e^{b_i Y t_0}$, $i = 1, 2$

¹ Neste apêndice faremos a aproximação $b' = b$, isto é, $1/2E_0 \approx 0$.

ou, retendo como na equação (4.12) apenas o 1º termo do desenvolvimento em série de Taylor

$$F_{\text{obs}}(\omega, z) = [C_1 + C_2] F_t(\omega, z) - iY [b_1 C_1 + b_2 C_2] \frac{\partial F_t(\omega, z)}{\partial \omega} \quad (\text{D.3})$$

Experimentalmente, sempre é possível fazer $t_0 = 0$, isto é, tomar a origem dos tempos no instante em que a aresta do pulso de nêutrons passa pela posição $z = 0$. Teremos então

$$C_1 + C_2 = c_1 + c_2 = 1$$

e portanto

$$F_{\text{obs}}(\omega, z) = F_t(\omega, z) - ibY \frac{\partial F_t(\omega, z)}{\partial \omega} \quad (\text{D.4})$$

onde

$$b = C_1 b_1 + C_2 b_2 \quad (\text{D.5})$$

A equação (D.4) é análoga à equação (4.12). Portanto, no caso de uma soma de duas exponenciais, as equações (4.12) a (4.16) continuam válidas e o mesmo tipo de tratamento do capítulo IV poderá ser aplicado; a cada nível de discriminação do detector estará associado um valor de b dado pela equação (D.5), determinado a partir das funções de resposta do detector para nêutrons monoenergéticos; a extrapolação das equações (4.16) para $b = 0$ fornecerá $\alpha_t(\omega)$ e $\xi_t(\omega)$. É claro que o método pode ser aplicado para um número maior de exponenciais, com a condição de serem os produtos $b_i Y$ suficientemente pequenos para que a retenção apenas do primeiro

térmo da expansão em série de Taylor do segundo membro da equação (D.2) seja válida.

D.2 - Correção dos Espectros de Tempo

Neste trabalho, foi interessante calcular a transformada de Fourier dos pulsos de nêutrons obtidos para vários níveis de discriminação. Este procedimento permitiu verificar quantitativamente qual o efeito de uma eficiência do detetor variando com o tempo na lei de dispersão. Entretanto, seria possível corrigir o efeito da eficiência no próprio espectro de tempo. Voltando à equação (4.9)

$$f_{\text{obs}}(t,z) = f_t(t,z) e^{-bY(t-t_0)}$$

vê-se que, uma extrapolação para $b=0$ dos espectros de tempo obtidos para vários níveis de discriminação (vários valores de b) fornece $f_t(t,z)$, cuja transformada de Fourier pode ser diretamente comparada com a lei de dispersão.

D.3 - Reinterpretação da Equação (4.11)

A transformada de Fourier da equação (4.9) é a equação (4.11)

$$e^{bYt_0} F_t(\omega - ibY, z) = F_{\text{obs}}(\omega, z)$$

Sendo $f_t(t,z)$ proporcional $\Phi(t,z)$ a equação (4.11) indica que, se na equação (2.13) (lei de dispersão) substituirmos ω por $\omega' = \omega - ibY$ a lei de dispersão teórica poderá ser comparada diretamente com o experimento (se o produto bY for conhecido previamente).

Uma consequência de tal substituição será uma modificação da região correspondente ao espectro contínuo de auto-valores, do ponto de vista do detetor. De fato, a variável

$$\gamma = \Sigma_t + i \frac{\omega}{v}$$

passará a ser

$$\gamma' = \left(\Sigma_t + \frac{bY}{v} \right) + i \frac{\omega}{v} ,$$

isto é, a eficiência do detetor variando com o tempo é equivalente a uma variação da secção de choque total do material.

