



AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

OBTENÇÃO E AVALIAÇÃO MECANODINÂMICA  
DECOMPÓSITOS, ORTOTRÓPICOS E ANISOTRÓPICOS, COM  
MATRIZ POLIMÉRICA REFORÇADA COM FIBRAS DE  
CARBONO OU POLIARAMIDA

NELSON MARQUES DA SILVA

Tese apresentada como parte dos requisitos  
para obtenção do Grau de Doutor em Ciências  
na Área de Tecnologia Nuclear - Materiais

Orientador:  
Prof. Dr. Luis Filipe Carvalho Pedroso de Lima

São Paulo  
2005

**INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES**  
**Autarquia associada à Universidade de São Paulo**

**OBTENÇÃO E AVALIAÇÃO MECANODINÂMICA DE COMPÓSITOS,  
ORTOTRÓPICOS E ANISOTRÓPICOS, COM MATRIZ POLIMÉRICA  
REFORÇADA COM FIBRAS DE CARBONO OU POLIARAMIDA**

**NELSON MARQUES DA SILVA**



**Tese apresentada como parte dos requisitos para  
obtenção do Grau de Doutor em Ciências na  
Área de Tecnologia Nuclear – Materiais**

**Orientador:**

**Prof. Dr. Luís Filipe Carvalho Pedroso de Lima**

**SÃO PAULO**

**2005**

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE

NELSON MARQUES DA SILVA

APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DO IPEN, AUTARQUIA FEDERAL ASSOCIADA A UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 09 DE DEZEMBRO DE 2005.

BANCA EXAMINADORA:

**Prof. Dr. Luis Filipe Carvalho Pedroso de Lima**

Orientador

CCTM - IPEN – USP

**Prof. Dr. Sérgio Neves Monteiro**

Laboratório de Ciências Avançadas –

CCET – Univ.Est. Norte Fluminense Darcy Ribeiro

**Prof. Dr. Sérgio Frascino Muller de Almeida**

Divisão de Mecânica – ITA - CTA

**Prof. Dr. Jesualdo Luiz Rossi**

CPP – CCTM – IPEN – USP

**Prof. Dr. Miguel Mattar**

CEN - IPEN - USP

*“O que faço:  
arrumo, desarrumo,  
corto, emendo, arranjo,  
furo papel, pano, tudo que estiver ao meu alcance  
arrumando, desarrumando, modificando  
e daí, o que valeu?  
valeu o que senti e modifiquei.”*

*Felícia Leirner, artista plástica*

Ouvindo histórias, observo que foram as mudanças tecnológicas que fizeram sucumbir e florescer civilizações. Veja os Maias, os Incas, os Astecas, os nossos indígenas, devastados pela tecnologia européia. Os europeus, por sua vez, ignoraram a tecnologia desenvolvida pelos povos dominados, destruindo o que não entendiam, como o manejo de plantas medicinais e a utilização auto-sustentável dos recursos da natureza.

Nos dias atuais, dá-se um valor excessivo ao capital e à moeda. Alguém lembra qual era a moeda, ou equivalente, do Egito, da Grécia, de Roma? Certamente, lembram-se dos feitos dessas civilizações, que floresceram e sucumbiram, em consequência de mudanças tecnológicas realizadas por muitos esquecidos pela história. Talvez a China e a Índia, com suas civilizações de quase 5000 anos, tenham muito a nos ensinar.

Nelson Marques

Aos mentores que passaram pela minha vida.

À minha mãe (in memoriam) Rosália, e ao meu pai Elpídio, meus grandes mentores,  
nordestinos, que chegaram a São Paulo em 1951,  
ele de “pau-de-arara”, trabalharam  
duro durante quase 50 anos e me ensinaram a ter coragem.

Aos meus filhos, Tiago e Felipe.

Eu dedico este trabalho.

## **Agradecimentos**

A Deus.

Ao meu orientador Prof. Dr. Luís Filipe C. P. de Lima, por ter acreditado no meu trabalho e pela valiosa participação em todas as etapas do mesmo.

Ao Dr. Jesualdo Luiz Rossi, pela co-orientação, paciência dispensada e apoio ao trabalho sempre que solicitado.

Ao Prof. Dr. Sérgio Frascino Muller de Almeida, pelas sugestões elucidadoras e apoio ao trabalho.

Ao Superintendente Industrial do CTMSP, CMG(EN-RRm) Germano de Freitas, e ao Chefe do Departamento de Fabricação do CTMSP, Dr. Tadeu Antônio da Silva Martins, pelo incentivo em todos os momentos.

Aos colegas da OFCESP-CEA e OFCOMP-CEA: Waldomiro, Adão, Luiz Freitas, Ernesto Delgado, Rezende, Norney, Adilson, Edson, Denilson, Paulo, Roseli, Jefferson, Pomin, Osni, João, Lúcio e Aderbal pela ajuda nas diversas etapas do trabalho.

Aos colegas do LABMAT-CEA, nas pessoas do CMG(EN) Luciano, Tomaz, Paulo Dias, Pedro, Florinda, Selma, Ana Elis, Cecília, José Ricardo e Gomide pela utilização dos equipamentos de corte de amostras e microscopia.

Aos colegas do LACAM/CTMSP, nas pessoas do Dr. Gerson Marinucci, Claudio Brasil, Marcos e Dra. Cláudia, pela utilização dos equipamentos de TGA, e pelas discussões do presente trabalho.

Ao colegas do Projeto Mecânico/CTMSP: Fernando Junqueira, Kodama, Rossi, Perseu pela ajuda nos diversos momentos desse trabalho.

Aos colegas do CCTM/IPEN que, direta ou indiretamente, participaram da elaboração deste trabalho.

Aos colegas do CTMSP e CTMSP-CEA que, direta ou indiretamente, participaram da elaboração deste trabalho.

A todo o pessoal da biblioteca do IPEN, da biblioteca da Faculdade de Engenharia de Materiais da Escola Politécnica da USP, pela colaboração e paciência dispensadas.

Aos meus irmãos, Sônia Regina e José Roberto e suas respectivas famílias, pela compreensão, redobrada atenção aos meus pais neste período, cobrindo minha ausência. Ao José Roberto pela correção do texto.

À Vânia Maria Pereira pela compreensão, apoio e incentivo constantes e fundamentais para esta conquista.

Aos meus filhos Tiago e Felipe, pela paciência, compreensão, apoio, incentivo e ajuda

fundamentais para esta conquista.

Aos meus pais, Rosália e Elpídio Marques da Silva pela paciência, compreensão, dedicação e incentivo, nesses últimos 46 anos.

Ao Centro de Processamento de Pós Metálicos e Cerâmicos - CPP do IPEN, ao Centro de Ciências e Tecnologia de Materiais – CCTM do IPEN e ao Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo - CTMSP, pelas facilidades utilizadas.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, Projeto n.º 95/5630-2, pelo financiamento do analisador mecanodinâmico - DMA.

# **OBTENÇÃO E AVALIAÇÃO MECANODINÂMICA DE COMPÓSITOS, ORTOTRÓPICOS E ANISOTRÓPICOS, COM MATRIZ POLIMÉRICA REFORÇADA COM FIBRAS DE CARBONO OU POLIARAMIDA**

**Nelson Marques da Silva**

## **RESUMO**

Compósitos com matriz polimérica e fibra de carbono têm sido cada vez mais usados na indústria nuclear, aeronáutica, automobilística e de equipamentos de entretenimento. Isso se deve a seu desempenho superior em relação a materiais convencionais sob diversos aspectos, como taxa de resistência à ruptura / massa específica e módulo de elasticidade / massa específica (de 3 a 4 vezes a de um aço de média resistência). Estes materiais são anisotrópicos e necessitam de caracterização para cada processo de obtenção e aplicação específica. Neste trabalho, avaliaram-se compósitos unidirecionais e multidirecionais constituídos de matriz de resina epóxi, reforçada com fibras de carbono (T-300) ou fibras de poliaramida (Kevlar 49), contínuas. Os compósitos foram obtidos por bobinamento de filamentos, com três ciclos de cura diferentes e com fração volumétrica de fibra em torno de 60 %. Para a avaliação de suas características, utilizaram-se: técnicas de microscopia eletrônica de varredura (MEV) ou óptica, análise mecanodinâmica (DMA-"Dynamic Mechanical Analysis") e análise termogravimétrica (TGA-Thermo-Gravimetric Analysis). A técnica de DMA fornece a faixa de temperatura de transição vítrea e, para materiais isotrópicos e ortotrópicos, o módulo de flexão. Procurou-se, neste trabalho, desenvolver um modelo que permitisse obter experimentalmente algumas das constantes de engenharia para compósitos e compará-las com as estimativas feitas por outras técnicas. A técnica de DMA permitiu avaliar e comparar propriedades como módulo de armazenamento e amortecimento interno; definir zonas e temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ); avaliar o ciclo de cura dos compósitos e medir as frações volumétricas de fibra, matriz e vazios. Os resultados indicaram que a técnica de DMA é uma boa alternativa a outras técnicas como a de Calorimetria Diferencial de Varredura (DSC-"Differential Scanner Calorimeter") e a de TGA, pois fornece indicadores da qualidade do compósito produzido, tanto térmicos como mecanodinâmicos. Essa técnica pode auxiliar no controle da qualidade do compósito, medindo diretamente uma propriedade mecânica e outra térmica – módulo (compósito unidirecional) ou  $d_{xx}$  (multidirecional) e  $T_g$ , além da facilidade para obter o CP e o tempo de ensaio, favorecendo, conseqüentemente, a diminuição de custos. Os resultados mostraram diferenças de comportamento tanto nas constantes de engenharia (módulo de extensão e flexão) e nas elásticas, quanto no amortecimento interno, dos compósitos reforçados pelas duas fibras consideradas.

# **OBTENÇÃO E AVALIAÇÃO MECANODINÂMICA DE COMPÓSITOS, ORTOTRÓPICOS E ANISOTRÓPICOS, COM MATRIZ POLIMÉRICA REFORÇADA COM FIBRAS DE CARBONO OU POLIARAMIDA**

**Nelson Marques da Silva**

## **RESUMO**

Compósitos com matriz polimérica e fibra de carbono têm sido cada vez mais usados na indústria nuclear, aeronáutica, automobilística e de equipamentos de entretenimento. Isso se deve a seu desempenho superior em relação a materiais convencionais sob diversos aspectos, como taxa de resistência à ruptura / massa específica e módulo de elasticidade / massa específica (de 3 a 4 vezes a de um aço de média resistência). Estes materiais são anisotrópicos e necessitam de caracterização para cada processo de obtenção e aplicação específica. Neste trabalho, avaliaram-se compósitos unidirecionais e multidirecionais constituídos de matriz de resina epóxi, reforçada com fibras de carbono (T-300) ou fibras de poliaramida (Kevlar 49), contínuas. Os compósitos foram obtidos por bobinamento de filamentos, com três ciclos de cura diferentes e com fração volumétrica de fibra em torno de 60 %. Para a avaliação de suas características, utilizaram-se: técnicas de microscopia eletrônica de varredura (MEV) ou óptica, análise mecanodinâmica (DMA-"Dynamic Mechanical Analysis") e análise termogravimétrica (TGA-Thermo-Gravimetric Analysis). A técnica de DMA fornece a faixa de temperatura de transição vítrea e, para materiais isotrópicos e ortotrópicos, o módulo de flexão. Procurou-se, neste trabalho, desenvolver um modelo que permitisse obter experimentalmente algumas das constantes de engenharia para compósitos e compará-las com as estimativas feitas por outras técnicas. A técnica de DMA permitiu avaliar e comparar propriedades como módulo de armazenamento e amortecimento interno; definir zonas e temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ); avaliar o ciclo de cura dos compósitos e medir as frações volumétricas de fibra, matriz e vazios. Os resultados indicaram que a técnica de DMA é uma boa alternativa a outras técnicas como a de Calorimetria Diferencial de Varredura (DSC-"Differential Scanner Calorimeter") e a de TGA, pois fornece indicadores da qualidade do compósito produzido, tanto térmicos como mecanodinâmicos. Essa técnica pode auxiliar no controle da qualidade do compósito, medindo diretamente uma propriedade mecânica e outra térmica – módulo (compósito unidirecional) ou  $d_{xx}$  (multidirecional) e  $T_g$ , além da facilidade para obter o CP e o tempo de ensaio, favorecendo, conseqüentemente, a diminuição de custos. Os resultados mostraram diferenças de comportamento tanto nas constantes de engenharia (módulo de extensão e flexão) e nas elásticas, quanto no amortecimento interno, dos compósitos reforçados pelas duas fibras consideradas.

**STUDY OF THE DYNAMIC MECHANICAL BEHAVIOUR OF ORTHOTROPIC  
AND ANISOTROPIC CARBON FIBER AND POLYARAMID REINFORCED  
POLYMERIC MATRIX COMPOSITES**

**Nelson Marques da Silva**

**ABSTRACT**

The application of carbon fiber polymer matrix composites has been growing significantly in the nuclear, aeronautics, automotive and entertainment equipment industries. This is due to its high performance regarding conventional materials in many respects, such as rate of rupture stress / specific mass and modulus of elasticity / specific mass (from 3 to 4 times more resistant than a steel of average resistance). These materials are anisotropic and require characterization for each manufacturing and specific application. In this work, unidirectional and multidirectional composites, composed of epoxy resin matrix, reinforced with continuous T-300 carbon fiber or continuous polyaramid fiber (Kevlar 49) were evaluated. The composites were obtained by filament winding, with three different cure cycles with a fiber volumetric fraction of approximately 60%. For the evaluation of their characteristics, the techniques used were: Scanning Electron Microscopy (SEM) or Optical Microscopy (OM), Dynamic Mechanical Analysis (DMA) and Thermo-gravimetric Analysis (TGA). The DMA technique provides not only the range of glass transition temperature, but also the flexural modulus for isotropic and orthotropic materials. The aim of this work is to develop a model that allows to experimentally obtain some of the engineering constants for composites, and to compare them with the estimates provided by other techniques. The DMA technique made it possible to evaluate and compare properties such as storage modulus and internal damping; to define glass transition zone and glass transition temperature ( $T_g$ ); to evaluate the composites cure cycle; and also, to measure fiber, matrix and void volume ratio. The results indicated that the DMA technique is a good alternative to other techniques, such as Differential Scanning Calorimeter (DSC) and TGA, because it provides both thermal and mechanodynamic quality indicators of the produced composite. The DMA technique may aid in the quality control of the composite, measuring both the mechanical and the thermal property directly: modulus (unidirectional composite) or  $d_{xx}$  (multidirectional composite) and  $T_g$ . Also, it makes it easier to obtain the specimen sample and the test time, consequently yielding a reduction in cost. The results determined differences in behavior, concerning both extensional and bending modulus and elastic constants ( $d_{xx}$ ), as to internal damping, regarding the composites reinforced by the two kinds of fibers studied in this work.

## ÍNDICE

ASSUNTO	PÁGINA
1 - Introdução .....	01
2 - Objetivo .....	04
3 – Fundamentos Teóricos .....	05
3.1 - Comportamento Elástico de Laminas Unidirecionais .....	05
3.1.1- Relações Tensão-Deformação .....	05
3.1.2- Relações entre Constantes de Engenharia e Elásticas .....	11
3.1.3- Relação Tensão-Deformação para Lâmina Fina .....	13
3.1.4- Transformação de Tensão, Deformação e Parâmetros Elásticos .....	14
3.1.5- Transformação das Relações de Tensão-Deformação em Termos de Constantes elásticas de Engenharia .....	16
3.1.6- Relações de Transformação das Constantes de Engenharia .....	17
3.1.7- Análise Micromecânica das Constantes de Engenharia .....	18
3.2 – Comportamento Elástico de Laminados Multidirecionais .....	20
3.2.1- Relações Deslocamento-Deformação .....	20
3.2.2- Relações Tensão-Deformação da Camada Dentro do Laminado .....	22
3.2.3- Forças e Momentos Resistivos Resultantes das Tensões.....	23
3.2.4- Relações Gerais Carga-Deformação (Rigidez do laminado) .....	25
3.2.5- Relações Inversas de Carga-Deformação .....	26
3.2.6- Constantes de Engenharia dos Laminados .....	27
3.2.7- Modelos para obtenção dos módulos experimentais ou constantes elásticas, num ensaio de flexão pura.....	29
3.2.7.1- Modelo com Base na Teoria dos Laminados, no estado plano de tensão .....	29
3.2.7.2- Modelo com base na teoria de vigas de Euler-Bernoulli e na proposta de Timoshenko para tratamento de vigas submetidas à flexão compostas de materiais diferentes em sua seção.....	32
3.3 – Propriedades Mecanodinâmicas .....	38
3.3.1 - Temperatura de Transição Vítrea e Módulo Complexo.....	38
3.3.2 – Inclusão de Carregamentos Dinâmicos ao Modelo Proposto para Medição de Constantes Elásticas para Laminados Multidirecionais Balanceados, com Base na Teoria dos Laminados .....	42

4 – Materiais e Métodos .....	44
4.1 – Obtenção do Material .....	44
4.1.1 – Materiais .....	44
4.1.2 – Procedimentos .....	46
4.1.3 – Obtenção dos Corpos-de-prova .....	52
4.2 – Caracterização do material.....	53
4.2.1 - Caracterização microestrutural .....	53
4.2.2 - Ensaio mecanodinâmico .....	54
4.2.2.1 – Equipamento .....	54
4.2.3 - Caracterização termogravimétrica (TGA) .....	61
5. – Resultados e Discussão .....	63
5.1 – Análise microestrutural .....	63
5.2 – Análise termogravimétrica .....	71
5.3 – Análise de Propriedades Mecanodinâmicas - DMA .....	
5.3.1 - Avaliação da Região de Transição Vítreo e Temperatura de Transição Vítrea – (T <sub>g</sub> ) .....	84
5.3.2. Avaliação do módulo e tangente delta nas regiões vítrea e de transição vítrea .....	89
5.3.2.1 – A partir de compósitos unidirecionais .....	89
5.3.2.2 – A partir de compósitos multidirecionais .....	99
5.4 – Comparação entre as técnicas utilizadas .....	115
5.4.1 – Fração volumétrica: TGA x microscopia óptica .....	115
5.4.2 – Módulo (modelo de Timoshenko): TGA x DMA .....	115
5.4.2 – Constante elástica (modelo dos laminados: $d_{xx}$ e $d_{yy}$ ): TGA x DMA .....	115
6 - Conclusões .....	116
7 - Sugestões para trabalhos futuros .....	117
Referências bibliográficas .....	118
Anexo A – Processo de fabricação por bobinamento de filamentos .....	124
Anexo B – Determinação da massa específica hidrostática e cálculo das frações volumétricas .....	136
Anexo C – Programa CNC usado para bobinamento circunferencial de compósito unidirecional e multidirecional .....	138
Anexo D - Verificação da validade de se considerar as frações de todas as camadas iguais à média das frações obtidas pelo ensaio TGA e E1 da fibra, extrapolado dos ensaios DMA e	

TGA (unidirecional) .....	142
Anexo E – Obtenção da constante de correção K, para os valores de módulo obtidos a partir do ensaio DMA, utilizando modelos para materiais isotrópicos .....	152
Anexo F – Verificação das direções principais dos compósitos ensaiados.....	157
Anexo G - Verificação das outras deformações presentes no ensaio de DMA, não medidas .....	188
Anexo H – Obtenção dos valores médios e variâncias das constantes elásticas dos laminados ensaiados pela técnica de TGA, usando Método de Monte Carlo e método simplificado .....	192

## LISTA DE SÍMBOLOS

$d_{xx}$ e $d_{yy}$	constantes elásticas da matriz $[d]_{x,y,s}$ , nas direções $x$ e $y$ , respectivamente.
$\sigma_{ij}$ (onde $i,j = 1, 2, 3$ )	componentes de tensão.
$\varepsilon_{ij}$	componentes de deformação relativas as componentes de tensão.
$C_{ijkl} = C_{ij}$	componentes de rigidez ou constantes elásticas.
$S_{ijkl} = S_{ij}$	componentes de compliância ou constantes elásticas.
$W$	trabalho por unidade volume.
$E$	módulo de Young ou de Elasticidade.
$\nu$	coeficiente de Poisson.
1 2 3	sistema de coordenadas dos eixos principais.
$\nu_{12}$ e $\nu_{21}$	quociente de Poisson, razão entre as deformações obtidas nas direções 2 e 1, quando se aplica uma tensão na direção 1; e razão entre as deformações obtidas nas direções 1 e 2, quando se aplica uma tensão na direção 2; respectivamente.
$\nu_{13}$ e $\nu_{23}$	quociente de Poisson, razão entre as deformações obtidas nas direções 3 e 1, quando se aplica uma tensão na direção 1; e razão entre as deformações obtidas nas direções 3 e 2, quando se aplica uma tensão na direção 2; respectivamente.
$E_1, E_2, E_3$	módulos de elasticidade extencional nas direções principais 1, 2 e 3.
$G_{12}, G_{13}, G_{23}$	módulos de elasticidade a cisalhamento nos planos formados pelas direções principais 1-2, 1-3 e 2-3, respectivamente.
$x, y, z$	sistema de coordenadas escolhido para o laminado.
$\theta$	ângulo formado entre o eixo $x$ e o eixo 1.
$\sigma_1$ e $\sigma_2$	tensões normais nas direções principais 1 e 2, respectivamente.
$\tau_6$	tensão de cisalhamento no plano 1-2.
$Q_{ij}$ ( $i,j = 1,2,6$ )	Componentes de rigidez ou constantes elásticas nas direções principais.
$\varepsilon_1$ e $\varepsilon_2$	deformações nas direções principais 1 e 2, respectivamente.
$\gamma_6$	deformação de cisalhamento no plano 1-2.
$S_{ij}$ $i,j = 1,2,6$ )	componentes de compliância ou constantes elásticas nas

	direções principais.
$[\sigma]_{x,y}$ e $[\sigma]_{1,2}$	vetores de tensão nos sistemas de coordenadas x-y e 1-2 (principal), respectivamente, no estado plano de tensão.
$[Q]_{x,y}$ e $[Q]_{1,2}$	matrizes de rigidez nos sistemas de coordenadas x-y e 1-2 (principal), respectivamente, no estado plano de tensão.
$[\varepsilon]_{x,y}$ e $[\varepsilon]_{1,2}$	vetores de deformação nos sistemas de coordenadas x-y e 1-2 (principal), respectivamente, no estado plano de tensão.
$[T(\theta)]$ e $[T(\theta)^{-1}]$ .	matriz de transformação do sistema de coordenadas 1-2 para x-y e inversa da matriz, respectivamente.
$m = \cos(\theta)$ e $n = \sin(\theta)$	coseno e seno, respectivamente, do ângulo $\theta$ formado pelas direções x e 1, dos sistemas de coordenadas x-y-s e 1-2-3; ou
$m = E_{2f} / E_m$	razão entre módulo de elasticidade a tração da fibra na direção 2 e o da matriz; ou
$m = G_{12f} / G_m$	razão entre módulo de cisalhamento da fibra no plano 1-2 e o da matriz.
$\sigma_x$ e $\sigma_y$	tensões normais nas direções x e y, respectivamente.
$\tau_s$	tensão de cisalhamento no plano x-y.
$Q_{ij}$ ( $i,j = x,y,s$ )	Componentes de rigidez ou constantes elásticas nas direções x, y e no plano x-y, representado por s.
$\varepsilon_x$ e $\varepsilon_y$	deformações nas direções x e y.
$\gamma_s$	deformação de cisalhamento no plano x-y.
$S_{ij}$ ( $i,j = x,y,s$ )	componentes de compliância ou constantes elásticas nas direções x, y e no plano x-y, representado por s.
$\nu_{xy}$ e $\nu_{yx}$	quocientes de Poisson, razão entre as deformações obtidas nas direções y e x; e razão entre as deformações obtidas nas direções x e y; respectivamente.
$\eta_{xs}$ e $\eta_{ys}$	quocientes de influência mútua (acoplamento de tensão longitudinal e transversal, respectivamente, com deformação de cisalhamento).
$\eta_{sx}$ e $\eta_{sy}$	coeficientes de influência mútua (acoplamento de tensão de cisalhamento com deformação longitudinal e transversal, respectivamente).
$E_{1c}$	módulo de elasticidade do compósito na direção principal 1
$E_{1f}$ e $E_m$	módulo de elasticidade da fibra na direção longitudinal (1) e da matriz, respectivamente.
$V_f$ e $V_m$	fração volumétrica de fibra e de matriz, respectivamente.

$\nu_{12f}$ e $\nu_m$	quociente de Poisson da fibra (quociente entre a deformação na direção 2 e a deformação na direção 1, quando se aplica um carregamento na direção 1 da fibra) e o coeficiente de Poisson da matriz, respectivamente.
$E_2$ e $E_{2f}$	módulo de elasticidade na direção principal 2, do compósito e da fibra, respectivamente.
$G_{12f}$	módulos de elasticidade a cisalhamento no plano formado pelas direções principais 1-2.
$\tau_4$ e $\tau_5$	tensões de cisalhamento nos planos das direções principais 1-3 e 2-3, respectivamente, fora do plano 1-2.
$u, v$ e $w$	deslocamentos de translação paralelos aos eixos $x, y$ e $z$ , respectivamente.
$\gamma_{xz}$ e $\gamma_{yz}$	deformações de cisalhamento transversal, nos planos $x-z$ e $y-z$ .
$\alpha_x$ e $\alpha_y$	rotação ao longo do eixos $x$ e $y$ , respectivamente)
$\epsilon_z$	deformação normal na direção $z$ .
$\alpha_{xz}$ e $\alpha_{yz}$	deformação de cisalhamento nos planos $x-z$ e $y-z$ , respectivamente.
$\epsilon_x, \epsilon_y$ e $\gamma_{xy}$	deformação extensional nas direções $x$ e $y$ respectivamente, e deformação de cisalhamento no plano $x-y$ .
$\epsilon_x^0, \epsilon_y^0$ e $\gamma_{xy}^0$	deformação extensional nas direções $x$ e $y$ respectivamente, e deformação de cisalhamento no plano $x-y$ , todas no plano médio.
$\epsilon_x^0, \epsilon_y^0$ e $\gamma_{xy}^0$	deformação extensional nas direções $x$ e $y$ respectivamente, e deformação de cisalhamento no plano $x-y$ , todas no plano médio.
$k_x^0, k_y^0$ e $k_{xy}^0$	curvaturas no plano médio nas direções $x$ e $y$ respectivamente, e curvatura de torção do plano médio, no plano $x-y$ .
$\{\epsilon\}_{xy}$	vetor de deformação no sistema $x-y$ .
$\{\epsilon\}_{xy}^0$	vetor de deformação no plano médio, no sistema $x-y$ .
$z$	distância da camada ou lâmina ao plano médio.
$\{k\}_{xy}$	vetor de curvatura no sistema $x-y$ .
$\{\sigma\}_{xy}^K$	vetor de tensão da camada ou lâmina $K$ , no sistema $x-y$ .
$[Q]_{xy}^K$	matriz de rigidez da camada ou lâmina $K$ , no sistema $x-y$ .
$\{\epsilon\}_{xy}^K$	vetor de deformação da camada ou lâmina $K$ , no sistema $x-y$ .
$t$	espessura da camada.
$N_x^K$ e $N_y^K$	forças normais por unidade de comprimento, nas direções $x$ e $y$ , respectivamente, da camada $K$ .
$N_s^K$	força de cisalhamento no plano $xy$ por unidade de comprimento, da camada $K$ .

$M_x^K$ e $M_y^K$	momento de flexão por unidade de comprimento, nas direções x e y, respectivamente, da camada K.
$M_s^K$	momento de torção por unidade de comprimento da camada K.
$[N]_{x,y}$	vetor de forças normais por unidade de comprimento do laminado ou totais, no sistema x-y.
$[M]_{x,y}$	vetor de momentos de flexão por unidade de comprimento do laminado ou totais, no sistema x-y.
$[A]$ , $[B]$ e $[D]$	matrizes de constantes elásticas, de um laminado no estado plano de tensão, da relação tensão-deformação.
$[a]$ , $[b]$ , $[c]=[b]^T$ e $[d]$	matrizes de constantes elásticas, de um laminado no estado plano de tensão, da relação deformação-tensão.
$E_{fx}$	módulo de Young de um material equivalente homogêneo, na direção x.
$E_{fy}$	módulo de Young de um material equivalente homogêneo, na direção y.
$E_{fs}$	módulo de cisalhamento de um material equivalente homogêneo, no plano x-y.
$E_t$ e $E_f$	módulo de elasticidade à tração e à flexão, respectivamente
F	força aplicada no ponto médio de uma viga submetida a flexão em 3 pontos
a	amplitude de deslocamento na direção da espessura.
L	comprimento em flexão da viga.
b	largura da viga.
h	espessura da viga.
$a_{xx}$	elemento da matriz de constantes elásticas $[a]_{x,y,s}$ do laminado.
$d_{xx}$	elemento da matriz de constantes elásticas $[d]_{x,y,s}$ do laminado.
$M_x$	momento de flexão por unidade de comprimento, na direção x, do laminado, no sistema x-y.
$M(x)$	momento de flexão em função da direção x, numa viga submetida a flexão em 3 pontos.
I	momento de inércia.
$E_{iso}$	módulo de elasticidade de material isotrópico ou considerado como isotrópico.
$I_{iso}$	momento de inércia de uma viga, de material isotrópico.
$E_{compos}$	módulo de elasticidade médio de um material compósito.
$I_{compos}$	momento de inércia de uma viga, considerando de material compósito, não isotrópico.
K	constante de correção do módulo à flexão, de armazenamento, complexo e de perda, para compósitos, a partir de ensaios utilizando modelos para materiais isotrópicos, com base na proposta de Timoshenko, para vigas contendo dois ou mais

	materiais diferentes em sua seção
$\omega$	freqüência de aplicação da força F dinâmica, num ensaio de flexão em 3 pontos de uma viga.
$\delta$	defasagem no tempo entre a aplicação da força e a ocorrência da deformação.
$E^*$	módulo complexo.
$E'$	módulo de armazenamento.
$E''$	módulo de perda.
$d^*_{xx}$	constante elástica complexa a flexão na direção x, quando se aplica um carregamento dinâmico de flexão na direção x;
$d'_{xx}$	constante elástica de armazenamento a flexão na direção x, quando se aplica um carregamento dinâmico de flexão na direção x;
$d''_{xx}$	constante elástica de perda a flexão na direção x, quando se aplica um carregamento dinâmico de flexão na direção x.
Ho:	hipótese de que as médias das populações de duas variáveis são iguais, estatisticamente, dentro de um nível de confiança.
H1:	hipótese que nega Ho:
Fo	$Fo = S(A)^2/S(B)^2$ - quociente das variâncias de 2 amostras (A) e (B), respectivamente.
S(A) e S(B)	desvios-padrão dos CP's A e B respectivamente.
Alfa	(1 - Alfa) é igual ao nível de confiança.
n(A) e n(B)	número de réplicas ensaiadas de cada CP (A e B, respectivamente).
to	$to = (u(A) - u(B)) / (Sp(1/n(A) + 1/n(B)))^{1/2}$ - teste estatístico para avaliar as médias das populações de 2 amostras (A) e (B).
u(A) e u(B)	média da população dos CP's A e B, respectivamente.
var(A) e var(B)	variância da população dos CP's A e B, respectivamente.
Sp	$Sp^2 = ((n(A) - 1)S(A)^2 + (n(B) - 1)S(B)^2) / (n(A) + n(B) - 2)$

## 1 - INTRODUÇÃO

Existem diversas definições de material compósito, dado o grande desenvolvimento desses materiais na atualidade. O Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa define compósito como composto, mesclado, heterogêneo, constituído de dois ou mais elementos. Uma definição, citada na literatura e mais precisa, que foi adotada neste trabalho é a de que, material compósito, pode ser definido como uma combinação macroscópica de dois ou mais materiais, tendo uma interface bem definida entre eles[1,2]. Dada a sua utilização estrutural, a definição de compósito pode ser rescrita como, aqueles materiais que contêm um reforço de fibras ou partículas, suportado por um ligante ou matriz [1].

Os compósitos podem ser classificados de várias maneiras, sendo que, uma das mais simples, é tendo por base a forma do reforço:

- Partículas, reconhecidas como tendo as três dimensões (comprimento, altura e largura) com valores quase semelhantes, como em uma esfera, em um cilindro ou em outro sólido qualquer;

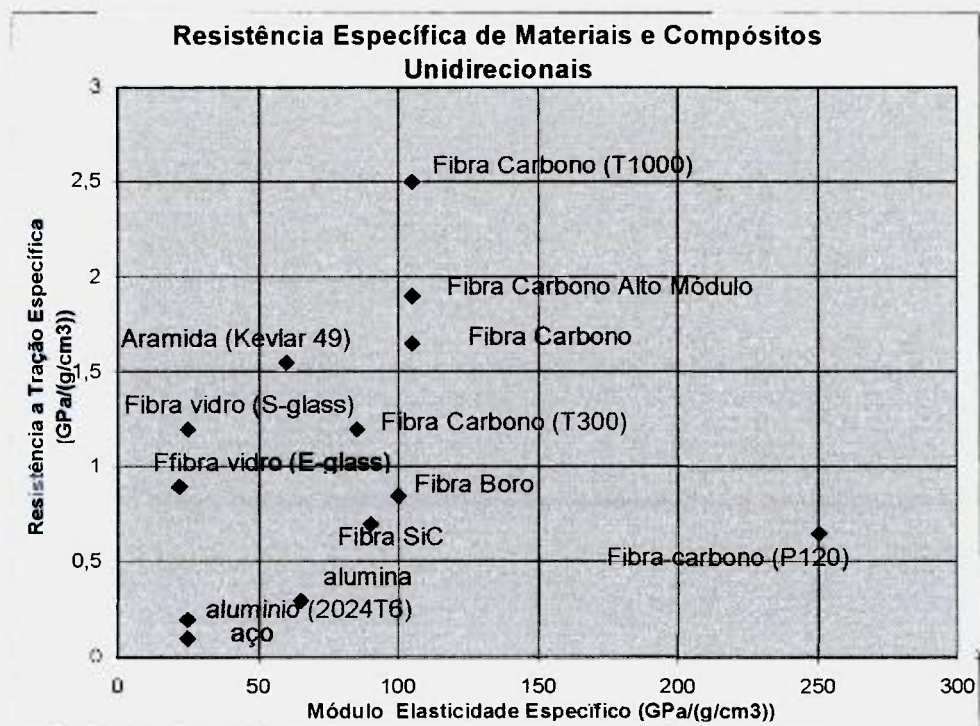
- Placas, quando duas dimensões têm valores semelhantes, que são encontradas nas argilas, por exemplo;

- Fibras, nas quais uma das três dimensões é muito maior que as outras duas e podem ser subdivididas em contínuas e descontínuas;

A busca de materiais compósitos se dá pela necessidade de propriedades especiais não encontradas em um único material. Isto ocorre, pela combinação de diversos materiais com propriedades singulares. Porém, por serem combinações de diferentes materiais, os compósitos podem possuir anisotropia de suas propriedades nas diferentes direções.

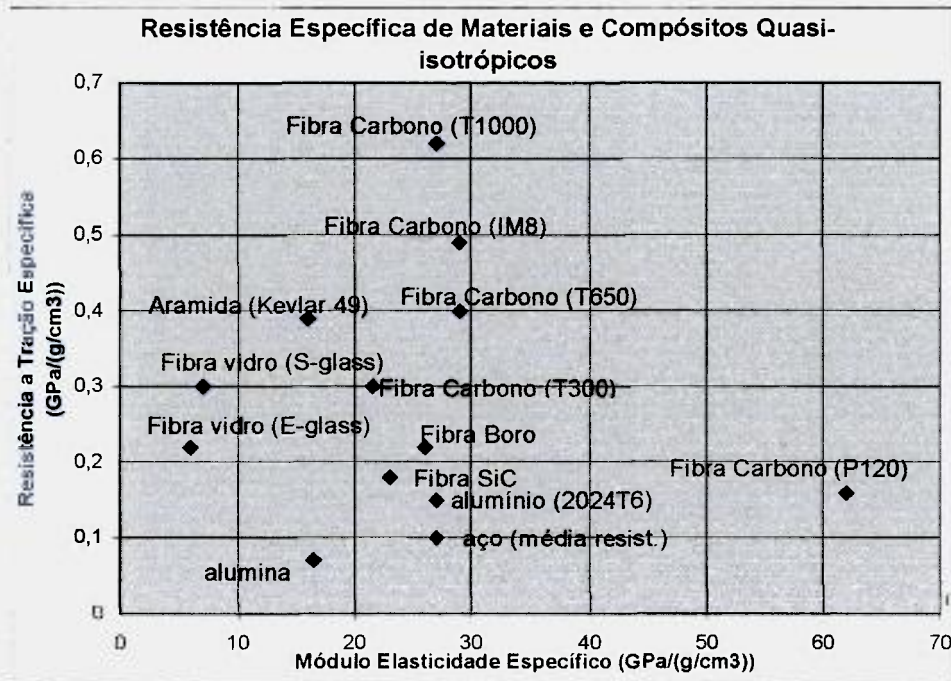
Os compósitos são usados há muito tempo, desde a utilização de tijolos com reforço de palha para construção de casas, passando pelo concreto armado (reforçado com barras de ferro), até o compensado de madeira com lâminas coladas. Os compósitos com fibra de boro deram origem a uma nova geração de compósitos no início dos anos 60. Algumas das propriedades comumente buscadas nos compósitos são: alto módulo de elasticidade, alto limite de resistência, baixa massa específica, alta resistência à abrasão e à temperatura. Assim foram estudados diversos compósitos. Nos gráficos das figuras 1 e 2 são mostrados os valores da resistência específica versus módulo de elasticidade específica, para comparação de diversos materiais e

compósitos. Isto originou uma nova forma de comparar desempenho dos materiais: no caso dos compósitos, módulo / massa específica ou resistência / massa específica. Cabe salientar que se entende por compósito unidirecional aquele em que as fibras de reforço são dispostas segundo uma única direção, e é nesta direção que foram medidas estas propriedades específicas apresentadas nas figuras 1 e 2. O compósito quasi-isotrópico é aquele no qual existem várias camadas unidirecionais, de modo que as propriedades elásticas são independentes da direção, ou seja, no plano, as constantes elásticas e de engenharia são idênticas em todas as direções, como num material isotrópico.



**Figura 1.** Resistência específica de diversos materiais e compósitos unidirecionais (fração volumétrica de 65% de fibra em matriz de resina epóxi) [1].

A utilização dos compósitos de fibra contínua vem crescendo muito ao longo dos anos. Inicialmente, utilizados apenas em áreas específicas como a aeroespacial e a militar, vêm sendo paulatinamente empregados na aviação comercial, chegando a fazer parte de 90% da estrutura de um avião. Na indústria automobilística a utilização vem crescendo da mesma forma. Iniciou-se pela utilização de compósitos em partes terminais, como pára-choques, depois em pára-lamas, portas e, hoje, já há projetos nos quais o plástico e o compósito são responsáveis por 80 a 90 % da estrutura do veículo.



**Figura 2.** Resistência específica de diversos materiais e compósitos quasi-isotrópicos (fração volumétrica de 65% de fibra e matriz de resina epóxi) [1].

Uma maior utilização de compósitos esbarra em dois fatores:

- Custo: compósitos de performance semelhante a ligas metálicas largamente utilizadas ainda têm custo (de material e processo) maior;

- Conhecimento das propriedades dos compósitos: dada a diversidade de compósitos, sua anisotropia natural e a sua recente utilização, não se tem a mesma quantidade de dados tabulados que se tem para outros materiais convencionais, nem métodos de projeto e fabricação extensivamente testados. O estado da arte consiste em, por meio de CP's de compósitos unidirecionais, medir suas propriedades, e a partir destas, estimar as propriedades dos compósitos multidirecionais ou realizar ensaios destrutivos na estrutura que utiliza o compósito, ou ainda simular o comportamento dessas mesmas estruturas com técnicas baseadas em elementos finitos. A técnica de DMA pode ser usada para determinar as transições vítreas; porém, com os modelos usados, os valores de módulo podem não representar as constantes de engenharia ou as elásticas do compósito. A técnica de DMA ("Dynamic Mechanical Analysis") permite, além de propriedades térmicas, avaliar o módulo complexo e suas componentes

(armazenamento e perda). Os compósitos multidirecionais balanceados com fibras apenas nas direções solicitadas nem sempre são ortotrópicos e, portanto, não podem ser avaliados adequadamente com modelos existentes.

## 2 – OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo contribuir para a avaliação de propriedades mecanodinâmicas e térmicas de um material largamente empregado: compósito com matriz polimérica de resina epóxi reforçado com fibra de carbono ou poliaramida, com camadas multidirecionais balanceadas. As propriedades mecanodinâmicas dizem respeito ao comportamento dos compósitos submetidos a solicitações mecânicas dinâmicas, em função da temperatura, que são variáveis cada vez mais freqüentes na avaliação estrutural.

O novo enfoque proposto neste trabalho busca verificar a possibilidade de ensaiar diretamente um compósito multidirecional e obter, além de propriedades térmicas, duas das 36 constantes elásticas (sendo 21 independentes) de rigidez à flexão ( $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ ) de materiais compósitos multidirecionais balanceados simétricos e assimétricos, quando submetidos ao estado plano de tensão, e compará-las com as obtidas a partir de CP's unidirecionais por técnicas como o próprio DMA e TGA.

### 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### 3.1. – Comportamento elástico de lâminas unidirecionais

##### 3.1.1- Relações tensão-deformação

O estado de tensão de um ponto num corpo contínuo geral [3] pode ser representado por 9 componentes de tensão  $\sigma_{ij}$  (onde  $i, j = 1, 2, 3$ ) que atuam nos lados de um cubo elementar, com lados paralelos aos eixos 1, 2, 3 do sistema de coordenadas adotado, conforme pode ser visto na figura 3.1. De maneira análoga, o estado de deformação é representado por 9 componentes de deformação,  $\epsilon_{ij}$ . Em geral, os componentes de tensão e deformação estão relacionados pela lei de Hooke generalizada como  $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl}$  ou  $\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \cdot \sigma_{kl}$ , onde  $C_{ijkl}$  e  $S_{ijkl}$  são os componentes de rigidez e compliância ou flexibilidade, respectivamente. Esta lei também pode ser escrita na forma matricial, segundo as equações (1) e (2):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1113} & C_{1121} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} & C_{2221} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} & C_{3321} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} & C_{2321} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3123} & C_{3131} & C_{3112} & C_{3132} & C_{3113} & C_{3121} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1231} & C_{1212} & C_{1232} & C_{1213} & C_{1221} \\ C_{3211} & C_{3222} & C_{3233} & C_{3223} & C_{3231} & C_{3212} & C_{3232} & C_{3213} & C_{3221} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1331} & C_{1312} & C_{1332} & C_{1313} & C_{1321} \\ C_{2111} & C_{2122} & C_{2133} & C_{2123} & C_{2131} & C_{2112} & C_{2132} & C_{2113} & C_{2121} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{32} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} \end{bmatrix} \quad (1)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{32} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1111} & S_{1122} & S_{1133} & S_{1123} & S_{1131} & S_{1112} & S_{1132} & S_{1113} & S_{1121} \\ S_{2211} & S_{2222} & S_{2233} & S_{2223} & S_{2231} & S_{2212} & S_{2232} & S_{2213} & S_{2221} \\ S_{3311} & S_{3322} & S_{3333} & S_{3323} & S_{3331} & S_{3312} & S_{3332} & S_{3313} & S_{3321} \\ S_{2311} & S_{2322} & S_{2333} & S_{2323} & S_{2331} & S_{2312} & S_{2332} & S_{2313} & S_{2321} \\ S_{3111} & S_{3122} & S_{3133} & S_{3123} & S_{3131} & S_{3112} & S_{3132} & S_{3113} & S_{3121} \\ S_{1211} & S_{1222} & S_{1233} & S_{1223} & S_{1231} & S_{1212} & S_{1232} & S_{1213} & S_{1221} \\ S_{3211} & S_{3222} & S_{3233} & S_{3223} & S_{3231} & S_{3212} & S_{3232} & S_{3213} & S_{3221} \\ S_{1311} & S_{1322} & S_{1333} & S_{1323} & S_{1331} & S_{1312} & S_{1332} & S_{1313} & S_{1321} \\ S_{2111} & S_{2122} & S_{2133} & S_{2123} & S_{2131} & S_{2112} & S_{2132} & S_{2113} & S_{2121} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{bmatrix} \quad (2)$$

A matriz  $[S_{ijkl}]$  é a inversa da  $[C_{ijkl}]$ . Portanto, podem ser necessárias até 81 constantes elásticas para caracterizar completamente um material. Aplicando-se a condição de que a aceleração angular de qualquer elemento no volume é igual a zero [4], condição típica de materiais em equilíbrio estático, nos quais há simetria dos tensores de tensão e deformação, verifica-se que  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  e  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ , o que implica numa redução do número de constantes elásticas independentes para 36. Autores preocupados com estruturas estáticas tendem a iniciar o tratamento da relação tensão-deformação a partir de 36 constantes elásticas, pois consideram que as estruturas sempre estão em equilíbrio estático [5].

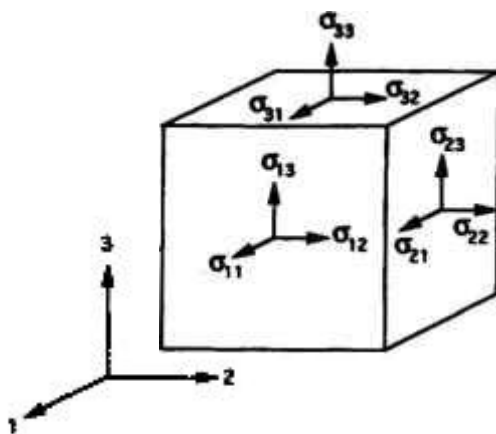


Fig. 3.1. Estado de tensão num ponto de um contínuo [3].

Normalmente, na mecânica de compósitos usa-se uma notação compacta dos tensores de tensão e deformação e dos componentes de rigidez e flexibilidade como apresentados em seguida:

$$\sigma_{11} = \sigma_1 ; \quad \sigma_{22} = \sigma_2 ; \quad \sigma_{33} = \sigma_3$$

$$\sigma_{23} = \tau_{23} = \sigma_4 = \tau_4 ; \quad \sigma_{31} = \tau_{31} = \sigma_5 = \tau_5 ; \quad \sigma_{12} = \tau_{12} = \sigma_6 = \tau_6$$

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_1 ; \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_2 ; \quad \varepsilon_{33} = \varepsilon_3$$

$$2 \varepsilon_{23} = \gamma_{23} = \varepsilon_4 = \gamma_4 ; \quad 2 \varepsilon_{31} = \gamma_{31} = \varepsilon_5 = \gamma_5 ; \quad 2 \varepsilon_{12} = \gamma_{12} = \varepsilon_6 = \gamma_6$$

$$C_{1111} = C_{11} ; \quad C_{1122} = C_{12} ; \quad C_{1133} = C_{13} ; \quad C_{1123} = 2 C_{14} ; \quad C_{1131} = 2 C_{15} ; \quad C_{1112} = 2 C_{16} ;$$

$$C_{2211} = C_{21} ; \quad C_{2222} = C_{22} ; \quad C_{2233} = C_{23} ; \quad C_{2223} = 2 C_{24} ; \quad C_{2231} = 2 C_{25} ; \quad C_{2212} = 2 C_{26} ;$$

$$C_{3311} = C_{31} ; \quad C_{3322} = C_{32} ; \quad C_{3333} = C_{33} ; \quad C_{3323} = 2 C_{34} ; \quad C_{3331} = 2 C_{35} ; \quad C_{3312} = 2 C_{36} ;$$

$$C_{2311} = C_{41} ; \quad C_{2322} = C_{42} ; \quad C_{2333} = C_{43} ; \quad C_{2323} = 2 C_{44} ; \quad C_{2331} = 2 C_{45} ; \quad C_{2312} = 2 C_{46} ;$$

$$C_{3111} = C_{51} ; \quad C_{3122} = C_{52} ; \quad C_{3133} = C_{53} ; \quad C_{3123} = 2 C_{54} ; \quad C_{3131} = 2 C_{55} ; \quad C_{3112} = 2 C_{56} ;$$

$$C_{1211} = C_{61} ; \quad C_{1222} = C_{62} ; \quad C_{1233} = C_{63} ; \quad C_{1223} = 2 C_{64} ; \quad C_{1231} = 2 C_{65} ; \quad C_{1212} = 2 C_{66}$$

Portanto, as relações tensão - deformação para um corpo anisotrópico podem ser escritas como  $\sigma_i = C_{ij} \cdot \varepsilon_j$  ou  $\varepsilon_i = S_{ij} \cdot \sigma_j$  ( $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) ou ainda na forma matricial, conforme as equações (3a) e (3b):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (3a)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (3b)$$

Através de considerações energéticas, podem-se verificar simetrias adicionais. O trabalho por unidade de volume ( $W$ ) é expresso como:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C_{ij} \cdot \varepsilon_i \cdot \varepsilon_j \quad (4)$$

A relação tensão-deformação pode ser obtida pela derivada parcial do trabalho em relação à deformação;

$$\sigma_i = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_i} = C_{ij} \varepsilon_j \quad (5)$$

Derivando novamente, obtém-se:

$$C_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} \quad (6)$$

De maneira análoga, trocando a ordem das derivadas parciais, obtém-se:

$$C_{ji} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} \quad (7)$$

Portanto, a ordem de diferenciação de  $W$  é irrelevante e  $C_{ij} = C_{ji}$ ; de maneira similar,  $S_{ij} = S_{ji}$ . ou seja, o estado de tensão ou deformação num ponto pode ser descrito por 6 componentes de tensão, e 6 de deformação ou vice-versa, possuindo 21 constantes elásticas independentes, conforme equações (8), e este material é chamado triclinico ou geralmente anisotrópico, não possuindo nenhuma simetria.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix}$$

(8)

Um material é dito **ORTOTRÓPICO** ou monoclinico quando tem 3 planos de simetria mutuamente perpendiculares (exemplo disso é uma lâmina unidirecional, onde a direção da fibra não é uma das direções principais). Neste caso as constantes elásticas que acoplam tensões normais com deformações de cisalhamento nos planos (1-3) e (2-3) são obrigatoriamente nulas ( $C_{14}$ ,  $C_{15}$ ,  $C_{24}$ ,  $C_{25}$ ,  $C_{34}$ ,  $C_{35}$ ,  $C_{46}$  e  $C_{56}$ ) [6]. Este mesmo material é dito especialmente ortotrópico quando o sistema de coordenadas é escolhido paralelo aos planos de simetria (exemplo disso é uma lâmina unidirecional com 2 dos planos de simetria paralelos à direção da fibra). Neste caso as constantes elásticas que acoplam tensões normais com deformações de cisalhamento no plano (1-2) ( $C_{16}$ ,  $C_{26}$ ,  $C_{36}$  e  $C_{45}$ ) são nulas. De maneira análoga, ocorre o

mesmo com a matriz de flexibilidade e, conseqüentemente, o número de constantes elásticas fica reduzido a 9, conforme equações (9), abaixo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix}$$

(9)

Um material é dito transversalmente isotrópico quando um dos planos principais é um plano de isotropia, isto é, todo ponto no plano tem as mesmas propriedades mecânicas em todas as direções. Uma lâmina de compósito unidirecional, fibra/matriz com alta fração volumétrica de fibra, com 2 planos de simetria paralelos à direção da fibra, como planos principais, enquadra-se nessa definição, conforme pode ser visto na fig. 3.2, onde o plano de isotropia é o plano (2-3), e neste caso os índices 2 e 3 tornam-se intercambiáveis. Neste caso as relações de tensão/deformação ficam simplificadas, pois  $C_{12} = C_{13}$  e  $C_{22} = C_{33}$ . A isotropia transversal também torna intercambiáveis os índices 5 e 6 da matriz de rigidez, então  $C_{55} = C_{66}$ . Dessa forma, reduz-se o número de constantes elásticas de 9 para 6, usando o fato das propriedades mecânicas no plano de isotropia serem as mesmas em qualquer direção. Portanto, com um carregamento de cisalhamento puro no plano (2-3), pode-se provar que

$C_{44} = (C_{22} - C_{23})/2$  ou  $S_{44} = 2 \cdot (S_{22} - S_{23})$ . Dessa maneira conseguiu-se, usando as simetrias, reduzir para 5 constantes elásticas, um material ortotrópico transversalmente isotrópico, conforme equações (10) e (11), apresentados em seguida:

$$(10) \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22} - C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix}$$

$$(11) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix}$$

Sem dificuldade pode-se provar que, quando é isotrópico, o material tem propriedades mecânicas iguais em todas as direções,  $C_{11}=C_{22}=C_{33} = E$ ,  $C_{12}= E/\nu$  e  $C_{44}=C_{55}=C_{66}=(C_{11} - C_{22})/2 = E/(2(1 + \nu))$ . Portanto, reduziu-se, no caso do material isotrópico, para 2 constantes elásticas independentes, de maneira análoga  $S_{11}=S_{22}=S_{33} = 1/E$ ,  $S_{12} = \nu/E$  e  $S_{44}=S_{55}=S_{66}=(S_{11} - S_{22}) \cdot 2 = 2 \cdot (1 + \nu)/E$ , onde “E” é o módulo de Young e “ $\nu$ ” é o quociente de Poisson.

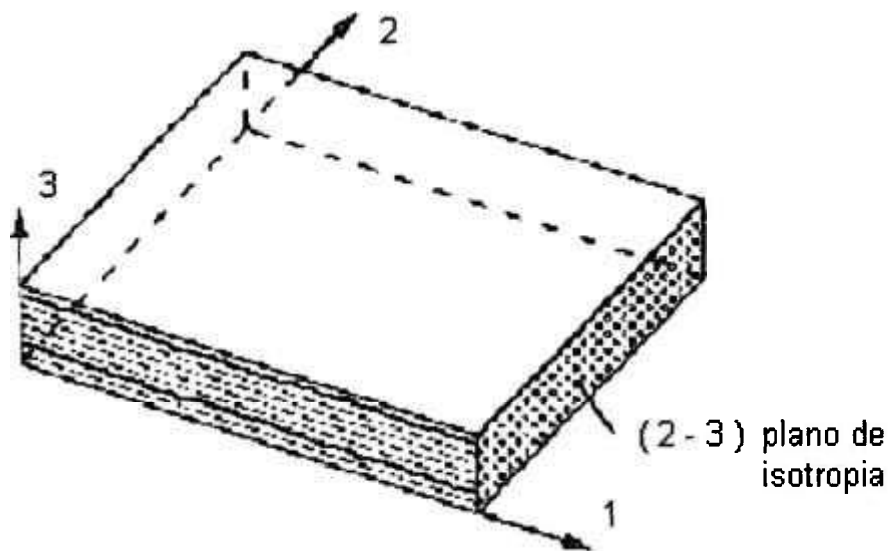


Fig. 3.2. Material Especialmente Ortotrópico, com Isotropia Transversal, plano de isotropia (2-3) [3]

**Tabela 3.1.** Número de Constantes Elásticas Independentes para Vários Tipos de Materiais.

MATERIAL	CONSTANTES INDEPENDENTES	
	Número de Constantes Elásticas	Constantes de Engenharia
Anisotrópico geral	81	
Anisotrópico, corpo em equilíbrio estático, aceleração angular zero, considerando simetrias de tensão e deformação ( $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ e $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ )	36	
Anisotrópico com considerações de energia elástica	21	
Ortotrópico geral (possui 3 planos de simetria perpendiculares entre si)	13	
Especialmente ortotrópico (2 planos de simetria paralelos à direção da fibra)	9	$E_1, E_2, E_3, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, G_{12}, G_{13}$ e $G_{23}$
Ortotrópico, transversalmente isotrópico (com plano de isotropia de propriedades mecânicas)	5	$E_1, E_2, G_{23}, \nu_{12}$ e $G_{12}$
Ortotrópico, transversalmente isotrópico, no estado plano de tensão	4	$E_1, E_2, \nu_{12}$ e $G_{12}$
Isotrópico	2	$E, \nu$

### 3.1.2- Relações entre Constantes Elásticas e de Engenharia

As relações de tensão-deformação adquirem maior significado físico quando expressas em termos de constantes de engenharia, isto é, módulos e quocientes de Poisson. As relações entre constantes matemáticas são obtidas por meio de experimentos com carregamentos uniaxiais. Materiais anisotrópicos requerem a definição de algumas constantes de engenharia novas. O número de constantes de engenharia independentes para cada tipo de material é igual ao número de constantes elásticas independentes do material. Como as constantes de engenharia são sempre definidas para um carregamento uniaxial, ou seja, apenas uma das tensões não é nula, é mais fácil associar as constantes de engenharia com os elementos da matriz de flexibilidade do material do que com a matriz de rigidez.

Com carregamento de extensão longitudinal ( $\sigma_1$  não nulo), aplicando-se a matriz de flexibilidade a um material ortotrópico, tem-se que:

$$\epsilon_1 = S_{11} \cdot \sigma_1, \quad \epsilon_2 = S_{21} \cdot \sigma_1, \quad \epsilon_3 = S_{31} \cdot \sigma_1, \quad \gamma_4 = \gamma_5 = \gamma_6 = 0 \quad (12)$$

Das constantes de engenharia, sabe-se que:

$$\varepsilon_1 = \sigma_1 / E_{11} \quad , \quad \varepsilon_2 = - (v_{12} / E_{11}) \cdot \sigma_1 \quad , \quad \varepsilon_3 = - (v_{13} / E_{11}) \cdot \sigma_1 \quad , \quad \gamma_4 = \gamma_5 = \gamma_6 = 0 \quad (13)$$

Portanto, obtém-se:

$$S_{11} = 1 / E_{11} \quad , \quad S_{21} = - v_{12} / E_{11} \quad e \quad S_{31} = - v_{13} / E_{11} \quad (14)$$

De maneira análoga ao caso anterior, com carregamento de extensão transversal ( $\sigma_2$  não nulo), obtém-se:

$$S_{22} = 1 / E_{22} \quad , \quad S_{12} = - v_{21} / E_{22} \quad e \quad S_{32} = - v_{23} / E_{22} \quad (15)$$

No carregamento de extensão fora do plano ( $\sigma_3$  não nulo), obtém-se:

$$S_{33} = 1 / E_{33} \quad , \quad S_{13} = - v_{31} / E_{33} \quad e \quad S_{23} = - v_{32} / E_{33} \quad (16)$$

Com carregamento de cisalhamento puro no plano 2-3 ( $\tau_4$  não nulo), aplicando-se a matriz de flexibilidade no mesmo material ortotrópico, tem-se que:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0 \quad , \quad \gamma_4 = S_{44} \cdot \tau_4 \quad , \quad \gamma_5 = \gamma_6 = 0 \quad (17)$$

Das constantes de engenharia, sabe-se que:

$$\gamma_4 = \tau_4 / G_{23} \quad (18)$$

Portanto, obtém-se:

$$S_{44} = 1 / G_{23} \quad (19)$$

De maneira análoga ao caso anterior, com carregamento de cisalhamento puro no plano 1-3 ( $\tau_5$  não nulo), obtém-se:

$$S_{55} = 1 / G_{13} \quad (20)$$

E finalmente, com carregamento de cisalhamento puro no plano 1-2 ( $\tau_6$  não nulo), obtém-se:

$$S_{66} = 1 / G_{12} \quad (21)$$

Pode-se ainda simplificar fazendo  $E_{11} = E_1$ ,  $E_{22} = E_2$ ,  $E_{33} = E_3$ , e escrevendo a relação tensão-deformação em termos de constantes de engenharia, como apresentada em seguida:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Da simetria da matriz, pode-se concluir que:

$$\nu_{ij} / E_i = \nu_{ji} / E_j \quad (23)$$

### 3.1.3- Relação Tensão-Deformação para Lâmina Fina, sob estado plano de tensão

Em grande parte das aplicações estruturais, os materiais compósitos são usados na forma de laminados finos, com carregamento no plano dos laminados. Esses laminados podem ser considerados como estando sob estado plano de tensão [3,6,7], com todos os componentes de tensão fora do plano 1-2 sendo nulos, isto é,  $\sigma_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$ .

Expandindo a matriz tensão-deformação da equação (10), e eliminando as deformações nulas ( $\varepsilon_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = 0$ ), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= \left( C_{11} - \frac{C_{13} \cdot C_{13}}{C_{33}} \right) \cdot \varepsilon_1 + \left( C_{12} - \frac{C_{13} \cdot C_{23}}{C_{33}} \right) \cdot \varepsilon_2 = Q_{11} \cdot \varepsilon_1 + Q_{12} \cdot \varepsilon_2 \\
 \sigma_2 &= \left( C_{12} - \frac{C_{13} \cdot C_{13}}{C_{33}} \right) \cdot \varepsilon_1 + \left( C_{12} - \frac{C_{13} \cdot C_{23}}{C_{33}} \right) \cdot \varepsilon_2 = Q_{12} \cdot \varepsilon_1 + Q_{22} \cdot \varepsilon_2 \\
 \tau_6 &= C_{66} \cdot \gamma_6 = Q_{66} \cdot \gamma_6
 \end{aligned} \quad (24)$$

Podem ser escritas na forma de matriz de tensão-deformação, respectivamente, como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}\cdot E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}\cdot E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (25)$$

ou

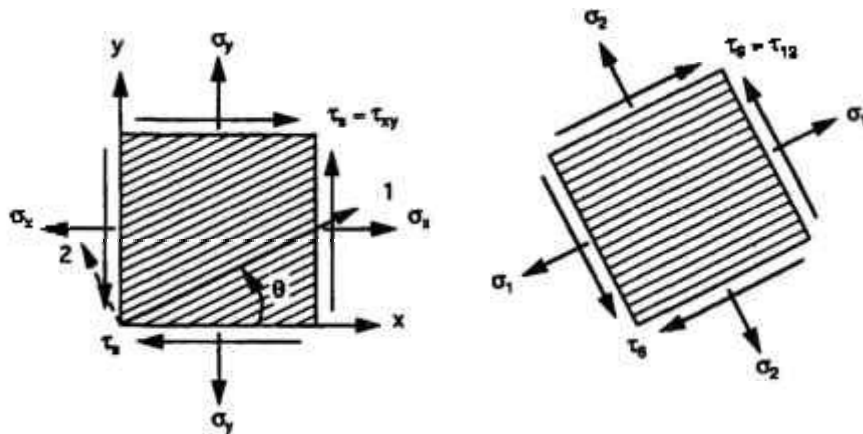
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Nota-se que no estado plano de tensão, pela simetria das matrizes, tem-se que:

$\nu_{21} = \nu_{12} \cdot E_2 / E_1$ , portanto no estado plano de tensão reduziu-se o número de constantes independentes de engenharia de 5 para 4:  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$  e  $\nu_{12}$ .

### 3.1.4- Transformação de Coordenadas de Tensão-Deformação

Em geral, os eixos principais da lâmina não coincidem com os eixos de carregamento ou de referência. Portanto, é necessário efetuar uma transformação da relação tensão-deformação dos eixos principais para o novo sistema de coordenadas x-y-z. Note-se que, como se desenvolveu esta transformação considerando o estado plano de tensão, a direção 3 é coincidente com o eixo z, e o ângulo  $\theta$  sempre será o ângulo entre o eixo x e a direção 1 do sistema 1-2-3, conforme pode ser visto na fig. 3.3.



**Fig. 3.3** . Componentes de tensão numa lâmina unidirecional no sistema de carregamento (x-y-z) e no sistema de eixos principais do material (1-2-3) [3]

Portanto, na forma matricial, as relações tensão-deformação podem ser escritas como:

$$[\sigma]_{x,y} = [Q]_{x,y} \cdot [\varepsilon]_{x,y} \quad \text{e} \quad [\sigma]_{1,2} = [Q]_{1,2} \cdot [\varepsilon]_{1,2} \quad (27)$$

A relação entre as tensões no sistema x-y-z e no sistema 1-2-3 pode ser expressa como;

$$[\sigma]_{x,y} = [T(\theta)^{-1}] \cdot [\sigma]_{1,2} = [T(\theta)^{-1}] \cdot [Q]_{1,2} \cdot [\varepsilon]_{1,2} = [T(\theta)^{-1}] \cdot [Q]_{1,2} \cdot [T(\theta)] \cdot [\varepsilon]_{x,y} \quad (28)$$

$$\text{Portanto : } [Q]_{x,y} = [T(\theta)^{-1}] \cdot [Q]_{1,2} \cdot [T(\theta)] \quad (29)$$

onde a matriz de transformação de coordenadas  $[T(\theta)]$  é:

$$[T(\theta)] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad \text{onde : } m = \cos\theta \quad (30)$$

$$n = \sin\theta$$

$$[T(\theta)^{-1}] = [T(-\theta)] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Dessas relações acima, obtêm-se os elementos da matriz de rigidez no sistema xyz, a partir dos elementos da matriz de rigidez no sistema 1-2-3, como segue:

$$\begin{aligned}
Q_{xx} &= m^4 Q_{11} + n^4 Q_{22} + 2m^2 n^2 Q_{12} + 4m^2 n^2 Q_{66} \\
Q_{yy} &= n^4 Q_{11} + m^4 Q_{22} + 2m^2 n^2 Q_{12} + 4m^2 n^2 Q_{66} \\
Q_{xy} &= m^2 n^2 Q_{11} + m^2 n^2 Q_{22} + (m^4 + n^4) Q_{12} - 4m^2 n^2 Q_{66} \\
Q_{xz} &= m^3 n Q_{11} + m n^3 Q_{22} + (m n^3 - m^3 n) Q_{12} + 2(mn^3 - m^3 n) Q_{66} \\
Q_{yz} &= m n^3 Q_{11} + m^3 n Q_{22} + (m^3 n - m n^3) Q_{12} + 2(m^3 n - mn^3) Q_{66} \\
Q_{zz} &= m^2 n^2 Q_{11} + m^2 n^2 Q_{22} - 2m^2 n^2 Q_{12} + (m^2 - n^2)^2 Q_{66}
\end{aligned} \tag{32}$$

De maneira análoga, pode-se escrever a relação de transformação de coordenadas para a matriz de flexibilidade:

$$[\varepsilon]_{x,y} = [S]_{x,y} \cdot [\sigma]_{x,y} \quad \text{e} \quad [\varepsilon]_{1,2} = [S]_{1,2} \cdot [\sigma]_{1,2} \tag{33}$$

A relação entre as tensões no sistema xyz e no sistema 1-2-3 pode ser expressa como:

$$[\varepsilon]_{x,y} = [T(\theta)^{-1}] \cdot [\varepsilon]_{1,2} = [T(\theta)^{-1}] \cdot [S]_{1,2} \cdot [\sigma]_{1,2} = [T(\theta)^{-1}] \cdot [S]_{1,2} \cdot [T(\theta)] \cdot [\sigma]_{x,y} \tag{34}$$

$$\text{Portanto : } [S]_{x,y} = [T(\theta)^{-1}] \cdot [S]_{1,2} \cdot [T(\theta)] \tag{35}$$

Assim, podem-se também obter os elementos da matriz de flexibilidade no sistema xyz, a partir dos elementos da matriz de flexibilidade no sistema 1-2-3, como segue:

$$\begin{aligned}
S_{xx} &= m^4 S_{11} + n^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + 4m^2 n^2 S_{66} \\
S_{yy} &= n^4 S_{11} + m^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + 4m^2 n^2 S_{66} \\
S_{xy} &= m^2 n^2 S_{11} + m^2 n^2 S_{22} + (m^4 + n^4) S_{12} - 4m^2 n^2 S_{66} \\
S_{xz} &= m^3 n S_{11} + m n^3 S_{22} + (m n^3 - m^3 n) S_{12} + 2(mn^3 - m^3 n) S_{66} \\
S_{yz} &= m n^3 S_{11} + m^3 n S_{22} + (m^3 n - m n^3) S_{12} + 2(m^3 n - mn^3) S_{66} \\
S_{zz} &= m^2 n^2 S_{11} + m^2 n^2 S_{22} - 2m^2 n^2 S_{12} + (m^2 - n^2)^2 S_{66}
\end{aligned} \tag{36}$$

### 3.1.5- Transformação de Coordenadas das relações de Tensão-Deformação em termos de Constantes de Engenharia

Quando se repete o carregamento uniaxial já feito anteriormente, para o sistema x-y-z, no estado plano de tensão, tem-se, em termos de constante de engenharia [3,6]:

- Com carregamento de extensão longitudinal ( $\sigma_x$  não nulo):

$$\varepsilon_x = \sigma_x / E_x \quad , \quad \varepsilon_y = -(\nu_{xy} / E_x) \cdot \sigma_x \quad , \quad \gamma_s = (\eta_{xs} / E_x) \cdot \sigma_x \tag{37}$$

- Com carregamento de extensão transversal ( $\sigma_y$  não nulo):

$$\varepsilon_x = -(\nu_{yx} / E_y) \cdot \sigma_y \quad , \quad \varepsilon_y = \sigma_y / E_y \quad , \quad \gamma_s = (\eta_{ys} / E_y) \cdot \sigma_y \quad (38)$$

- Com carregamento de cisalhamento no plano xy ( $\tau_s = \tau_{xy}$  não nulo):

$$\varepsilon_x = (\eta_{sx} / G_{xy}) \cdot \tau_s \quad , \quad \varepsilon_y = (\eta_{sy} / G_{xy}) \cdot \tau_s \quad , \quad \gamma_s = \tau_s / G_{xy} \quad (39)$$

onde:  $\varepsilon_x$  ,  $\varepsilon_y$  são deformações nas direções x e y, respectivamente;  $\gamma_s$  é a deformação de cisalhamento no plano xy;  $\nu_{xy}$  e  $\nu_{yx}$  são quocientes de Poisson, com deformação na direção y e tensão na direção x, e com deformação na direção x e tensão na direção y, respectivamente;  $\eta_{xs}$  ,  $\eta_{ys}$  ,  $\eta_{sx}$  ,  $\eta_{sy}$  são quocientes de influência mútua (acoplamento de tensão longitudinal e transversal com deformação de cisalhamento, e tensão de cisalhamento com deformação longitudinal e transversal, respectivamente).

Pode-se agora relacionar essas constantes de engenharia com a matriz tensão-deformação, conforme abaixo:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{\eta_{sx}}{G_{xy}} \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{\eta_{sy}}{G_{xy}} \\ \frac{\eta_{xs}}{E_x} & \frac{\eta_{ys}}{E_y} & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} \quad (40)$$

### 3.1.6- Relações de Transformação das Constantes de Engenharia

Pode-se resumir obtendo-se as relações de transformação das constantes de engenharia no sistema xyz, com as constantes no sistema 1-2-3, como segue:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_x} &= \frac{m^2}{E_1} (m^2 - n^2 \nu_{12}) + \frac{n^2}{E_2} (n^2 - m^2 \nu_{21}) + \frac{m^2 n^2}{G_{12}} \\ \frac{1}{E_y} &= \frac{n^2}{E_1} (n^2 - m^2 \nu_{12}) + \frac{m^2}{E_2} (m^2 - n^2 \nu_{21}) + \frac{m^2 n^2}{G_{12}} \\ \frac{1}{G_{xy}} &= \frac{4m^2 n^2}{E_1} (1 + \nu_{12}) + \frac{4m^2 n^2}{E_2} (1 + \nu_{21}) + \frac{(m^2 - n^2)^2}{G_{12}} \\ \frac{\nu_{xy}}{E_x} &= \frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{m^2}{E_1} (m^2 \nu_{12} - n^2) + \frac{n^2}{E_2} (n^2 \nu_{21} - m^2) + \frac{m^2 n^2}{G_{12}} \\ \frac{\eta_{xs}}{E_x} &= \frac{\eta_{sx}}{G_{xy}} = \frac{2mn}{E_1} (m^2 - n^2 \nu_{12}) - \frac{2mn}{E_2} (n^2 - m^2 \nu_{21}) + \frac{mn^3 - m^3 n}{G_{12}} \\ \frac{\eta_{ys}}{E_y} &= \frac{\eta_{sy}}{G_{xy}} = \frac{2mn}{E_1} (n^2 - m^2 \nu_{12}) - \frac{2mn}{E_2} (m^2 - n^2 \nu_{21}) + \frac{m^3 n - mn^3}{G_{12}} \end{aligned} \quad (41)$$

Todo este trabalho de transformação de constantes de engenharia pode ser resumido num fluxograma, como o apresentado na figura 3.4:

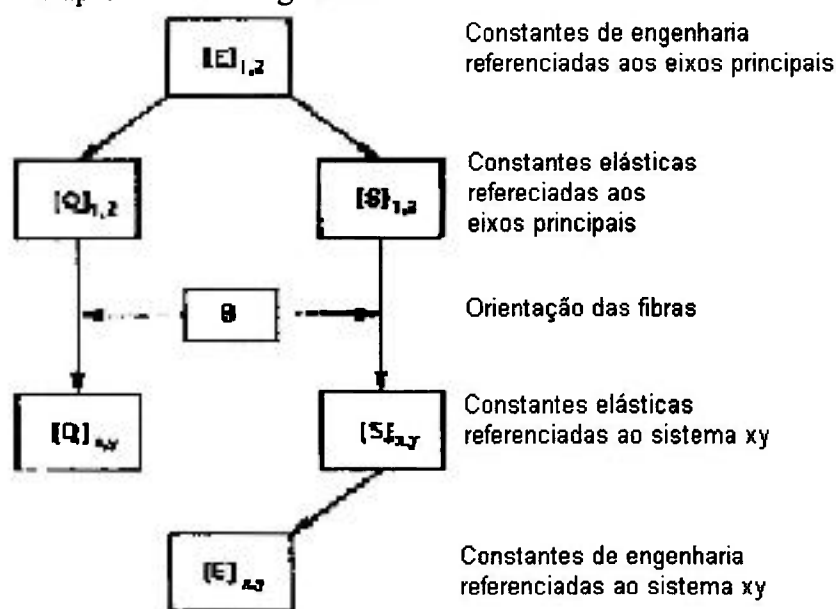


Fig. 3.4. Fluxograma para determinação das transformações das constantes de engenharia de uma lâmina no sistema xyz, a partir das constantes de engenharia do sistema principal 1-2-3, no estado plano de tensão, com o eixo z paralelo à direção do eixo 3 [3].

### 3.1.7- Análise Micromecânica das Constantes de Engenharia

Pela conceituação da macromecânica, no estado plano de tensão, as constantes de engenharia independentes  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$  e  $\nu_{12}$ , dos compósitos são obtidas por meio de ensaios mecânicos, com aplicação de carregamentos uniaxiais. Também podem ser obtidas em função das propriedades dos constituintes do compósito. Na direção longitudinal do compósito, adota-se o modelo de Voigt [8], segundo o qual as deformações da fibra são iguais às deformações da matriz e às do compósito e, portanto, pode-se escrever a equação, denominada regra da mistura:

$$E_{1c} = E_{1f} \cdot V_f + E_m \cdot V_m \quad (42)$$

onde:  $E_{1c}$  é o módulo do compósito unidirecional na direção longitudinal;  $E_{1f}$  e  $E_m$ , os módulos da fibra na direção longitudinal e o módulo da matriz, respectivamente; e  $V_f$  e  $V_m$ , as frações volumétricas da fibra e da matriz, respectivamente.

Este modelo não considera a existência de vazios e defeitos no interior das camadas.

Para o quociente de Poisson do compósito na direção da fibra, adota-se o mesmo modelo de Voigt, pois também é uma propriedade dominada pela fibra, como afirma Daniel e Ishai [3]. Pode ser escrito como:

$$v_{12} = V_f \cdot v_{12f} + V_m \cdot v_m \quad (43)$$

onde:  $v_{12}$  é dado pela relação entre a deformação na direção 2 e a deformação na direção 1, quando se aplica um carregamento na direção 1; e  $v_m$ , o quociente de Poisson da matriz.

Para a direção transversal à fibra, as relações de tensão da matriz e fibra são complexas, e bastante afetadas pela interface fibra/matriz. Daniel e Ishai [3] afirmam que o módulo transversal é uma propriedade dominada pela matriz e sensível ao estado de tensão local. Existem vários modelos que se baseiam no pressuposto de que as tensões nas fibras são as mesmas que na matriz, como o modelo de Reuss [9]. No presente trabalho, adotou-se o modelo que leva em conta apenas as frações volumétricas da fibra e da matriz e dos módulos dos constituintes [3], obtendo-se a expressão:

$$1/E_2 = V_f/E_{2f} + V_m/E_m \quad (44)$$

Considerou-se que a matriz é um isotrópico e, portanto, tem módulo igual em qualquer direção. Já a fibra, em geral, não tem módulo igual na direção longitudinal e transversal. Halpin e Tsai [10] utilizaram o fato do carregamento de cisalhamento ser dominado pelas propriedades da matriz, e definiram relações empíricas entre o módulo transversal da fibra e o módulo da matriz. Assim, para o módulo transversal, definiu-se  $m = E_{2f} / E_m$ , onde  $m$  para compósito carbono / epóxi vale 4,3 ; e para poliaramida (kevlar) / epóxi, 2.

De maneira análoga ao módulo transversal, adotaram-se para  $G_{12}$  o modelo que só leva em conta as frações volumétricas e os módulos de cisalhamento da fibra e da matriz. A equação correspondente é:

$$1/G_{12} = V_f/G_{12f} + V_m/G_m \quad (45)$$

Novamente admitiu-se a matriz como material isotrópico e, portanto, seu módulo de cisalhamento é função do módulo de Young e do quociente de Poisson, ou seja,  $G_m = E_m / 2 (1 + v_m)$ , onde  $v_m = 0,35$  para o epóxi [7].

No caso do cisalhamento, Adams e Doner [11] utilizaram o fato do cisalhamento ser dominado pela matriz para definir outro  $m = G_{12f} / G_m$ , onde  $m$  para o compósito de carbono/epóxi vale 22 e para poliaramida (kevlar)/epóxi, 16.

## 3.2 – Comportamento Elástico de Laminados Multidirecionais

### 3.2.1- Relações Deslocamento-Deformação

Os compósitos unidirecionais, em geral, não conseguem suportar os carregamentos reais de componentes, que estão em mais de uma direção necessitando que o laminado tenha camadas reforçadas em outras direções, de modo que as tensões e deformações oriundas do carregamento do componente estrutural, sejam compatíveis com o suportável pelo material compósito utilizado. Dessa necessidade nasceu a chamada teoria Clássica dos Laminados [12], que funciona sob as seguintes hipóteses:

- Cada camada ou lâmina do laminado é quase homogênea e ortotrópica;
- O laminado é fino, ou seja, as dimensões laterais são muito maiores que a espessura;
- O laminado e cada uma das suas camadas estão carregados apenas no plano, ou seja, estão sob estado plano de tensão ( $\sigma_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$ );
- Todos os deslocamentos são pequenos, quando comparados com a espessura do laminado;
- Os deslocamentos são contínuos ao longo da espessura do laminado, portanto não há deslocamento das camadas;
- Os deslocamentos no plano u-v (u, v e w são os deslocamentos paralelos aos eixos x, y e z, respectivamente) variam linearmente ao longo da espessura (z);
- As deformações de cisalhamento transversal são desprezíveis ( $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ ), implicando que retas normais à seção transversal continuam normais à seção transversal após a deformação;
- As relações tensão-deformação e deslocamento-deformação são lineares;
- A deformação normal  $\varepsilon_z$  é desprezível, quando comparada com as deformações normais no plano ( $\varepsilon_x$  ou  $\varepsilon_y$ ); portanto, o deslocamento fora do plano, w, deve ser constante ao longo da espessura da placa;

Na figura 3.5 está apresentada a seção do laminado normal ao eixo y, antes e depois da deformação. O plano xy é o plano médio entre as faces do laminado e é chamado de plano de referência.

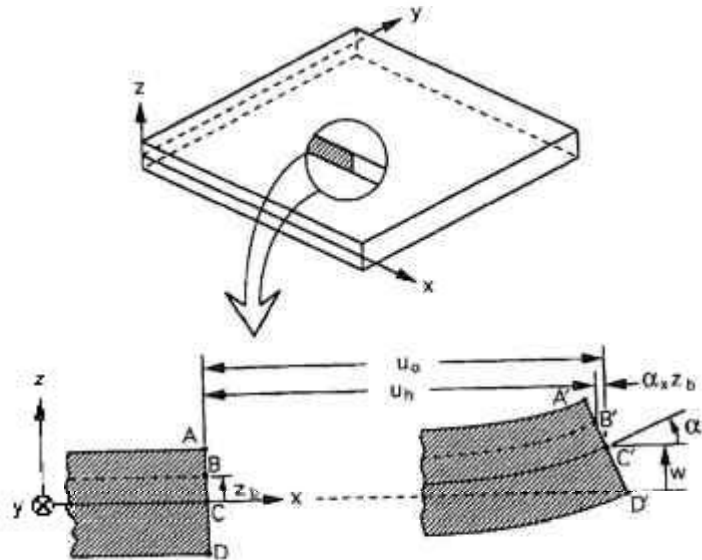


Fig. 3.5. Seção do laminado antes (ABCD) e depois (A'B'C'D') de deformado [12].

A partir das hipóteses básicas formuladas, é possível escrever os deslocamentos de um ponto qualquer na placa em função dos deslocamentos do plano médio ou plano de referência.

Os deslocamentos do plano médio são de dois tipos:

- De translação  $u$ ,  $v$  e  $w$  ( $u$ ,  $v$  e  $w$  paralelos a  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente)
- De rotação  $\alpha_x$  e  $\alpha_y$  ( $\alpha_x$  e  $\alpha_y$ , rotação ao longo dos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente)

Os deslocamentos de um ponto arbitrário "b" podem ser escritos como:

$$\begin{aligned}
 u_b(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \cdot \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} \\
 v_b(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \cdot \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} \\
 w_b(x, y, z) &= w_0(x, y) \\
 \alpha_x &= \alpha_x(x, y) = \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} \\
 \alpha_y &= \alpha_y(x, y) = \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{46}$$

Uma vez que os deslocamentos de um ponto arbitrário podem ser escritos em função dos deslocamentos do plano médio, as deformações e tensões também podem ser escritas em função desses deslocamentos. As deformações fora do plano são nulas ( $\epsilon_z = \alpha_{xz} = \alpha_{yz} = 0$ ).

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_x(x, y, z) = \frac{\partial u_0(x, y)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0(x, y)}{\partial x^2} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_y(x, y, z) = \frac{\partial v_0(x, y)}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0(x, y)}{\partial y^2} \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \gamma_{xy}(x, y, z) = \frac{\partial u_0(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial v_0(x, y)}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0(x, y)}{\partial x \partial y}
\end{aligned} \tag{47}$$

As deformações no plano médio dependem apenas das coordenadas x e y:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0(x, y)}{\partial x} \\
\varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v_0(x, y)}{\partial y} \\
\gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial v_0(x, y)}{\partial x}
\end{aligned} \tag{48}$$

As curvaturas do plano médio também só dependem das coordenadas x e y:

$$\begin{aligned}
k_x(x, y) &= -\frac{\partial^2 w_0(x, y)}{\partial x^2} \\
k_y(x, y) &= -\frac{\partial^2 w_0(x, y)}{\partial y^2} \\
k_{xy}(x, y) &= -2 \frac{\partial^2 w_0(x, y)}{\partial x \partial y}
\end{aligned} \tag{49}$$

Podem-se reescrever as deformações, usando as definições de deformação e curvatura do plano médio, das equações (47), e colocando na forma matricial, tem-se:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}^0 + z \cdot \{k\} \tag{50}$$

### 3.2.2- Relações Tensão-Deformação das Camadas do Laminado

Considerando uma camada individual K, do laminado multidirecional, que está a  $z_K$  de distância do plano médio, como apresentado na figura 3.6, a relação tensão-deformação, na forma matricial, no sistema de coordenadas do laminado, pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
\{\sigma\}_{xy}^K &= [Q]_{xy}^K \cdot \{\varepsilon\}_{xy}^K \\
\{\varepsilon\}_{xy}^K &= \{\varepsilon^0\}_{xy}^K + z_K \cdot \{k\}_{xy}^K \Rightarrow \{\sigma\}_{xy}^K = [Q]_{xy}^K \cdot \{\varepsilon^0\}_{xy}^K + z_K [Q]_{xy}^K \cdot \{k\}_{xy}^K
\end{aligned} \tag{51}$$

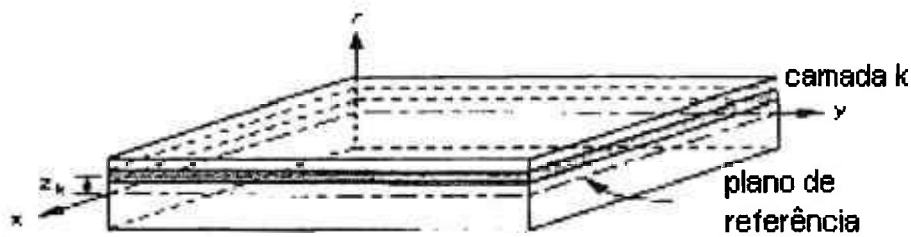


Fig. 3.6. Ilustração da posição da uma camada K, dentro do laminado, distante  $z_k$  do plano médio

Da equação 51, observa-se que as deformações são lineares através da espessura. Cada camada acaba tendo uma matriz de rigidez  $[Q]_{xy}$  diferente, faz com que as tensões variem dentro da camada e entre elas. Na figura 3.7 estão apresentadas as distribuições de um laminado hipotético de 4 camadas, sob tensão uniaxial na direção x. Pode-se observar que, para uma deformação com variação linear ao longo da espessura,  $\epsilon_x$ , resultado de um carregamento de tensão normal ou flexão, e podendo existir variação do módulo de cada camada,  $E_x$ , a consequência é uma variação de tensão linear dentro da camada, e uma descontinuidade na interface das camadas.

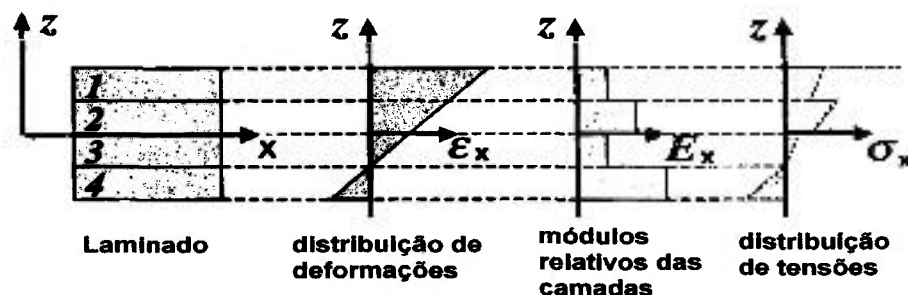


Fig. 3.7. Ilustração das distribuições das deformações, dos módulos e das tensões entre camadas, num laminado hipotético de quatro camadas, sob tensão uniaxial na direção x.

A tensões médias em cada camada são determinadas pelo conhecimento das deformações do plano médio ( $\{\epsilon^0\}_{xy}$ ), das curvaturas do laminado ( $\{k\}_{xy}$ ), da localização da camada em relação ao plano médio ( $z_k$ ) e da matriz de rigidez da camada ( $[Q]_{ky}$ ), no sistema de coordenadas  $xy$ .

### 3.2.3- Forças e Momentos Resistivos Resultantes das Tensões

Devido às descontinuidades da tensão de camada para camada, é mais conveniente a idéia de integrar o efeito dessas tensões no laminado, obtendo esforços resistivos resultantes de

tensão normal e de flexão. Esses esforços são equivalentes à distribuição de tensão e variam em x e y. Por serem integrados apenas na espessura, são esforços por unidade de comprimento.

As tensões atuando numa camada K do laminado, como apresentada na figura 3.6 , e dadas pela equação (51), podem ser integradas na espessura, obtendo-se as forças e momentos resistivos resultantes das tensões, como apresentado na figura 3.8, e dados por:

$$\begin{aligned}
 N_x^K &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x . dz \\
 N_y^K &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y . dz \\
 N_{xy}^K &= N_s^K = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} . dz
 \end{aligned}
 \tag{52}$$

$$\begin{aligned}
 M_x^K &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x . z . dz \\
 M_y^K &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y . z . dz \\
 M_{xy}^K &= M_s^K = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} . z . dz
 \end{aligned}
 \tag{53}$$

onde: z = coordenadas de um ponto ao longo da espessura

t = espessura da camada

$N_x^K$  e  $N_y^K$  = forças normais por unidade de comprimento

$N_s^K$  = força de cisalhamento no plano xy por unidade de comprimento

$M_x^K$  e  $M_y^K$  = momento de flexão por unidade de comprimento

$M_s^K$  = momento de torção por unidade de comprimento

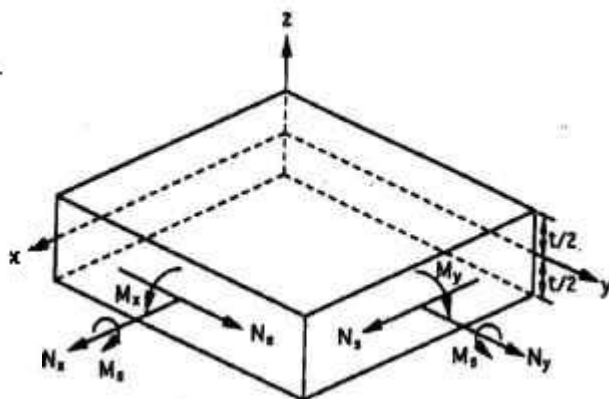


Fig 3.8. Ilustração de um elemento do laminado, com forças e momentos resistivos resultantes

**3.2.4- Relações Gerais Carga-Deformação (Rigidez do laminado)**

Para um laminado multicamadas, as forças e momentos resultantes totais são obtidos somando-se os efeitos de todas as camadas. Portanto para um laminado de n camadas, como o mostrado na figura 3.9, pode-se obter os esforços resultantes como:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_x \end{bmatrix} &= \sum_{K=1}^n \int_{h_{K-1}}^{h_K} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{K=1}^n \left\{ \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{bmatrix} \right\} dz + \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix} \int z dz \\
 \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_s \end{bmatrix} &= \sum_{K=1}^n \int_{h_{K-1}}^{h_K} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{K=1}^n \left\{ \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{bmatrix} \right\} \int z dz + \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix} \int z^2 dz
 \end{aligned} \tag{54}$$

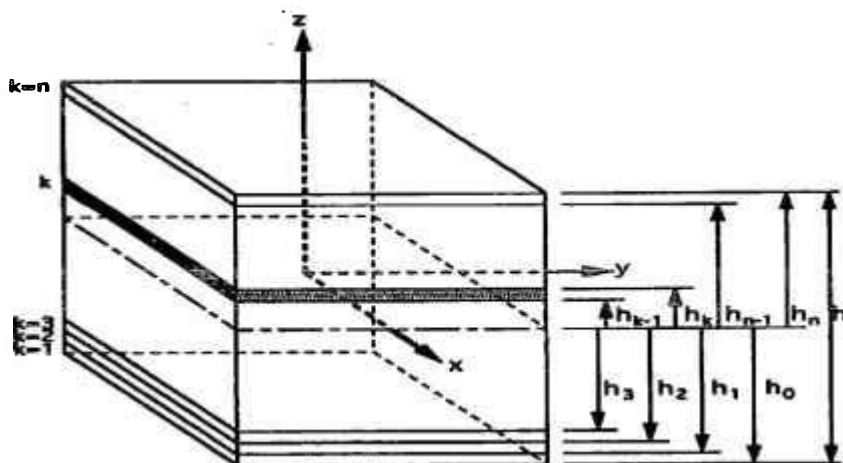


Fig. 3.9. Laminado Multidirecional com notação de coordenadas de camadas individuais.