Pelo que foi visto no item II.5, teremos singularidades do fluxo integrado na variável μ para

$$K = - \gamma'$$

$$\text{ou seja } \Sigma_t + \frac{bY}{v} = - \alpha$$

$$\frac{\omega}{v} = - \xi$$

e todos os pontos da reta,

$$\xi = \frac{\alpha \omega}{v \left(\Sigma_t + \frac{bY}{v} \right)}$$

tais que

$$|\alpha| \geq \Sigma_t + \frac{bY}{v}$$

serão pontos de descontinuidade de $\psi(K, \omega)$. Isto mostra que os resultados da figura (4.5) onde temos pontos experimentais na região do "continuum" de auto-valores, não constituem uma violação da teoria - o limite da região do espectro contínuo de auto-valores é visto pelo detetor como se deslocado da reta vertical

$$\alpha = - \Sigma_t$$

para

$$\alpha = - (\Sigma_t + \frac{bY}{v})$$

BIBLIOGRAFIA

- / 1/ MANLEY, J.H., HAWORTH, L.J., LUEBKE, E.A., The mean life of neutrons in water and the hydrogen capture cross section, Phys. Rev. 61 (1942) 152.
- / 2/ FRISCH, O.R., The Dragon experiment, Symposium on Fast Burst Reactors, AEC Series 15 (1969) 1.
- / 3/ von DARDEL, G.F., The interaction of neutrons with water studied with a pulsed neutron source, Trans. Royal Inst. Techn. Stockholm, 75 (1954).
- / 4/ NELKIN, M., The diffusion cooling of neutrons in a finite moderator, J. Nucl. Energy 8 (1958) 48.
- / 5/ CORNGOLD, N., MICHAEL, P., WOLLMAN, W., The time decay constants in neutron thermalization, Relatório BNL-719, vol. IV (1962) 1103.
- / 6/ de SAUSSURE, G., The neutron asymptotic decay constant in a small crystalline moderator assembly, Relatório BNL, vol. IV (1962) 1158.
- / 7/ BARNARD, E., KHAN, N.A., POOLE, M.J., TAIT, J.H., McLATCHIE, R.C.F., Thermalization of neutrons in graphite, Relatório BNL-719, vol. III (1962) 805.
- / 8/ BEYSTER, J.R., NEILL, J.M., Status of thermal neutron spectra, Symposium on Neutron Thermalization and Reactor Spectra, Ann Arbor, Mich., vol. II (1967) 3.
- / 9/ WEINBERG, A.M., SCHWEINLER, H.C., Theory of oscillating absorber in a chain reactor, Phys. Rev. 74 (1948) 851.
- /10/ RAIEVSKI, V., HOROWITZ, J., Determination of the mean transfer free path of thermal neutrons by measurement of the complex diffusion length, Proc. 1st UN Int. Conf. PUAE 5 (1955) 42.
- /11/ UHRIG, R.E., Neutron waves in a subcritical assembly, Trans. Am. Nucl. Soc. 2 2 (1959) 79.
- /12/ PEREZ, R.B., UHRIG, R.E., Development of techniques of neutron-wave and neutron-pulse propagation, Symposium on Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation, AEC Series 9 (1966) 1.

- /13/ MOORE, N.M., Role of the dispersion law in space-dependent kinetics, Relatório TID-7662 (1963) 169.
- /14/ BEGHIAN, L.E., RASMUSSEN, N.C., THEWS, R., WEBER, J., The investigation of neutron kinetics and cross sections in fast nonmoderating assemblies by the nanosecond pulsed neutron source technique, Nucl.Sci. Engng 15 (1963) 375.
- /15/ OHANIAN, M.J., PEREZ, R.B., COCKRELL, R.G., Propagation of monochromatic neutron waves in fast, nonmultiplying media, Symposium on Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation, AEC Series 9 (1966) 105.
- /16/ PAIANO, M.C., PAIANO, S., The dispersion law for a highly anisotropic, fast, nonmultiplying medium, Trans. Am. Nucl. Soc. 12 (1969) 679.
- /17/ MOORE, N.M., Dispersion laws of neutron physics, Comunicação na Student-Faculty Conference, Argonne, Ill. (1968).
- /18/ PEREZ, R.B., UHRIG, R.E., Propagation of neutron waves in moderating media, Nucl. Sci. Engng 17 (1963) 90.
- /19/ DENNING, R.S., The operational B_L^N technique as applied to pulse propagation in fast non-moderating assemblies, Tese de Doutorado, University of Florida (1967).
- /20/ PEREZ, R.B., DENNING, R.S., OHANIAN, M.J., The theory of fast reactor integral measurements by propagation methods, Relatório ANL-7320 (1966) 714.
- /21/ NAPOLITANO, C.M., Fast neutron pulse propagation in iron, Tese de Doutorado, University of Florida (1970).
- /22/ NAPOLITANO, C.M., CARROLL, E.E., OHANIAN, M.J., Experimental fast-neutron pulse propagation in iron, Trans. Am. Nucl. Soc. 12 1 (1969) 256.
- /23/ WILLIAMS, M.M.R., The Slowing Down and Thermalization of Neutrons, North Holland Publishing Co., Amsterdam (1966).
- /24/ LANGSDORF, A., JR., LANE, R.O., MONAHAN, J.E., Neutron scattering angular distribution, Relatório ANL-5567 (1961) (revised).
- /25/ MEGHREBLIAN, R.V., HOLMES, D.K., Reactor Analysis, McGraw-Hill, New York (1960).