Como as matrizes de rigidez  $[Q]$ , as deformações no plano médio  $[\varepsilon^0]$  e as curvaturas  $[k]$  são constantes para cada camada e não dependem de  $z$ , podem ser extraídas da integral, cuja resolução permite obter na forma matricial as forças e os momentos resistivos, conforme equação (55):

$$[N]_{x,y} = \left[ \sum_{K=1}^n [Q]_{x,y}^K (h_K - h_{K-1}) \right] [\varepsilon^0]_{x,y} + \left[ \sum_{K=1}^n [Q]_{x,y}^K \frac{(h_K^2 - h_{K-1}^2)}{2} \right] [k]_{x,y} = [A]_{x,y} [\varepsilon^0]_{x,y} + [B]_{x,y} [k]_{x,y}$$

$$[M]_{x,y} = \left[ \sum_{K=1}^n [Q]_{x,y}^K \frac{(h_K^2 - h_{K-1}^2)}{2} \right] [\varepsilon^0]_{x,y} + \left[ \sum_{K=1}^n [Q]_{x,y}^K \frac{(h_K^3 - h_{K-1}^3)}{3} \right] [k]_{x,y} - [B]_{x,y} [\varepsilon^0]_{x,y} + [D]_{x,y} [k]_{x,y}$$

onde:

$$A_{ij} = \sum_{K=1}^n Q_{ij}^K (h_K - h_{K-1}) \quad (55)$$

$$B_{ij} = \sum_{K=1}^n Q_{ij}^K (h_K^2 - h_{K-1}^2) / 2$$

$$D_{ij} = \sum_{K=1}^n Q_{ij}^K (h_K^3 - h_{K-1}^3) / 3$$

$i, j = x, y, s$

De maneira resumida, pode-se escrever a relação carregamento-deformação na forma matricial, obtendo as matrizes do laminado multidirecional como:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{bmatrix} \quad (56)$$

### 3.2.5- Relações Inversas de Carga-Deformação

Podem-se ainda escrever as matrizes do laminado multidirecional, na forma inversa, como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} \quad (57)$$

As matrizes  $[a],[b],[c],[d]$  guardam as seguintes relações com as matrizes de rigidez  $[A],[B],[D]$ :

$$[a] = [A^{-1}] - \{[B^*][D^{*-1}]\}[C^*]$$

$$[b] = [B^*][D^{*-1}] \quad (58)$$

$$[c] = -[D^{*-1}][C^*] = [b]^T$$

$$[d] = [D^{*-1}]$$

Onde:

$$[A^{-1}] = \text{matriz inversa de } [A]$$

$$[B^*] = [A^{-1}][B]$$

$$[C^*] = [B][A^{-1}]$$

$$[D^*] = [D] - \{[B][A^{-1}]\}[B]$$

### 3.2.6- Propriedades de Engenharia dos Laminados

Como no caso da matriz de tensão-deformação de uma lâmina, pode-se relacionar a matriz  $[a]$  com constantes de engenharia médias do laminado, quando submetido a um carregamento uniaxial normal, no plano  $xy$ . Neste caso, considera-se cada constante como a constante equivalente ao laminado, com seção constante, como se fosse um material ortotrópico, assim:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x &= \frac{1}{h.a_{xx}}, & \bar{E}_y &= \frac{1}{h.a_{yy}}, & \bar{G}_{xy} &= \frac{1}{h.a_{ss}} \\ \bar{\nu}_{xy} &= -\frac{a_{yx}}{a_{xx}}, & \bar{\nu}_{yx} &= -\frac{a_{xy}}{a_{yy}}, & \bar{\eta}_{xx} &= \frac{a_{xs}}{a_{ss}} \\ \bar{\eta}_{xx} &= \frac{a_{sx}}{a_{xx}}, & \bar{\eta}_{yy} &= \frac{a_{sy}}{a_{yy}}, & \bar{\eta}_{yy} &= \frac{a_{ys}}{a_{ss}} \end{aligned} \quad (59)$$

Tsai [11] também define módulos de flexão médios do laminado simétrico quando este está submetido a flexão em três pontos. Neste caso  $k_y = k_s = \epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_s = 0$  e  $k_x = d_{xx}$ .  $M_x = d_{xx} \cdot M/b$ , onde  $M$  é o momento aplicado ao longo do eixo “ $x$ ” e “ $b$ ” à largura da placa. Adotando-se a rigidez da placa como  $Rigidez = E_{fx} \cdot I = M / k_x$ ; onde  $E_{fx}$  é o módulo de Young de um material equivalente homogêneo, com  $I = b \cdot h^3 / 12$ . Portanto:

$$E_{fx} = 12 / (h^3 \cdot d_{xx}) \quad (60)$$

De maneira análoga:

$$E_{fy} = 12 / (h^3 \cdot d_{yy}) \quad (61)$$

$$E_{fs} = 12 / (h^3 \cdot d_{ss}).$$

É importante notar que as matrizes que definem as propriedades do laminado são [a], [b], [c] e [d]; estes valores de constante de engenharia média servem para se ter uma idéia do comportamento desse laminado quando comparado com outros materiais homogêneos.

É importante notar também que num compósito unidirecional, com a direção da fibra paralela ao eixo “x”, os módulos de tensão e flexão são numericamente iguais, assim:

$$E_t = E_f = 1 / (h \cdot a_{xx}) = 12 / (h^3 \cdot d_{xx}) \quad (62)$$

Este compósito submetido à flexão em três pontos comporta-se como um material isotrópico e o módulo para este tipo de flexão, também pode ser escrito como:

$$E = F / a \cdot (L^3 / 4 \cdot (b \cdot h^3)) \quad (63)$$

Portanto, para compósito unidirecional:

$$a_{xx} = (4 \cdot b \cdot h^2 / L^3) \cdot (a / F) \quad e \quad (64)$$

$$d_{xx} = (48 \cdot b / L^3) \cdot (a / F) \quad (65)$$

Na figura 3.10 está apresentado o fluxograma resumo do processo de obtenção das matrizes de tensão-deformação e das constantes de engenharia médias.

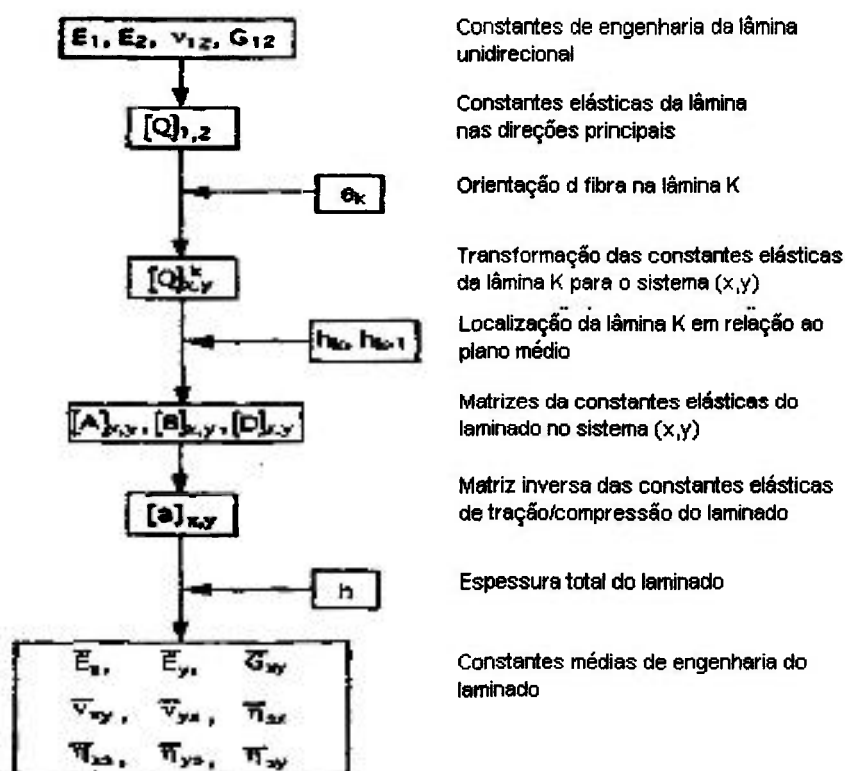


Fig. 3.10. Fluxograma do processo de obtenção das matrizes de constantes elásticas e constantes médias de engenharia do laminado multidirecional

### 3.2.7- Modelos para Obtenção dos Módulos Experimentais ou Constantes Elásticas, num Ensaio de Flexão em Três Pontos

#### 3.2.7.1- Modelo com Base na Teoria dos Laminados, no estado plano de tensão

Para se obter as constantes elásticas ou as de engenharia nas direções principais, sempre se aplicam forças uniaxiais ao laminado, como já citado anteriormente. Assim, aplica-se uma força de flexão ( $F$ ), no ponto médio do comprimento da viga em flexão, que gera um momento resistivo  $M(x)$ . A viga possui uma largura “ $b$ ”, espessura “ $h$ ” e comprimento “ $L$ ” em flexão, como pode ser visto na fig. 3.11.

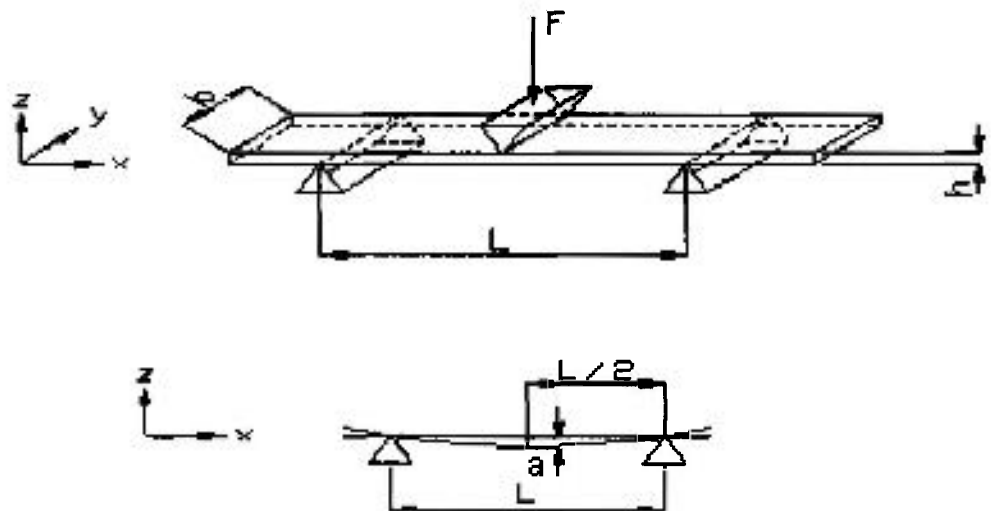


Fig. 3.11. Ilustração da viga (CP de compósito) submetida à flexão pura.

Utilizando a equação (57), e sabendo que  $M_x = M(x) / b$ ,  $M_y = M_s = N_x = N_y = N_s = 0$ , portanto a equação (57) fica reduzida a:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xs} & b_{xx} & b_{xy} & b_{xs} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{ys} & b_{yx} & b_{yy} & b_{ys} \\ a_{sx} & a_{sy} & a_{ss} & b_{sx} & b_{sy} & b_{ss} \\ c_{xx} & c_{xy} & c_{xs} & d_{xx} & d_{xy} & d_{xs} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{ys} & d_{yx} & d_{yy} & d_{ys} \\ c_{sx} & c_{sy} & c_{ss} & d_{sx} & d_{sy} & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

Eliminando-se os termos nulos, obtém-se:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^0 &= b_{xx} M_x = b_{xx} (M(x)/b) \\
\varepsilon_y^0 &= b_{yx} M_x = b_{yx} (M(x)/b) \\
\gamma_s &= b_{sx} M_x = b_{sx} (M(x)/b) \\
k_x &= d_{xx} M_x = d_{xx} (M(x)/b) \\
k_y &= d_{yx} M_x = d_{yx} (M(x)/b) \\
k_s &= d_{sx} M_x = d_{sx} (M(x)/b)
\end{aligned} \tag{67}$$

Neste caso, como o interesse está na relação da curvatura em “x”,  $k_x$ , utiliza-se a definição de curvatura da equação (49). Dependendo do laminado (simétrico, assimétrico, balanceado, não balanceado) é necessário avaliar as deformações e curvaturas em “y” e “s” e compará-las com a deformação e curvatura em x. O ideal é que as demais deformações e curvaturas sejam desprezíveis em relação à curvatura em “x”.

O momento  $M$  e a curvatura  $k_x$  em função da posição ao longo do eixo x,  $M(x)$ , para uma força  $F$ , aplicada na posição  $L/2$  da viga em flexão, podem ser expressos como:

$$\begin{aligned}
M(x) &= \frac{FL}{4} \frac{2x}{L} \Rightarrow \text{para } 0 \leq x \leq L/2 \\
M(x) &= \frac{2FL}{4} \left(1 - \frac{x}{L}\right) \Rightarrow \text{para } L/2 \leq x \leq L
\end{aligned} \tag{68}$$

Para  $0 \leq x \leq L/2$

$$k_x(x) = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = d_{xx} \frac{FL}{4b} \left(\frac{2x}{L}\right)$$

Integrando em x:

$$-\frac{\partial w}{\partial x} = -\int \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx = \int d_{xx} \frac{FL}{4b} \left(\frac{2x}{L}\right) dx = d_{xx} \frac{FL}{4b} \left(\frac{x^2}{L}\right) + C1 \tag{69}$$

$$\text{e como } \frac{\partial w}{\partial x}(x = L/2) = 0 \Rightarrow C1 = -d_{xx} \frac{FL^2}{16b}$$

Integrando-se novamente, obtém-se o deslocamento “w” que para  $x = L/2$  se adotará como “a” (amplitude do deslocamento em  $x = L/2$ ), quando se aplica uma força  $F$  de flexão, no centro da viga.

$$-w(x) = -\int \frac{\partial w}{\partial x} dx = \int d_{xx} \frac{FL}{4b} \left( \frac{x^2}{L} - \frac{L}{4} \right) dx = d_{xx} \frac{FL}{4b} \left( \frac{x^3}{3L} - \frac{Lx}{4} \right) + C2 \quad (70)$$

e como  $w(x=0) = 0 \Rightarrow C2 = 0$

Portanto, a equação do deslocamento  $w$  em função de “ $x$ ”, para a referida flexão em três pontos, é dada por:

$$w(x) = d_{xx} \frac{FL}{4b} \left( \frac{Lx}{4} - \frac{x^3}{3L} \right) \quad (71)$$

Então:

$$w(x=L/2) = a = d_{xx} \frac{FL^3}{48b} \quad (72)$$

$$k_x(x=L/2) = \frac{12a}{L^3}$$

Obtendo-se então:

$$d_{xx} = \frac{48b}{L^3} \left( \frac{a}{F} \right) \quad (73)$$

Conclui-se que, num ensaio de flexão pura, pode-se obter, experimentalmente, o valor de  $d_{xx}$ , sabendo-se o valor da amplitude de deslocamento, da força aplicada e das dimensões do corpo de prova.

De maneira análoga pode-se obter  $d_{yy}$ , ensaiando um corpo de prova de dimensões semelhantes, com a direção de flexão paralela ao eixo  $y$  do laminado. Assim, aplica-se uma força de flexão ( $F$ ) no ponto médio do comprimento da viga; que gera um momento resistivo,  $M(y)$ ; a viga possui largura “ $b$ ”, espessura “ $h$ ” e comprimento “ $L$ ” de flexão da viga.

Utilizando a equação (57) e sabendo que  $M_y = M(y) / b$ ,  $M_x = M_s = N_x = N_y = N_s = 0$ , esta fica reduzida a:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xs} & b_{xx} & b_{xy} & b_{xs} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{ys} & b_{yx} & b_{yy} & b_{ys} \\ a_{sx} & a_{sy} & a_{ss} & b_{sx} & b_{sy} & b_{ss} \\ c_{xx} & c_{xy} & c_{xs} & d_{xx} & d_{xy} & d_{xs} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{ys} & d_{yx} & d_{yy} & d_{ys} \\ c_{sx} & c_{sy} & c_{ss} & d_{sx} & d_{sy} & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

Eliminando-se todos os termos nulos, obtém-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= b_{xx} M_x = b_{xy} (M(y)/b) \\ \varepsilon_y^0 &= b_{yx} M_x = b_{yy} (M(y)/b) \\ \gamma_s &= b_{sx} M_x = b_{sy} (M(y)/b) \\ k_x &= d_{xx} M_x = d_{xy} (M(y)/b) \\ k_y &= d_{yx} M_x = d_{yy} (M(y)/b) \\ k_s &= d_{sx} M_x = d_{sy} (M(y)/b) \end{aligned} \quad (75)$$

$$M(y) = \frac{FL}{4} \frac{2y}{L} \Rightarrow \text{para } 0 \leq y \leq L/2$$

$$M(y) = \frac{2FL}{4} \left(1 - \frac{y}{L}\right) \Rightarrow \text{para } L/2 \leq y \leq L$$

(76)

Para  $0 \leq y \leq L/2$

$$k_{yy}(y) = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = d_{yy} \frac{FL}{4b} \left(\frac{2y}{L}\right)$$

Analogamente, da equação (73), tem-se:

$$d_{yy} = \frac{48b}{I^3} \left(\frac{a}{L}\right) \quad (77)$$

### 3.2.7.2- Modelo com base na teoria de vigas de Euler-Bernoulli e na proposta de Timoshenko para tratamento de vigas compostas de materiais diferentes em sua seção submetidas à flexão

Analisando um corpo de prova submetido à flexão em três pontos, voltando à equação de vigas biapoias, com aplicação de força no centro da viga em flexão, tem-se:

$$a = (F L^3) / (48 E I) \quad (78)$$

onde:  $a$  é a amplitude de deformação no centro da viga;  $F$  a força aplicada no centro da viga para fazê-la fletir;  $L$  o comprimento entre apoios;  $E$  o módulo de elasticidade do material e  $I$ , o momento de inércia da viga.

O momento de inércia da viga, submetida à flexão com linha neutra coincidente com a linha média da espessura da viga, é dado por:

$$I = (b h^3) / 12 \quad (79)$$

onde:  $b$  é a largura da viga e  $h$  é a espessura.

Quando se ensaiam materiais isotrópicos e compósitos unidirecionais, a seção da viga pode ser considerada homogênea e a linha neutra coincide com a linha média da espessura, Portanto, o método fornece valores de módulo de tração e flexão numericamente iguais e estes se confundem, podendo ser usados indistintamente. Com compósitos nos quais existam camadas multidirecionais, nem sempre a linha neutra coincide com a linha média e, conseqüentemente, o momento de inércia da viga não é o mostrado nas equações (78) e (79).

Para obter o momento de inércia correto é necessário conhecer a posição da linha neutra. Baseando-se na teoria de flexão simples em três pontos de vigas biapoiadas para materiais isotrópicos, considerando-se que a linha neutra passa pelo centro de massa (CM).

Partindo-se da idéia de que as camadas com reforço em direções diferentes da direção longitudinal da viga contribuem com menor rigidez para a flexão do que as com reforço na longitudinal. A primeira idéia foi desconsiderar as camadas com orientação diferente da longitudinal. Essa suposição provocou o deslocamento máximo da linha neutra, diminuiu excessivamente o momento de inércia e superavaliou o módulo. Portanto, confirmou-se que a contribuição dessas camadas é menor do que a das camadas longitudinais, mas não pode ser desprezada. O modelo deveria levar em conta, de alguma forma, a contribuição de cada camada para a resistência à deformação em flexão. Como quando se muda a direção de reforço, muda-se fundamentalmente o módulo da camada em relação ao das camadas que estão na direção longitudinal da viga, no cálculo do momento de inércia deve-se levar em conta o módulo de cada camada na direção longitudinal da viga, posição no empilhamento e espessura de cada camada no laminado.

No sentido de resolver este problema, Timoshenko [12] propõe que quando se tem uma

viga composta de dois materiais diferentes em sua seção, para se calcular a linha neutra, e o momento de inércia, pode-se reduzir os dois materiais a um deles, modificando a seção do outro. Assim as larguras serão proporcionais aos respectivos módulos, mantendo a altura inicial, de forma que a altura do conjunto não se altere e se mantenha a simetria.

Assim, pode-se buscar a largura equivalente (equação 80) de um deles para que tenha o mesmo comportamento do outro, tornando-se homogêneo e possibilitando a determinação da linha neutra e do momento de inércia da viga, como pode ser visto na figura 3.12:

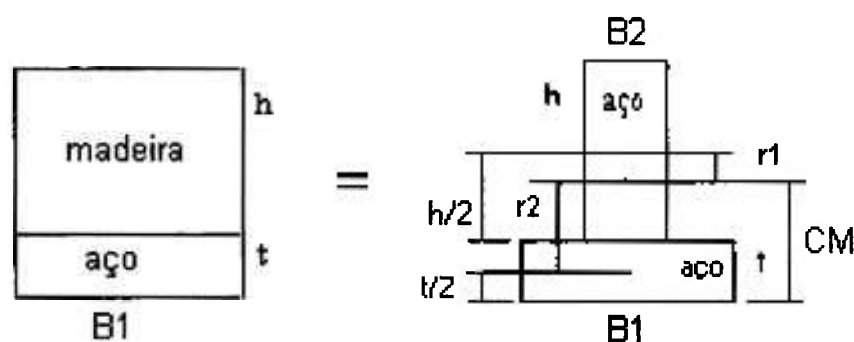
$$B2 = B1 \cdot E2 / E1 \quad (80)$$

onde: B2 – nova largura do material 2 em material 1, para que tenha o comportamento do material 2;

B1 – largura do material 1 (por exemplo aço);

E2 – módulo de elasticidade do material 2 (por exemplo madeira);

E1 – módulo de elasticidade do material 1



**Figura 3.12.** Modelo de equivalência de geometria para reduzir a seção de uma viga de dois materiais para um material.

Calcula-se, então, o novo centro de massa da seção equivalente, como se fosse um único material, por onde deve passar a linha neutra ou elástica. Obtida a nova linha neutra, pode-se calcular o momento de inércia do laminado corrigido, utilizando-se o teorema de Steiner [ 12 ]:

$$I_{LNg} = I_{LN1} + A_1 r_1^2 + I_{LN2} + A_2 r_2^2 \quad (81)$$

onde:  $I_{LNg}$  é o momento de inércia da seção da viga dos dois materiais, agora modificada para o material 1 equivalente, com relação ao centro de gravidade do sistema global equivalente;  $I_{LN1}$  o momento de inércia da seção do material 1, com relação ao centro de gravidade local do

material 1;  $A_1$  a área da seção do material 1 original;  $r_1$  a distância entre o centro de massa local da seção do material 1 até o centro de massa global, da seção equivalente à dos dois materiais, em material 1;  $I_{LN2}$  o momento de inércia da seção do material 2, na nova largura equivalente de material 1, com relação ao centro de massa local do material 1 equivalente;  $r_2$  é a distância entre o centro de massa local da seção equivalente de material 1, que substituiu o material 2, até o centro de massa global, da seção equivalente à dos dois materiais, em material 1.

Para testar o modelo foram construídas duas vigas:

- uma viga composta de dois materiais, alumínio e resina epóxi, em tamanho compatível a ser testado no DMA;
- outra viga apenas de alumínio com a seção modificada de modo a ser equivalente à viga composta, conforme a relação da equação (80);

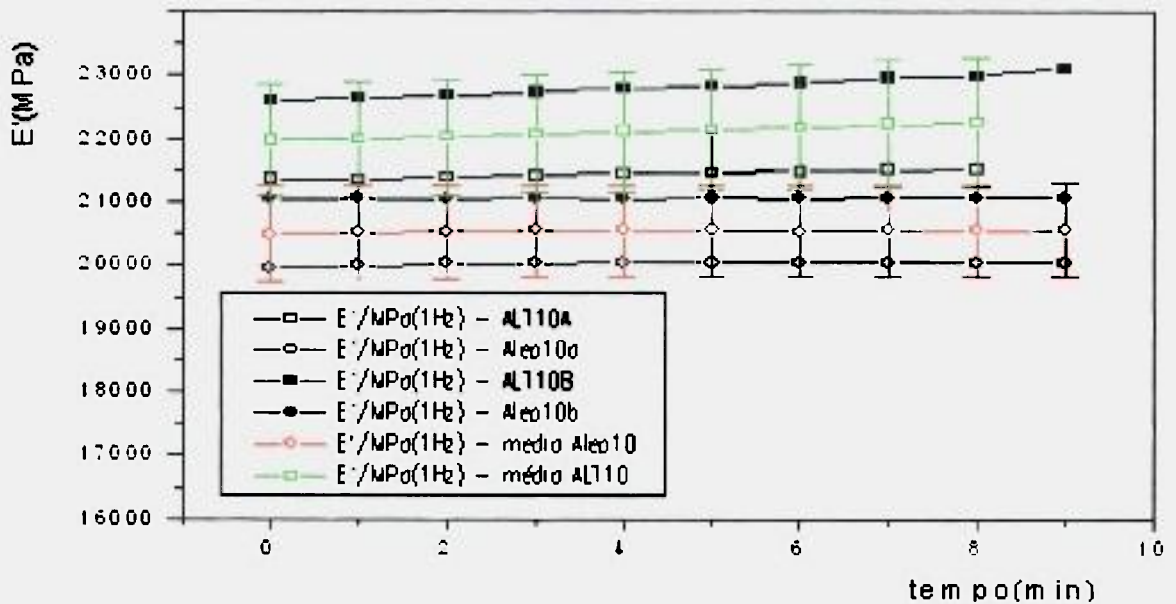
Ensaíram-se no DMA as duas vigas e encontrou-se uma diferença de 7%. Porém, dadas as dimensões da viga usada, cometeu-se erro geométrico de construção na largura da viga de alumínio, que causou diferença de 3% entre os módulos. Outros problemas também devem ser levados em conta: durante o processo de cura da resina a viga empenou bastante, cerca de 4 mm e, foi necessário desempená-la para manter a seção constante, mas ainda ficou ligeiramente empenada, de 0,2 a 0,4 mm na flecha; a seção equivalente em alumínio, de resina ficou muito estreita e os apoios do DMA chegaram a vincar no ponto de contato.

Considerou-se o resultado promissor, e sugere-se repetir com outros materiais de módulos mais próximos, que resultem em geometria mais favorável.

Na figura 3.13 estão apresentados, para comparação, os gráficos dos ensaios de duas vigas. ALT10 refere-se à viga com formato T, em alumínio, e Alep10 à viga composta por dois materiais, alumínio e resina epóxi.

Supondo que se este equacionamento vale para dois materiais, vale para mais de dois, e cada camada do compósito laminado seja de um material diferente, ou pelo menos com módulo diferente, pode-se calcular o CM do compósito, por onde passa a linha neutra ou elástica, e o momento de inércia corrigido para este CM; dado por:

$$I_{LNg} = \sum_{i=1}^n ( I_{LNlocal (i)} + A_{(i)} \cdot r_{(i)}^2 ) \quad (82)$$



**Figura 3.13** Gráfico comparativo da medida de módulo de armazenamento feita no DMA, usando o modelo de redução de dois materiais para um, alterando a geometria conforme modelo proposto por Timoshenko. ALT é o CP de alumínio com seção em T equivalente, 10A e 10B referem-se a diferentes medidas realizadas. Alep é o CP composto de alumínio/ epóxi, com seção retangular, 10a e 10b referem-se a diferentes medidas realizadas.

O DMA calcula o módulo,  $E$ , supondo que o material é isotrópico, de modo que a linha neutra permaneça na metade da espessura. Chamando este módulo  $E_{iso}$  e o módulo do laminado composto  $E_{compos}$ , pode-se rescrever a equação de flecha como:

$$E_{iso} I_{iso} = F L^3 / 48 a \quad e \quad E_{compos} I_{compos} = F L^3 / 48 a \quad (83)$$

Como o comprimento “L” é fixo e igual em ambos os casos, a força “F” e a flecha “a” são os valores medidos pelo DMA, e iguais em ambos os casos, pode-se escrever que :

$$E_{compos} I_{compos} = E_{iso} I_{iso} \quad (84)$$

Para cada configuração de composto laminado assimétrico, a fim de obter apenas flexão simples, é necessário que a cada orientação diferente de 0 e 90 graus, se tenha uma com mesma

orientação, mas disposta simetricamente à anterior, isto é, se tivermos uma orientação a 30 graus, deveremos ter uma outra adjacente a -30 graus, ou seja, compósitos balanceados.

Nas aplicações normais para vasos de pressão em compósitos laminados, já se toma este cuidado, ou trançando-se + e - na mesma camada com o auxílio de domos ou em camadas adjacentes, com o auxílio de pinos, ou seja, compósitos balanceados.

### **3.3 - Propriedades mecanodinâmicas**

Os compósitos de matriz polimérica termofixa têm como característica o fato de o polímero termofixo ser um material completamente amorfo (não possui ponto de fusão, não tem estrutura cristalina, os termoplásticos são parcialmente amorfos) e suas propriedades mecânicas podem ser explicadas pela teoria dos materiais viscoelásticos. Portanto, definem-se como propriedades mecanodinâmicas, as propriedades mecânicas obtidas segundo a teoria de materiais viscoelásticos, quando o material está submetido a carga dinâmica.

Alguns materiais não apresentam estrutura cristalina no estado “sólido”, como os polímeros termofixos, que são amorfos [15], e possuem dependendo da temperatura:

- região vítrea, na qual o polímero tem comportamento bastante próximo dos materiais elásticos;
- região borrachosa, na qual o polímero tem comportamento borrachoso e se aplica a teoria da viscoelasticidade;
- região de escoamento viscoso, na qual o polímero tem perda gradual da recuperação elástica. Aumentando-se ainda mais a temperatura, o polímero começa a degradar-se (as ligações entre os átomos das macromoléculas começam a quebrar-se), situação que não faz parte do presente estudo.

#### **3.3.1. - Temperatura de transição vítrea e módulo complexo**

##### *Temperatura de transição vítrea*

A temperatura na qual ocorre a mudança do estado vítreo para o borrachoso é definida como temperatura de transição vítrea, que é um parâmetro muito importante dos polímeros e, no caso de compósitos com matriz polimérica, deve ser conhecida a cada aplicação. Existem outras definições de temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ), assim Cowie [13] define temperatura de

transição vítrea como a temperatura na qual a molécula amolece devido a movimentos intramoleculares, ou ainda, como a temperatura na qual o coeficiente de expansão térmica sofre uma descontinuidade. Os principais fatores que afetam a temperatura de transição vítrea são:

- Rigidez da cadeia principal do polímero: quanto maior a rigidez, maior a Tg;
- Tipo e tamanho dos grupamentos funcionais do polímero: quando o grupamento é curto e linear, a Tg diminui; mais de dois grupamentos, tendendo à simetria, a Tg também diminui;
- Efeito da polaridade: quando ocorrem interações iônicas entre grupamentos funcionais, a rotação desses grupamentos na macromolécula do polímero é impedida e a Tg aumenta;
- Efeito da reticulação: quando aumenta o número de ligações cruzadas, na macromolécula, a Tg aumenta;
- Efeito de copolimerização: a temperatura de transição vítrea de um polímero, AB, formado pela copolimerização de dois polímeros A e B é dada por:

- Para copolímeros estatísticos e alternados:

$$(T_{gAB} - T_{gA}) \cdot x_A + (T_{gAB} - T_{gB}) \cdot x_B = 0 \quad (85)$$

onde:  $x_A$  é a fração de massa do polímero A;  $x_B$  a fração de massa do polímero B.

- Para copolímeros em bloco, haverá duas temperaturas de transição vítrea, as temperaturas de transição de cada polímero.

- Efeito de blenda: nas blendas imiscíveis, cada fase da blenda terá a sua própria Tg;
- Efeito dos aditivos: aumento do volume livre e, portanto, a Tg diminui, para aditivos plastificantes, pouco voláteis, compatíveis;
- Efeito da cristalinidade: a Tg depende da cristalinidade do polímero e é aplicada apenas a termoplásticos, como regra prática para termoplásticos, a razão entre Tg/Tf é de 1/2 a 2/3, onde Tf é a temperatura de fusão;
- Efeito da pressão: com o aumento da pressão, o volume livre dos átomos na macromolécula diminui, e a Tg aumenta;
- Efeito do grau de polimerização: é um dos mais importantes efeitos para a transição vítrea; quanto maior o grau de polimerização, maior a Tg, portanto, a Tg pode ser usada como indicador do grau de polimerização ou do quanto o polímero termofixo está curado em relação ao máximo de 100%.

As técnicas de medição de Tg podem ser divididas em dois grupos, as estáticas e as dinâmicas:

- Nas estáticas, usam-se as mudanças de propriedade em função da temperatura, como a densidade e a capacidade calorífica. A medida é feita lentamente, sendo que os métodos estáticos são considerados mais precisos que os dinâmicos;
- Nas dinâmicas, ocorre uma mudança rápida do valor da propriedade. Isto é indicativo da região de transição vítrea. Porém, essa região de transição vítrea é dependente da frequência da força aplicada. A cada aumento na frequência da ordem de grandeza de dez, observa-se um aumento médio de 5 a 7 graus Kelvin na temperatura de transição vítrea.

As grandezas estáticas e dinâmicas mais comuns usadas para medição da Tg são: volume específico ( $V_{sp}$ ); índice de refração ( $n$ ); módulo de elasticidade ( $E$ ); capacidade calorífica ( $C_p$ ); e pico de absorção de energia ou tangente delta ( $\tan\delta$ ).

As temperaturas de transição vítrea medidas pelos diversos métodos não terão o mesmo valor. Muitos autores, como Cassel e Twombly [14], alegam que isso se deve à complexidade dos fenômenos térmicos e mecânicos que ocorrem na zona ou região de transição vítrea. Daí, a importância de se conhecer os pontos onde se inicia e termina essa região de transição.

### *Módulo complexo*

Para as medidas das propriedades mecanodinâmicas em materiais poliméricos viscoelásticos, usa-se a combinação da teoria da elasticidade e viscosidade como segue.

- Teoria da Elasticidade, módulo de Young ( $E$ ) e Lei de Hooke,

$$\sigma = E \varepsilon \quad (86)$$

$$\varepsilon = (L - L_0) / L_0 \quad (87)$$

$$\sigma = F / A \quad (88)$$

onde:  $F$  é a força aplicada num corpo, por exemplo, uma barra de seção  $A$ ;  $\varepsilon$  a variação percentual de deformação, em relação ao comprimento inicial ( $L_0$ ), quando se aplica a força  $F$ .

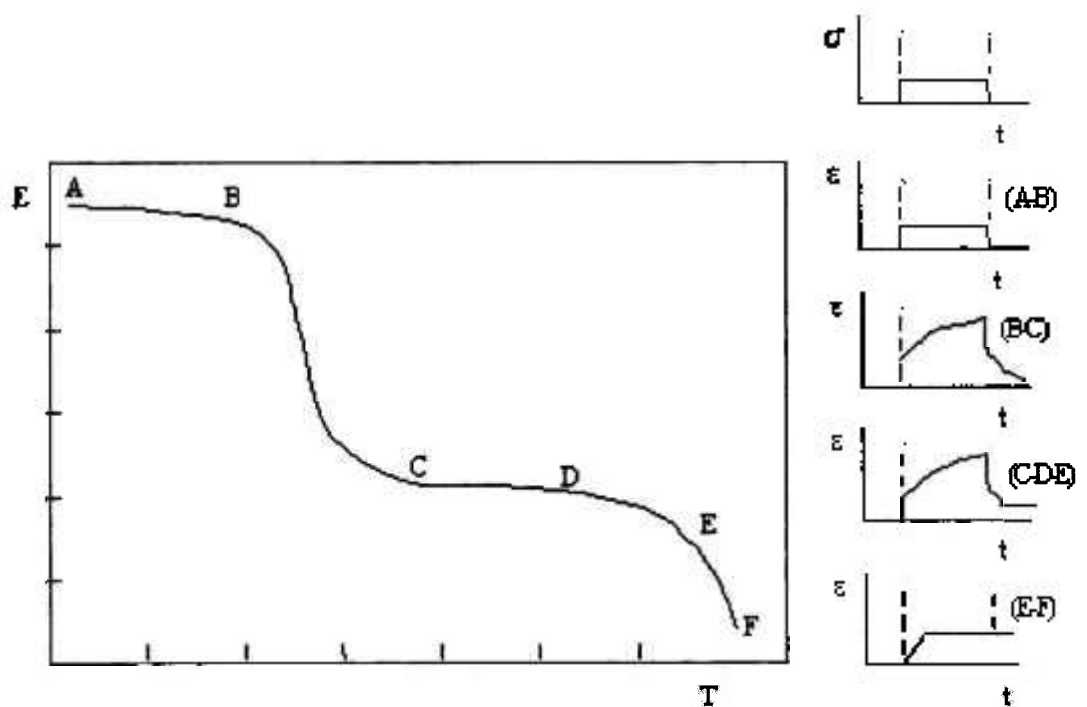
- Teoria da Viscosidade ( $\eta$ ) de Newton

$$\sigma = \eta \, d\gamma/dt \quad (89)$$

$$\gamma = \Delta x / h \quad (90)$$

onde:  $h$  é altura do material viscoso;  $\Delta x$  a variação de deslocamento na direção perpendicular a  $h$ .

Os dois casos são extremos para materiais perfeitamente elásticos ou viscosos, e podem ser representados por uma mola para o elástico e um amortecedor para o viscoso. Os materiais reais que são intermediários a esses casos, podem ser chamados viscoelásticos. Esses materiais podem ser representados por modelo de tensão-deformação, composto pelos elementos acima mencionados, e podem ter duas composições para representar o caso viscoelástico linear, ou seja, uma mola e um amortecedor em série (modelo de Maxwell) e uma mola e um amortecedor em paralelo (modelo de Voigt/Kelvin) em relação à aplicação da carga. A viscosidade linear é um caso particular, na qual as deformações devidas à elasticidade e as devidas à viscosidade podem ser somadas independentemente, não havendo interação entre elas.



**Figura 3.14.** Comportamento mecânico de um material viscoelástico linear típico versus temperatura, quando submetido à aplicação de uma tensão (instante  $x$ ) e à retirada da tensão (instante  $y$ ).

Na aplicação de uma tensão constante, do instante “ $x$ ” ao instante “ $y$ ”, a um material viscoelástico, observado em função do tempo, têm-se as curvas de deformação  $\times$  tempo, como a mostrada na figura 3.14, na qual:

- trecho AB é a resposta típica e predominantemente elástica;
- trecho BC é a região de fluência do material ou de relaxação sob tensão;

- trecho CD é a região de fluxo viscoso irrecuperável;
- trecho DE corresponde à relaxação parcial após a retirada da tensão, o restante transforma-se em deformação permanente;
- A partir de E, a deformação remanescente não mais será recuperada e corresponde à deformação adquirida durante o fluxo viscoso.

A matriz do compósito em estudo neste trabalho é um epóxi termofixo, que após o trecho F começa a se degradar, deixando de ser de interesse para o presente estudo.

Estes fenômenos de fluência, relaxação e fluxo viscoso explicam o atraso entre a aplicação de uma tensão e o momento em que o corpo sente a tensão aplicada e a diminuição desta tensão com o tempo. Se um material é submetido a uma solitação oscilatória com uma frequência ( $\omega$ ), ocorre uma seqüência de curvas como a mostrada na figura 4.1 e tem-se uma resposta dinâmica do material; a defasagem entre a solitação e a resposta é uma medida da viscoelasticidade. Assim, a tensão ( $\sigma$ ) e a deformação ( $\varepsilon$ ) sentidas pelo corpo é, conforme Nowick e Berry [16]:

$$\sigma = \sigma_0 e^{i\omega t} = \sigma_0 \cdot [\cos \omega t + i \cdot \text{sen } \omega t] \quad (91)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \delta)} = \varepsilon_0 \cdot [\cos(\omega t - \delta) + i \cdot \text{sen}(\omega t - \delta)] \quad (92)$$

Reescrevendo em termos de módulo (E), já que por definição  $E = \sigma/\varepsilon$ :

$$E^* = E' \cos(\delta) + i E'' \text{sen}(\delta) \quad (93)$$

onde:  $E^*$  é chamado módulo complexo;  $E'$  chamado módulo de armazenamento, pois armazena a energia fornecida com a tensão aplicada e a devolve quando se retira a tensão (este módulo coincide com o módulo de elasticidade na região vítrea);  $E''$  chamado módulo de perda, pois a energia fornecida pela tensão aplicada não é devolvida quando se retira a tensão.

“ $\delta$ ” é a defasagem entre a aplicação da tensão e a deformação.

O amortecimento do sistema, ou energia perdida por ciclo, pode ser medida pela tangente delta ( $\tan\delta$ ), ou conhecida também como medida do atrito interno. A  $\tan\delta$  pode ser relacionada com os módulos, como segue:

$$\tan \delta = E'' / E' \quad (94)$$

### 3.3.2 Inclusão de carregamentos dinâmicos ao modelo proposto para medição de constantes elásticas para laminados multidirecionais balanceados, com base na teoria dos laminados.

Para aplicar estes conceitos de fluência e relaxação ao modelo proposto, com base na teoria clássica dos laminados, no item 3.2.7.1, já que se pretende aplicar o modelo proposto num ensaio dinâmico, parte-se das equações (67), apenas com o efeito do momento na direção x:

$$k_x = d_{xx} M_x = d_{xx} (M(x)/b)$$

Sabendo que:

$$M_x = M_o e^{i\omega t} = M_o [\cos \omega t + i \text{sen } \omega t] \quad (95)$$

$$k_x = k_o e^{i(\omega t - \delta)} = k_o [\cos(\omega t - \delta) + i \text{sen}(\omega t - \delta)] \quad (96)$$

Obtém-se:

$$d_{xx}^* = \frac{k_x}{M_x} = \frac{k_o}{M_o} (\cos\delta + i \text{sen}\delta) = d_{xx}' + i d_{xx}'' \quad (97)$$

Substituindo  $k_x$  e  $M_x$  das equações (68) e (72), finalmente, obtém-se:

$$d_{xx}^* = \left( \frac{48b}{L^3} \right) \left( \frac{a_o}{F_o} \right) (\cos\delta + i \text{sen}\delta) = d_{xx}' + i d_{xx}'' \quad (98)$$

onde:  $d_{xx}^*$  pode ser chamado constante elástica complexa a flexão na direção x, quando se aplica um carregamento de flexão na direção x;  $d_{xx}'$  a constante elástica de armazenamento a flexão na direção x;  $d_{xx}''$  a constante elástica de perda a flexão na direção x;  $b$  largura do CP,  $L$  o comprimento em flexão;  $a_o$  amplitude de deslocamento no centro da viga;  $F_o$  a força aplicada no centro da viga;  $\delta$  o atraso entre a força e o respectivo deslocamento.

De maneira análoga à equação (89), pode-se escrever a tangente delta ( $\tan \delta$ ), como mostrada na equação (94):

$$\tan \delta = d_{xx}'' / d_{xx}' \quad (99)$$

Analogamente pode-se obter, para a direção y, as mesmas equações que (98) e (99),

mostradas nas equações (92) e (93):

$$d_{yy}^* = \left( \frac{48b}{L^3} \right) \left( \frac{a_o}{F_o} \right) (\cos \delta + i \operatorname{sen} \delta) = d'_{yy} + i d''_{yy} \quad (100)$$

$$\tan \delta = d''_{yy} / d'_{yy} \quad (101)$$

## 4 – Materiais e Métodos

### 4.1 – Obtenção do material

Neste trabalho, foram avaliados materiais compósitos com matriz polimérica de epóxi, reforçada com fibras longas de carbono ou de poliaramida. Obtiveram-se laminados unidirecionais e multidirecionais (simétricos e assimétricos), com fração volumétrica de fibra semelhante, porém, com diferentes processos de cura. Foram fabricados pelo processo de bobinamento de filamentos ou “filament winding”, nove cilindros facetados (4 unidirecionais e 5 multidirecionais, sendo 2 assimétricos e 3 simétricos) descrito no anexo A. Na tabela 4.1 são mostradas as denominações e as variáveis de cada processo para cada compósito produzido.

**Tabela 4.1.** Especificação dos materiais compósitos com matriz polimérica produzidos.

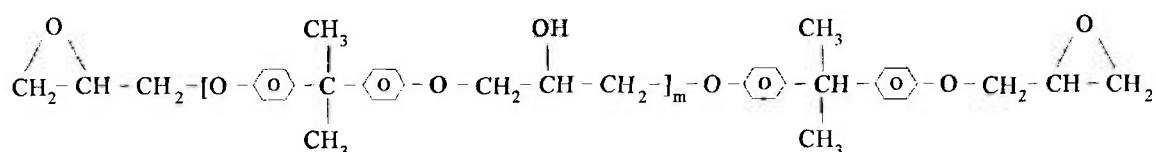
MATERIAL	CICLO CURA	DENOMINAÇÃO
Fibra carbono/resina epóxi EPCF Unidirecional	Abreviado (60 a 130 ° C, por 11 horas)	EPCF3
Fibra carbono/resina epóxi EPCF Unidirecional	Com pós-cura (60 a 150 °C, por 13 horas)	EPCF4
Fibra carbono/resina epóxi EPCF Unidirecional	Com pós-cura (60 a 150 °C, por 16 horas)	EPCF9
Fibra poliaramida/resina epóxi EPK Unidirecional	Com pós-cura (60 a 150 °C, por 16 horas)	EPK1
Fibra carbono/resina epóxi EPC Multidirecional assimétrica [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]	Abreviado (60 a 130 ° C, por 11 horas)	EPC2
Fibra carbono/resina epóxi EPC Multidirecional assimétrica [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]	Com pós-cura (60 a 150 °C, por 16 horas)	EPC3
Fibra carbono/resina epóxi EPC Multidirecional simétrica [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]	Com pós-cura (60 a 150 °C, por 16 horas)	EPC4
Fibra carbono/resina epóxi EPC Multidirecional simétrica [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]	Abreviado (60 a 130 ° C, por 11 horas)	EPC5
Fibra poliaramida/resina epóxi EPK Multidirecional simétrica [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]	Com pós-cura (60 a 150 °C, por 16 horas)	EPK2

#### 4.1.1 – Materiais

Na obtenção do material para a pesquisa foi usada como matriz uma resina epóxi comercial bicomponente: resina DER331 (comumente chamada diglicidil eter de bisfenol A – DGEBA) da empresa Dow Química [17], endurecedor HY905 (comumente chamado anidrido de ácido orgânico), e um catalisador da reação, acelerador DY062 (Benzil dimetil amina) ambos da empresa Cyba Geigy. As proporções em massa de resina / endurecedor / acelerador

são respectivamente 100/100/0,5.

A estrutura química da resina é:



na qual: “m” pode variar de 0 a 0,2 de resinas líquidas como esta, ou seja, apenas 20% das moléculas têm o trecho entre colchetes.

No reforço usou-se fibra de carbono e de poliaramida comercial: T300 6K da empresa Thornel [18] e Kevlar 49 - 768 filamentos [19]. Nas tabelas 4.2 e 4.3 estão apresentadas as principais características, fornecidas pelos fabricantes, de cada fibra e da resina, respectivamente.

**Tabela 4.2.** Propriedades das fibras de carbono usadas na obtenção do compósito.

PROPRIEDADES DAS FIBRAS	T300 6K*	KEVLAR 49 - 768*
Tensão de ruptura (GPa)	3,65	3,6
Módulo de elasticidade (GPa)	231	112,4
Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	1,76	1,44
Diâmetro do filamento (µm)	7	12
Número de filamentos	6000	768
Alongamento até a ruptura (%)	1,4	2,4
Recuperação elástica (%)	100	...
Área da superfície (m <sup>2</sup> / g)	0,45	...

... Não disponível.

\* O fabricante da fibra de carbono não deu detalhes sobre as coberturas ou “sizing” que sua fibra possui, apenas informou que são compatíveis com a resina líquida utilizada para obter o compósito. O fabricante da fibra de poliaramida informou que a fibra não possui qualquer cobertura.

**Tabela 4.3** Propriedades do polímero termofixo usado na obtenção do material compósito.

<b>PROPRIEDADES DA MATRIZ</b>	<b>RESINA BICOMPONENTE</b>
Tensão de ruptura à tração	40 a 50 MPa
Tensão de ruptura à compressão	140 a 160 MPa
Massa específica	1,22 a 1,24 g/cm <sup>3</sup>
Módulo de elasticidade	4,3 a 4,6 GPa
Temperatura de decomposição	330 a 350 °C
Absorção de água em % de peso em barra de 60x10x4 mm <sup>3</sup> e 3 g	10 dias a 20 °C – 0,15 a 0,20 % 1 hora a 100 °C – 0,25 a 0,30 %
Coefficiente de dilatação térmica linear	60 x 10 <sup>-6</sup> mm/mm °C

#### 4.1.2 – Procedimentos para obtenção dos compósitos

No levantamento inicial das etapas para execução do processo de obtenção do compósito para os ensaios desejados, verificou-se a necessidade da confecção de um dispositivo tipo mandril ou molde para se produzir corpos-de-prova planos. Para tanto, foi projetado um mandril, de perfil cilíndrico normal, apresentando trechos cilíndricos e 5 faces planas. Para as camadas com direção diferente da circunferencial, foram construídos dois anéis pinados, para serem colocados nas laterais do mandril, como pode ser visto na figura 4.1.



**Figura 4.1** Mandril cilíndrico com cinco faces planas e anéis pinados, fabricado para servir de molde no bobinamento uni e multidirecional.

No processo normal de obtenção de superfícies planas, usam-se “vacuum bags”, ou seja, bolsas de celofane vedadas entre o celofane e a superfície do compósito. Isto é feito de modo que, ao obter-se vácuo entre estas superfícies, ocorra uma compactação do compósito, garantindo uma fração volumétrica de fibra adequada. Este processo é bastante complexo, pois exige celofanes especiais, vedações adequadas, bombas de vácuo e conexões para se conseguir o vácuo adequado ( $10^{-2}$  mbar). Substituiu-se tudo isso por um anel externo e cinco placas planas de alumínio, do mesmo material do mandril, que são posicionadas de modo a garantir a constância da espessura das camadas e, conseqüentemente, fazendo com que a fração volumétrica ficasse dentro de valores esperados. Além disso, o anel permitiu que o excesso de resina, porventura existente, pudesse sair pela lateral da placa. A figura 4.2 exemplifica o mandril montado com estas placas planas e um anel externo de contenção. No anexo A está mostrada a seqüência de bobinamento, com as camadas circunferenciais e helicoidais.



**Figura 4.2** Mandril montado com placas planas e anel de contenção externo para garantir a compactação do compósito nas regiões planas.

A bobinadeira utilizada possui 3 eixos comandados numericamente por computador (CNC): eixo Z, paralelo ao eixo de simetria do mandril; eixo C, que controla o ângulo de rotação do mandril e o eixo X, perpendicular a Z, que comanda a altura do olhal por onde passa a fibra embebida em resina antes de ser posicionada sobre o mandril. Na Figura 4.3 é dada uma visão geral da bobinadeira Metalmatic usada neste trabalho.

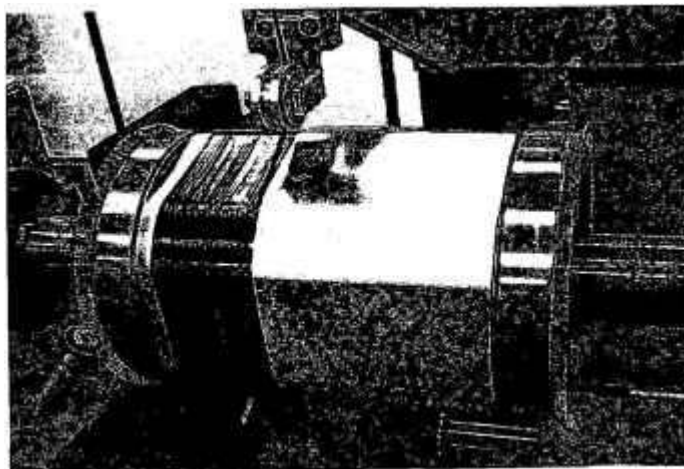


**Figura 4.3** Máquina de bobinar a comando numérico computadorizado – 3 eixos.

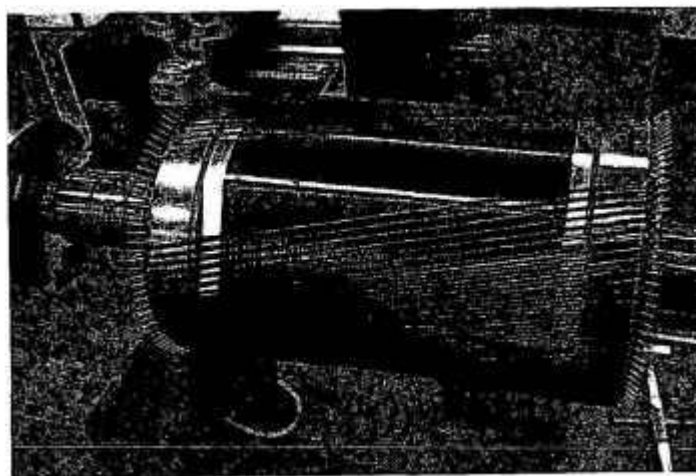
Foram elaborados programas de comando numérico, para gerar o bobinamento circunferencial (conhecido como “hoop”) e os bobinamentos chamados helicoidais, que podem ser vistos no anexo C. Estes programas têm como funções principais:

- posicionar as fibras, permitindo uma distribuição uniforme da fibra de carbono no compósito, não deixando regiões ricas em resina ou vice versa;
- uniformizar a velocidade de bobinamento, permitindo que a fibra seja adequadamente molhada pela resina.

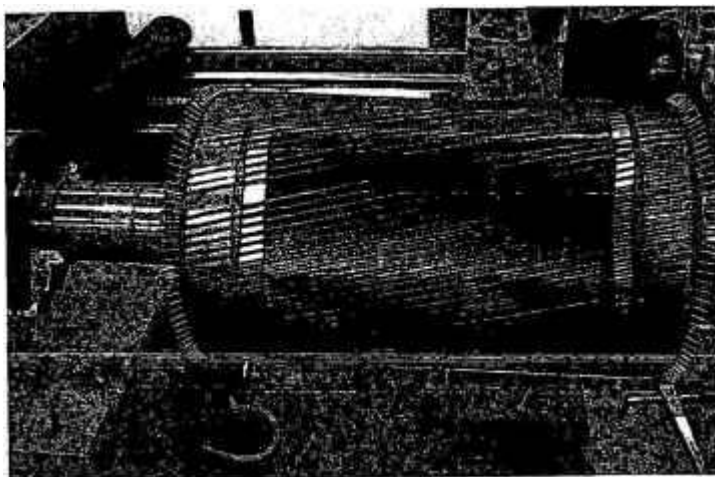
A superfície do mandril para o bobinamento foi polida, ficando com rugosidade melhor que 0,2 microns Ra. Em seguida foi passado um desmoldante aquoso à base de cera de carnaúba e polímero politetrafluoretileno (PTFE ou “teflon”). O mandril foi montado na bobinadeira e programado o sistema de aquecimento do mesmo para a temperatura de 60 °C. Imediatamente antes do início do bobinamento, foi preparada a resina, com endurecedor e acelerador, e feita uma homogeneização por agitação em placa aquecida; depois foi deixada em descanso, até que as bolhas saíssem naturalmente. A partir do instante em que se mistura a resina ao acelerador, tem-se de duas a três horas para bobinar o componente, antes que se inicie o processo de cura. A resina misturada é então colocada na cuba da bobinadeira. Faz-se a fibra passar por essa cuba e ficar embebida pela resina, antes de chegar ao mandril. Nas figuras 4.4 a 4.9 são exemplificados o início de bobinagem e a bobinagem de camadas circunferenciais e helicoidais, para os compósitos multidirecionais, e, para os compósitos unidirecionais, apenas camadas circunferenciais.



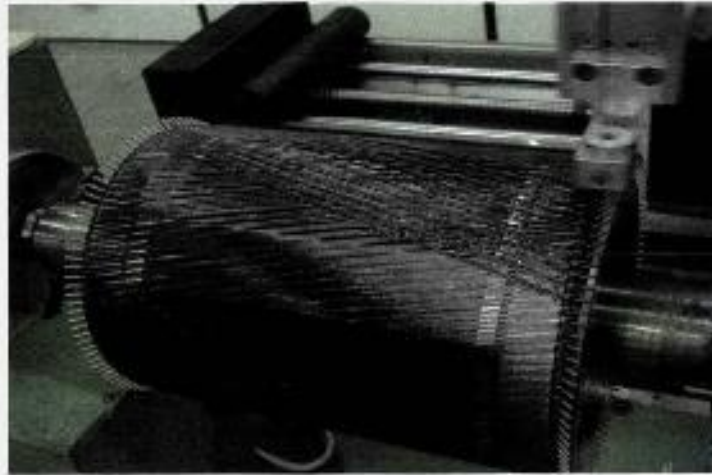
**Figura 4.4** Início da bobinagem da fibra sobre o mandril.



**Figura 4.5** Início de bobinagem da camada helicoidal, com ângulo  $\theta$ , sobre camada circunferencial.



**Figura 4.6** Término de bobinagem das camada helicoidal, com ângulo  $\theta$ .



**Figura 4.7** Início de bobinagem da camada helicoidal, com ângulo  $-\theta$ , sobre a camada helicoidal com ângulo  $-\theta$ .



**Figura 4.8.** Início de bobinagem da camada circunferencial sobre as camadas helicoidais.



**Figura 4.9.** Término de bobinagem da última camada circunferencial, com os excessos de fibra das camadas helicoidais já cortadas.

Após a bobinagem de todas as camadas desejadas, foi retirado o excesso de resina com

auxílio de um raspador. Na Figura 4.10 está mostrada a raspagem do excesso de resina, que é retirado da superfície de bobinagem. Em seguida, foram montados o dispositivo de placas de alumínio e o anel de contenção.



**Figura 4.10** Retirada do excesso de resina por meio de raspagem.

Após a fixação das placas, vide figura 4.2, foi retirado da bobinadeira o mandril com a peça bobinada. Em seguida foi colocado o mandril com a peça bobinada numa estufa para que se iniciasse o ciclo de cura. Esta estufa possui um bom controle de tempo e temperatura, bem como controle de velocidade de aquecimento e resfriamento. Os três ciclos de cura utilizados são mostrados na figura 4.12. Os ciclos de cura diferenciam-se basicamente pela introdução de uma pós-cura, que eleva o tempo total de estufa desse segundo ciclo a mais de 26 horas e num terceiro ciclo de cura, com pós-cura e resfriamento intermediário que aumenta o tempo total para 37 horas. Após cada ciclo de cura a peça foi retirada do mandril obtendo-se um cilindro como o mostrado na figura 4.14.

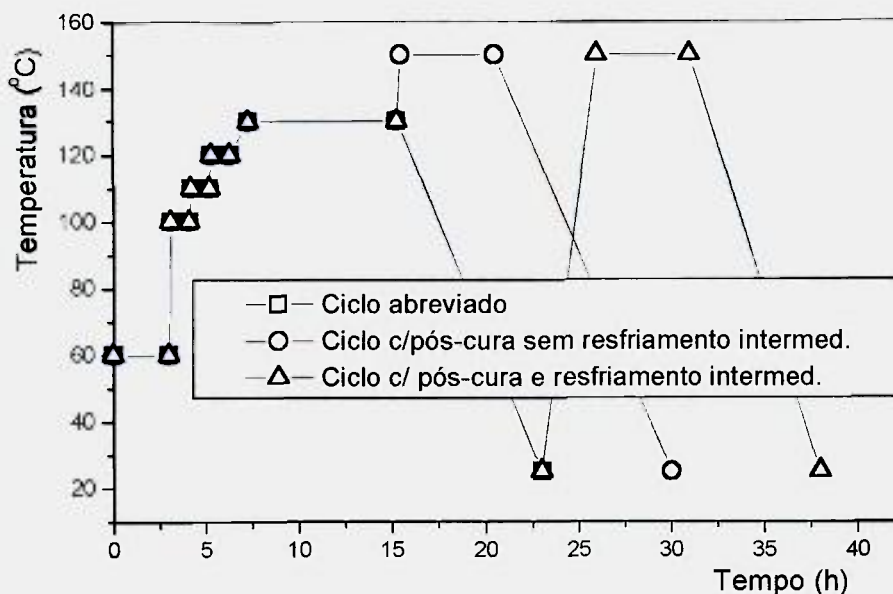


Figura 4.12 Ciclos de cura usados na obtenção dos materiais compósitos.

#### 4.1.3 - Obtenção de Corpos-de-prova

Para a obtenção dos corpos-de-prova (CP's), inicialmente as partes planas de compósito foram retiradas com o auxílio de uma serra manual. Teve-se o cuidado de não produzir delaminação do compósito durante o corte, que deve ser feito nas regiões cilíndricas, para manter a aresta entre o plano e o cilindro intacta. Esta aresta foi usada como referência da orientação de fibras durante o corte dos CP's, tanto para CP's com fibra na direção longitudinal como transversal, como é indicado na figura 4.13.

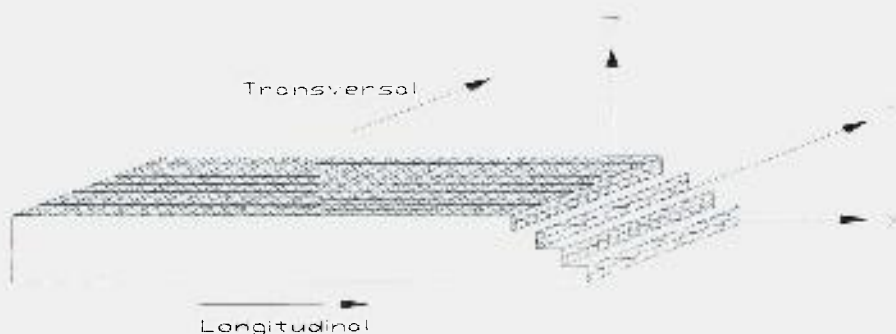
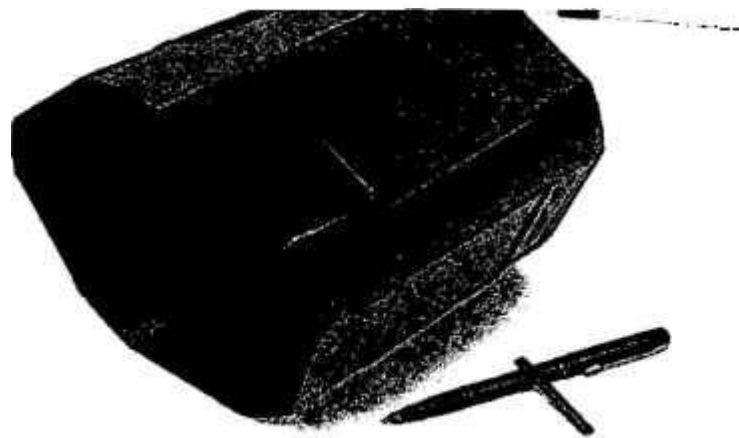


Figura 4.13. Convenção para retirada de corpo-de-prova longitudinal, quando a fibra é paralela ao comprimento do CP na direção x, e transversal, quando o comprimento do CP está na direção y.

Para o ensaio de DMA, desejou-se obter amostras em forma de viga de comprimento

aproximado de 50 mm, largura de 4 a 6 mm e espessura de acordo com a espessura do compósito produzido de 0,75 até 1,60 mm. Usando-se um traçador de alturas, com acuracidade de 0,01 mm, traçaram-se retas paralelas e perpendiculares à aresta citada acima, para servirem de referência no posicionamento das placas para corte dos CPs por meio de uma serra com disco de carboneto de silício. Esta serra tinha a espessura de 1 mm e diâmetro de 150 mm, com velocidade de 2700 rpm. Na figura 4.14 é também mostrado o CP já cortado e pronto para ensaio.



**Figura 4.14** Compósito moldado e curado. Em cima da caneta encontra-se um corpo-de-prova cortado ( $1,5 \times 6,0 \times 50 \text{ mm}^3$ ) para análise em DMA.

Identificaram-se os CP's conforme indicado na tabela 4.1. Para identificar as diversas configurações de compósito unidirecionais usaram-se EPCF3, 4, 9 (para fibra de carbono), EPK1 (para fibra de poliaramida). Para os compósitos multidirecionais utilizaram-se EPC2, 3, 4, 5 (para fibra de carbono) e EPK2 (para fibra de poliaramida). Na identificação dos compósitos, foi adicionado o algarismo “9”, para CPs com a fibra na direção longitudinal e “0”, para CPs com a fibra na direção transversal. Os outros dois caracteres, um numérico e outro alfabético, foram usados para identificar o seqüencial de medida, exemplo EPCF49***1b***. Esta nomenclatura já foi utilizada na minha dissertação de mestrado [20].

## 4.2 – Ensaio para caracterização

### 4.2.1 - Caracterização microestrutural

Para a caracterização microestrutural foram preparadas amostras dos compósitos com o comprimento na direção da fibra (5 das 9 camadas) ou na direção transversal à fibra. As amostras não foram embutidas, porém foram recobertas com ouro. A preparação foi complexa,

pois a superfície de análise não podia ter resíduos de resina impregnada do corte. Foram analisadas em microscópio eletrônico de varredura (MEV), modelo Phillips XL30 ou em microscópio óptico.

#### **4.2.2 - Ensaios mecanodinâmicos**

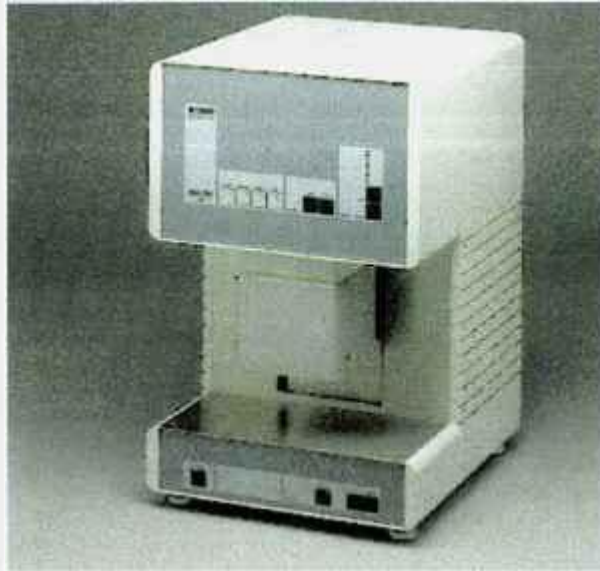
O analisador de propriedades mecanodinâmicas, DMA, é uma das quatro técnicas para obtenção de propriedades térmicas e mecânicas de materiais isotrópicos e compósitos, por meio de análises térmicas. As outras técnicas são calorimetria diferencial de varredura, análise termogravimétrica e análise termomecânica (DSC, TGA e TMA). No DMA é possível determinar quantitativamente as propriedades mecânicas, como módulos complexos, de armazenamento e de perda, e térmicas, como ponto de fusão ou temperatura de transição vítrea. Estas grandezas são obtidas quando se submete o CP a cargas oscilantes, para várias frequências em função do tempo ou da temperatura. O DMA considera os materiais como sendo viscoelásticos. As transformações estruturais, como as vítreas e relaxações secundárias podem ser visualizadas por mudanças consideráveis dos valores, tanto das propriedades mecânicas como térmicas.

Estes ensaios foram realizados com o objetivo de se obterem as propriedades viscoelásticas do compósito, como: módulo de armazenamento; de perda; tangente delta; temperatura de transição vítrea.

Para estes ensaios foram preparados um total de 54 corpos-de-prova, 6 de cada cilindro (EPCF3, EPCF4, EPCF9, EPK1, EPC2, EPC3, EPC4, EPC5 e EPK2) sendo 3 com a fibra na direção longitudinal do CP e 3 na direção transversal.

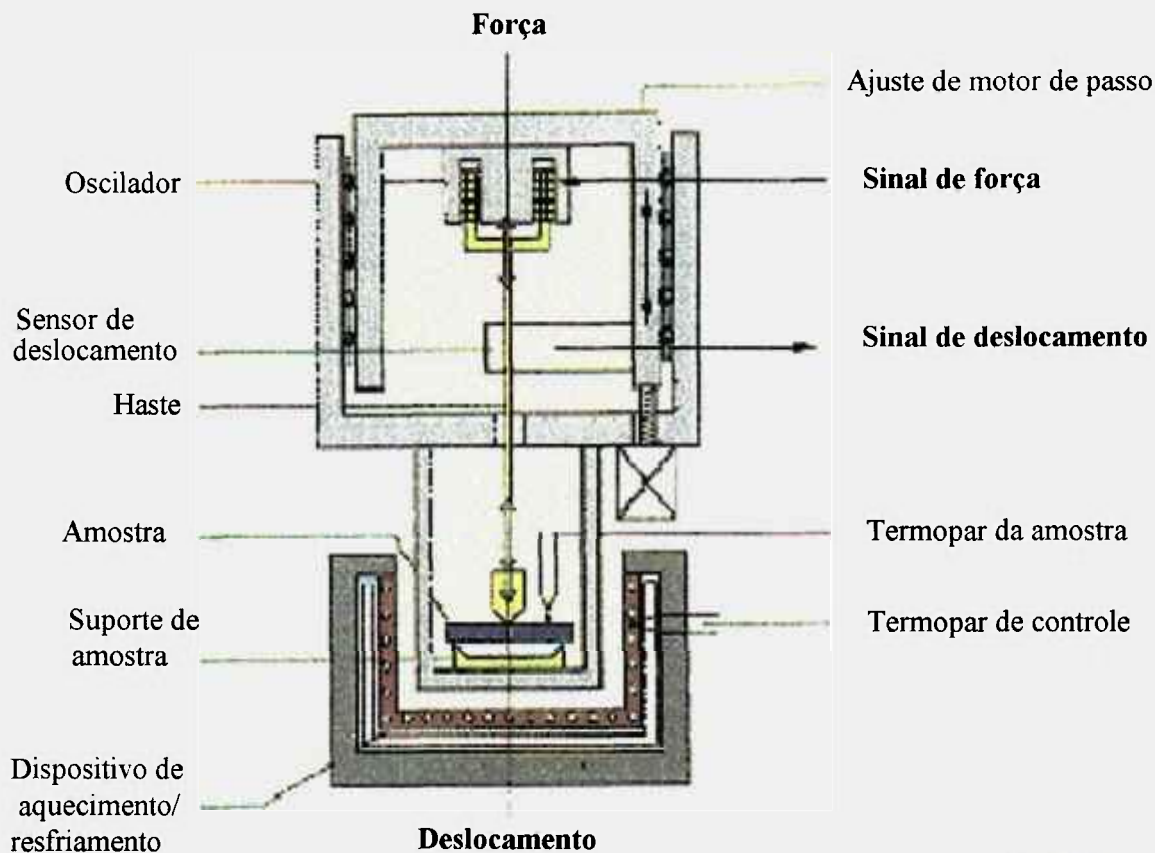
##### **4.2.2.1 Equipamento**

O equipamento utilizado para os ensaios foi um aparelho de análise mecanodinâmico (DMA) fabricado pela empresa Netzsch [21], mostrado na figura 4.15.



**Figura 4.15** Analisador Mecanodinâmico – DMA Netzsch 242[21].

O instrumento consiste de um oscilador instrumentado, que se move em relação ao porta-amostra e usa um motor de passo para determinar a posição da amostra. Na amostra pode ser aplicada uma força estática e uma força dinâmica. A força estática tem por objetivo não permitir o deslocamento livre da amostra quando da aplicação da força dinâmica, que realmente será utilizada para medir as propriedades viscoelásticas. Junto com o oscilador existe um sensor para medir a força e o ângulo de fase da força. Existe também um sensor de deslocamento que mede o deslocamento propriamente dito e a sua defasagem angular em relação à força, cuja comparação, permite obter características como a tangente delta. Na figura 4.16 são mostrados os principais componentes do analisador.



**Figura 4.16** Nomenclatura dos principais componentes do analisador DMA –Netzsch[21].

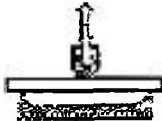
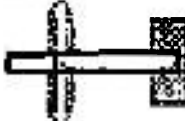
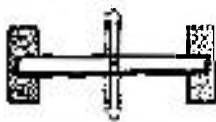
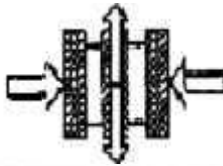

O analisador consiste de um oscilador (frequência discreta na faixa de 0,01 a 100 Hz) que converte sinal elétrico em força, a qual é aplicada à amostra por meio da haste. A posição da haste é registrada pelo transdutor de deslocamento, que mede a amplitude de deslocamento com grande sensibilidade (1 a 240  $\mu\text{m}$  de amplitude), mesmo a altas frequências, sem distorções e defasagem no tempo. Os sinais de força, amplitude e frequência são filtrados por meio de análise de Fourier e acabam produzindo uma relação sinal / ruído, na qual é possível desenvolver valores de tangente delta ( $\tan\delta$ ) de 0,00006, segundo seu fabricante[21]. O forno tem geometria retangular para se adequar à geometria da amostra e garantir um aquecimento ou resfriamento homogêneo (-170 a 600  $^{\circ}\text{C}$ ). A diferença (programado x real) de temperatura do forno é de  $\pm 1$   $^{\circ}\text{C}$ . A temperatura da amostra é medida por um termopar colocado próximo à superfície lateral da amostra.

Para cada tipo de material e faixa de módulo de elasticidade esperado, escolhe-se o tipo de porta-amostra, de modo que a amplitude de deformação fique na faixa de 1 a 240  $\mu\text{m}$  (para este aparelho). A dimensão do corpo-de-prova também é escolhida para esta faixa de amplitude. Na figura 4.17 são mostrados os tipos de porta-amostra disponíveis para este

aparelho.

Outra questão importante neste tipo de ensaio é o tamanho do corpo-de-prova (CP). O comprimento é definido pelo comprimento de flexão, que no caso deve ser maior que 40 mm e menor que a largura do forno de aquecimento, em torno de 60 mm. A espessura e largura merecem mais cuidado. O fabricante do aparelho recomenda usar largura de 4 a 5 vezes a espessura, pois neste caso o comportamento é de viga biapoiada. Isto é muito bom por valerm todas as equações de flexão em vigas apoiadas, para materiais isotrópicos. A espessura deve ser escolhida de forma a permitir uma deformação dentro da faixa de 1 a 240  $\mu\text{m}$ , quando se aplica uma força dinâmica de até 8 N à amostra. Em materiais isotrópicos retirar uma amostra não é difícil. Porém, materiais compósitos ortotrópicos, como laminados, não são cortados na espessura, pois uma seção pode não representar fielmente a seção total do laminado. Mesmo em laminados unidirecionais corre-se o risco de haver fibras cortadas ou quebradas que não contribuiriam adequadamente para as propriedades, como o módulo de armazenamento. Outra particularidade, refere-se a laminados cuja seção não apresente simetria de camadas, ou seja, as camadas não são simétricas em relação à linha média de espessura. Essa assimetria aparece na utilização de materiais diferentes nas camadas (portanto diferentes módulos de elasticidade, quando se utilizam fibras diferentes numa mesma camada); ou por ângulo de aplicação de uma camada para outra; ou ainda por quantidade de camadas ímpares, com ângulos diferentes entre elas. Nestes casos, não é obedecida uma das hipóteses fundamentais das equações de viga apoiada apresentadas na figura 4.17, a que diz que a linha neutra (linha onde não existem tensões de tração ou compressão durante a flexão) passa pela linha média da espessura. Os valores medidos de módulo de elasticidade ou complexo, pelo DMA, são então muito diferentes dos encontrados por outros métodos.

Neste trabalho, com o equipamento disponível e os compósitos ensaiados, não é possível utilizar os demais porta-amostras disponíveis, além do “flexão em três pontos”, conforme mostrado na figura 4.17, pois com a força disponível, ter-se-ia uma amplitude de deslocamento muito pequena para os compósitos ensaiados e o equipamento tem sensibilidade de amplitude maior que um micron.

porta amostra	cálculo do módulo complexo	faixa de aplicação do módulo complexo	nota
flexão em três pontos 	$E^* = \left( \frac{l^3}{4bh^3} \right) \cdot \frac{F}{a}$	amostras rígidas, i.e., plásticos reforçados com fibra > 10 <sup>5</sup> ... 10 <sup>1</sup> MPa	não usar em materiais moles, é necessário usar força estática na amostra
flexão com engastamento simples 	$E^* = \left( \frac{l^3}{bh^3} \right) \cdot \frac{F}{a}$	corpos-de-prova com larga faixa de módulo, i. e., elastômeros, termoplásticos e termofixos > 10 <sup>5</sup> ... 10 <sup>-1</sup> MPa	não é necessária a força estática na amostra e repetir a fixação da amostra a baixas temperaturas para elastômeros
flexão com engastamento duplo 	$E^* = \left( \frac{l^3}{16bh^3} \right) \cdot \frac{F}{a}$	corpos-de-prova com larga faixa de módulo, i. e., elastômeros, termoplásticos e termofixos > 10 <sup>5</sup> ... 10 <sup>-1</sup> MPa	não é necessária a força estática na amostra e repetir a fixação da amostra em baixas temperaturas para elastômeros
Cisalhamento 	$G^* = \left( \frac{8h}{\pi d^2} \right) \cdot \frac{F}{a}$	amostras moles com alto amortecimento, i. e., borrachas não vulcanizadas e elastômeros, colas com alta viscosidade > 10 <sup>3</sup> ... 10 <sup>-1</sup> MPa	não é necessária a força estática na amostra
tração 	$E^* = \left( \frac{l}{A} \right) \cdot \frac{F}{a}$	filmes e fibras > 10 <sup>4</sup> .... 10 <sup>0</sup> MPa	é necessária a força estática na amostra, com controle pelo motor de passo

**Figura 4.17** Tipos de porta-amostras e suas respectivas equações para determinação do módulo complexo e faixa de aplicações.

Analisando o caso do porta-amostra de flexão apoiado em três pontos, voltando à equação de vigas biapoiadas, com aplicação de força no centro do comprimento em flexão, tem-se:

$$a = \frac{FL^3}{48EI} \quad (32)$$

onde:  $a$  é a amplitude de deformação no centro da viga;  $F$  a força aplicada no centro da viga para fazê-la fletir;  $L$  o comprimento entre apoios, submetido a flexão;  $E$  o módulo de elasticidade do material;  $I$  o momento de inércia da seção da viga submetida a flexão.

O momento de inércia da seção da viga submetida à flexão, com linha neutra coincidente com a linha média da espessura da viga, é dado por:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (33)$$

onde:  $b$  é a largura da viga e  $h$  é a espessura da viga.

Substituindo a equação (33) na equação (32) obtém-se:

$$E = \frac{L^3}{4bh^3} \frac{F}{a} \quad (34)$$

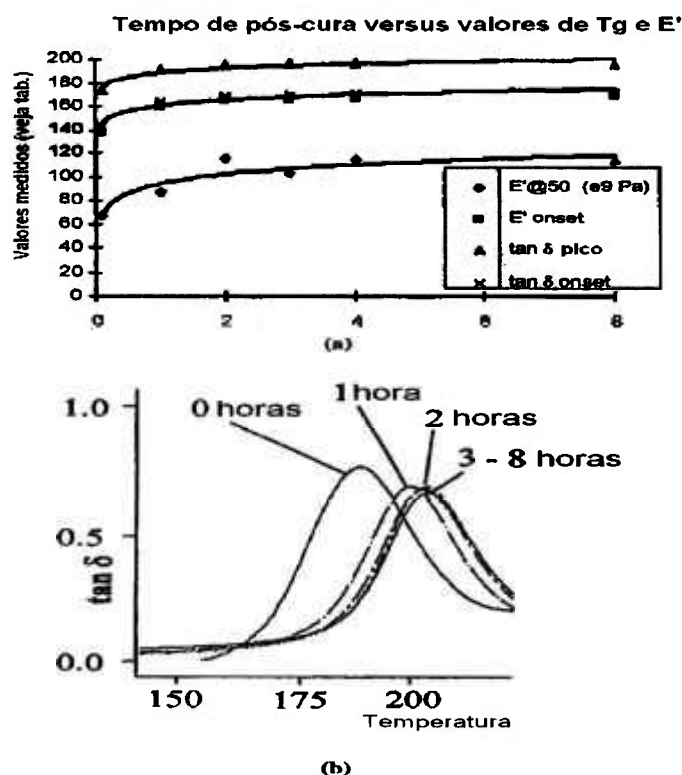
O DMA-Netzsch adota exatamente a equação (34) para calcular o módulo complexo (composição dos módulos de armazenamento e perda), como pode ser visto comparando-se a equação (34) com a equação de flexão em três pontos da figura 4.17.

Pela equação 34 pode-se observar que são muito importantes para a definição do módulo, tanto o comprimento de flexão, como a espessura da amostra. O comprimento é fixo e definido pelo porta-amostra; a espessura no presente caso depende da confecção do compósito. Uma amostra com variação de espessura ou erro de medida de espessura de 1% pode acarretar erro na medida do módulo complexo de até 5%. Não colocar a amostra perpendicular aos apoios e com isso aumentar o comprimento efetivo em flexão, pode também resultar em erros consideráveis; no caso de flexão em três pontos, com comprimento fixo de apoios de 40 mm, um erro de 1% (0,4 mm no paralelismo do porta-amostra com a direção longitudinal da amostra), pode também causar um erro de até 5% no módulo complexo. Por recomendação do próprio fabricante do equipamento, deve-se procurar produzir amostras com erros de espessura e largura menores do que 1% de sua respectiva grandeza.

A norma ASTM D 4065 [22] orienta os cuidados com ensaios em DMA. A norma recomenda medida de espessura com acuracidade melhor que 1%. As deformações que, para o caso da flexão em três pontos, são dadas pela equação  $\varepsilon = 3ta/L^2$ , devem ser menores que 1% (em casos extremos, menores que 5%), onde  $\varepsilon$  é a deformação,  $t$  a espessura,  $a$  é a amplitude de deslocamento e  $L$  o comprimento em flexão. A norma ASTM D 4092 [23] define alguns termos normalmente usados pela técnica DMA e considera que Tg (temperatura de transição vítrea) é aproximadamente o ponto médio da faixa de temperatura na qual ocorre a transição vítrea. A norma ASTM E1640 [24], que trata da medição da temperatura de transição vítrea (Tg) pela técnica DMA, indica como Tg o ponto extrapolado do decaimento acentuado do módulo de armazenamento, com a variação da temperatura, marcado pela transição da região vítrea e de transição vítrea ('onset' do módulo de armazenamento), que não é, seguramente, o ponto médio da faixa de temperatura na qual ocorre a transição vítrea. Portanto, até numa mesma norma o assunto Tg é controverso e depende do interesse específico em questão. Quando se deseja saber

onde é a região de transição vítrea, a  $T_g$  pelo ponto médio é interessante, porém quando se deseja conhecer o limite de utilização de um material na região vítrea ou depois dela, talvez seja mais interessante determinar a  $T_g$  no início da transição vítrea.

Menard [25] menciona a sensibilidade da técnica DMA para avaliar processos de cura e sua influência na curva de tangente delta para os diversos ciclos de cura, e mostra a influência da pós-cura na tangente delta que não pode ser observada por técnicas consagradas, como a DSC (Differential scanning calorimetry). Na figura 4.18 pode ser observada a influência da pós-cura, ou cura em 2 estágios, tanto na tangente delta como nos módulos de armazenamento, “onset” do módulo (indicado pela norma ASTM para medir a  $T_g$ ), no pico de tangente delta e no “onset” da tangente delta (onde se inicia a transição vítrea observada pela tangente delta). Menard afirma que a cura de termofixos foi desenvolvida para obter máxima resistência em laminados para a indústria aeroespacial. No caso de laminados espessos ainda se recorre à cura em múltiplos estágios para evitar vazios e porosidade.



**Figura 4.18.** Módulo de armazenamento ( $E'$ ) e temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ) para diferentes tempos de pós-cura. (a) dados coletados pelo DMA de um material encapsulado, nos quais foram plotados tempo de pós cura versus valores medidos listados na tabela. A  $T_g$  foi medida como pico de tangente delta ( $\tan \delta$ ), e como a queda de  $E'$  ( $E'$  onset). O módulo de armazenamento foi medido a 50 °C e indicado em GPa. (b) A medida de  $T_g$  pelos valores de pico de tangente delta ( $\tan \delta$  pico) para os dados que estão mostrados em (a). Todas as  $T_g$ 's, exceto a de zero hora de pós-cura, são indetectáveis por DSC, segundo Menard [25]

#### 4.2.3 - Caracterização termogravimétrica (TGA)

A técnica termogravimétrica consiste em observar a perda de massa e/ou taxa de perda de massa de um material, quando submetido a uma variação de temperatura, sob atmosfera específica, em geral gás inerte. De maneira geral, os aparelhos para análise termogravimétrica são constituídos de quatro partes principais:

- A eletrobalança e seu controlador: que é uma micro-balança eletrônica com resolução de 1  $\mu\text{g}$  ou melhor, na qual são usados corpos-de-prova da ordem de 30 mg;
- O forno e sensores de temperaturas. Estes fornos têm seu aquecimento por meio de ondas infravermelhas ou microondas. Os fornos possuem uma zona uniforme de temperatura suficiente para conter porta-amostra e corpo-de-prova;
- O programador de temperaturas: que recebe o sinal do termopar do forno e compara com a temperatura programada pelo operador. Os termopares usados são geralmente de cromel-alumel para temperaturas de até 1100 °C;

Dispositivo de registro ou aquisição de dados: para armazenar as variações de massa, com o tempo e temperatura.

Com esta técnica foi possível determinar as frações volumétricas de fibra, resina e vazios, quando combinada com a técnica de determinação de massas específicas hidrostáticas pelo método de Arquimedes. Obtidas as frações volumétricas, utilizando a regra das misturas das equações (42, 43, 44, 45), foi possível estimar os módulos potenciais (os quais, se os constituintes tiverem as propriedades esperadas, se o compósito tiver sido fabricado de modo que haja uma boa molhabilidade da resina sobre a fibra, sem vazios ou regiões ricas em resina sem fibra e curado adequadamente, o compósito alcançaria estes valores de módulos potenciais). Estes módulos potenciais podem ser comparados com os encontrados nos ensaios de DMA. Para os compósitos multidirecionais, foi adotado que as frações de fibra e resina eram constantes em todas as camadas.

Na figura 4.19 mostra um diagrama típico de um aparelho TGA e suas principais partes, no qual se observa que os sinais de entrada e saída são: massa da amostra, tempo e temperatura.

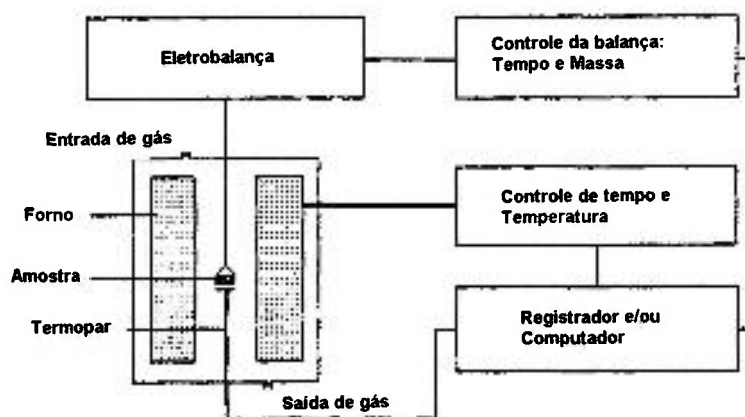


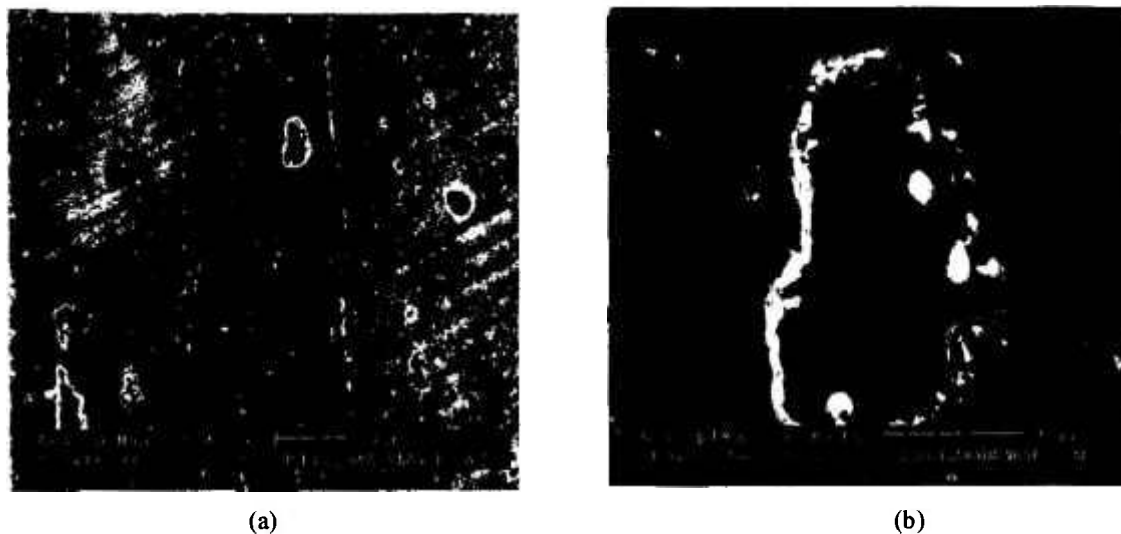
Figura 4.19. Diagrama de um aparelho de TGA típico,

O objetivo do ensaio em TGA é conhecer as massas de resina e fibra presentes nos compósitos estudados. Para isso, ensaiaram-se somente as fibras e verificou-se se havia alguma perda de massa na faixa de temperatura até 500 °C (acima desta temperatura as fibras podem sofrer degradação). Verificou-se que essa perda de massa que deveria ser zero, na fibra de carbono foi de aproximadamente 2% e na fibra de poliaramida, de 3,9%. Neste trabalho foi utilizado o TGA PERKIN ELMER SERIE 7.

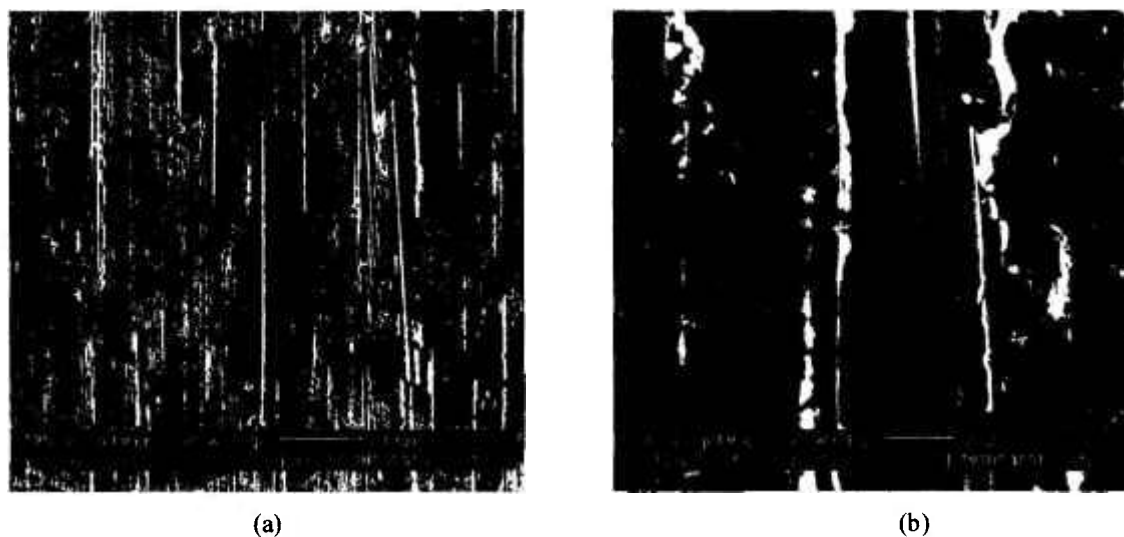
## 5 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 – Análise microestrutural

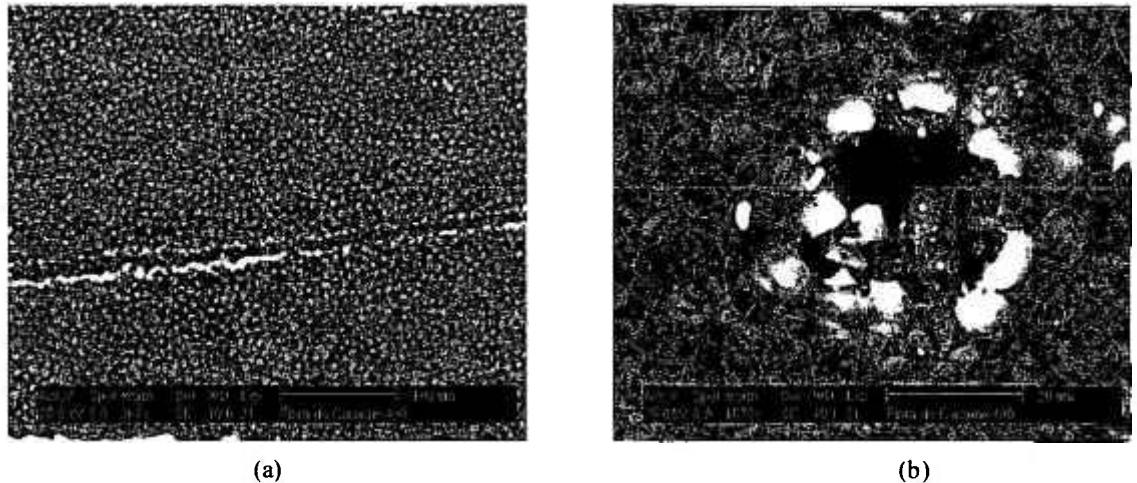
Nos compósitos unidirecionais, as micrografias feitas no microscópio eletrônico de varredura evidenciaram a existência de vazios, como pode ser visto nas figuras 5.1.1 a 5.1.3. Os vazios têm tamanho de 50 a 100  $\mu\text{m}$ , tendo até 15 vezes o diâmetro da fibra (7  $\mu\text{m}$ ).



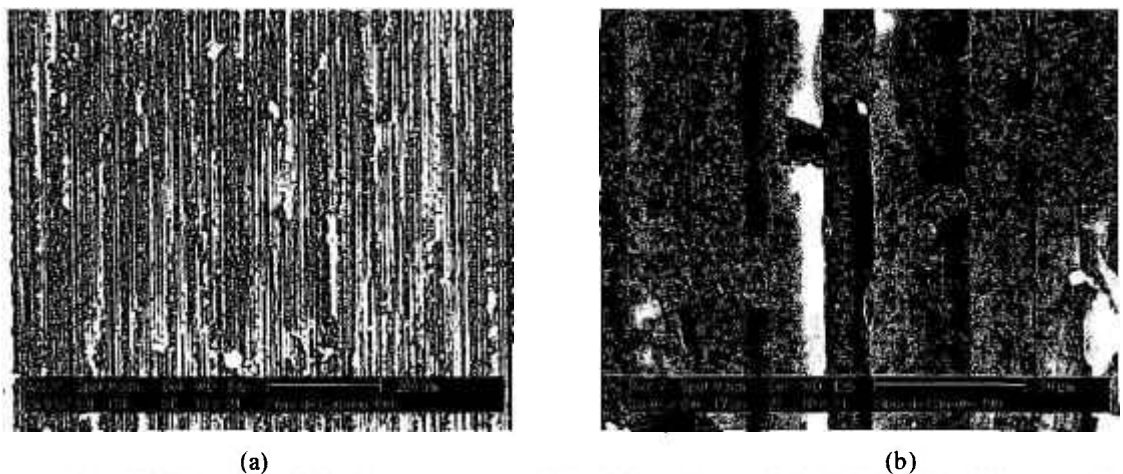
**Figura 5.1.1** (a) Micrografia eletrônica de varredura mostrando a vista geral da seção da camada e (b) detalhe do vazio do compósito EPCF3.



**Figura 5.1.2** (a) Micrografia eletrônica de varredura mostrando a vista geral da camada com a fibra no sentido longitudinal e (b) detalhe da fibra não embebida pela resina do compósito EPCF3.



**Figura 5.1.3** (a) Micrografia eletrônica de varredura mostrando a vista geral da seção da camada, apresentando com linha de interface entre camadas unidirecionais (a) e (b) detalhe do vazio do compósito EPCF4.