- /26/ MORSE, P.M., FESHBACH, H., Methods of Theoretical Physics, Mc-Graw Hill, New York (1953).
- /27/ PAIANO, M.C., PAIANO, S., PNDL - A Fortran IV code for the fast neutron dispersion law, Relatório interno, Nuclear Engineering Department, University of Florida (1969).
- /28/ DUDERSTADT, J.J., The theory of neutron waves propagation, Tese de Doutoramento, California Institute of Technology (1968).
- /29/ WILLIAMS, M.M.R., Approximate solutions of the neutron transport equation in two and three dimensional systems, Nukleonik 9 (1967) 305.
- /30/ WILLIAMS, M.M.R., The dispersion law of a neutron wave in a finite system, J. Nucl. Energy 22 (1968) 153.
- /31/ BROLLEY, J.E., Jr., FOWLER, J.L., "Monoenergetic neutron sources: reactions with light nuclei", Cap. I.C, Fast Neutron Physics, Part I (MARION, J.B., FOWLER, J.L., Eds.), Interscience Publishers, London (1960).
- /32/ ALLEN, W.D., "Flat response counters", Cap. III.A, Fast Neutron Physics, Part I (MARION, J.B., FOWLER, J.L., Eds.) Interscience Publishers, London (1960).
- /33/ ROUSH, M.L., WILSON, M.A., HORNYAK, W.F., Pulse shape discrimination, Nucl. Instr. and Meth. 31 (1964) 112.
- /34/ BEGHIAN, L.E., HOFMANN, F., WILENSKI, S., Experimental investigation of fast neutron decays in lead assemblies, Nucl. Sci. Engng 27 (1967) 80.
- /35/ KAZARNOVSKI, M.V., STEPANOV, A.V., SHAPIRO, F.L., Thermalization and diffusion of neutrons in heavy media, 2nd UN Int. Conf. PUAE 16 (1958) 279.
- /36/ WILLIAMSON, T.J., Transient solutions of the neutron slowing down equation, Nucl. Sci. Engng 39 (1970) 273.
- /37/ GLASSTONE, S., EDLUND, M.C., The Elements of Nuclear Reactor Theory, Van Nostrand (1955).
- /38/ LERIBAU, H.R., LEE, J.H., LOZITO, E.J., Anisotropic scattering corrections to the eigenvalues and extrapolated end-point in the P₃-approximation of neutron transport theory, Nucl. Sci. Engng 38 (1969) 170.

- /39/ CARROLL, E.E., University of Florida, comunicação privada.
- /40/ PAPOULIS, A., The Fourier Integral and Its Applications, McGraw-Hill, New York (1962).
- /41/ PAIANO, M.C., PAIANO, S., CARROLL, E.E., a ser publicado.
- /42/ ALBERT, T.E., UF-FERDO- An IBM-1800 Fortran program for the unfolding of pulse height spectra from organic pulse scintillators, relatório interno, Nuclear Engineering Department, University of Florida (1969).
- /43/ OHANIAN, M.J., MORE- a computer code, relatório interno, Nuclear Engineering Department, University of Florida.
- /44/ BURRUS, W.R., VERBINSKI, V.V., Recent developments in the proton-recoil scintillation neutron spectrometer, American Nuclear Society, Shielding Division Report ANS-SD-2 (1964).
- /45/ DEMING, W.E., Statistical Adjustment of Data, Wiley, New York (1943).