**Figura 5.1.4** (a) Micrografia eletrônica de varredura mostrando a vista geral da camada com a fibra no sentido longitudinal e (b) detalhe de fibras rompidas do compósito EPCF4.

Analisando as figuras 5.1.2 e 5.1.4, pode ser observado que nos compósitos EPCF3 e 4, não há regiões ricas em resina. Porém, na figura 5.1.4b podem ser observadas fibras não embebidas pela resina e outras rompidas. Nas regiões não embebidas, a matriz não consegue transmitir a tensão para a fibra. Houve diminuição do módulo na região em que ocorreu o rompimento da fibra, apesar de ter havido transmissão de tensão da matriz para a fibra; não houve continuidade na região da ruptura, acarretando redução do módulo de elasticidade.

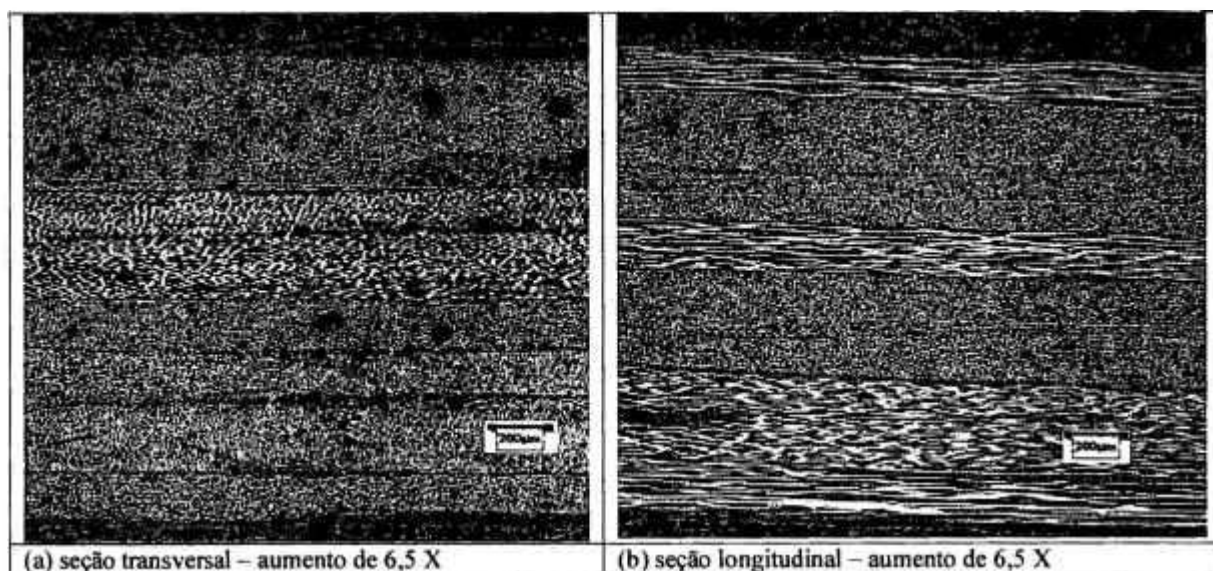
Nos compósitos multidirecionais, optou-se por análises utilizando o microscópio óptico. Assim, podem ser observadas na figura 5.1.5 as seções transversal e longitudinal do EPC2 (assimétrico). Na seção transversal podem ser observados vazios nas 3 camadas superiores e em algumas intermediárias, provavelmente devido a retenção de gases durante a

cura. Observa-se também linha de separação na interface das camadas helicoidais [55,-55] e [75,-75] e uma variação ondulatória na espessura dessas camadas. Nas figuras 5.1.6 a e b podem ser vistos os detalhes das camadas helicoidais com variação da espessura de camada. As figuras 5.1.7 a e b também mostram os mesmos detalhes, com as fibras na transversal.

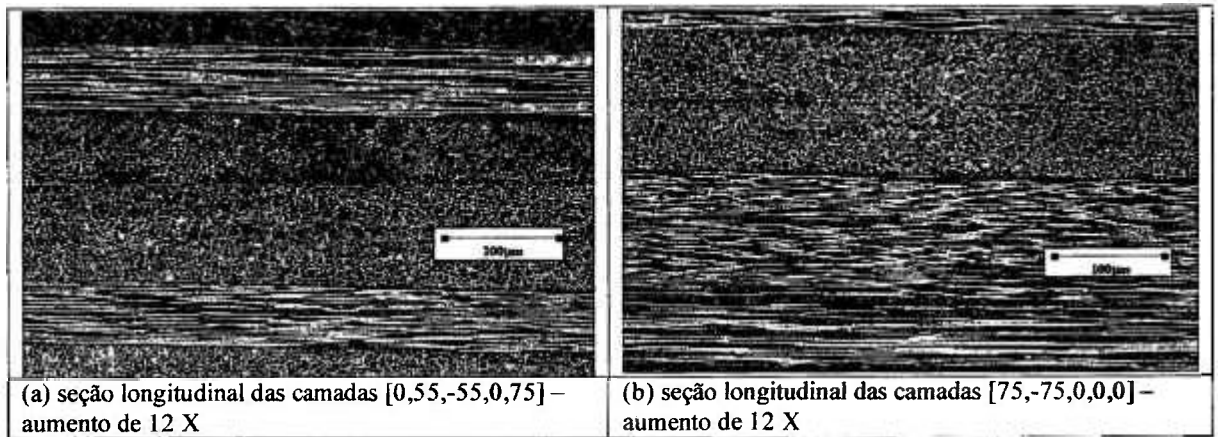
São mostradas, na figura 5.1.8.a, a vista geral do EPC3 (assimétrico) e em “b”, a interface, rica em resina, das camadas [55,-55]. Detalhes da interface semelhantes aos mencionados para o EPC2 podem ser vistos na figura 5.1.9 para o EPC3.

Na figura 5.1.10.a está mostrada a vista geral do EPC4 (simétrico) e, em b, as variações de espessura nas camadas helicoidais. O mesmo efeito pode ser observado nas figuras 5.1.12 e 13, do EPC5 (simétrico). Nas diversas figuras dos diversos CP's podem ser observadas regiões ricas em resina na interface das camadas.

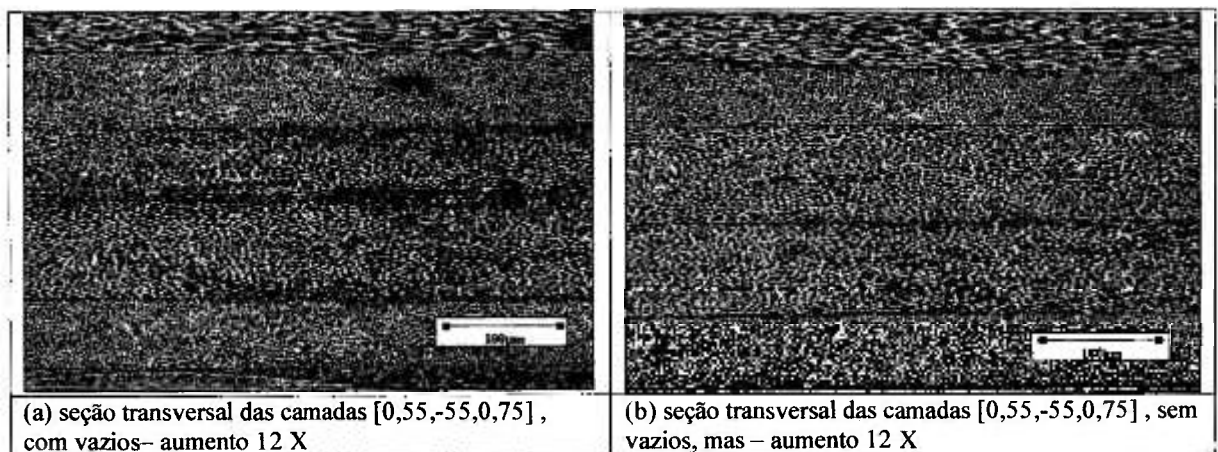
Nas figuras 5.1.14 a e b estão mostradas a seção do EPK2 (Kevlar – simétrico), nas quais também podem ser vistas as interfaces das camadas helicoidais.



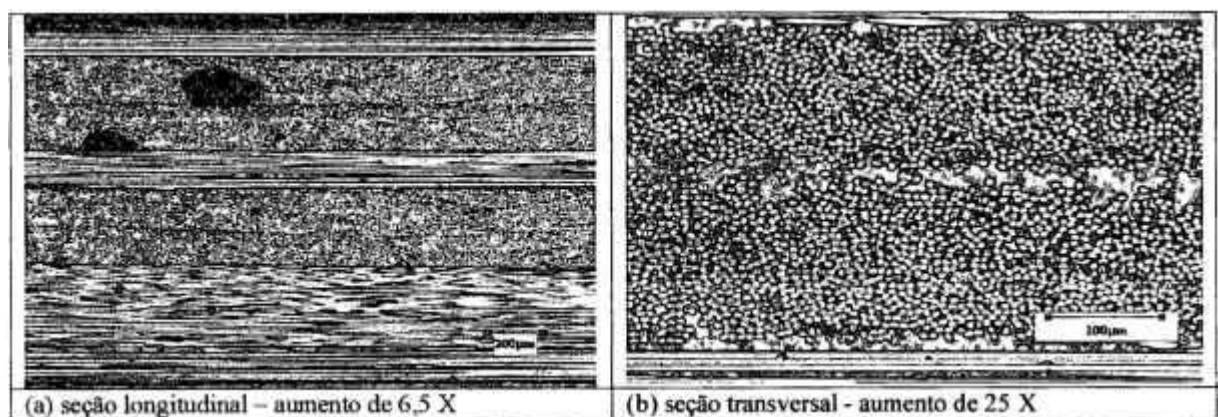
**Figura 5.1.5.** (a) Micrografia óptica mostrando a vista geral das 9 camadas de baixo para cima [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0] com a fibra no sentido transversal e (b) com a fibra no sentido longitudinal, do CP EPC2.



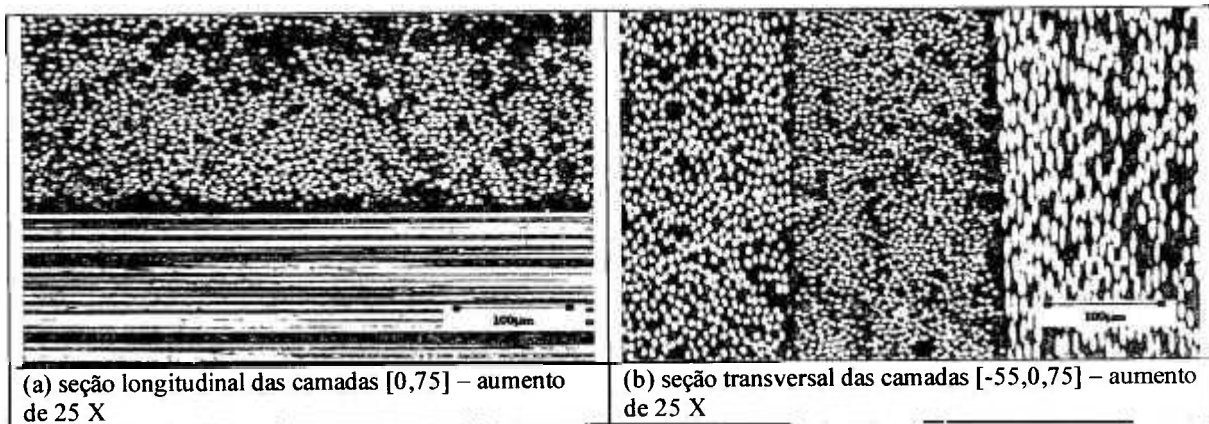
**Figura 5.1.6.** (a) Micrografia óptica mostrando detalhes das camadas (de cima para baixo) [0,55,-55,0,75] com a fibra no sentido longitudinal e (b) detalhes das camadas [75,-75,0,0,0] com a fibra no sentido longitudinal, do CP EPC2.



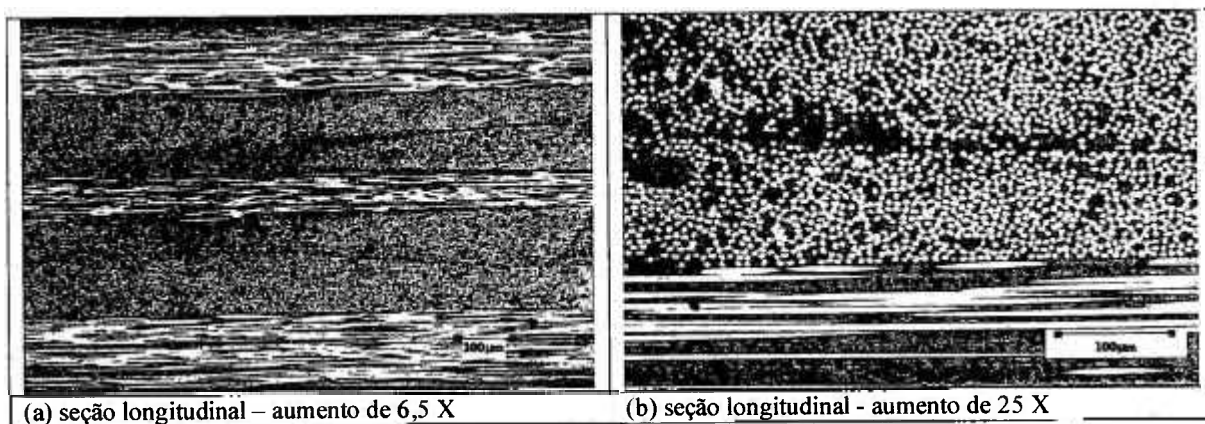
**Figura 5.1.7.** (a) Micrografia óptica mostrando detalhes das camadas [0,55,-55,0,75] com a fibra no sentido transversal com vazios e (b) detalhes das mesmas camadas sem vazios, mas com variação das espessura, do CP EPC2.



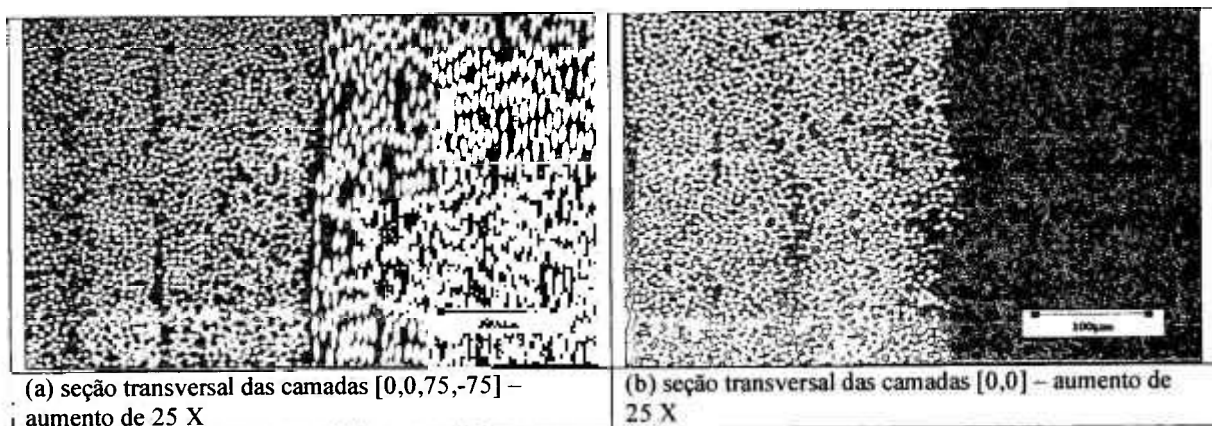
**Figura 5.1.8.** (a) Micrografia óptica mostrando a vista geral das 9 camadas [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0] com a fibra no sentido longitudinal e (b) detalhe das camadas helicoidais a 55 e -55 graus mostrando a nítida interface entre camadas, do CP EPC3.



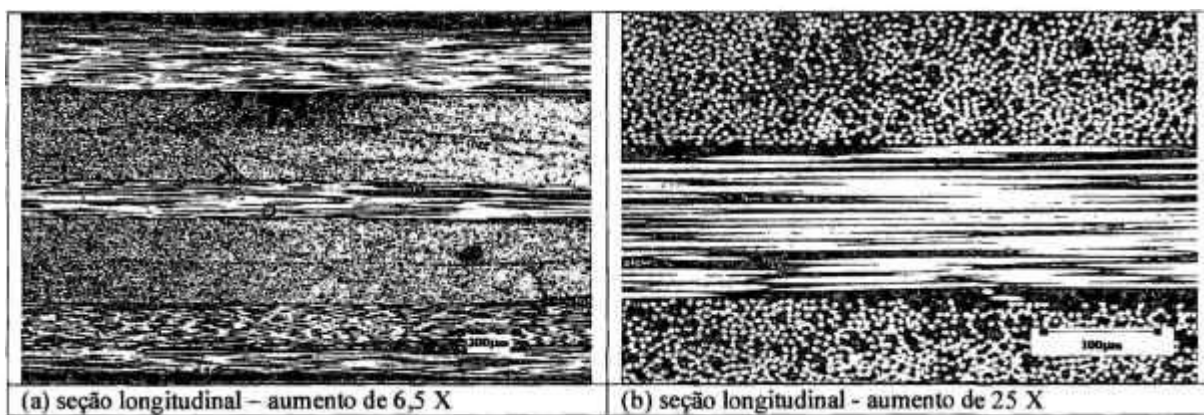
**Figura 5.1.9.** (a) Micrografia óptica mostrando detalhes das camadas [0,75] com a fibra no sentido longitudinal e (b) detalhes das camadas [-55,0,75] com a fibra no sentido transversal, do CP EPC3.



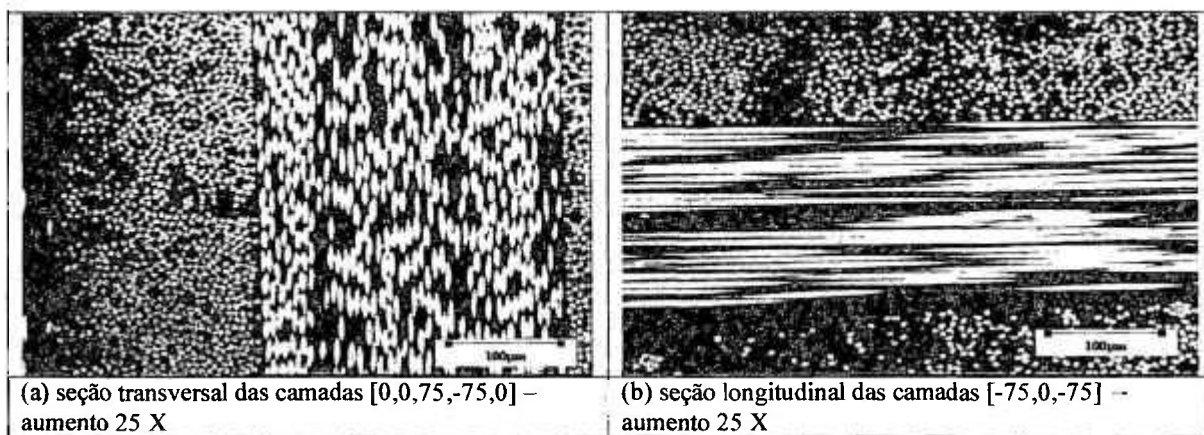
**Figura 5.1.10.** (a) Micrografia óptica mostrando a vista geral das 9 camadas [0,0,75,-75,0,-75,-75,0,0] com a fibra no sentido longitudinal e (b) detalhe das camadas helicoidais a 75, -75 e 0 graus, mostrando a interface entre camadas helicoidais, e entre a helicoidal e camada a 0 grau (“hoop”), do CP EPC4.



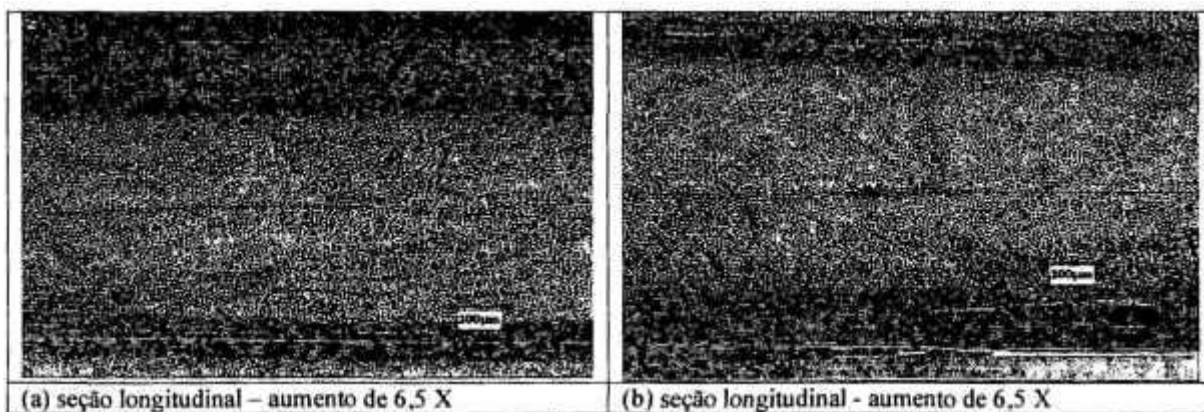
**Figura 5.1.11.** (a) Micrografia óptica mostrando detalhes das camadas [0,0,75,-75] com a fibra no sentido transversal e (b) detalhes das camadas [0,0] com tênue interface entre as camadas, com a fibra no sentido transversal, do CP EPC4.



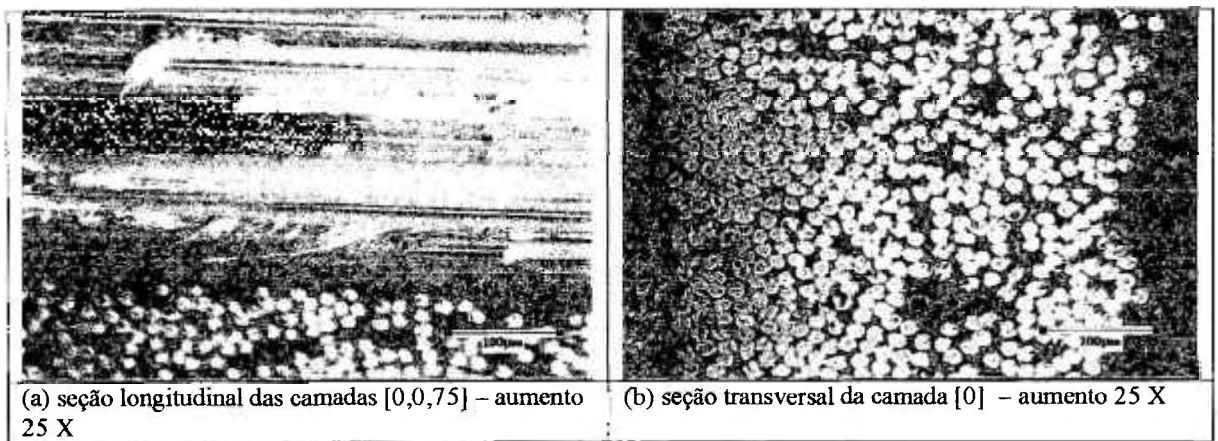
**Figura 5.12.** (a) Micrografia óptica mostrando a vista geral das 9 camadas  $[0,0,75,-75,0,-75,-75,0,0]$  com a fibra no sentido longitudinal e (b) detalhe das camadas helicoidais a  $-75, 0$  e  $-75$  e  $0$  graus, mostrando a interface entre camadas helicoidais, e entre a helicoidal e camada a  $0$  grau (“hoop”), do CP EPC5.



**Figura 5.13.** (a) Micrografia óptica mostrando detalhes das camadas  $[0,55,-55,0,75]$  com a fibra no sentido transversal com vazios e (b) detalhes das mesmas camadas sem vazios, com variação da espessura, do CP EPC5.



**Figura 5.14.** (a) Micrografia óptica mostrando a vista geral de 5  $[0,0,75,-75,0]$  das 9 camadas (de cima para baixo) com a fibra no sentido longitudinal e (b) Micrografia mostrando a vista geral de 5  $[0,-75,75,0,0]$  das 9 camadas com a fibra no sentido longitudinal, do CP EPK2.



**Figura 5.1.15.** (a) Micrografia óptica mostrando detalhes das camadas [0,0,75] com a fibra no sentido longitudinal e (b) detalhes da camada a 0 grau, no sentido longitudinal, do CP EPK2.

Mediram-se também, com auxílio desta técnica, as percentagens em área das fibras matrizes e vazios dos CP's estudados, que podem ser considerados como as respectivas frações volumétricas, quando se considera que a seção medida apresenta a mesma distribuição em profundidade. Foram realizadas 20 medidas para cada camada em cada CP. Os valores médios e respectivos desvios-padrão estão apresentados na tabela 5.1.1. Não foi possível medir as frações para o EPK2, porque não foi possível obter uma imagem nítida em todas as camadas.

**Tabela 5.1.1.** Resumo das frações volumétricas medidas por meio da razão entre áreas de fibra, matriz e vazios das micrografias dos compósitos multidirecionais.

		EPC2					EPC3				
Camadas		0	55/-55	0	75,-75	0/0/0	0	55/-55	0	75,-75	0/0/0
% Fibra	média	65,0	49,7	60,0	46,7	61,5	51,9	50,2	51,7	45,2	56,4
	DP	3,5	5,2	3,5	4,7	3,7	3,8	5,8	3,9	5,2	3,5
%matriz	média	32,1	48,8	37,7	46,3	34,6	47,2	48,7	47,5	51,7	43,0
	DP	3,4	4,8	4,1	4,1	3,2	3,8	4,9	3,5	4,6	3,6
%vazios	média	1,0	1,5	2,3	7,0	4,9	0,9	1,1	0,8	3,1	0,7
	DP	4,2	5,5	4,5	4,5	3,0	3,1	2,4	3,4	5,3	2,7

		EPC4					EPC5				
Camadas		0/0	75/-75	0	-75,75	0/0	0/0	75/-75	0	-75,75	0/0
% Fibra	média	48,8	42,1	48,2	49,4	51,5	42,8	47,5	44,8	52,9	46,6
	DP	8,3	7,0	7,3	4,9	5,9	4,8	8,9	3,8	4,4	4,5
%matriz	média	51,2	58,1	51,2	50,5	48,4	56,8	52,5	52,8	46,9	53,4
	DP	8,3	7,0	8,1	4,9	5,9	5,0	8,9	4,0	4,4	4,5
%vazios	média	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,4	0,0	0,4	0,0	0,0
	DP	0,0	0,0	0,0	0,1	0,5	0,6	0,1	0,5	0,0	0,0

## 5.2. – Análise Termogravimétrica – TGA

Utilizando-se a técnica de TGA e a medição da massa específica hidrostática, podem-se obter as frações volumétricas dos CP's unidirecionais e multidirecionais. Os ensaios pela técnica de TGA e medição da massa específica hidrostática estão resumidos na tabela 5.2.1. Pode ser observado que as frações de vazios estão acima do recomendável, considerado como menor que 1%, tanto para os unidirecionais quanto para os multidirecionais. Uma solução poderia ser modificar o projeto do mandril, de modo a facilitar ainda mais a saída de gases durante a cura da resina. As frações de fibra foram menores nos compósitos multidirecionais do que nos unidirecionais. Como as quantidades de fibras eram as mesmas, pode-se admitir que houve um aumento das frações de resina, provavelmente na interface entre camadas com diferentes direções.

**Tabela 5.2.1.** Massa de resina e fibra (TGA), Massa específica hidrostática dos compósitos (Arquimedes) e frações de fibra, resina e vazios resultantes dos ensaios, dos compósitos unidirecionais e multidirecionais.

	Unidirecional				Multidirecional				
	Carbono EPCF3	Carbono EPCF4	Carbono EPCF9	Kevlar EPK1	Carbono EPC2	Carbono EPC3	Carbono EPC4	Carbono EPC5	Kevlar EPK2
Massa específica da amostra - Dc (g/cm <sup>3</sup> )	1,53	1,49	1,45	1,36	1,51	1,51	1,50	1,49	1,17
%média de fibra (queimada) em massa - rm (TGA)	1,73	1,73	1,73	3,91	1,73	1,73	1,73	1,73	3,91
%média de resina(queimada) em massa - rm (TGA)	23,6	30,9	32,0	33,3	31,3	34,2	36	36	40,1
Desvio-padrão da medida de resina queimada em %	2,0	1,9	3,5	1,5	1,7	2,0	1,1	1,3	1
%média de fibra (c/ correção) em massa - fc	76,4	69,2	68,0	66,7	68,7	65,8	64	64	59,9
Massa específica da resina - dr (g/cm <sup>3</sup> )	1,23	1,23	1,23	1,23	1,23	1,23	1,23	1,23	1,23
Massa específica da fibra - df (g/cm <sup>3</sup> )	1,76	1,76	1,76	1,44	1,76	1,76	1,76	1,76	1,44
<b>Frações volumétricas</b>									
% volumétrica de vazios do compósito - vv	4,4	4,2	6,3	0,2	2,6	1,6	1,6	2,2	13,2
Desvio-padrão da fração de vazios em % ((desvres <sup>2</sup> +desvfib <sup>2</sup> ) <sup>1/2</sup> )	3,0	2,8	5,0	2,2	2,5	3,0	1,6	1,9	1,3
% volumétrica de resina - vr (vr = D (rm/dr))	29,3	37,3	37,7	36,8	38,4	42,0	43,9	43,6	38,1
Desvio-padrão da fração de resina em %	2,5	2,3	4,1	1,7	2,1	2,5	1,3	1,6	1,0
% volumétrica de fibra - vf (vf = D (fc/df))	66,3	58,5	56,0	63,0	59,0	56,4	54,5	54,2	48,7
Desvio-padrão da fração de fibra em %	1,7	1,6	2,9	1,4	1,5	1,7	0,9	1,1	0,8

A partir das frações e das propriedades dos constituintes, obtiveram-se constantes de engenharia da camada ou lâmina e, com base na análise micromecânica ou regra das misturas, obteve-se a tabela 5.2.2 para os CP's unidirecionais.

**Tabela 5.2.2.** Constantes de engenharia da lâmina, calculadas a partir dos valores de fração volumétrica obtidos no ensaio TGA e das propriedades dos constituintes do compósito unidirecional. Supôs-se que todas as camadas ou lâminas têm a mesma fração volumétrica de fibra, resina e vazios. E1c e E2c obtidos por DMA.

	Unidirecional			
	Carbono EPCF3	Carbono EPCF4	Carbono EPCF9	Kevlar EPK1
<b>Propriedades dos constituintes</b>				
Módulo longitudinal de elasticidade da fibra - E1f (dado do fabricante) [GPa]	230	230	230	112,4
Módulo de elasticidade da resina (dado do fabricante) [GPa]	4,3	4,3	4,3	4,3
Módulo transversal de elasticidade da fibra - E2f ( E2f = m . Em e m=4,3 p/ carbono/epoxi e m=2 p/ kevlar/epoxi) [GPa]	18,5	18,5	18,5	8,6
Módulo de cisalhamento da fibra - G12f (G12f = m . Gm - - m=22 p/ carbono/epoxi e m=16 p/ kevlar/epoxi) [GPa]	35,0	35,0	35,0	25,48
Quociente de Poisson da fibra - uf (Uf = 0,2)	0,2	0,2	0,2	0,4
Quociente de Poisson da matriz- um (epoxi um = 0,35)	0,35	0,35	0,35	0,35
Módulo de cisalhamento da resina (considerado resina material isotrópico - Gm = E/(2(1+um))) [GPa]	1,59	1,59	1,59	1,59
Módulo de elasticidade da resina (medido pelo DMA) [GPa]	3,76	3,89	3,89	3,89
<b>Frações volumétricas</b>				
% volumétrica de vazios do compósito - vv	4,4	4,2	6,3	0,2
Desvio-padrão da fração de vazios em %	3,0	2,8	5,0	2,2
% volumétrica de resina - vm	29,3	37,3	37,7	36,8
Desvio-padrão da fração de resina em %	2,5	2,3	4,1	1,7
% volumétrica de fibra - vf	66,3	58,5	56,0	63,0
Desvio-padrão da fração de fibra em %	1,7	1,6	2,9	1,4
<b>Módulos (E1, E2 e G12) e quociente de Poisson do compósito (ν12), pela regra das misturas</b>				
Módulo de elasticidade longitudinal médio (E1=vf.E1f + vm.Em) [GPa]	153,7	136,1	130,5	72,4
Desvio-padrão do módulo E1 [GPa]	4,1	3,8	6,8	1,7
Quociente de Poisson médio do compósito.- ν12=Vf. ν12f+Vm.vνm)	0,235	0,248	0,244	0,356
Desvio-padrão do quociente de Poisson	0,012	0,011	0,020	0,011
Mód. elast. transversal médio - E2 (1/E2=Vf/E2f + Vm/Em) [GPa]	9,61	8,45	8,47	6,29
Desvio-padrão do módulo E2 [GPa]	0,62	0,44	0,81	0,22
Mód. Cisalhamento MEDIO - G12 (1/G12=vf/G12f + vm/Gm) [GPa]	4,93	3,98	3,95	3,91
Desvio-padrão do módulo de cisalhamento [GPa]	0,39	0,24	0,42	0,17
<b>Módulos (E1 e E2) medidos pela técnica DMA *</b>				
Mód. longitudinal elast. do compósito unidirec. - E1c [GPa]	122,0	122,0	119,5	63,3
Desvio-padrão do módulo longitudinal [GPa]	2,2	0,6	0,12	2,6
<b>Razão módulo longitudinal medido DMA / módulo regra mistura</b>				
<b>E1c(dma)/E1c(regra mist)</b>	<b>0,79</b>	<b>0,90</b>	<b>0,92</b>	<b>0,87</b>
Mód. transversal elast. do compósito unidirec. em GPa - E2c	8,92	8,85	7,38	5,22
Desvio-padrão do módulo transv. medido em GPa	0,21	0,80	0,20	0,60
<b>Razão módulo longitudinal medido DMA / módulo regra mistura</b>				
<b>E2c(dma)/E2(regra mistura)</b>	<b>0,93</b>	<b>1,05</b>	<b>0,87</b>	<b>0,83</b>

\* Deformação do ensaio DMA ( $\epsilon = h.a/L^2$ ),  $1,3 < h < 2,6$  mm,  $a < 0,240$  mm,  $L=40$ mm portanto  $0,0002 < \epsilon < 0,004$ , norma recomenda  $\epsilon < 0,01$ .

Partindo-se das constantes obtidas para as lâminas unidirecionais, apresentadas na tabela 5.2.2, estimaram-se, com base na teoria dos laminados, as matrizes de flexibilidade [a] e [d] e os módulos, quando os compósitos multidirecionais desejados foram submetidos a tração e flexão. Esses resultados estão apresentados nas tabelas 5.2.3.a e 5.2.3.b, para as configurações assimétricas e simétricas, respectivamente. As constantes das matrizes [a] e [d] são de difícil interpretação e comparação com constantes relacionadas a materiais convencionais. Para facilitar a comparação, podem-se obter os módulos de um material homogêneo equivalente, de

espessura igual à do laminado desejado. Para isto, utilizam-se as equações indicadas nas tabelas 5.2.3.a e b, e obtém-se o módulo  $E_t$  (módulo quando submetido à tração) ou  $E_f$  (módulo quando submetido à flexão) nas duas direções principais. Neste ponto, cabe ressaltar que foi verificado, como apresentado no anexo F, que as direções escolhidas para realizar os ensaios no DMA e para obter as constantes elásticas são as direções principais ou, pelo menos, as direções de menor influência de outras tensões, agindo simultaneamente com as tensões resultantes do carregamento de flexão. De maneira análoga, nas tabelas 5.2.4.a e 5.2.4.b podem ser vistas as mesmas constantes (matrizes  $[a]$  e  $[d]$ ) e respectivos módulos das tabelas 5.2.3.a e b, porém, partindo-se dos valores de módulo da lâmina ou camada, obtidos pelo ensaio de DMA ( $E_1$  e  $E_2$ ), e quocientes de Poisson ( $\nu_{12}$ ) e módulo de cisalhamento ( $G_{12}$ ) obtidos pela técnica de TGA e regra da mistura, com CP's unidirecionais.

**Tabela 5.2.3.a.** Constantes de engenharia do laminado multidirecional assimétrico [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0] estimadas a partir das propriedades da lâmina unidirecional, apresentadas na tabela 5.2.2., aplicando-se a teoria clássica dos laminados. Supondo-se que todas as camadas ou lâminas têm mesma fração volumétrica de fibra, resina e vazios.

Matriz [a] - em (m/N)	EPCF3		EPCF4		EPCF9	
	média	D P	média	D P	média	D P
$a_{xx}$	8,98E-09	2,70E-10	1,03E-08	3,00E-10	1,01E-08	5,45E-10
$a_{xy}$	-1,72E-09	3,00E-11	-2,02E-09	4,00E-11	-1,99E-09	7,00E-11
$a_{xs}$	5,38E-10	4,20E-11	6,47E-10	3,95E-11	6,15E-10	6,75E-11
$a_{yx}$	-1,72E-09	3,00E-11	-2,02E-09	4,00E-11	-1,99E-09	7,00E-11
$a_{yy}$	1,62E-08	5,50E-10	1,87E-08	6,00E-10	1,84E-08	1,10E-09
$a_{ys}$	3,42E-09	2,85E-10	4,24E-09	2,65E-10	4,00E-09	4,45E-10
$a_{sx}$	5,38E-10	4,20E-11	6,47E-10	3,95E-11	6,15E-10	6,75E-11
$a_{sy}$	3,42E-09	2,85E-10	4,24E-09	2,65E-10	4,00E-09	4,45E-10
$a_{ss}$	7,58E-08	4,30E-09	9,13E-08	4,20E-09	8,82E-08	7,20E-09
espessura total do compósito desejado c/ 9 camadas em mm - h	1,30		1,28		1,35	
<b>Módulos de tração (E<sub>tx</sub>, E<sub>ty</sub> e G<sub>txy</sub>), coef. Poisson (ν<sub>txy</sub>, ν<sub>yx</sub>) - Configuração [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]</b>						
Mód. elast. Longit. [GPa] (E <sub>tx</sub> = 1/ (h.a <sub>xx</sub> ))	85,7	2,6	76,1	2,2	72,9	3,9
Mód. elast. Transv. [GPa] (E <sub>ty</sub> = 1/ (h.a <sub>yy</sub> ))	47,3	1,6	41,9	1,4	40,3	2,4
Mód. Cislam. [GPa] (G <sub>txy</sub> = 1/ (h.a <sub>ss</sub> ))	10,1	0,6	8,6	0,4	8,4	0,7
Quociente de Poisson - (ν <sub>xy</sub> = -a <sub>yx</sub> /a <sub>xx</sub> )	0,192	0,002	0,196	0,002	0,196	0,004
Quociente de Poisson - (ν <sub>yx</sub> = -a <sub>xy</sub> /a <sub>yy</sub> )	0,106	0,002	0,108	0,002	0,108	0,003
<b>Matriz [d] - em (1/Nm)</b>						
$d_{xx}$	0,0484	0,0013	0,0572	0,0016	0,0506	0,0027
$d_{xy}$	-0,0178	0,0005	-0,0216	0,0005	-0,0189	0,0009
$d_{xs}$	-0,0035	0,0002	-0,0042	0,0002	-0,0036	0,0003
$d_{yx}$	-0,0178	0,0005	-0,0216	0,0005	-0,0189	0,0009
$d_{yy}$	0,2390	0,0100	0,2830	0,0110	0,2465	0,0175
$d_{ys}$	-0,0272	0,0012	-0,0325	0,0013	-0,0283	0,0020
$d_{sx}$	-0,0035	0,0002	-0,0042	0,0002	-0,0036	0,0003
$d_{sy}$	-0,0272	0,0012	-0,0325	0,0013	-0,0283	0,0020
$d_{ss}$	0,6365	0,0385	0,7940	0,0380	0,6845	0,0585
<b>Módulos de flexão (E<sub>fx</sub>, E<sub>fy</sub>) do compósito multidirecional</b>						
Mód. elast. long. [GPa] (E <sub>fx</sub> =12/(h <sup>3</sup> .d <sub>xx</sub> ))	113,1	3,2	101,4	2,9	96,8	5,3
Mód. elast. transv [GPa] (E <sub>fy</sub> =12/(h <sup>3</sup> .d <sub>yy</sub> ))	22,89	0,96	20,49	0,80	19,88	1,41

**Tabela 5.2.3.b.** Constantes de engenharia do laminado multidirecional simétrico [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0] estimadas a partir das propriedades da lâmina unidirecional, apresentadas na tabela 5.2.2., aplicando a teoria clássica dos laminados. Supondo-se que todas as camadas ou lâminas tem mesma fração volumétrica de fibra, resina e vazios.

Matriz [a] - em (m/N)	EPCF3		EPCF4		EPCF9		EPK1		
	média	DP	média	DP	média	DP	média	DP	
$a_{xx}$	8,59E-09	2,45E-10	9,83E-09	2,70E-10	9,75E-09	5,50E-10	1,73E-08	4,50E-10	
$a_{xy}$	-8,03E-10	4,50E-12	-9,43E-10	7,50E-12	-9,35E-10	1,50E-11	-2,09E-09	1,00E-11	
$a_{xs}$	6,32E-24	9,18E-24	9E-26	6,42E-24	2,21E-23	6,50E-25	-1,3E-24	1,18E-23	
$a_{yx}$	-8,03E-10	4,50E-12	-9,43E-10	7,50E-12	-9,35E-10	1,50E-11	-2,09E-09	1,00E-11	
$a_{yy}$	1,18E-08	3,50E-10	1,35E-08	4,50E-10	1,33E-08	7,50E-10	2,34E-08	6,00E-10	
$a_{ys}$	-3,67E-22	9,90E-23	3,55E-23	1,65E-22	-8,06E-22	6,15E-23	7,61E-23	1,05E-22	
$a_{sx}$	6,32E-24	9,18E-24	9E-26	6,42E-24	2,21E-23	6,50E-25	-1,3E-24	1,18E-23	
$a_{sy}$	-3,67E-22	9,90E-23	3,55E-23	1,65E-22	-8,06E-22	6,15E-23	7,61E-23	1,05E-22	
$a_{ss}$	8,78E-08	4,65E-09	1,05E-07	4,50E-09	1,02E-07	8,00E-09	1,35E-07	5,00E-09	
espessura do compôs. multidir. desejado c/ 9 camadas h [mm]	1,30		1,28		1,35		1,33		
<b>Módulos de tração (<math>E_{tx}</math>, <math>E_{ty}</math> e <math>G_{txy}</math>), quociente de Poisson. (<math>\nu_{xy}</math>, <math>\nu_{yx}</math>) – configuração [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]</b>									
Mód. elast. longit. [ $E_{tx}$ ] [GPa]	8,95E+01	2,55E+00	7,98E+01	2,19E+00	7,60E+01	4,30E+00	4,33E+01	1,12E+00	
Mód. elast. transversal [ $E_{ty}$ ] [GPa]	6,49E+01	1,92E+00	5,79E+01	1,92E+00	5,55E+01	3,13E+00	3,21E+01	8,23E-01	
Mód. Cisalham. [ $G_{txy}$ ] [GPa]	8,76E+00	4,65E-01	7,43E+00	3,18E-01	7,26E+00	5,73E-01	5,56E+00	2,06E-01	
Quociente de Poisson ( $\nu_{xy} = -a_{yx}/a_{xx}$ )	9,35E-02	2,14E-03	9,60E-02	1,87E-03	9,59E-02	3,88E-03	1,20E-01	2,55E-03	
Quociente de Poisson ( $\nu_{yx} = -a_{xy}/a_{yy}$ )	6,78E-02	1,62E-03	6,96E-02	1,76E-03	7,00E-02	2,82E-03	8,93E-02	1,86E-03	
<b>Matriz [d] - em (1/Nm) configuração [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]</b>									
$d_{xx}$	0,0426	0,0011	0,0502	0,0014	0,0445	0,0023	0,0827	0,0020	
$d_{xy}$	-0,0052	0,0001	-0,0064	0,0001	-0,0057	0,0001	-0,0148	0,0001	
$d_{xs}$	0,0007	3,50E-06	0,0012	1,50E-05	0,0010	3,05E-05	0,0013	0,0E+00	
$d_{yx}$	-0,0052	0,0001	-0,0064	0,0001	-0,0057	0,0001	-0,0148	0,0001	
$d_{yy}$	0,1885	0,0075	0,2230	0,0080	0,1950	0,0130	0,323	0,0090	
$d_{ys}$	-0,0962	0,0078	-0,1225	0,0075	-0,1036	0,0114	-0,1032	0,0048	
$d_{sx}$	0,0007	3,50E-06	0,0019	1,50E-05	0,0010	3,05E-05	0,0013	0,0E+00	
$d_{sy}$	-0,0962	0,0078	-0,1225	0,0075	-0,1036	0,0114	-0,1032	0,0048	
$d_{ss}$	0,9125	0,0625	1,1500	0,0600	0,9880	0,0920	1,1550	0,0450	
<b>Módulos de flexão (<math>E_{fx}</math>, <math>E_{fy}</math>) do compósito multidirecional. - configuração [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]</b>									
Mód. elast. Longitudinal [GPa] ( $E_{fx} = 12/(h^3 \cdot d_{xx})$ )	128,0	3,5	115,3	3,3	109,8	5,8	61,4	1,5	
Mód. elast. transversal [GPa] ( $E_{fy} = 12/(h^3 \cdot d_{yy})$ )	29,0	1,1	26,0	0,9	25,1	1,7	15,7	4,4	

Portanto, pode-se estimar e comparar as constantes de engenharia de um compósito multidirecional a partir de ensaios utilizando as técnicas de TGA e DMA, com corpos de prova unidirecionais. Atualmente esta é a maneira usual de caracterizar estes compósitos, complementada por ensaios de tração, que permitem determinar os quocientes de Poisson. Para efeito de comparação, os dados referentes às duas técnicas estão apresentados nas tabelas 5.2.5.a e 5.2.5.b. Pode-se verificar que a razão entre os valores encontrados para os módulos nas duas técnicas mantém-se relativamente constante. Por exemplo, no EPCF3 a razão entre os valores de módulo pelas técnicas DMA e TGA foi, em média, de 0,79 para o módulo E1 na lâmina e 0,81

para o módulo  $E_x$  do laminado. O mesmo pode ser observado para as demais amostras.

**Tabela 5.2.4.a** – Constantes do laminado multidirecional assimétrico desejado, a partir do ensaio DMA em compósito unidirecional, configuração [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0].

Matriz [a] em (m/N)	EPCF3		EPCF4		EPCF9	
	Media	D P	Media	D P	Media	D P
$a_{xx}$	1,12E-08	2,50E-10	1,14E-08	1,00E-10	1,11E-08	0,00E+00
$a_{xy}$	-2,13E-09	4,00E-11	-2,30E-09	3,00E-11	-2,10E-09	5,00E-12
$a_{xs}$	5,42E-10	3,70E-11	6,30E-10	5,35E-11	6,77E-10	2,60E-11
$a_{yx}$	-2,13E-09	4,00E-11	-2,30E-09	3,00E-11	-2,10E-09	5,00E-12
$a_{yy}$	1,98E-08	4,00E-10	2,03E-08	4,00E-10	2,02E-08	1,00E-10
$a_{ys}$	3,31E-09	2,55E-10	4,09E-09	3,40E-10	4,31E-09	2,00E-10
$a_{sx}$	5,42E-10	3,70E-11	6,30E-10	5,35E-11	6,77E-10	2,60E-11
$a_{sy}$	3,31E-09	2,55E-10	4,09E-09	3,40E-10	4,31E-09	2,00E-10
$a_{ss}$	8,31E-08	4,40E-09	9,52E-08	3,55E-09	9,44E-08	2,60E-09
espessura compósito mult. desejado c/ 9 camadas em mm - h	1,30		1,28		1,35	
<b>Módulos de tração (<math>E_{tx}</math>, <math>E_{ty}</math> e <math>G_{txy}</math>)</b>						
Mód. elast. longit [GPa] ( $E_{tx} = 1 / (h \cdot a_{xx})$ )	6,90E+01	1,55E+00	6,88E+01	6,04E-01	6,67E+01	0,00E+00
Mód. elast. transv. [GPa] ( $E_{ty} = 1 / (h \cdot a_{yy})$ )	3,89E+01	7,85E-01	3,86E+01	7,62E-01	3,67E+01	1,82E-01
Mód. cisalham. [GPa] ( $G_{txy} = E_{ts} = 1 / (h \cdot a_{ss})$ )	9,26E+00	4,92E-01	8,24E+00	3,08E-01	7,85E+00	2,16E-01
<b>Matriz [d] em (1/Nm)</b>						
$d_{xx}$	0,0604	1,20E-03	0,06335	4,50E-04	0,05505	5,00E-05
$d_{xy}$	-0,02115	4,50E-04	-0,02345	1,50E-04	-0,02035	5,00E-05
$d_{xs}$	-0,00396	1,50E-04	-0,00433	2,30E-04	-0,00401	9,00E-05
$d_{yx}$	-0,02115	4,50E-04	-0,02345	1,50E-04	-0,02035	5,00E-05
$d_{yy}$	0,2800	7,00E-03	0,297	1,20E-02	0,274	2,00E-03
$d_{ys}$	-0,0312	1,00E-03	-0,03395	1,45E-03	-0,0313	3,00E-04
$d_{sx}$	-0,00396	1,50E-04	-0,00433	2,30E-04	-0,00401	9,00E-05
$d_{sy}$	-0,0312	1,00E-03	0,00145	3,40E-02	-0,0313	3,00E-04
$d_{ss}$	0,686	3,90E-02	0,821	3,40E-02	0,731	2,30E-02
<b>Módulos flexão (<math>E_{fx}</math>, <math>E_{fy}</math>, <math>G_{fxy}</math>) compósito multidirecional - (TGA+regra mistura+ teoria laminado)</b>						
Mód. elast. longit. [GPa] ( $E_{fx} = 12 / (h^3 \cdot d_{xx})$ )	9,04E+01	1,80E+00	9,14E+01	6,49E-01	8,86E+01	8,05E-02
Mód. elast. transv. [GPa] ( $E_{fy} = 12 / (h^3 \cdot d_{yy})$ )	1,95E+01	4,88E-01	1,95E+01	7,89E-01	1,78E+01	1,30E-01

Neste ponto cabe salientar que os módulos médios a flexão de compósitos assimétricos podem ser usados apenas como valores indicativos e comparativos com materiais isotrópicos, pois a equação (60) admite que a linha neutra coincida com a linha média da seção, o que não é verdade para compósitos assimétricos.

**Tabela 5.2.4.b** – Constantes do laminado multidirecional simétrico desejado, a partir do ensaio DMA, configuração [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0].

	EPCF3		EPCF4		EPCF9		EPK1	
<b>Matriz [a] - em (m/N)</b>	<b>Média</b>	<b>D P</b>	<b>Média</b>	<b>D P</b>	<b>Média</b>	<b>D P</b>	<b>Média</b>	<b>D P</b>
$a_{xx}$	1,07E-08	2,00E-10	1,09E-08	1,00E-10	1,06E-08	0,00E+00	1,99E-08	9,00E-10
$a_{xy}$	-1,03E-09	5,00E-12	-1,09E-09	3,50E-11	-9,97E-10	2,30E-11	-2,29E-09	1,50E-11
$a_{xs}$	4,40E-24	1,82E-24	3,57E-24	5,60E-24	7,85E-24	1,73E-23	1,98E-23	5,30E-24
$a_{yx}$	-1,03E-09	5,00E-12	-1,09E-09	3,50E-11	-9,97E-10	2,30E-11	-2,29E-09	1,50E-11
$a_{yy}$	1,47E-08	2,50E-10	1,49E-08	2,00E-10	1,46E-08	1,00E-10	2,70E-08	1,35E-09
$a_{ys}$	-4,26E-22	4,60E-23	-3,79E-23	4,92E-23	5,00E+20	5,00E+20	1,67E-23	1,67E-23
$a_{sx}$	4,40E-24	1,82E-24	3,57E-24	5,60E-24	7,85E-24	1,73E-23	1,98E-23	5,30E-24
$a_{sy}$	-4,26E-22	4,60E-23	-3,79E-23	4,92E-23	5,00E+20	5,00E+20	1,67E-23	1,67E-23
$a_{ss}$	9,72E-08	4,80E-09	1,11E-07	3,50E-09	1,07E-07	5,50E-09	1,42E-07	6,00E-09
Espes. comp. mult. desejado c/ 9 cam. em mm - h	1,30		1,28		1,35		1,33	
<b>Módulos de tração (<math>E_{tx}</math>, <math>E_{ty}</math> e <math>G_{txy}</math>)</b>								
Mód. elást.longit.[GPa] ( $E_{tx} = 1 / (h \cdot a_{xx})$ )	7,19E+01	1,37E+00	7,20E+01	6,60E-01	6,99E+01	0,00E+00	3,77E+1	1,71E+00
Mód. elást.transv.[GPa] ( $E_{ty} = 1 / (h \cdot a_{yy})$ )	5,25E+01	9,14E-01	5,26E+01	7,07E-01	5,07E+01	3,48E-01	2,79E+1	1,40E+00
Mód. cisalham. [GPa] ( $G_{txy} = E_{ts} =$ $1 / (h \cdot a_{xy})$ )	7,91E+00	3,99E-01	7,10E+00	2,25E-01	6,96E+00	3,60E-01	5,29E+0	2,24E-01
<b>Matriz [d] em (1/Nm)</b>								
$d_{xx}$	5,36E-02	1,00E-03	5,59E-02	3,50E-04	4,85E-02	1,00E-04	9,47E-02	4,00E-03
$d_{xy}$	-6,80E-03	6,50E-05	-7,49E-03	3,95E-04	-6,02E-03	2,90E-04	-1,62E-02	3,00E-04
$d_{xs}$	6,23E-04	1,02E-04	1,40E-03	1,50E-04	7,42E-04	1,02E-04	4,84E-04	3,42E-04
$d_{yx}$	-6,80E-03	6,50E-05	-7,49E-03	3,95E-04	-6,02E-03	2,90E-04	-1,62E-02	3,00E-04
$d_{yy}$	2,24E-01	5,50E-03	2,37E-01	8,50E-03	2,14E-01	3,00E-03	3,75E-01	2,45E-02
$d_{ys}$	-9,38E-02	7,25E-03	-1,19E-01	9,50E-03	-1,06E-01	1,07E-02	-1,06E-01	7,45E-03
$d_{sx}$	6,23E-04	1,02E-04	1,40E-03	1,50E-04	7,42E-04	1,02E-04	4,84E-04	3,42E-04
$d_{sy}$	-9,38E-02	7,25E-03	-1,19E-01	9,50E-03	-1,06E-01	1,07E-02	-1,06E-01	7,45E-03
$d_{ss}$	4,92E-01	3,91E-01	1,17E+00	6,00E-02	1,01E+00	8,35E-02	1,17E+00	5,00E-02
<b>Módulos flexão (<math>E_{fx}</math>, <math>E_{fy}</math>, <math>G_{fxy}</math>) compósito multidirecional</b>								
Mód. elast. longit. [GPa] ( $E_{fx} = 12 / (h^3 \cdot d_{xx})$ )	102,0	1,9	104,0	65,0	101,0	0,2	53,7	2,3
Mód. elast. transv. em GPa ( $E_{fy} = 12 / (h^3 \cdot d_{yy})$ )	24,50	1,20	24,50	1,76	22,80	0,64	13,6	1,78

**Tabela 5.2.5.a** – Comparação das constantes de engenharia obtidas por meio de ensaios TGA e DMA, de CP's unidirecionais assimétricos, configuração [0,55,-55,0,-75,75,0,0,0].

	TGA + Regra mistura + Teoria Cláss. Lamin.				DMA + Regra mistura + Teoria Cláss. Lamin.				Razão (DMA)/(TGA)						
	EPCF3	EPCF4	EPCF9	DP	Média	DP	Média	DP	EPCF3	EPCF4	EPCF9	DP			
<b>Constantes da lâmina</b>	Média	DP	Média	DP	Média	DP	Média	DP	Média	DP	Média	DP			
Mód. elast. longit. - E1 [GPa]	153,7	4,1	136,1	3,8	130,5	6,8	122,0	2,2	122,0	0,6	119,5	0,12	0,79	0,90	0,92
Coeffic. de Poisson - $\nu_{12}$	0,235	0,010	0,248	0,011	0,244	0,020	0,240	0,012	0,248	0,01	0,244	0,02			
Mód. elast. transversal - E2 [GPa]	9,6	0,6	8,4	0,5	8,5	0,8	8,92	0,21	8,85	0,8	7,38	0,2	0,93	1,05	0,87
% volum. de vazios - vv	4,4	3,0	4,2	2,8	6,3	5,0									
% volumétrica de resina - vr	29,3	2,5	37,3	2,3	37,7	4,1									
% volumétrica de fibra - vf	66,3	1,7	58,5	1,6	56	2,9									
<b>Módulos a tração (<math>E_{13}</math>, <math>E_{1Y}</math> e <math>G_{13Y}</math>), quociente de Poisson (<math>\nu_{xy}</math>, <math>\nu_{yx}</math>) do compósito multidirecional desejado</b>															
Mód. elast. longitudinal [GPa] ( $E_x = 1/(h \cdot a_{xx})$ )	85,7	2,6	76,2	2,2	72,9	3,9	69,0	1,6	68,8	0,6	66,7	0,7	0,81	0,90	0,91
Mód. elast. transversal [GPa] ( $E_y = 1/(h \cdot a_{yy})$ )	47,3	1,6	41,9	1,4	40,3	2,4	38,9	0,78	38,6	0,8	36,7	0,2	0,82	0,92	0,91
Mód. cisalham. [GPa] ( $E_s = 1/(h \cdot a_{ss})$ )	10,1	0,6	8,6	0,4	8,4	0,7	9,3	0,4	8,2	0,3	7,8	0,2	0,91	0,96	0,93
Quociente de Poisson - ( $\nu_{xy} = -a_{yx}/a_{xx}$ )	0,192	0,002	0,196	0,002	0,196	0,004	0,190	0,001	0,2	0,004	0,191	0,003	1,00	1,02	0,97
Quociente de Poisson - ( $\nu_{yx} = -a_{xy}/a_{yy}$ )	0,106	0,002	0,108	0,001	0,108	0,003	0,110	0,001	0,112	0,004	0,105	0,001	1,02	1,04	0,97
<b>Módulos a flexão (<math>E_{13}</math>, <math>E_{1Y}</math>) do compósito multidirecional desejado</b>															
Mód. elast. flexão longitudinal [GPa] ( $E_R = 12/(h^3 \cdot d_{xx})$ )	113,1	3,2	101,4	2,9	96,8	5,3	90,4	1,8	91,4	0,65	88,6	0,08	0,80	0,90	0,92
Mód. elast. flexão transversal [GPa] ( $E_T = 12/(h^3 \cdot d_{yy})$ )	22,9	1,0	20,5	0,8	19,9	1,4	19,5	0,49	19,5	0,79	17,8	0,13	0,85	0,95	0,9



Em seguida caracterizaram-se, pelas mesmas duas técnicas (TGA e DMA), compósitos multidirecionais simétricos e assimétricos. Como não se consegue determinar as frações volumétricas de cada camada pela técnica de TGA, supôs-se que as frações fossem iguais em todas as camadas. Os resultados podem ser vistos na tabela 5.2.1. Como no caso anterior, dos CP's unidirecionais, podem-se obter as constantes de engenharia de uma camada ou lâmina (tab. 5.2.2), com o mesmo modelo já usado no caso do unidirecional, e os resultados estão apresentados na tabela 5.2.6.

Conhecidas as constantes da lâmina, pela técnica TGA, foram obtidas as constantes dos laminados assimétricos e simétricos, os termos das matrizes [a] e [d], e os módulos (a tração e a flexão), que estão apresentados na tabelas 5.2.7, para os CP's assimétricos e simétricos. Para obtenção das matrizes [a] e [d], no caso dos compósitos multidirecionais, mediram-se, com auxílio de um projetor de perfil, as espessuras de cada camada do laminado. No caso dos CP's unidirecionais, considerou-se a espessura constante para todas as camadas e, como pode ser visto na tabela 5.2.7 (linhas de **G** a **O**), a espessura não se manteve constante, principalmente nas camadas helicoidais. Pode ser observado que os valores de módulo longitudinal medidos pelo DMA (linhas **P** e **Q**), usando modelos que consideram o material com isotropia na seção transversal sob flexão, são muito próximos dos valores de módulo de tração longitudinal estimados pela técnica de TGA (linha **S1**). Além disso, os valores de módulo a tração e a flexão são diferentes (linhas **S1** e **U**), como esperado. No ensaio de DMA, com CP's multidirecionais, estes estão submetidos à flexão em 3 pontos, portanto, espera-se obter módulos correspondentes à flexão. As matrizes completas podem ser vistas no anexo H, para todos os CP's estudados.

**Tabela 5.2.6 – Constantes de engenharia da lâmina, com base na TGA (E1, E2,  $\nu_{12}$ ,  $G_{12}$ ), dos CP's multidirecionais simétricos e assimétricos.**

	Assimétrico			Simétrico	
	Carbono EPC2	Carbono EPC3	Carbono EPC4	Carbono EPC5	Kevlar EPK2
<b>Propriedades dos constituintes</b>					
Mód. longitudinal elastic. fibra - $E_{1f}$ (dado do fabricante) [GPa]	230,0	230,0	230,0	230,0	112,4
Mód. elastic. resina (dado do fabricante) - $E_m$ [GPa]	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
Mód. transv. elastic. fibra - $E_{2f}$ ( $E_{2f} = m \cdot E_m - m = 4,3$ p/ carbono/epoxi e $m = 2$ p/ kevlar/epoxi) [GPa]	18,49	18,49	18,49	18,49	8,6
Mód. cisalh. fibra - $G_{12f}$ ( $G_{12f} = m \cdot G_m - m = 22$ p/ carbono/epoxi e $m = 16$ p/ kevlar/epoxi) [GPa]	35,0	35,0	35,0	35,0	25,5
Quociente de Poisson da fibra - $\nu_f$ ( $\nu_f = 0,2$ )	0,2	0,2	0,2	0,2	0,36
Quociente de Poisson da matriz- $\nu_m$ (para epoxi $\nu_m = 0,35$ )	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
Mód. Cisalh. resina (considerando resina mat. isotrópico) - $G_m = E_m / (2(1 + \nu_m))$ [GPa]	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59
Mód. elastic. resina (medido pelo DMA) [GPa]	3,76	3,89	3,89	3,89	3,89
% volumétrica de vazios do compósito - $\nu_v$	2,6	1,6	1,6	2,2	13,2
Desvio-padrão da fração de vazios em %	2,5	3	1,6	1,9	1,3
% volumétrica de resina - $\nu_m$	38,4	42	43,9	43,6	38,1
Desvio-padrão da fração de resina em %	2,1	2,5	1,3	1,6	1,0
% volumétrica de fibra - $\nu_f$	59,0	56,4	54,5	54,2	48,7
Desvio-padrão da fração de fibra em %	1,5	1,7	0,9	1,1	0,8
<b>Constantes de engenharia de cada camada - módulos (E1, E2 e <math>G_{12}</math>) e coef. Poisson (<math>\nu_{12}</math>) - considerando mesma fração volumétrica em todas as camadas</b>					
Mód. elast. longitudinal médio ( $E_1 = \nu_f \cdot E_{1f} + \nu_m \cdot E_m$ ) [GPa]	137,3	131,6	127,3	126,5	56,3
Desvio-padrão do módulo E1 [GPa]	3,4	4,1	2,2	2,6	1
Quociente de Poisson médio do compósito na longit. - $\nu_{12}$ ( $\nu_{12} = \nu_f \cdot \nu_{12f} + \nu_m \cdot \nu_m$ )	0,252	0,26	0,263	0,261	0,309
Desvio do quociente de Poisson	0,01	0,012	0,007	0,008	0,006
Mód. elast. transversal médio - E2 ( $1/E_2 = \nu_f/E_{2f} + \nu_m/E_m$ ) [GPa]	8,25	7,8	7,6	7,65	6,88
Desvio-padrão do módulo E2 [GPa]	0,39	0,4	0,21	0,25	0,15
Mód. cisalhamento médio - $G_{12}$ ( $1/G_{12} = \nu_f/G_{12f} + \nu_m/G_m$ ) [GPa]	3,88	3,57	3,43	3,46	3,87
Desvio-padrão do módulo de cisalhamento [GPa]	0,2	0,2	0,1	0,12	0,09

Tabela 5.2.7 – Constantes dos laminados multidirecionais assimétricos e simétricos, a partir do ensaio de TGA (considerando fração volumétrica constante em todas as camadas), e módulos obtidos do ensaio de DMA (usando modelo para materiais isotrópicos), a partir de CP's multidirecionais.

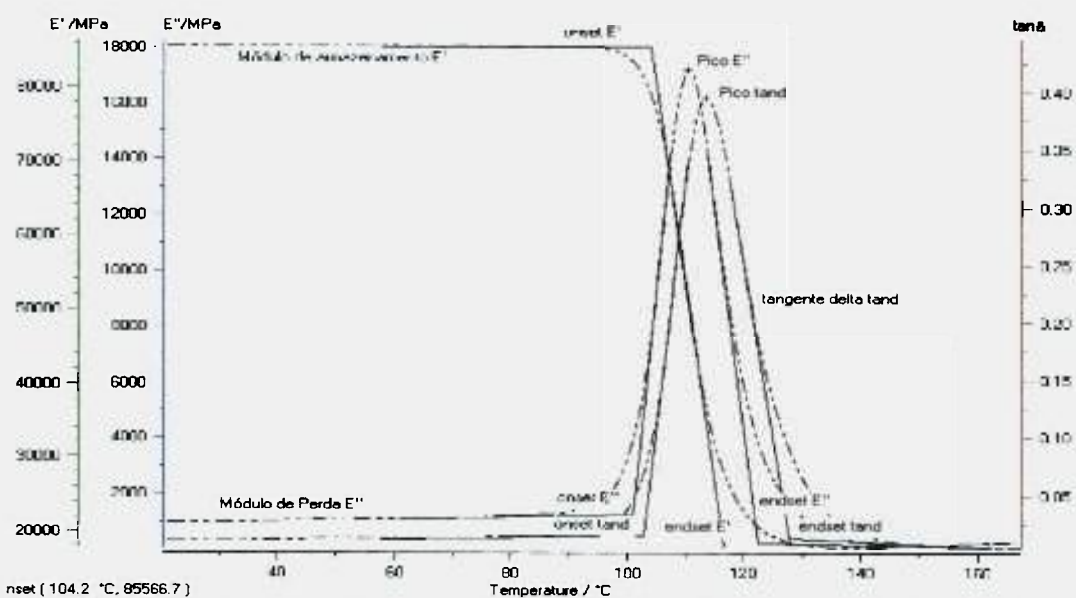
Módulos (E1, E2 e G12) e coef. Poisson de cada camada (v12)		Assimétricos [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]						Simétricos [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]							
		EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPC6		EPC7			
		Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P
A	Mod. elast. longitudinal (E1=vfE1f+vmEm) [GPa]	137,3	3,4	131,6	4,1	127,3	2,2	126,5	2,6	126,5	2,6	56,3	1,0	56,3	1,0
B	Coefic. Poisson compos. (v12=Vf.v12f+Vm.v12m)	0,252	0,010	0,260	0,012	0,263	0,007	0,261	0,008	0,261	0,008	0,309	0,006	0,309	0,006
C	Mod. elast. Transv E2 (1/E2=Vf/E2f+Vm/E2m) [GPa]	8,25	0,39	7,80	0,40	7,60	0,21	7,65	0,25	7,65	0,25	6,88	0,15	6,88	0,15
D	Mod. cisalh. G12 (1/G12=Vf/G12f+Vm/G12m) [GPa]	3,88	0,20	3,57	0,20	3,43	0,10	3,46	0,12	3,46	0,12	3,87	0,09	3,87	0,09
E	Espessura dos corpos de prova em mm	1,45	-	1,61	-	1,63	-	1,54	-	1,54	-	2,55	-	2,55	-
F	Número de camadas	9	-	9	-	9	-	9	-	9	-	9	-	9	-
G	Espessura da camada 1 [mm]/orientação [graus]	0,151/0	-	0,160/0	-	0,175/0	-	0,163/0	-	0,163/0	-	0,150/0	-	0,150/0	-
H	Espessura da camada 2 [mm]/orientação [graus]	0,194/55	-	0,215/55	-	0,175/0	-	0,163/0	-	0,163/0	-	0,150/0	-	0,150/0	-
I	Espessura da camada 3 [mm]/orientação [graus]	0,194/-55	-	0,215/-55	-	0,189/75	-	0,171/75	-	0,171/75	-	0,480/75	-	0,480/75	-
J	Espessura da camada 4 [mm]/orientação [graus]	0,162/0	-	0,182/0	-	0,189/-75	-	0,171/-75	-	0,171/-75	-	0,480/75	-	0,480/75	-
K	Espessura da camada 5 [mm]/orientação [graus]	0,151/75	-	0,175/75	-	0,192/0	-	0,168/0	-	0,168/0	-	0,119/0	-	0,119/0	-
L	Espessura da camada 6 [mm]/orientação [graus]	0,151/-75	-	0,175/-75	-	0,183/-75	-	0,177/-75	-	0,177/-75	-	0,462/-75	-	0,462/-75	-
M	Espessura da camada 7 [mm]/orientação [graus]	0,152/0	-	0,166/0	-	0,183/75	-	0,177/75	-	0,177/75	-	0,462/75	-	0,462/75	-
N	Espessura da camada 8 [mm]/orientação [graus]	0,152/0	-	0,166/0	-	0,176/0	-	0,180/0	-	0,180/0	-	0,133/0	-	0,133/0	-
O	Espessura da camada 9 [mm]/orientação [graus]	0,152/0	-	0,166/0	-	0,176/0	-	0,180/0	-	0,180/0	-	0,133/0	-	0,133/0	-
<b>Módulos (Ex, Ey) medidos pelo DMA a partir de CP's multidirecionais, utilizando modelo para materiais isotrópicos</b>															
P	Módulo longitudinal - Ex [GPa]	75,6	8,8	72,2	3,5	84,5	2	86,0	2	86,0	2	30,9	1	30,9	1
Q	Módulo transversal - Ey [GPa]	21,0	0,8	18,9	2,3	20,0	1	22,0	1	22,0	1	23,5	0,3	23,5	0,3
<b>Matriz [a] - em (m/N)</b>															
R1	a <sub>11</sub>	9,5E-09	2,55E-10	9,14E-09	3,05E-10	8,36E-09	1,50E-10	8,81E-09	1,75E-10	8,81E-09	1,75E-10	1,92E-08	4,00E-10	1,92E-08	4,00E-10
R2	a <sub>12</sub>	-2,1E-09	4,50E-11	-2E-09	5,00E-11	-8,1E-10	5,00E-12	-8,55E-10	5,00E-12	-8,55E-10	5,00E-12	-2,04E-09	1,50E-11	-2,04E-09	1,50E-11
R3	a <sub>13</sub>	6,8E-10	3,40E-11	3,6E-09	2,88E-09	-1,5E-14	3,00E-16	2,38E-13	3,50E-15	2,38E-13	3,50E-15	4,96E-13	1,00E-15	4,96E-13	1,00E-15
R4	a <sub>21</sub>	-2,1E-09	4,50E-11	-2E-09	5,00E-11	-8,1E-10	5,00E-12	-8,55E-10	5,00E-12	-8,55E-10	5,00E-12	-2,04E-09	1,50E-11	-2,04E-09	1,50E-11
R5	a <sub>22</sub>	1,6E-08	4,50E-10	1,49E-08	5,50E-10	1,11E-08	2,00E-10	1,2E-08	2,50E-10	1,2E-08	2,50E-10	1,014E-08	1,60E-10	1,014E-08	1,60E-10
R6	a <sub>23</sub>	4E-09	2,15E-10	3,86E-09	2,15E-10	1,42E-12	4,00E-14	-2,21E-11	8,50E-13	-2,21E-11	8,50E-13	-7,99E-12	2,15E-13	-7,99E-12	2,15E-13
R7	a <sub>31</sub>	6,8E-10	3,40E-11	3,6E-09	2,88E-09	-1,5E-14	3,00E-16	2,38E-13	3,50E-15	2,38E-13	3,50E-15	4,96E-13	1,00E-15	4,96E-13	1,00E-15
R8	a <sub>32</sub>	4E-09	2,15E-10	3,86E-09	2,15E-10	1,42E-12	4,00E-14	-2,21E-11	8,50E-13	-2,21E-11	8,50E-13	-7,99E-12	2,15E-13	-7,99E-12	2,15E-13
R9	a <sub>33</sub>	7,6E-08	2,95E-09	7,27E-08	3,20E-09	9,02E-08	2,00E-09	9,58E-08	2,50E-09	9,58E-08	2,50E-09	6,605E-08	1,35E-09	6,605E-08	1,35E-09
<b>Módulos a tração (E<sub>1x</sub>, E<sub>1y</sub> e G<sub>xy</sub>), quociente de Poisson do composto multidirecional (ν<sub>xy</sub>, ν<sub>yx</sub>) -</b>															
S1	Mod. elast. longitudinal (E <sub>1x</sub> =1/(h.a <sub>11</sub> )) [GPa]	7,26E+01	1,94E+00	6,80E+01	2,27E+00	7,34E+01	1,32E+00	7,37E+01	1,47E+00	7,37E+01	1,47E+00	2,04E+01	4,26E-01	2,04E+01	4,26E-01
S2	Mod. elast. transversal (E <sub>1y</sub> =1/(h.a <sub>22</sub> )) [GPa]	4,29E+01	1,19E+00	4,18E+01	1,55E+00	5,53E+01	9,96E-01	5,43E+01	1,14E+00	5,43E+01	1,14E+00	3,87E+01	6,10E-01	3,87E+01	6,10E-01
S3	Mod. cisalh. (E <sub>xy</sub> =1/(h.a <sub>66</sub> )) [GPa]	9,12E+00	3,55E-01	8,54E+00	3,77E-01	6,80E+00	1,51E-01	6,78E+00	1,77E-01	6,78E+00	1,77E-01	5,94E+00	1,21E-01	5,94E+00	1,21E-01
S4	Quociente de Poisson (ν <sub>xy</sub> =-a <sub>12</sub> /a <sub>11</sub> )	2,20E-01	1,16E-03	2,19E-01	1,84E-03	9,69E-02	1,14E-03	9,71E-02	1,36E-03	9,71E-02	1,36E-03	1,07E-01	1,44E-03	1,07E-01	1,44E-03
S5	Quociente de Poisson (ν <sub>yx</sub> =-a <sub>21</sub> /a <sub>22</sub> )	1,30E-01	8,29E-04	1,35E-01	1,82E-03	7,30E-02	8,65E-04	7,15E-02	1,08E-03	7,15E-02	1,08E-03	2,02E-01	1,70E-03	2,02E-01	1,70E-03
<b>Matriz [d] - em (1/Nm)</b>															
T1	d <sub>11</sub>	0,04015	1,05E-03	0,0311	1,00E-03	0,02595	4,50E-04	0,03035	5,50E-04	0,03035	5,50E-04	0,0214	4,00E-04	0,0214	4,00E-04
T2	d <sub>12</sub>	-0,01525	3,50E-04	-0,01205	3,50E-04	-0,00332	5,00E-06	-0,003955	1,50E-05	-0,003955	1,50E-05	-0,00264	1,00E-05	-0,00264	1,00E-05
T3	d <sub>13</sub>	-0,00341	1,40E-04	-0,00273	1,25E-04	0,000732	8,00E-06	0,000861	1,25E-05	0,000861	1,25E-05	-0,00148	6,00E-06	-0,00148	6,00E-06
T4	d <sub>21</sub>	-0,01525	3,50E-04	-0,01205	3,50E-04	-0,00332	5,00E-06	-0,003955	1,50E-05	-0,003955	1,50E-05	-0,00264	1,00E-05	-0,00264	1,00E-05
T5	d <sub>22</sub>	0,1765	5,50E-03	0,131	5,00E-03	0,109	2,00E-03	0,135	3,00E-03	0,135	3,00E-03	0,02845	5,50E-04	0,02845	5,50E-04
T6	d <sub>23</sub>	-0,03405	1,35E-03	-0,02405	1,05E-03	-0,0671	2,00E-03	-0,07935	2,85E-03	-0,07935	2,85E-03	-0,01995	4,50E-04	-0,01995	4,50E-04
T7	d <sub>31</sub>	-0,00341	1,40E-04	-0,00273	1,25E-04	0,000732	8,00E-06	0,000861	1,25E-05	0,000861	1,25E-05	-0,00148	6,00E-06	-0,00148	6,00E-06
T8	d <sub>32</sub>	-0,03405	1,35E-03	-0,02405	1,05E-03	-0,0671	2,00E-03	-0,07935	2,85E-03	-0,07935	2,85E-03	-0,01995	4,50E-04	-0,01995	4,50E-04
T9	d <sub>33</sub>	0,5265	2,15E-02	0,4025	1,85E-02	0,612	1,60E-02	0,73	2,30E-02	0,73	2,30E-02	0,151	3,00E-03	0,151	3,00E-03
<b>Módulos a flexão (E<sub>1x</sub>, E<sub>1y</sub>) do composto multidirecional - (TGA+regra mist+ teoria lamin)</b>															
U	Mod. elast. longitudinal (E <sub>1x</sub> =12/(h <sup>3</sup> .d <sub>11</sub> )) [GPa]	9,91E+01	2,58E+00	9,26E+01	2,98E+00	106,81	1,85E+00	108,3	1,96E+00	108,3	1,96E+00	33,83	6,32E-01	33,83	6,32E-01
V	Mod. elast. transversal (E <sub>1y</sub> =12/(h <sup>3</sup> .d <sub>22</sub> )) [GPa]	2,26E+01	7,03E-01	2,20E+01	8,39E-01	25,43	4,87E-01	24,35	5,41E-01	24,35	5,41E-01	25,45	4,92E-01	25,45	4,92E-01

No anexo D, estão mostrados as tabelas e os métodos usados para obter as constantes elásticas dos compósitos multidirecionais, utilizando, além das propriedades dos constituintes informados pelos respectivos fabricantes, o módulo  $E_1$  (o de maior influência para determinação das constantes elásticas) da fibra extrapolado dos ensaios em DMA e TGA dos CP's unidirecionais,.

### 5.3 – Análise de Propriedades Mecanodinâmicas – DMA

#### 5.3.1 Avaliação da Região de Transição Vítrea e Temperatura de Transição Vítrea – (T<sub>g</sub>)

Foram ensaiadas 3 réplicas para cada configuração de CP (unidirecional e multidirecional). Foi utilizado o critério de Chauvenet [25] para verificar se, considerando a distribuição normal, alguma das medidas deveriam ser descartadas ou se mais medidas deveriam ser realizadas para cada versão. As variações entre as medidas e suas respectivas médias sempre foram menores que 20%. Pelo critério de Chauvenet, para que os valores das medidas sejam considerados normais e não sejam descartados, podem variar até 38%. Como a temperatura de transição vítrea pode ser determinada utilizando diversos critérios, até mesmo numa mesma técnica como a DMA, na tabela 5.3.1 estão apresentadas todas as temperaturas de início de transição vítrea (“onset”), segundo o módulo de armazenamento, o de perda e a tangente delta; máximo ou pico da transição, segundo o módulo de perda e a tangente delta (“pico”), e término de transição (“endset”), segundo as mesmas propriedades usadas para o “onset”. Na figura 5.3.1 estão mostrados esquematicamente todos os pontos de transição mencionados acima.



**Figura 5.3.1.** Indicação esquemática dos pontos de início (“onset”), pico e término (“endset”) da transição vítrea, para as propriedades de módulo de armazenamento ( $E'$ ) e de perda ( $E''$ ), e tangente delta ( $\tan \delta$ ). Estes pontos são utilizados para se determinar a temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ).

Cabe aqui lembrar que, no caso dos compósitos unidirecionais, devem-se avaliar os pontos de transição vítrea pelo módulo de armazenamento e de perda. No caso dos

compósitos multidirecionais, nos quais os valores desses módulos, fornecidos pelo ensaio DMA, não estão corretos, ainda é possível avaliar a transição, já que se pode raciocinar como se os valores de módulo fornecidos fossem valores aparentes, como se o CP ensaiado fosse um material isotrópico ou ortotrópico. Quando for tratada a questão de tirar do ensaio DMA constantes elásticas do laminado ensaiado por meio do CP, será detalhado este problema.

Analisando os dados mostrados na tabela 5.3.1, pode ser observado que quando se considera a Tg, conforme aconselha a norma ASTM (E1640-99), ou seja, a Tg como sendo a temperatura de “onset” do módulo de armazenamento, verifica-se que em alguns casos, como nos CP’s unidirecionais EPCF9 (fibra de carbono, com pós-cura e resfriamento intermediário) e EPK1 (fibra de poliaramida, com o mesmo ciclo de cura anterior), as Tg’s não são iguais, estatisticamente, para CP’s com a fibra na direção longitudinal (EPCF990) e na transversal (EPCF900). Nos outros casos nos quais ocorrem diferenças, estas são explicadas por tratamentos térmicos adicionais, principalmente nos CP’s longitudinais. Outro detalhe a observar é que os CP’s com pós-cura e resfriamento intermediário (EPCF9, EPC397, EPC4) tiveram um sensível aumento da Tg, quando comparados com os demais, em qualquer dos pontos indicados da transição. Isto evidencia que a pós-cura com resfriamento melhorou as propriedades dos compósitos estudados. Outro detalhe interessante é o fato de a Tg ser uma propriedade dominada pela matriz (epóxi), mas ter valores de Tg diferentes para a mesma resina, com diferentes fibras, como nos CP’s EPCF9 e EPK1. Uma comparação pertinente a ser feita, em futuros trabalhos, seria ensaiar estes CP’s pela técnica de DSC e verificar se esta diferença também é notada.

A verificação da igualdade estatística dos valores de temperatura foi feita supondo que as distribuições são normais. Para isto fez-se o teste de hipótese para as variâncias das populações (var) para cada propriedade de cada CP, seguido do teste de hipótese das médias das amostras para os mesmos CP’s, sempre considerando que foram realizados ensaios em três réplicas para cada CP. Para tanto, foi adotado nível de confiança de 95% e feitas as comparações julgadas mais relevantes que estão apresentadas na tabela 5.3.2.

Analisando a tabela 5.3.2 para os compósitos unidirecionais, pode-se concluir que, pelos valores do módulo de armazenamento, os tratamentos dos CP’s EPCF390 e EPCF391 deram resultados de “onset” diferentes, ou seja, pode-se concluir que as diferenças entre as médias das amostras se reproduzem para as médias das populações dos dois CP’s. Outro fato interessante é a comparação do EPCF900 e EPCF990, pois a transição vítrea é uma

propriedade dominada pela matriz (neste caso, de resina epóxi), mas os valores de Tg, pelo “onset” do módulo de armazenamento, são diferentes estatisticamente. Neste caso, a diferença entre os CP’s está apenas na direção da fibra, e portanto a forma como a fibra está sendo solicitada durante o ensaio não tem mais influência, mas isso deixou a Tg, por esta propriedade, diferente 6% no “onset”. Analisando as outras duas comparações com os mesmos CP’s, observa-se que na comparação, usando o pico de  $\tan \delta$ , já não se pode dizer que as médias sejam diferentes, ou seja, houve uma relaxação tal que já não faz mais diferença a direção em que está a fibra.

**Tabela 5.3.1.** Temperaturas de transição vítrea associadas a pontos de transição vítrea de 3 grandezas: módulos de armazenamento ( $E'$ ), de perda ( $E''$ ), e da tangente delta ( $\tan \delta$ ).

CP	TEMPERATURAS DE TRANSIÇÃO VÍTREA (°C), Segundo módulo de armazenamento ( $E'$ ), de perda ( $E''$ ) e tangente delta															
	E' - Mod armazen.				E'' - Módulo perda						tangente delta					
	Onset E'	DP	Endset E'	DP	Onset E''	DP	Pico E''	DP	Endset E''	DP	Onset $\tan \delta$	DP	Pico $\tan \delta$	DP	Endset $\tan \delta$	
<b>Unidirecional</b>	media	DP	media	DP	media	DP	media	DP	media	DP	media	DP	media	DP	media	DP
epcf300	97,8	2,7	114,4	3,4	95,2	2,9	106,8	3,1	118,9	4,6	98,9	2,9	111,7	2,8	132,0	1,9
epcf390	97,7	0,5	112,7	0,7	94,2	0,9	104,8	0,5	119,6	0,5	95,6	1,0	107,6	0,5	124,7	1,0
epcf391 (a)	106,4	2,5	118,6	2,1	103,3	2,4	112,5	2,4	124,3	2,3	104,8	2,6	114,8	2,4	128,2	2,4
epcf400	96,8	0,8	113,0	0,8	91,3	0,5	105,0	0,6	120,0	0,1	95,2	0,3	109,0	0,8	126,0	0,7
epcf490	97,7	4,0	114,1	7,0	93,8	4,6	105,1	4,3	120,8	6,7	94,8	3,7	107,0	4,8	124,3	7,6
epcf900	96,6	0,6	111,7	0,7	93,2	0,5	104,4	0,8	116,8	0,7	97,1	0,5	111,6	0,4	139,9	1,9
epcf990	103,9	1,3	118,4	1,2	100,2	1,3	111,0	1,3	124,3	1,2	102,0	1,2	113,6	1,3	129,2	1,3
epk100	80,6	1,9	101	3,9	77,5	2,2	90,7	2,5	107	3,9	82,7	1,8	99,4	3,6	123,0	3,3
epk190	85,9	2,7	101,0	2,1	82,1	2,5	93,3	2,3	107,3	2,2	84,2	2,7	97,1	2,3	112,7	2,2
<b>Multidirecional</b>																
epc200	92,9	0,6	111,0	0,5	89,1	0,2	102,0	0,4	119,0	1,0	92,3	0,5	107,0	0,3	126,0	0,9
epc296	95,4	1,2	108,8	1,7	93,0	1,7	102,3	1,6	114,4	1,7	94,2	1,7	104,4	1,6	126,1	9,2
epc2971 (b)	102,0	6,8	116,1	6,9	97,9	6,0	109,0	6,7	123,0	6,7	99,5	6,1	112,0	7,2	127,0	5,5
epc3001	93,5	3,1	106,6	6,2	90,1	4,0	101,0	4,7	113,0	7,0	93,2	3,9	104,0	5,8	123	4,1
epc3902 (c)	94,7	0,9	109,5	1,0	92,3	0,6	102,5	0,7	116,1	1,4	93,9	0,5	105,3	0,8	121,8	0,9
epc397 (d)	109,0	3,6	122,8	3,3	106,0	3,8	116,0	3,5	129,0	3,2	108,0	3,7	119,0	3,4	133,0	3,6
epc400	105,0	0,5	122,0	0,9	101,0	0,6	114,0	0,6	128,0	1,2	102,0	1,8	117,0	0,6	134,0	2,1
epc490	106,0	1,4	120,0	1,2	103,0	1,2	113,0	1,3	126,0	1,3	104,0	1,4	116,0	1,2	131,0	0,9
epc500	96,8	4,0	113,1	4,4	93,5	3,6	107,0	7,4	122,0	9,1	96,3	3,5	108,4	4,0	125,1	4,7
epc590	101,0	2,8	113,0	3,0	98,0	2,7	107,0	2,8	119,0	3,0	100,0	2,7	110,0	3,0	125,0	2,7
epk200	90,3	1,5	105,0	4,6	83,8	1,6	96,7	2,9	112,0	4,59	87,5	1,1	102,0	3,1	116,0	4,39
epk290	97,1	1,0	113,4	1,0	90,3	3,3	105,0	1,2	121,0	0,2	94,6	1,9	109,0	0,4	128,0	4,9

(a) CP's foram pós-curados a 150 °C/5 horas;

(b) CP's foram ensaiados depois de 3 anos de sua fabricação;

(c) CP's foram pós-curados a 150 °C/5 horas, sem resfriamento intermediário;

(d) CP's foram resfriados e pós-curados a 150 °C/5 horas.

**Tabela 5.3.2.** Testes de hipótese para as temperaturas na zona de transição vítrea, das variâncias e das médias das amostras, considerando que as distribuições são normais e foram ensaiadas 3 réplicas para cada CP, para os casos considerados relevantes (nos quais os valores médios encontrados não podem ser consideradas iguais estatisticamente).

Comparação (A) = (B)	Med.(A)	S(A)	Med.(B)	S(B)	hipótese: Ho: var(A) = var(B) H1: var (A) ≠ var (B) n(A)= 3    n(B)= 3		hipótese: Ho: u(A) = u(B) H1: u(A) ≠ u(B)		Sp <sup>2</sup>	to	t	to  > t.025,4
					F0.975,2,2	Fo	F0.025,2,2	Ho?				
<b>Unidirecional</b>												
onset E' (EPCF390) X (EPCF391)	97,7	0,5	106,4	2,5	0,025641	0,04	39	sim	3,3	-5,91	2,776	u(A) ≠ u(B)
onset E' (EPK190) X (EPCF990)	85,9	2,7	103,9	1,3	0,025641	4,31	39	sim	4,5	-10,4	2,776	u(A) ≠ u(B)
onset E' (EPCF900)X(EPCF990)	96,6	0,6	103,9	1,3	0,025641	0,21	39	sim	1	-8,83	2,776	u(A) ≠ u(B)
Pico E' (EPCF900) X (EPCF990)	104,4	0,8	111,0	1,3	0,025641	0,37	39	sim	1,2	-7,49	2,776	u(A) ≠ u(B)
Pico tan δ (EPCF900) X (EPCF990)	111,6	0,4	113,6	1,3	0,025641	0,094	39	sim	0,9	-2,55	2,776	u(A) = u(B)
<b>Multidirecional</b>												
onset E' (EPC296)X(EPC297)	95,4	1,2	102,0	6,8	0,025641	0,031	39	sim	24	-1,66	2,776	u(A) = u(B)
onset E' (EPC390)X(EPC397)	94,7	0,9	109,0	3,6	0,025641	0,062	39	sim	6,9	-6,67	2,776	u(A) ≠ u(B)
onset E' (EPK200)X(EPK290)	90,3	1,5	97,1	1,0	0,025641	2,25	39	sim	1,6	-6,53	2,776	u(A) ≠ u(B)
onset E' (EPK290)X(EPC490)	97,1	1,0	106,0	1,4	0,025641	0,51	39	sim	1,5	-8,96	2,776	u(A) ≠ u(B)
onset E' (EPC590)X(EPC490)	101,0	2,8	106,0	1,4	0,025641	4,00	39	sim	4,9	-2,77	2,776	u(A) ≠ u(B)
Pico E' (EPC590)X(EPC490)	107,0	2,8	113,0	1,3	0,025641	4,63	39	sim	4,8	-3,37	2,776	u(A) ≠ u(B)
Pico tan δ (EPC590) X (EPC490)	110,0	3,0	116,0	1,2	0,025641	6,25	39	sim	5,2	-3,22	2,776	u(A) ≠ u(B)

Critério de rejeição para teste de variância da hipótese de variâncias das populações iguais e desconhecidas Ho:

$F_0 < F(1-\alpha/2, n(A)-1, n(B)-1)$  e  $F_0 > F(\alpha/2, n(A)-1, n(B)-1)$  e sabendo que  $F(1-\alpha/2, 2, 2) = 1/F(\alpha/2, 2, 2)$

$F_0 = S(A)^2/S(B)^2$

Nível de confiança adotado: 95% →  $\alpha = 0,05$

Critério de rejeição para teste das médias das amostras, com variâncias desconhecidas mas iguais, da hipótese (Ho) de que as médias das populações sejam iguais:

$|t_0| > t(\alpha/2, n(A)+n(B)-2)$

$Sp^2 = ((n(A)-1)S(A)^2 + (n(B)-1)S(B)^2) / (n(A)+n(B)-2)$

$v = (S(A)^2/n(A) + S(B)^2/n(B)) / ((S(A)^2/n(A))/(n(A)-1) + (S(B)^2/n(B))/(n(B)-1))$

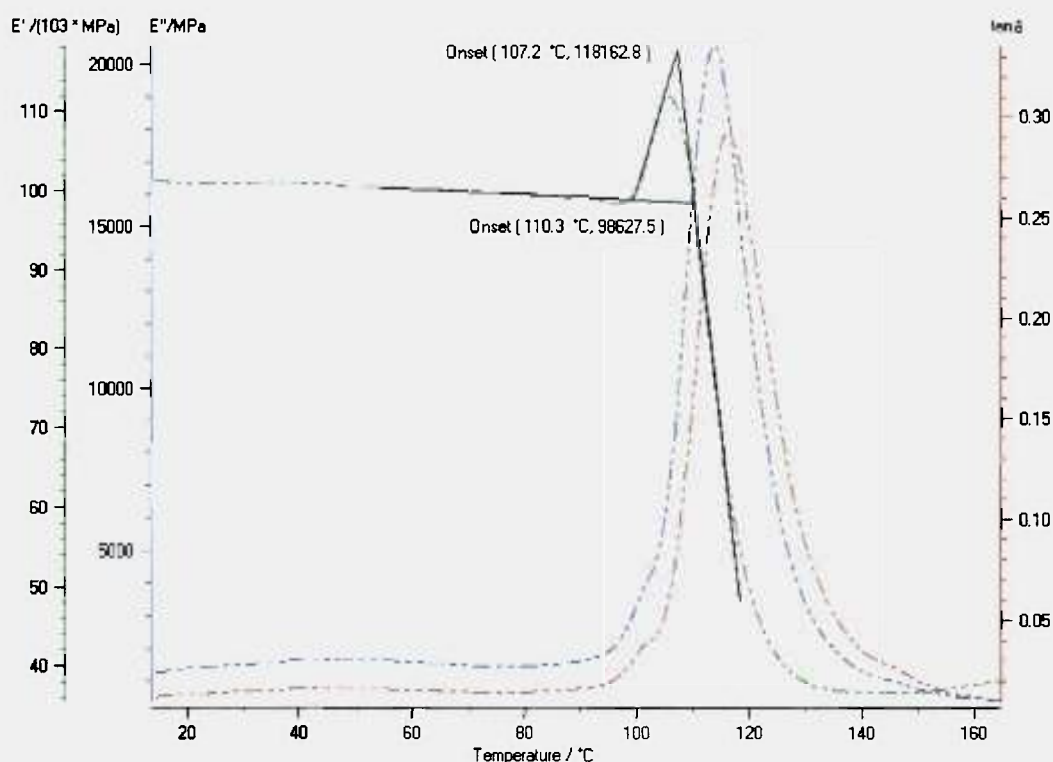
$t_0 = (u(A)-u(B)) / (Sp \sqrt{1/n(A)+1/n(B)})^{1/2}$

$t(\alpha/2, n(A) + n(B) - 2)$

Para os compósitos multidirecionais, observam-se efeitos semelhantes aos dos unidirecionais.

Por vezes, não se consegue verificar diferenças nos valores da temperatura do pico de tan δ ou módulo de perda, como já foi dito, porém existem casos como o mostrado na figura 5.3.2. , nos quais a determinação da Tg por meio do “onset” do módulo de armazenamento traz dúvidas quanto ao seu valor. Efeitos como estes podem aparecer durante a medida devido a tensões residuais ou a cura incompleta do compósito, conforme

relatado por Menard [24]. Portanto, para uma completa caracterização dos limites das zonas vítreas e de transição vítrea, o ideal é conhecer e comparar todos os pontos de descontinuidades ou, ao menos, os pontos de “onset” e pico, para as aplicações estruturais, tanto de módulo de armazenamento, principalmente quando se pretende aplicar o compósito na região vítrea ou predominantemente elástica.



**Figura 5.3.2.** Exemplo de medida de  $T_g$ , por meio do “onset” do módulo de armazenamento, no qual o “onset” pode ter diversos valores, dada a anomalia na região vítrea próxima do início da transição vítrea. Esta anomalia pode ser devido a tensões residuais ou cura incompleta do compósito. Os picos de tangente delta ou módulo de perda não deixam dúvidas quanto a sua determinação.

## **5.3.2 Avaliação dos módulos na região vítrea e de transição vítrea**

### **5.3.2.1 A partir de compósitos unidirecionais**

Para melhor entendimento dos procedimentos adotados para obter as constantes elásticas e de engenharia dos compósitos estudados está apresentado na figura 5.3.2.1 um fluxograma geral.

Os resultados e comparações, a partir de compósitos unidirecionais, das técnicas de TGA e DMA estão apresentados na tabela 5.2.2. As estimativas para compósitos multidirecionais, a partir dos resultados dos compósitos unidirecionais, estão apresentadas nas tabelas 5.2.3.a até 5.2.4.b. As comparações desses resultados estão mostradas nas tabelas 5.2.5 A e B. Para os CP's de compósitos multidirecionais, ensaiados pela técnica TGA, os resultados estão apresentados na tabela 5.2.7.

Estão mostrados nas figuras 5.3.2.2 até 5.3.2.9 os resultados dos ensaios de DMA para os compósitos unidirecionais, utilizando os modelos para materiais isotrópicos e ortotrópicos. Como já mencionado anteriormente, também foram ensaiadas 3 réplicas para cada configuração de compósito, tanto na longitudinal como na transversal. O espectro do CP EPCF390 mostrou uma anomalia em relação aos demais: um aumento do valor do módulo entre o fim da região vítrea e início da transição vítrea. Todos os CP's foram produzidos da mesma maneira, portanto imputar este aumento a tensões internas é um argumento que não se sustenta. Outra suposição diz respeito ao ciclo de cura utilizado; neste caso utilizou-se o ciclo abreviado, pelo qual se obtém mais rapidamente o compósito e com menor custo, porém talvez não completamente curado.

De modo geral, pode ser observado que nessas figuras os espectros de módulo versus temperatura têm pequena variância na região vítrea, em geral, de maior interesse em aplicações estruturais. Via de regra, a variância tende a aumentar na zona de transição vítrea e na borrachosa. Esta maior variância pouco afeta a determinação da temperatura de transição vítrea. Analisando as curvas de módulo, não se observa qualquer diferença nos ciclos de cura; já nas curvas de tangente delta, pode ser observado que os valores de pico são, via de regra, maiores para os CP's transversais do que para os longitudinais.

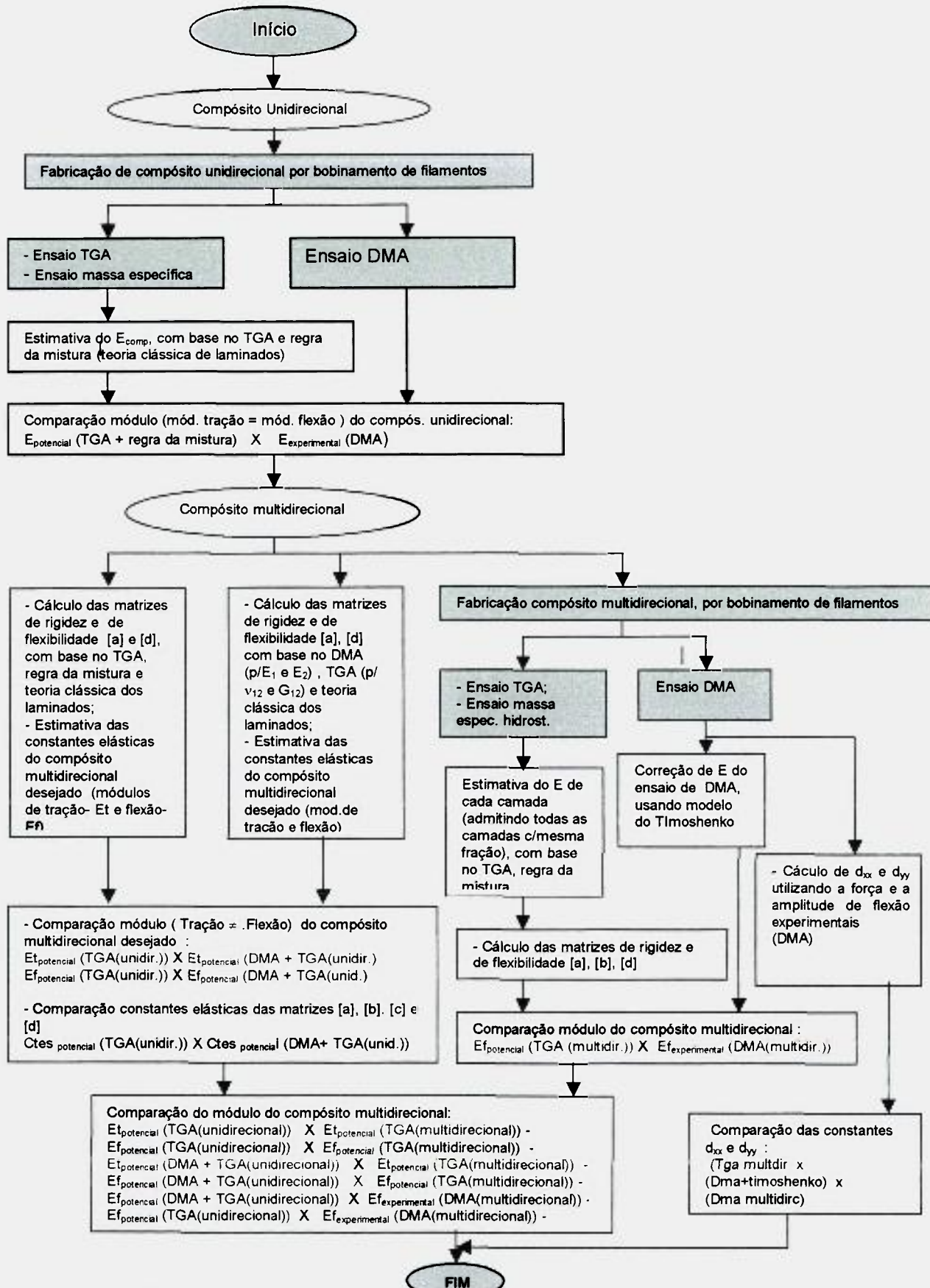
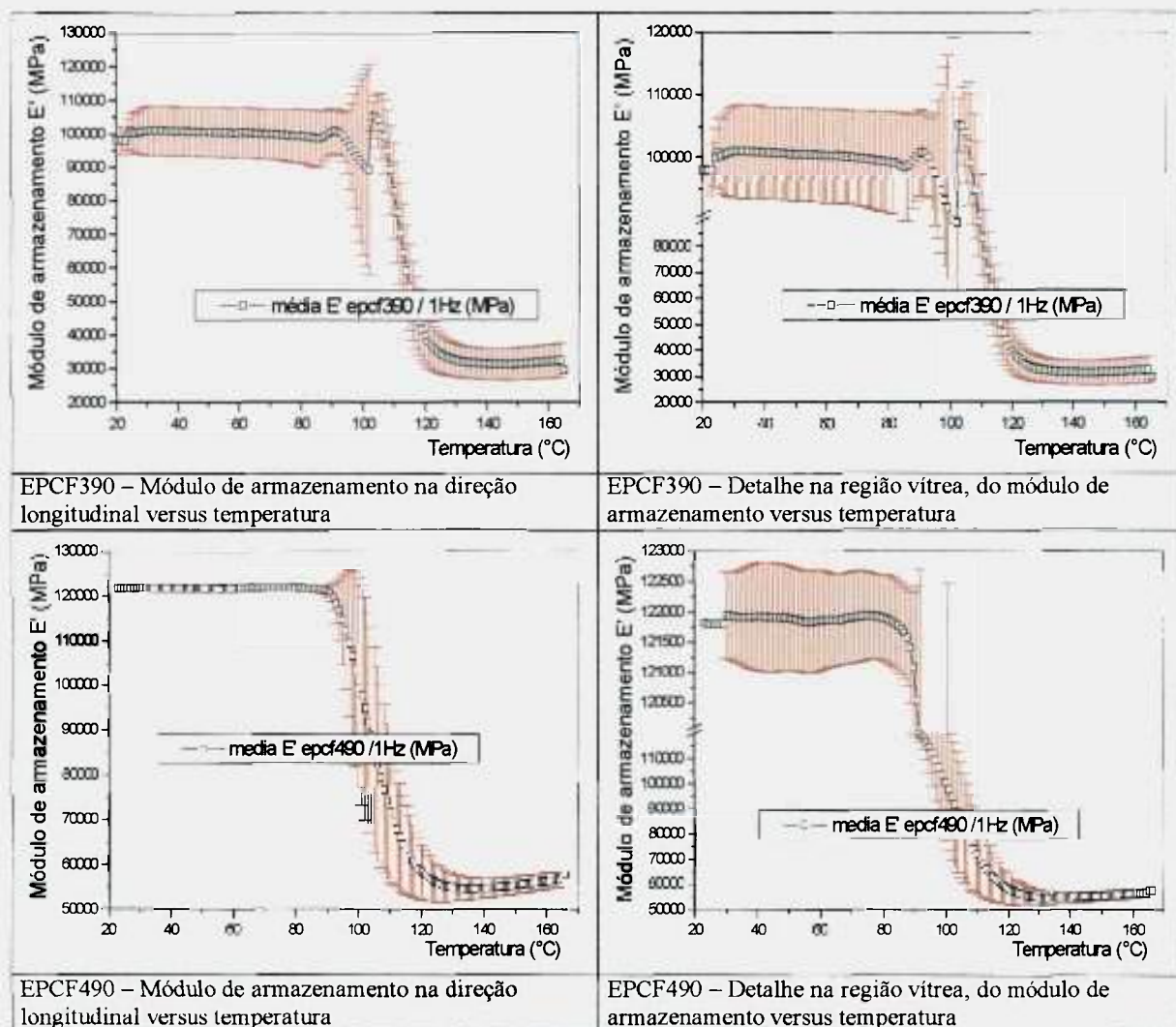


Figura 5.3.2.1. Fluxograma geral dos procedimentos adotados para obter e comparar as constantes elásticas e de engenharia utilizando as técnicas de TGA e DMA, a partir de compósitos uni e multidirecionais



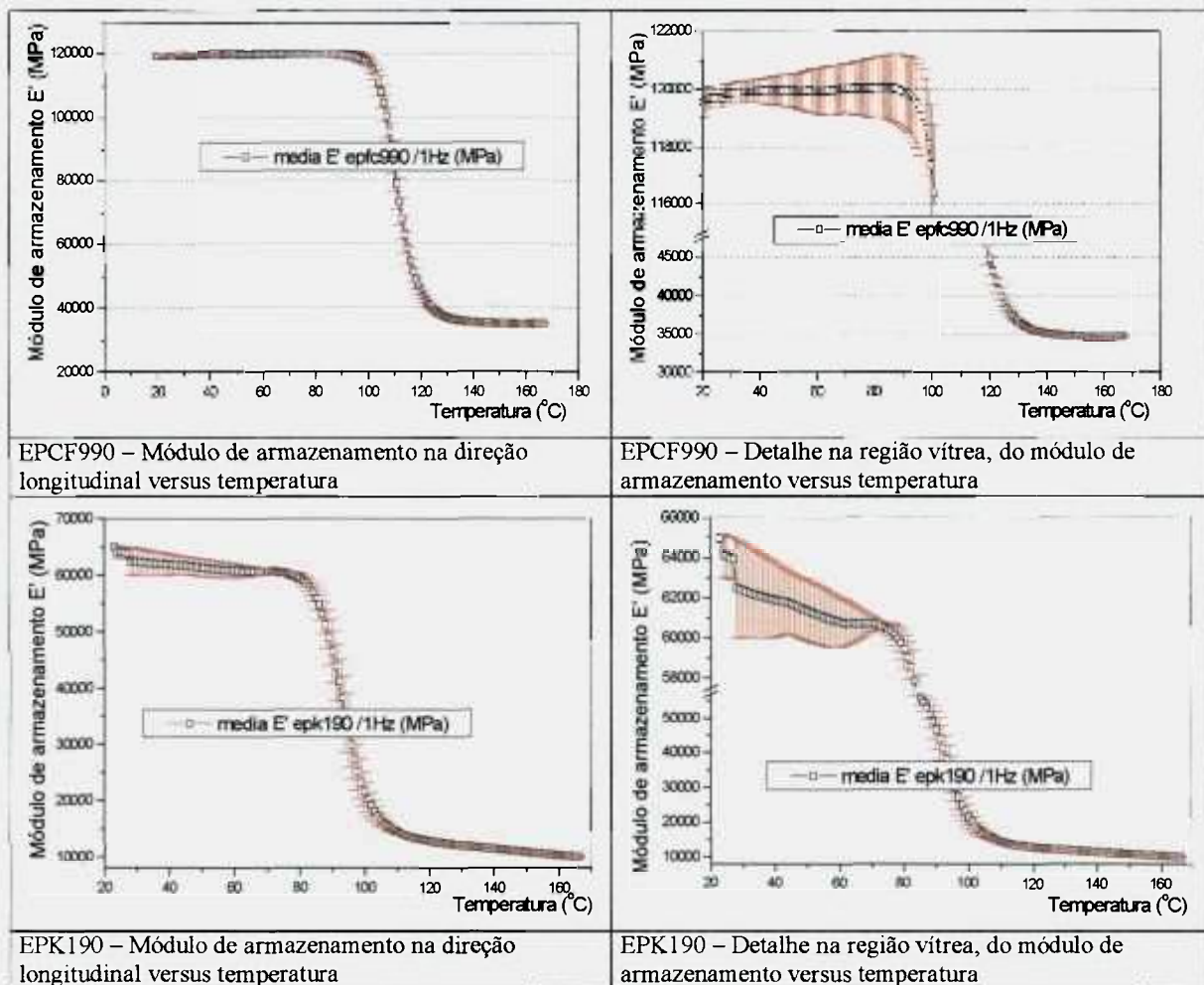
EPCF390 – Módulo de armazenamento na direção longitudinal versus temperatura

EPCF390 – Detalhe na região vítrea, do módulo de armazenamento versus temperatura

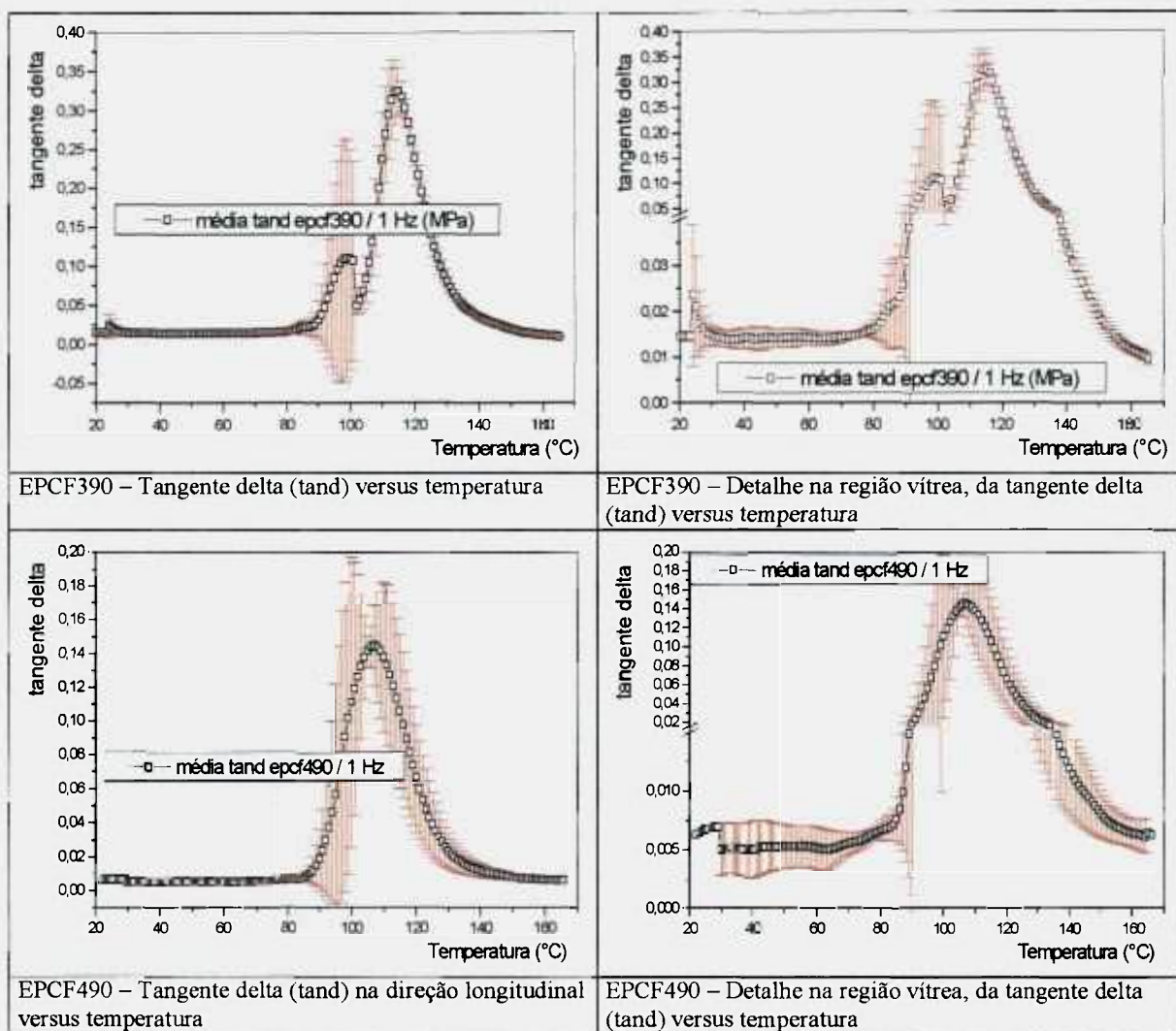
EPCF490 – Módulo de armazenamento na direção longitudinal versus temperatura

EPCF490 – Detalhe na região vítrea, do módulo de armazenamento versus temperatura

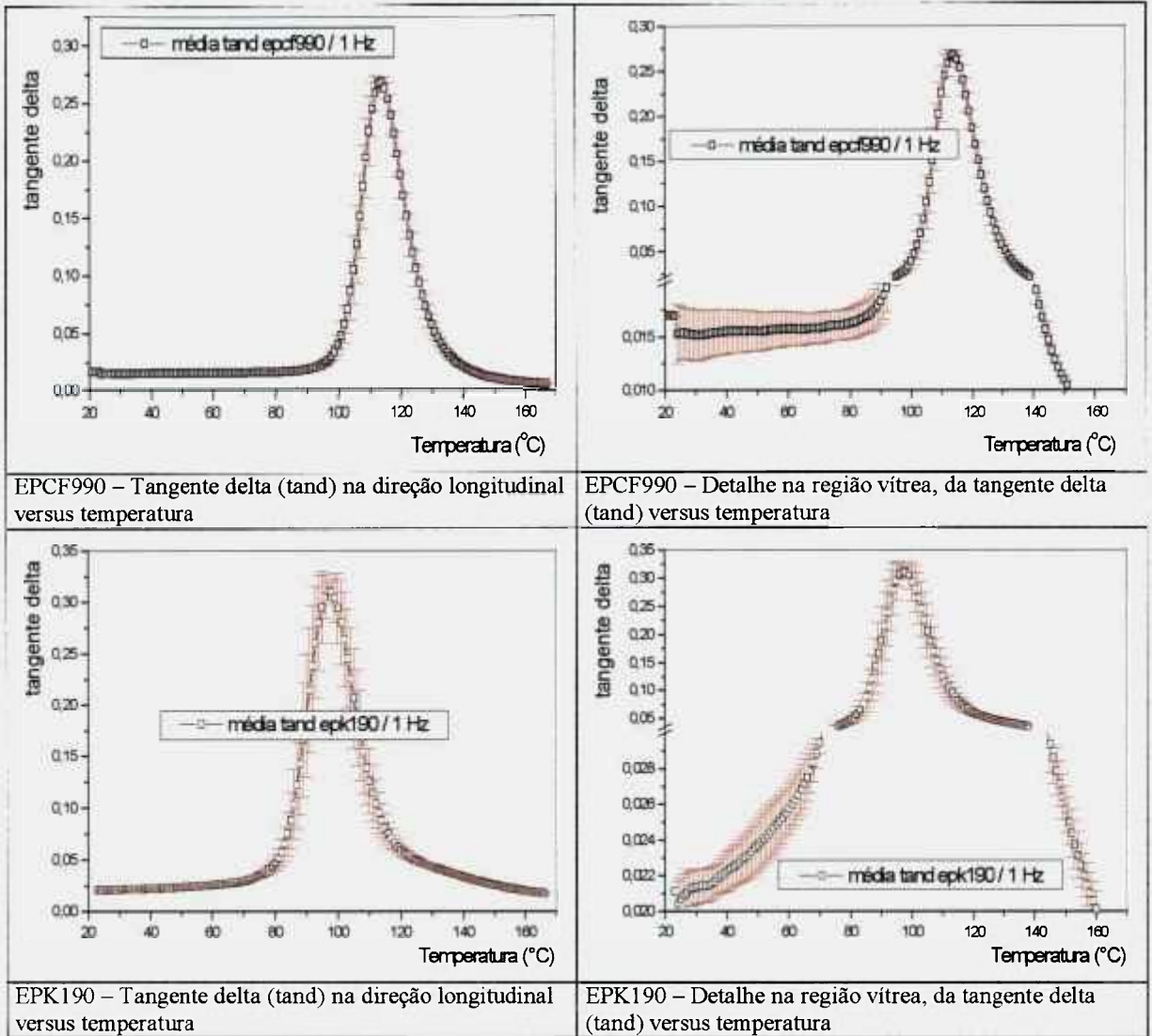
**Figura 5.3.2.2.** Espectro do módulo de armazenamento longitudinal em função da temperatura para os compósitos unidirecionais EPCF3 (cura abreviada) e EPCF4 (cura abreviada e pós-cura sem resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



**Figura 5.3.2.3.** Espectro do módulo de armazenamento longitudinal em função da temperatura para os compósitos unidirecionais EPCF9 e EPK1 (ambos com ciclo de cura com pós-cura e resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



**Figura 5.3.2.4.** Espectro da tangente delta longitudinal em função da temperatura para os compósitos unidirecionais EPCF3 (cura abreviada) e EPCF4 (cura abreviada e pós-cura sem resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



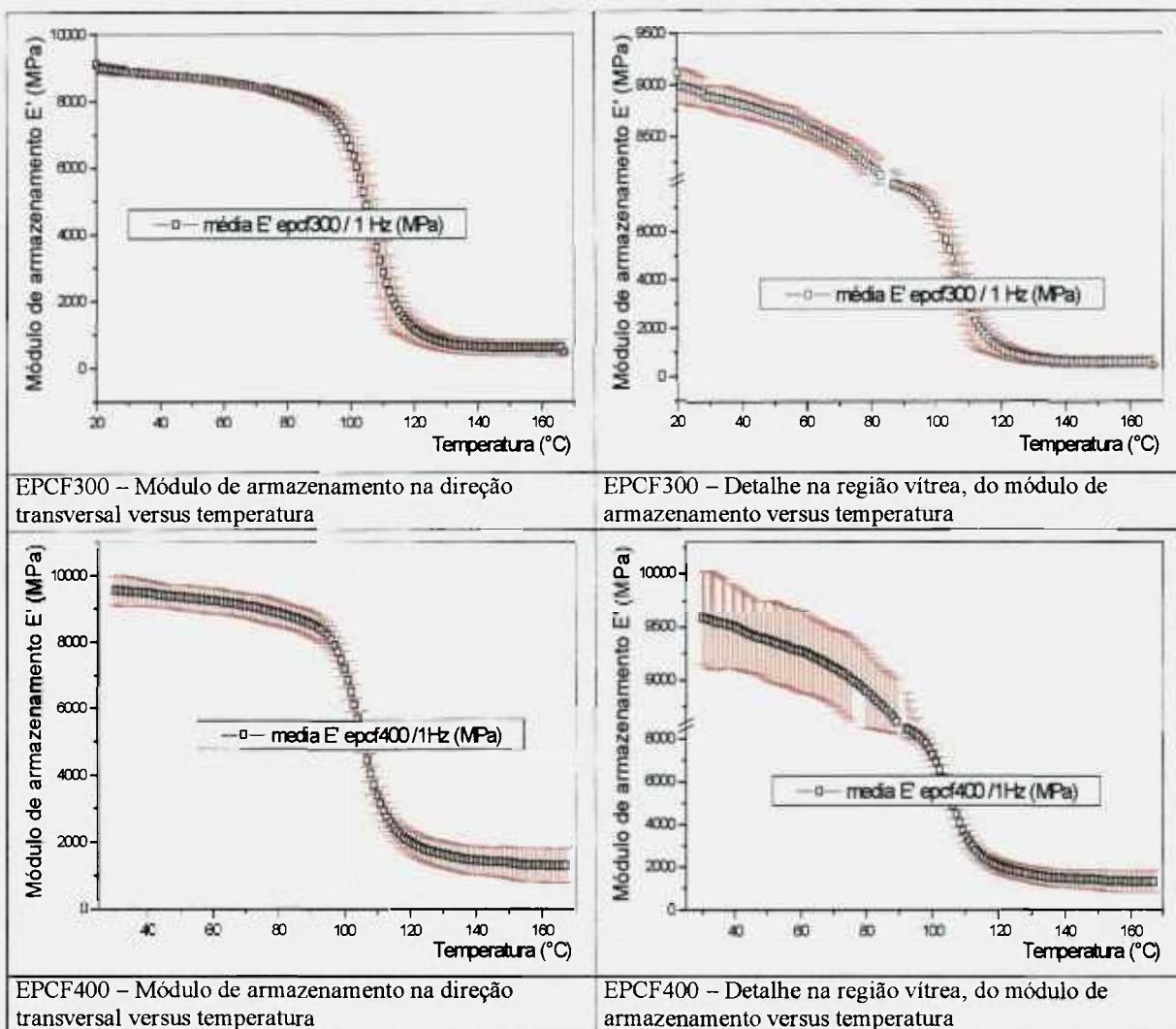
EPCF990 – Tangente delta (tand) na direção longitudinal versus temperatura

EPCF990 – Detalhe na região vítrea, da tangente delta (tand) versus temperatura

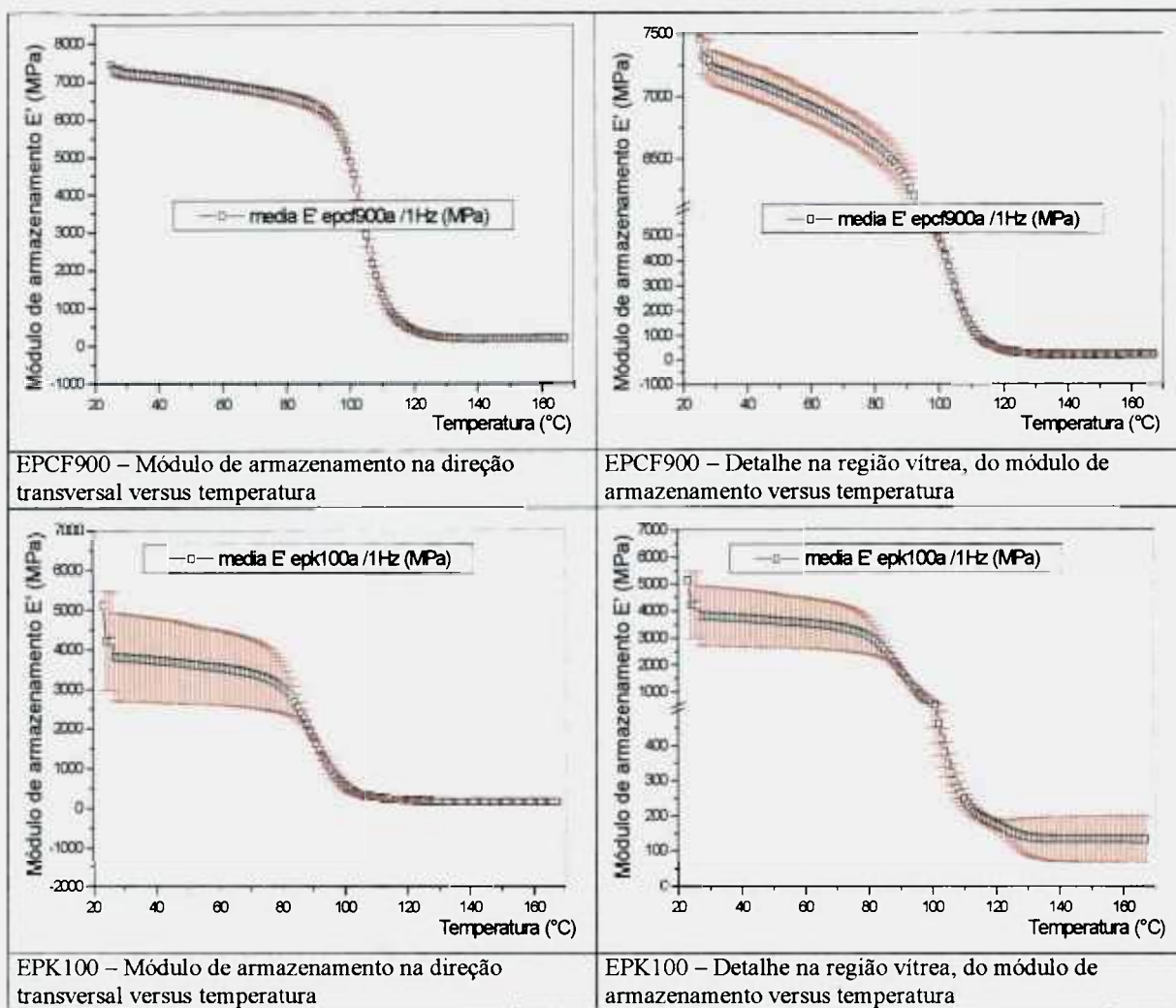
EPK190 – Tangente delta (tand) na direção longitudinal versus temperatura

EPK190 – Detalhe na região vítrea, da tangente delta (tand) versus temperatura

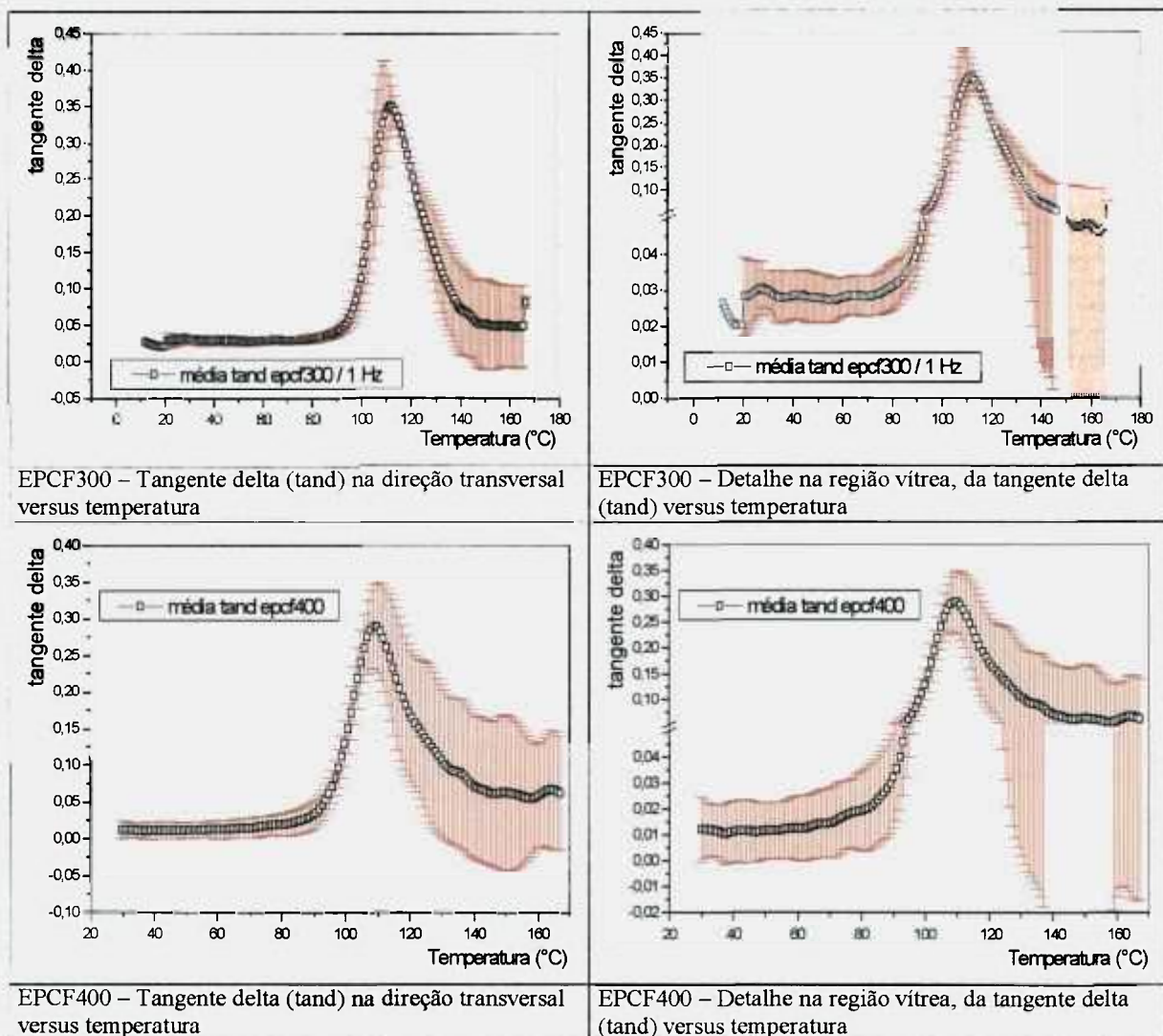
**Figura 5.3.2.5.** Espectro dos resultados de tangente delta longitudinal em função da temperatura para os compósitos unidirecionais EPCF9 e EPK1 (ambos com ciclo de cura com pós-cura e resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



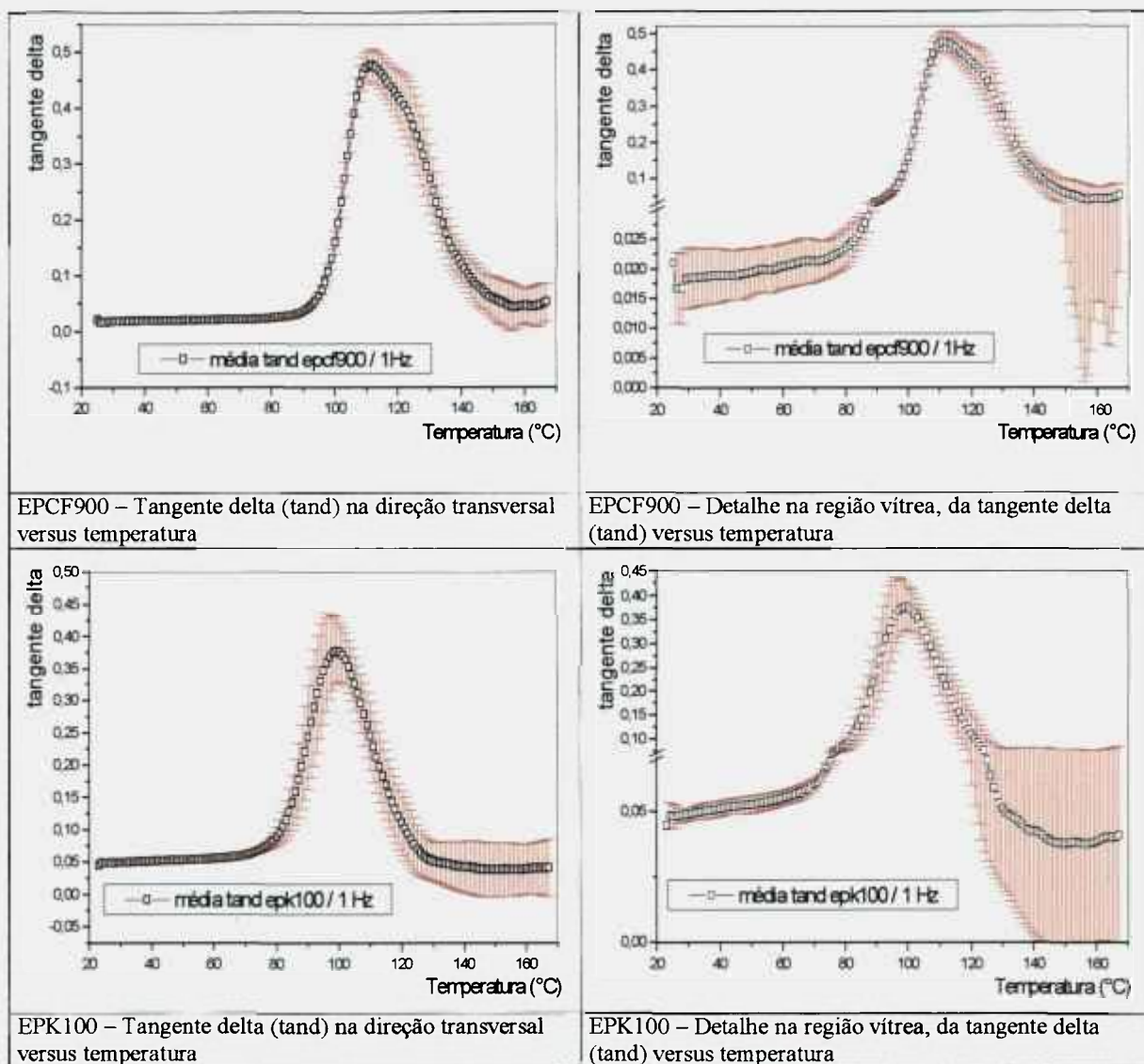
**Figura 5.3.2.6.** Espectro dos resultados de módulo de armazenamento transversal em função da temperatura para os compostos unidirecionais EPCF3 (cura abreviada) e EPCF4 (cura abreviada e pós-cura sem resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



**Figura 5.3.2.7.** Espectro dos resultados de módulo de armazenamento transversal em função da temperatura para os compósitos unidirecionais EPCF9 e EPK1 (ambos com ciclo de cura com pós-cura e resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



**Figura 5.3.2.8.** Espectro dos resultados de tangente delta transversal em função da temperatura para os compósitos unidirecionais EPCF3 (cura abreviada) e EPCF4 (cura abreviada e pós-cura sem resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



**Figura 5.3.2.9.** Espectro dos resultados de tangente delta transversal em função da temperatura para os compósitos unidirecionais EPCF9 e EPK1 (ambos com ciclo de cura com pós-cura e resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.

### 5.3.2.2 A partir de compósitos multidirecionais

Para os compósitos multidirecionais, nas figuras 5.3.2.10 até 5.3.2.13 estão apresentados os resultados dos ensaios DMA, utilizando os modelos para materiais isotrópicos e ortotrópicos. A partir destes ensaios, aplicou-se a correção preconizada pelo modelo proposto por Timoshenko. Os resultados estão apresentados nas mesmas figuras para efeito de comparação. O procedimento detalhado para obtenção das constantes de correção K está apresentado no anexo E. O resumo, com os valores das constantes de correção K para cada CP está apresentado na tabela 5.3.2.2, tanto para os CP's longitudinais, como para os transversais. Pode ser observado que as correções para os CP's longitudinais tornaram os valores de módulo obtidos pelo DMA próximos aos obtidos pelo TGA, partindo-se dos valores de módulo da fibra, fornecidos pelos fabricantes. Utilizando o valor de módulo da fibra extrapolado, os valores de módulo de armazenamento longitudinal ficam reduzidos, em geral, com valores mais próximos aos obtidos no ensaio DMA utilizando o modelo para materiais isotrópicos ou ortotrópicos.

A correção para os valores de módulo com a fibra na transversal do comprimento do CP não funcionou bem para as duas variantes utilizadas:

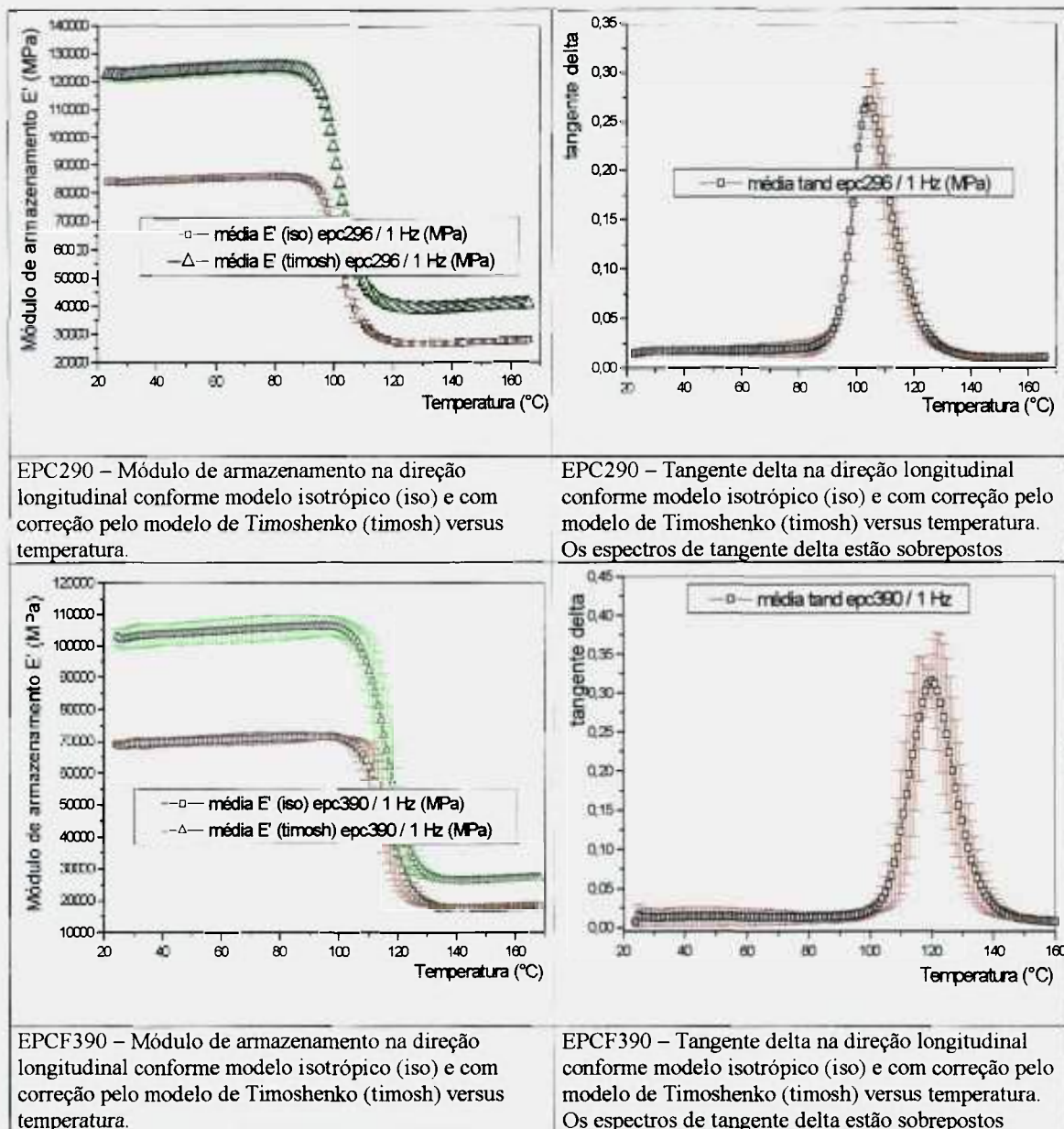
- Na primeira, procurou-se uma geometria equivalente à da viga composta de diversos materiais, reduzindo a largura das demais camadas para a camada de maior quantidade na pilha, no caso, a camada com a fibra transversal ao comprimento do CP. A aplicação dessas constantes resultou em valores de módulo muito diferentes dos obtidos utilizando a técnica TGA;
- Na segunda, procurou-se então modificar a seção, reduzindo para a camada de maior valor de módulo (neste caso helicoidal) e o resultado aplicado ao módulo transversal medido pelo DMA foi também muito ruim, quando comparado com os obtidos pela técnica TGA, como pode ser visto na tabela 5.3.2.2.

Uma explicação para este fato talvez seja o modo de sollicitação da fibra nas camadas nas quais a fibra está na transversal ao comprimento do CP. A fibra neste caso está sendo torcida ou cisalhada, e não tracionada como quando está alinhada na direção longitudinal do CP. Como as correções para os CP's transversais com as quais se obteriam os módulos transversais não surtiram o efeito desejado, nas figuras 5.3.2.12 e 13 estão apresentados apenas os espectros dos valores de módulo, medidos utilizando o modelo para material isotrópico.

**Tabela 5.3.2.2 – Correção do módulo de flexão aplicando-se modelo de Timoshenko, a partir dos módulos medidos pelo DMA (modelo p/ material isotrópico), para CP's multidirecionais**

	Assimétricos [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]				Simétricos [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]					
	EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPK2	
	Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P
<b>Módulos (<math>E_x, E_y</math>) medidos pelo DMA a partir de CP's multidirecionais com modelos para materiais isotrópicos</b>										
Mód. elást. longitudinal [GPa] - $E_x$	75,6	8,8	72,2	3,5	84,5	1,7	86	1,5	30,9	0,7
Mód. elást. transversal [GPa] - $E_y$	21	0,8	18,9	2,3	20	1,4	22	0,9	23,5	0,3
Quoc. poisson ( $\nu_{12} = \nu_f \nu_{12f} + \nu_m \nu_m$ )	0,25	0,01	0,26	0,01	0,26	0,01	0,26	0,01	0,31	0,01
Mód. cisalhamento [GPa] - $G_{12}$ ( $1/G_{12} = \nu_f/G_{12f} + \nu_m/G_m$ )	3,88	0,20	3,57	0,20	3,43	0,10	3,46	0,12	3,87	0,09
Espessura do compósito multidirecional desejado c/ 9 camadas em mm - h	1,45		1,61		1,63		1,54		2,55	
<b>Correção dos módulos, pelo modelo proposto por Timoshenko no qual <math>E_{\text{compósito(a flexão)}} = K \cdot E_{\text{medido}}</math></b>										
Fator de correção K para módulo longit. - ( $K_x = I_{\text{compós}}/I_{\text{iso}}$ )	1,46	0,03	1,49	0,04	1,23	0,02	1,21	0,02	1,34	0,02
Mód. elast. a flexão longit. [GPa] - $E_{x\text{Timos}} = E_{x\text{dma}} \cdot K_x$	110,3	13,0	107,7	5,9	103,5	2,4	104,1	2,3	41,3	1,1
Fator de correção K para módulo transversal - $K_y$ ( $K_y = I_{\text{compós}}/I_{\text{iso}}$ ) (reduzindo todos os módulos das camadas ao módulo da camada com fibra na transversal)	0,82	0,04	0,83	0,04	0,58	0,01	0,50	0,02	0,51	0,01
Mód. elast. a flexão transv. [GPa] - $E_{y\text{Timos}} = E_{y\text{dma}} \cdot K_y$	17,2	1,0	15,6	2,0	11,6	0,9	13,2	0,6	12,0	0,3
Fator de correção K para módulo transversal - $K_y$ ( $K_y = I_{\text{compós}}/I_{\text{iso}}$ ) (reduzindo todos os módulos das camadas ao módulo da camada de maior módulo)	4,36	0,21	4,37	0,23	3,00	0,08	3,11	0,10	2,35	0,05
Mód. elást. a flexão transversal (Timoshenko) [GPa] - $E_{y^*}$	91,5	5,7	82,7	10,9	60,1	4,6	68,3	3,6	55,3	1,4
<b>Módulo flexão pelo TGA com CP multidirecional (E1f dado fabricante)</b>										
Módulo flexão longitudinal [GPa], ( $E_{fx} = 12/(h^3 \cdot d_{xx})$ )	99,1	2,6	92,6	3,0	106,8	1,9	108,3	2,0	33,8	0,6
Módulo flexão transversal [GPa], ( $E_{fy} = 12/(h^3 \cdot d_{yy})$ )	22,6	0,7	22	0,8	25,4	0,5	24,4	0,5	25,4	0,5
<b>Módulo flexão pelo TGA c/ CP multidirecional (E1f extrapolado do ensaio DMA)</b>										
Módulo flexão longitudinal [GPa] ( $E_{fx} = 12/(h^3 \cdot d_{xx})$ )	79,9	5,5	83,5	5,2	96,3	4,9	97,2	5,2	30,2	2,3
Módulo flexão transversal [GPa], ( $E_{fy} = 12/(h^3 \cdot d_{yy})$ )	19,7	1,2	20,5	1,3	23,7	1,0	22,6	1,0	23,2	1,5

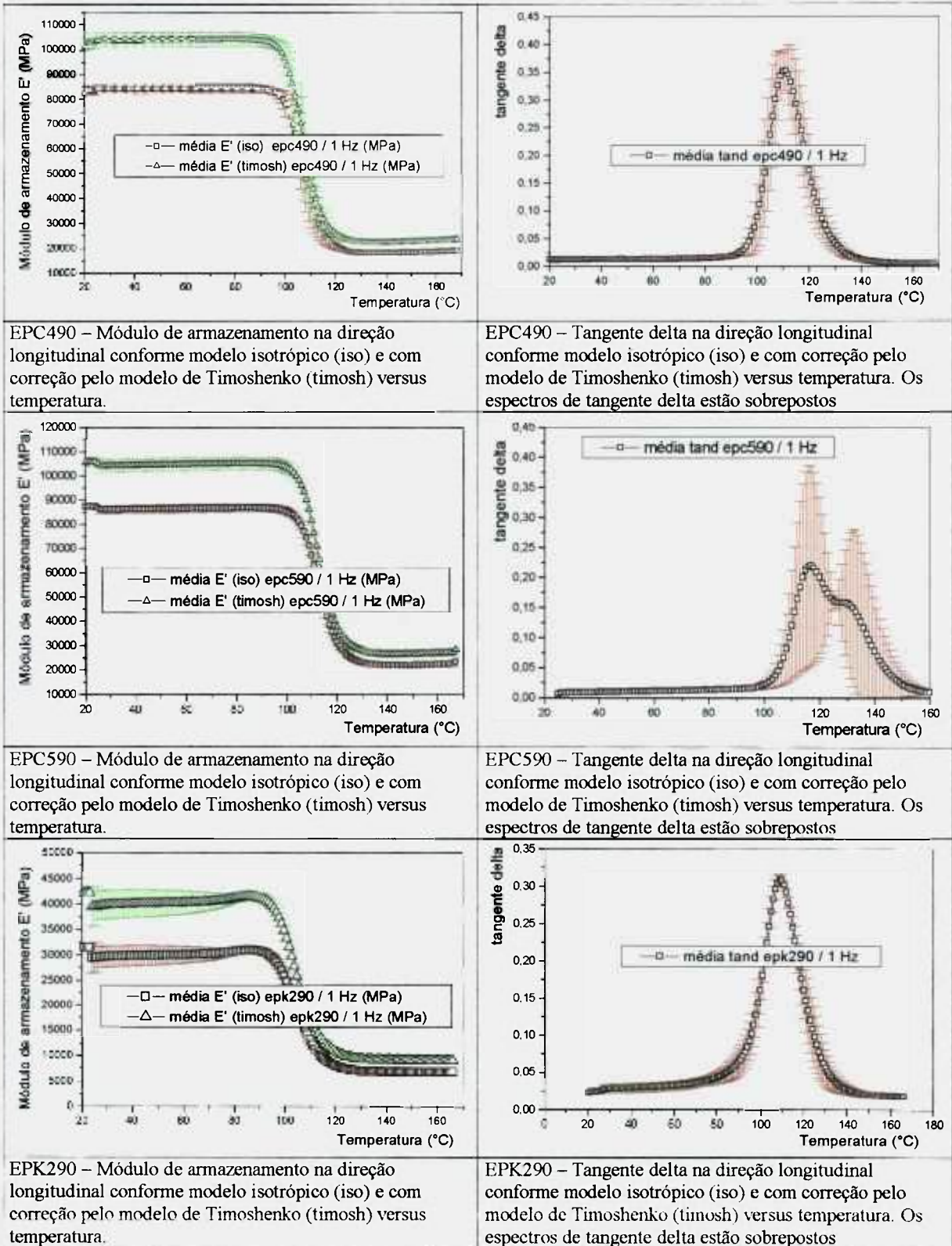
Outro detalhe a ser observado na figura 5.3.2.10 refere-se ao crescimento dos valores do módulo com o aumento da temperatura na região vítrea, corrigido ou não pelo modelo de Timoshenko, com (epc3) ou sem pós-cura (epc2). Neste tipo de material espera-se que o módulo caia suavemente na região vítrea. Neste caso existem três fatores que contribuem para este aumento inesperado: cura incompleta ou ausência de pós-cura (que não é o caso do epc3), assimetria da distribuição das camadas, que gera tensões nas interfaces das camadas, e, finalmente, variação do coeficiente de expansão térmica de cada camada, gerando as chamadas tensões térmicas.



**Figura 5.3.2.10** Espectros dos módulos de armazenamento longitudinal ( $E'$ ) e tangente delta ( $\tan\delta$ ) em função da temperatura para os compostos multidirecionais balanceados assimétricos EPC2 (cura abreviada) e EPC3 (cura abreviada e pós-cura com resfriamento intermediário). As faixas vermelha e verde referem-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno das respectivas médias.

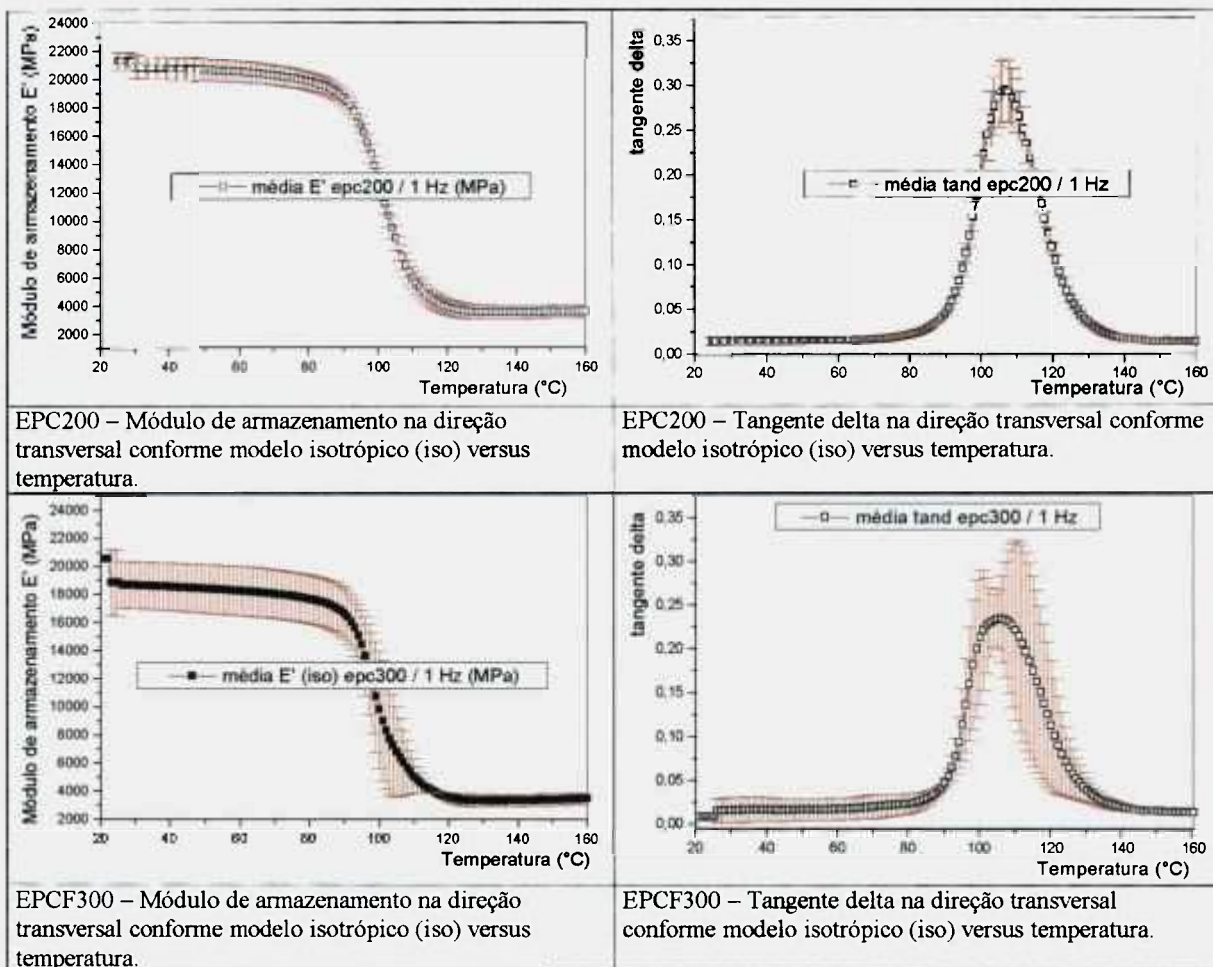
Observa-se também que as dispersões, tanto dos valores de módulo quanto da tangente delta, são pequenas na região vítrea, o que já não ocorre nas outras regiões.

Na figura 5.3.2.11, o CP epk290 também apresenta aumento do módulo com a temperatura. Como este CP foi pós-curado, surge a dúvida se o tempo e a temperatura foram suficientes? Ou será que a velocidade para esta fibra (Kevlar) ainda é alta e o CP ficou com tensões residuais? Ou ainda: a espessura maior das camadas helicoidais, em relação às de carbono, não gerou tensões de cisalhamento na interface das camadas? Nesta mesma figura, os valores da tangente delta do CP epc590 também tiveram maior dispersão que as demais na região de transição vítrea.

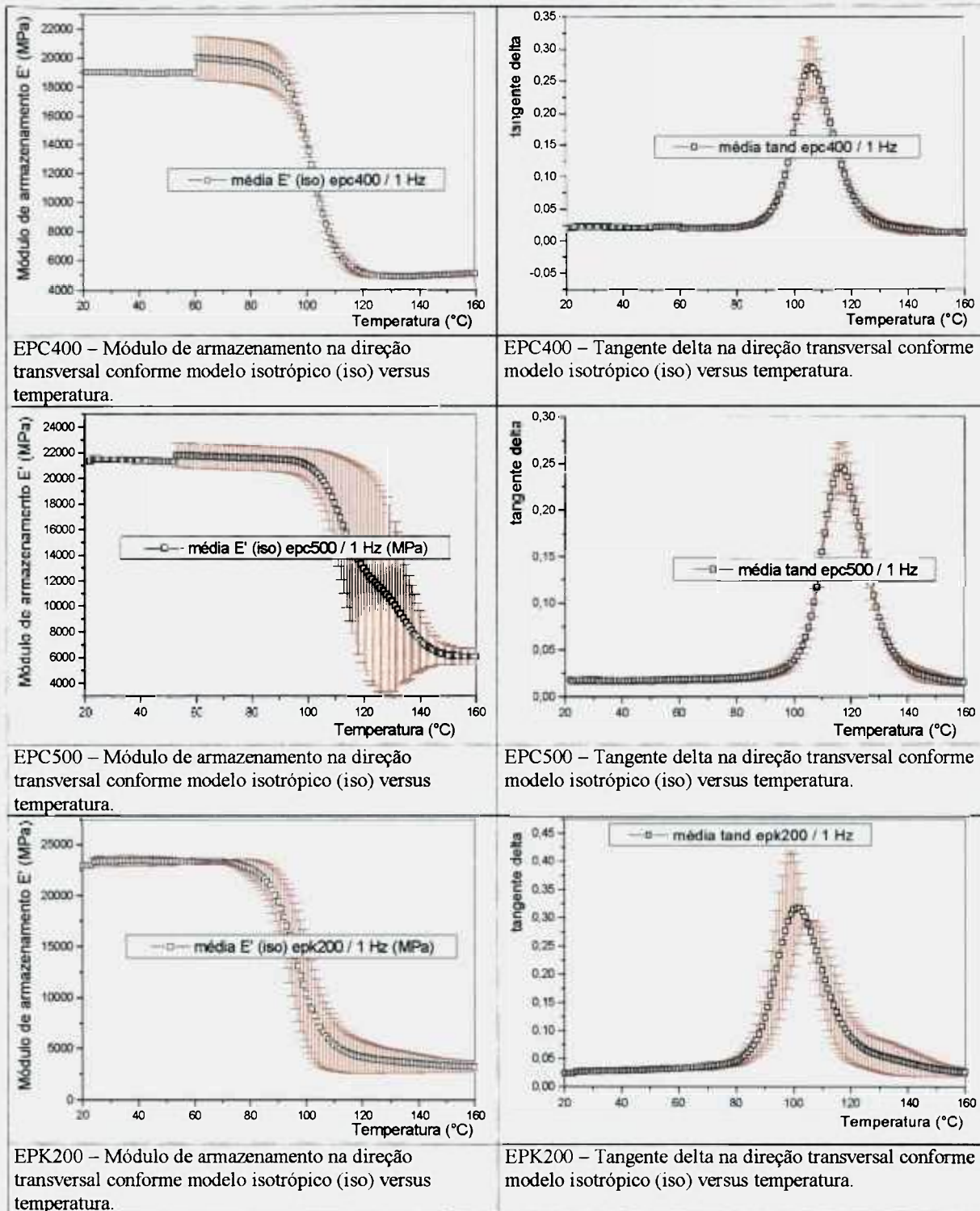


**Figura 5.3.2.11.** Espectros dos módulos de armazenamento longitudinal ( $E'$ ) e tangente delta ( $\tan \delta$ ) em função da temperatura para os compósitos multidirecionais balanceados simétricos EPC4 (com ciclo de cura com pós-cura e resfriamento intermediário), EPC5 (cura abreviada) e EPK2 (com ciclo de cura com pós-cura e resfriamento intermediário). As faixas vermelha e verde referem-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno das respectivas médias.

Para os CP's transversais não se observou nenhuma anomalia como nos longitudinais assimétricos. Como as correções do módulo pelo modelo de Timoshenko não melhoraram os resultados quando comparados com os obtidos pela TGA, nas figuras 5.3.2.12 e 13 estão apresentados somente os espectros com modelo isotrópico.



**Figura 5.3.2.12.** Espectros dos módulos de armazenamento transversal ( $E'$ ) e tangente delta ( $\tan\delta$ ) em função da temperatura para os compósitos multidirecionais balanceados assimétricos EPC2 (cura abreviada) e EPC3 (cura abreviada e pós-cura com resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.

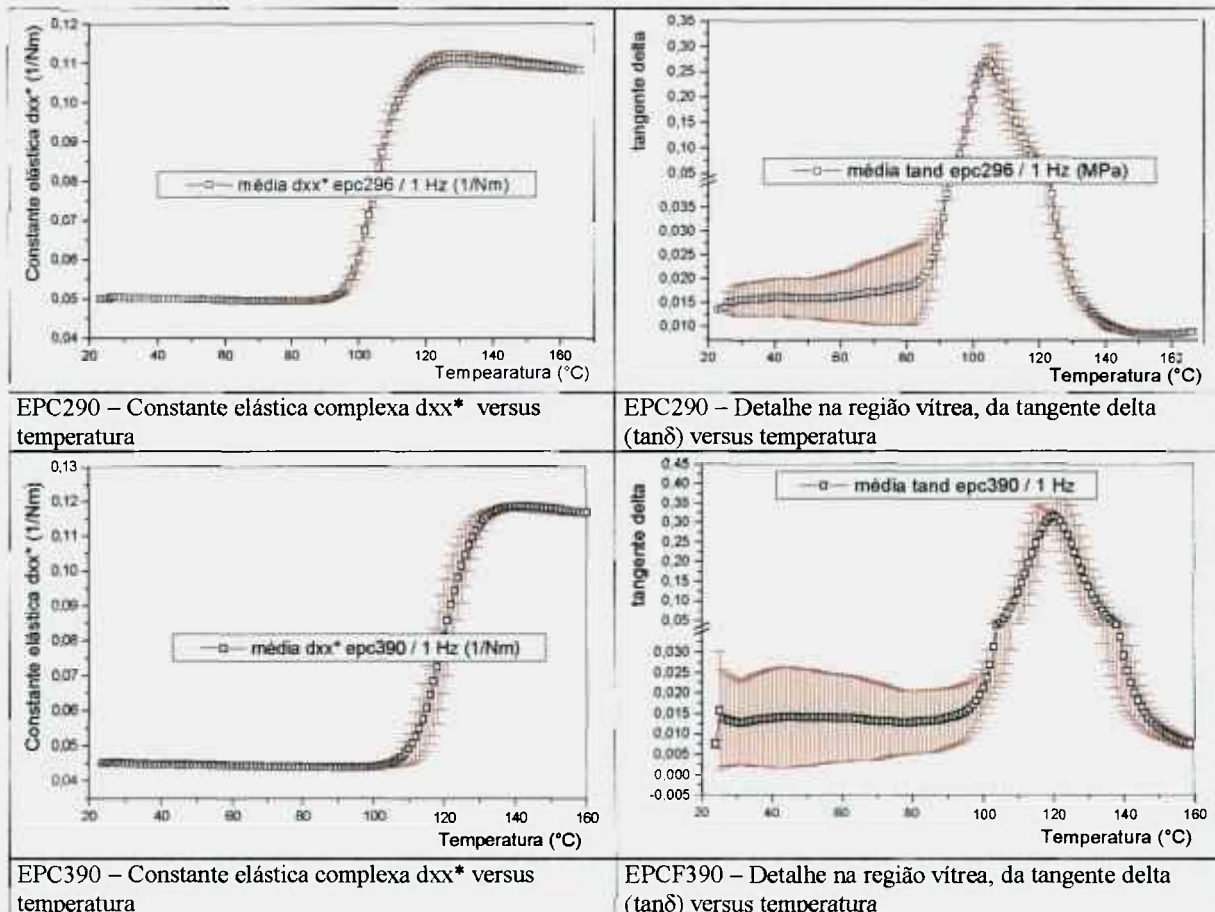


**Figura 5.3.2.13.** Espectros dos módulos de armazenamento transversal ( $E'$ ) e tangente delta ( $\tan\delta$ ) em função da temperatura para os compósitos multidirecionais balanceados simétricos EPC4 (ambos com ciclo de cura com pós-cura e resfriamento intermediário e EPC5 (cura abreviada) e EPK2 (ambos com ciclo de cura com pós-cura e resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.

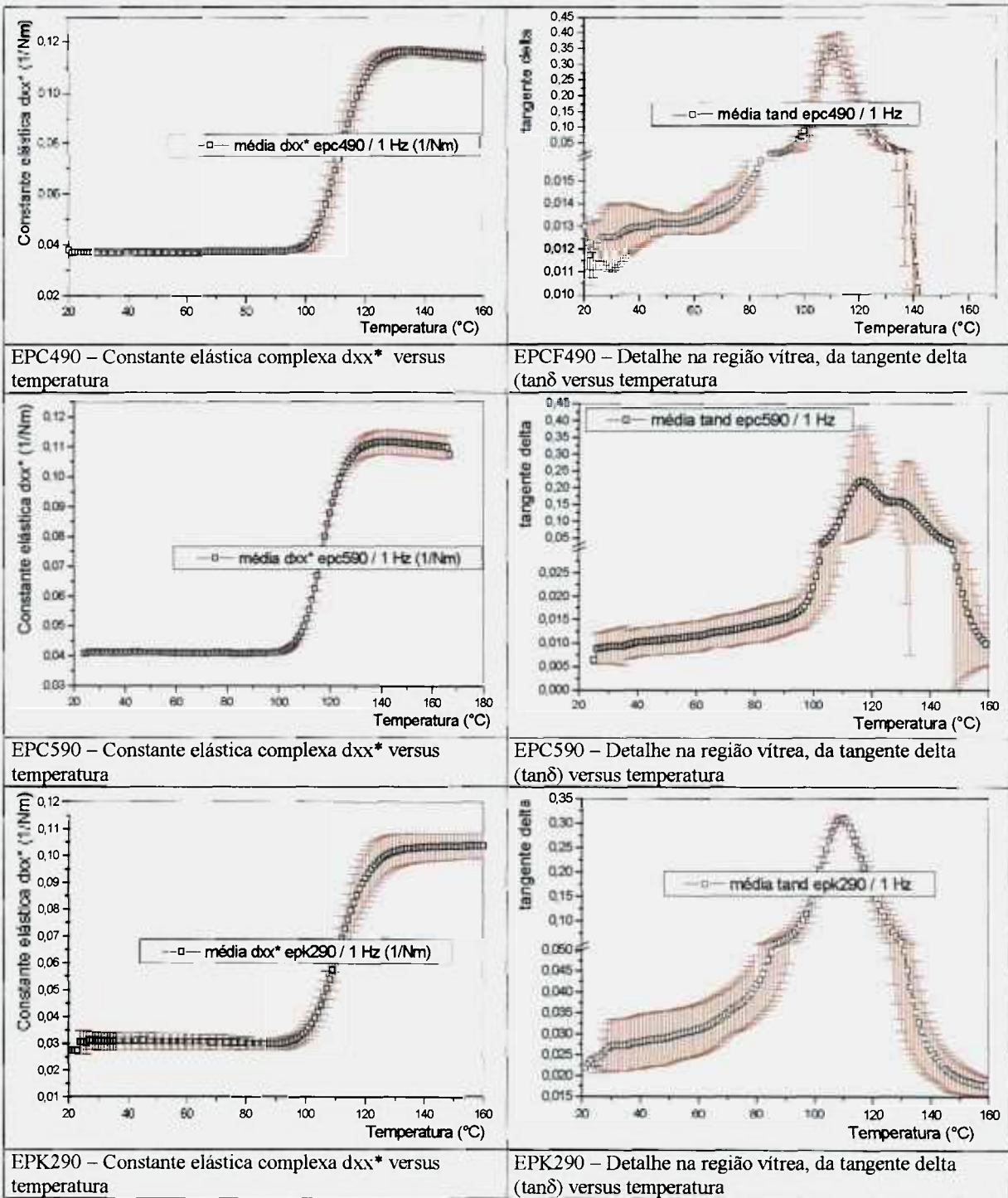
Como o modelo proposto de correção de Timoshenko dos valores de módulo medidos pelo DMA só funcionou bem para os CP's longitudinais, extraíram-se dos ensaios os valores de força dinâmica e amplitude de deslocamento, utilizaram-se as equações (73) e (81) e

obtiveram-se os valores das constantes complexas  $d_{xx}^*$  e  $d_{yy}^*$ . Os espectros desses valores em função da temperatura estão resumidos nas figuras 5.3.2.14 e 5.3.2.17. Pode-se observar que os fenômenos observados para o módulo de armazenamento se repetem também para as constantes  $d_{xx}^*$  e  $d_{yy}^*$ . Cabe ressaltar que, neste caso, quanto menor o valor de  $d_{xx}^*$ , maior a rigidez; portanto, espera-se que a rigidez diminua à medida que a temperatura aumenta. Outra particularidade é que estas constantes elásticas levam em consideração tanto aspectos de orientação das fibras e posição na pilha de cada camada, como espessura das mesmas, fração volumétrica de fibra e resina e, de alguma maneira, até mesmo a influência dos vazios na obtenção da constante elástica e, ainda, a efetiva propriedade mecânica.

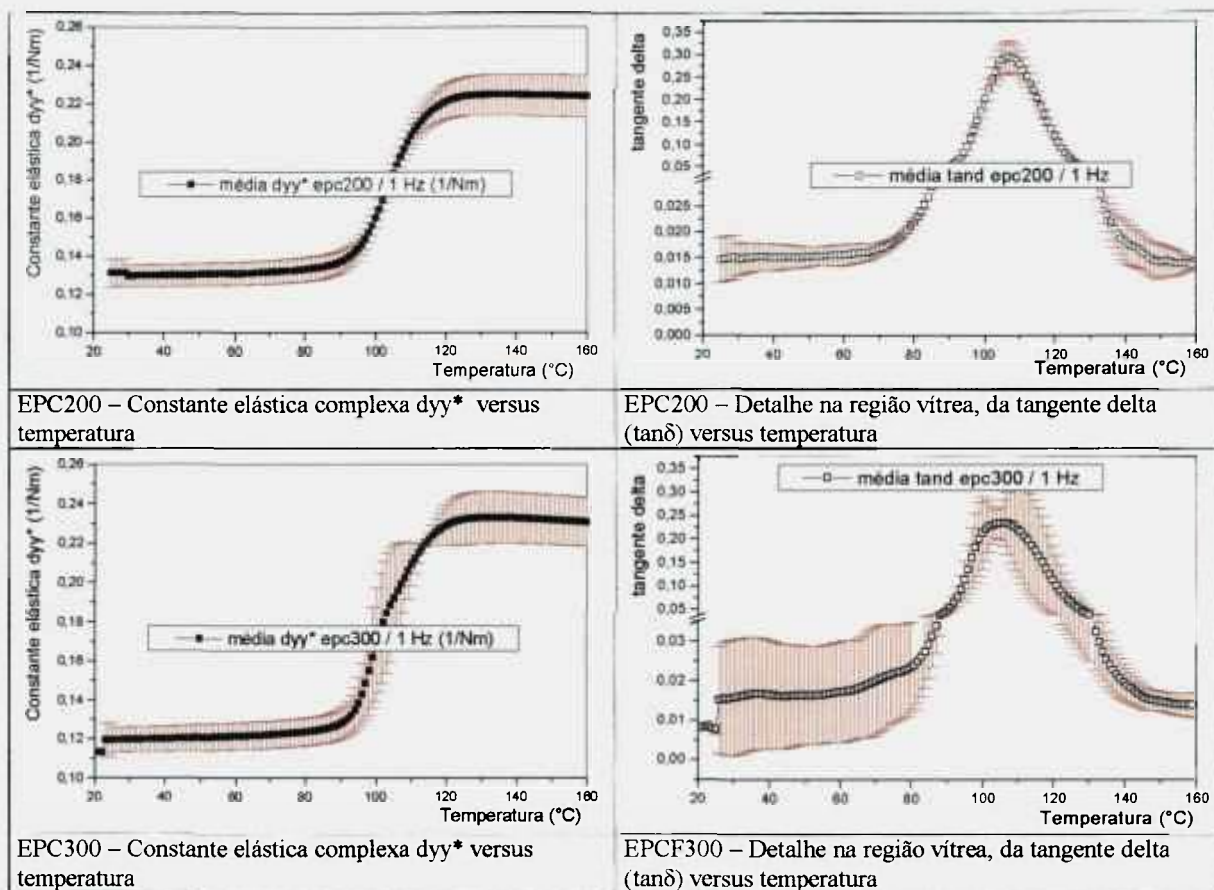
A título de comparação, já que  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$  não são constantes elásticas comuns, sabendo que o módulo de Young, de armazenamento de tração e flexão ( $E$ ) de um aço médio (material isotrópico) é de aproximadamente 210 GPa e que a espessura média dos CP's utilizados foi de 1,5 mm, pode-se obter o valor de  $d_{xx}$  de um aço médio, utilizando a equação 60. Para um aço médio  $d_{xx}(\text{aço médio}) = 0,0169 \text{ 1/Nm}$ , para o alumínio com  $E = 70 \text{ GPa}$ ,  $d_{xx}(\text{alumínio}) = 0,0507 \text{ 1/Nm}$ .



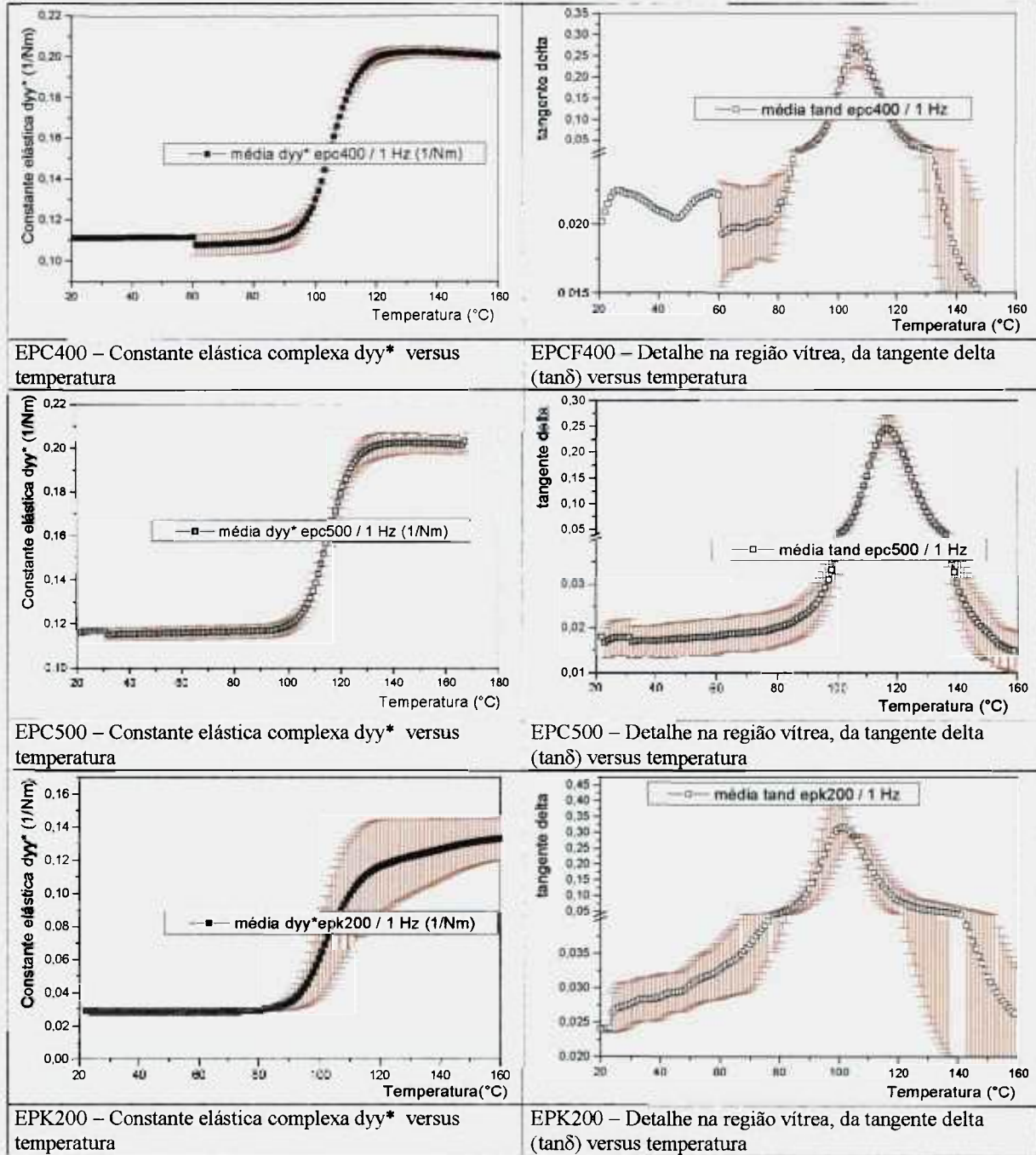
**Figura 5.3.2.14.** Espectros da constante elástica complexa  $d_{xx}^*$  e tangente delta em função da temperatura para os compostos multidirecionais assimétricos EPC2 (cura abreviada) e EPC3 (cura abreviada e pós-cura com resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



**Figura 5.3.2.15.** Espectros da constante elástica complexa  $d_{xx}^*$  e tangente delta em função da temperatura para os compostos multidirecionais simétricos EPC4 (cura abreviada e pós-cura com resfriamento intermediário), EPC5 (cura abreviada) e EPK2 (cura abreviada e pós-cura com resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a +/- 1 desvio-padrão em torno da média.



**Figura 5.3.2.16.** Espectro da constante elástica complexa  $d_{yy}^*$  e tangente delta em função da temperatura para os compósitos multidirecionais assimétricos EPC2 (cura abreviada) e EPC3 (cura abreviada e pós-cura com resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.



**Figura 5.3.2.17.** Espectros da constante elástica complexa  $d_{yy}^*$  e tangente delta em função da temperatura para os compósitos multidirecionais simétricos EPC4 (cura abreviada e pós-cura com resfriamento intermediário), EPC5 (cura abreviada) e EPK2 (cura abreviada e pós-cura com resfriamento intermediário). A faixa vermelha refere-se a  $\pm 1$  desvio-padrão em torno da média.

Na tabela 5.3.2.3 estão apresentados os valores de  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$  obtidos por diferentes técnicas, ressaltando que o único valor obtido experimentalmente foi por meio do DMA.

**Tabela 5.3.2.3.** Valores das constantes da matriz [d],  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ , obtidas por diferentes modelos: teoria dos laminados (por meio da força e amplitude), modelo de Timoshenko e regra da mistura, esta última com duas variantes: módulo da fibra informado pelo fabricante e extrapolado do ensaio de DMA, para CP's multidirecionais e a partir de CP's unidirecionais.

	Multidirecional											
	Assimétricos [0,55,-55,0,75,0,0,0]						Simétricos [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]					
	EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPC6		EPC7	
	Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P	Media	D P
<b><math>d_{xx}</math> - a partir de CP's multidirecionais</b>												
$d_{xx} = 48/(b.L^3) (a/F)$ - (DMA (força e amplitude) + teoria class lamin)	0,0490	0,0012	0,0456	0,0006	0,0373	0,0010	0,0409	0,0008	0,0327	0,0006	0,0327	0,0006
<b><math>d_{xx}</math> (DMA (<math>E_{medido}</math>) + Timoshenko))</b> ( $d_{xx} = 12/(h^3 \cdot E_{x(Timos)})$ )	0,0360	0,0043	0,0267	0,0015	0,0268	0,0006	0,0315	0,0007	0,0175	0,0005	0,0175	0,0005
$d_{xx}$ (TGA + T class lamin) (EIF = 230 GPa dado fabricante)	0,0402	0,0011	0,0311	0,0010	0,0260	0,0005	0,0304	0,0006	0,0214	0,0004	0,0214	0,0004
$d_{xx}$ (TGA + T class lamin) (EIF extrapolado do ensaio DMA+TGA)	0,0500	0,0034	0,0345	0,0022	0,0289	0,0015	0,0330	0,0018	0,0241	0,0018	0,0241	0,0018
<b><math>d_{yy}</math> - a partir de CP's multidirecionais</b>												
$d_{yy}$ (DMA (força e amplitude) + teoria class lamin)	0,1299	0,0058	0,1198	0,0064	0,1152	0,0085	0,1147	0,0028	0,0283	0,0007	0,0283	0,0007
$d_{yy}$ (DMA ( $E_{medido}$ ) + Timoshenko)) ( $d_{yy} = 12/(h^3 \cdot E_{y(Timos)})$ )	0,2297	0,0134	0,1871	0,0240	0,2431	0,0188	0,2502	0,0114	0,0605	0,0015	0,0605	0,0015
$d_{yy}$ (TGA + T class lamin) (EIF = 230 GPa dado fabricante)	0,1765	0,0055	0,1310	0,0050	0,1090	0,0020	0,1350	0,0030	0,0154	0,0005	0,0154	0,0005
$d_{yy}$ (TGA + T class lamin) (EIF extrapolado do ensaio DMA+TGA)	0,1905	0,0115	0,1380	0,0100	0,1140	0,0070	0,1390	0,0070	0,0313	0,0020	0,0313	0,0020
<b><math>d_{xx}</math> e <math>d_{yy}</math>, a partir de CP's unidirecionais</b>												
$d_{xx}$ (TGA e teoria dos laminados)	0,0484	0,0013	0,0571	0,0016	0,050	0,0014	0,0426	0,0015	0,0827	0,0020	0,0827	0,0020
$d_{yy}$ (TGA e teoria dos laminados)	0,239	0,010	0,283	0,011	0,223	0,008	0,188	0,007	0,323	0,009	0,323	0,009

Esta tabela 5.3.2.3 foi construída de modo a poder-se comparar constantes de CP's uni e multidirecionais. Pode-se observar que, de maneira geral, os valores das constantes elásticas obtidas a partir de CP's unidirecionais tendem a serem superestimados.

Para verificar se os ensaios obtiveram as constantes nas direções principais, procedeu-se conforme o anexo F e verificou-se que as direções escolhidas para ensaio são as principais ou de menor interferência das tensões tangenciais acopladas. Em seguida, foi necessário avaliar se mesmo nestas direções ainda existem outras tensões e deformações, e qual a relevância em relação à que se está medindo. Este estudo está detalhado no anexo G.

No anexo H, está apresentada a aplicação do método de Monte Carlo, para obter as 36 constantes elásticas (sendo 21 independentes), a partir do ensaio TGA e da teoria dos laminados, com suas respectivas variâncias. Verificou-se, também, se os valores das constantes elásticas tinham distribuição normal e observou-se que a maioria tem distribuição normal, mas a  $d_{xx}$ , em especial, não. Ainda há uma dúvida sobre uma possível relação entre o número de interações pelo método de Monte Carlo e a normalidade ou não das distribuições. Foram feitas 1 milhão de interações neste trabalho. Será que se fossem aumentadas para 10 milhões não se conseguiriam mais constantes com distribuição normal? Sugere-se que este trabalho seja realizado como trabalho futuro, dada a necessidade de tempo de computação, já que para 1 milhão de interações levou-se cerca de 20 horas de computação para cada CP.

Nas tabelas 5.3.2.4 a 6 estão apresentados os testes de hipóteses estatísticos para as constantes elásticas  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ , comparando as diversas médias e variâncias obtidas pelas técnicas estudadas. Nos CP's de compósitos assimétricos com pós-cura e resfriamento intermediário, o valor de  $d_{xx}$  do EPC3 ficou diferente e menor (mais rígido) que do EPC2; portanto justifica a utilização deste tratamento durante a cura. O mesmo ocorreu para os CP's simétricos. Para os CP's em kevlar, o tratamento foi o mesmo, tanto para o EKP2 como para EPK1 (unidirecional), a diferença de valor de  $d_{xx}$ , neste caso, deve-se à grande diferença de espessura total de 2,55 mm para EPK2 e 1,33 mm (estimado) para EPK1.

Finalmente, propõe-se um fluxograma apresentado na figura 5.3.2.18, para tratar e obter constantes elásticas de compósitos multidirecionais, podendo utilizar estas informações para diversos fins, entre eles, controle de qualidade de estruturas deste tipo de compósitos

**Tabela 5.3.2.4.** Testes de hipótese para as constantes elásticas  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ , das variâncias e das médias das amostras assimétricas EPC2 (cura abreviada) e EPC3 (cura com pós-cura e resfriamento intermediário), considerando que as distribuições são normais e foram ensaiadas 3 réplicas para cada CP, para os casos considerados relevantes.

Comparação (A) = (B)	Méd. (A)		Méd. (B)		F.975,2,2		Fo	F.025,2,2	Ho?	Sp <sup>2</sup>	to	t	to  > 1.025,4
	S (A)	S (B)	S (A)	S (B)	Fo	Fo							
hipótese: Ho: var(A) = var(B)      hipótese: Ho: u(A) = u(B) H1: var (A) ≠ var (B)                      H1: u(A) ≠ u(B) n(A)= 3    n(B)= 3													
<b><math>d_{xx}^*</math> (1/Nm)</b>													
(EPC2) Força e amplít. X Timoshenko	0,0490	0,0012	0,0360	0,0043	0,02564	<b>0,0778</b>	39	sim	0	<b>5,04</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC2) Força e amplít. X TGA (E1f fabr.)	0,0490	0,0012	0,0420	0,0011	0,02564	<b>1,1900</b>	39	sim	0	<b>7,45</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC2) Força e amplít. X TGA (E1f extrap.)	0,0490	0,0012	0,0500	0,0034	0,02564	<b>0,1245</b>	39	sim	0	<b>-0,48</b>	2,776		u(A) = u(B)
(EPC2) Força e amplít. X (EPCF3) TGA	0,0490	0,0012	0,0484	0,0013	0,02564	<b>0,8520</b>	39	sim	0	<b>0,59</b>	2,776		u(A) = u(B)
<b>Força e amplít. (EPC2) X (EPC3)</b>	<b>0,0490</b>	<b>0,0012</b>	<b>0,0456</b>	<b>0,0006</b>	0,02564	<b>4</b>	39	sim	0	<b>4,39</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC3) Força e amplít. X Timoshenko	0,0456	0,0006	0,0267	0,0015	0,02564	<b>0,16</b>	39	sim	0	<b>20,3</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC3) Força e amplít. X TGA (E1f fabr.)	0,0456	0,0006	0,0311	0,0010	0,02564	<b>0,36</b>	39	sim	0	<b>21,5</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC3) Força e amplít. X TGA (E1f extrap.)	0,0456	0,0006	0,0345	0,0022	0,02564	<b>0,0743</b>	39	sim	0	<b>8,43</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC3) Força e amplít. X (EPCF4) TGA	0,0456	0,0006	0,0571	0,0016	0,02564	<b>0,1406</b>	39	sim	0	<b>-11,7</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
<b><math>d_{yy}^*</math> (1/Nm)</b>													
(EPC2) Força e amplít. X Timoshenko	0,1299	0,0058	0,2297	0,0134	0,02564	<b>0,1873</b>	39	sim	0	<b>-11,8</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC2) Força e amplít. X TGA (E1f fabr.)	0,1299	0,0058	0,1765	0,0055	0,02564	<b>1,1120</b>	39	sim	0	<b>-10,1</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC2) Força e amplít. X TGA (E1f extrap.)	0,1299	0,0058	0,1905	0,0115	0,02564	<b>0,254</b>	39	sim	0	<b>-8,15</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC2) Força e amplít. X (EPCF3) TGA	0,1299	0,0058	0,2390	0,0100	0,02564	<b>0,3364</b>	39	sim	0	<b>-16,3</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
<b>Força e amplít. (EPC2) X (EPC3)</b>	<b>0,1299</b>	<b>0,0058</b>	<b>0,1198</b>	<b>0,0640</b>	0,02564	<b>0,0082</b>	39	sim	0	<b>0,27</b>	2,776		u(A) = u(B)
(EPC3) Força e amplít. X Timoshenko	0,1198	0,0240	0,1871	0,0240	0,02564	<b>1</b>	39	sim	0	<b>-3,43</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)
(EPC3) Força e amplít. X TGA (E1f fabr.)	0,1198	0,0240	0,1310	0,0050	0,02564	<b>23,04</b>	39	sim	0	<b>-0,79</b>	2,776		u(A) = u(B)
(EPC3) Força e amplít. X TGA (E1f extrap.)	0,1198	0,0240	0,1380	0,0100	0,02564	<b>5,76</b>	39	sim	0	<b>-1,21</b>	2,776		u(A) = u(B)
(EPC3) Força e amplít. X (EPCF4) TGA	0,1198	0,0240	0,2830	0,0110	0,02564	<b>4,7603</b>	39	sim	0	<b>-10,7</b>	2,776		u(A) ≠ u(B)

**Critério de rejeição para teste de variância da hipótese de variâncias das populações iguais e desconhecidas Ho:**

$F_o < F(1-\alpha/2, n(A)-1, n(B)-1)$  e  $F_o > F(\alpha/2, n(A)-1, n(B)-1)$  e sabendo que  $F(1-\alpha/2, 2, 2) = 1/F(\alpha/2, 2, 2)$

$$F_o = S(A)^2 / S(B)^2$$

Nível de confiança adotado: 95% →  $\alpha = 0,05$

**Critério de rejeição para teste das médias das amostras, com variâncias desconhecidas, mas iguais, da hipótese (Ho) de que as médias das populações sejam iguais:**

$$|t_o| > t(\alpha/2, n(A)+n(B)-2)$$

$$Sp^2 = ((n(A)-1)S(A)^2 + (n(B)-1)S(B)^2) / (n(A)+n(B)-2)$$

$$v = (S(A)^2 / n(A) + S(B)^2 / n(B)) / ((S(A)^2 / n(A)) / (n(A)-1) + (S(B)^2 / n(B)) / (n(B)-1))$$

$$t_o = (u(A) - u(B)) / (Sp(1/n(A) + 1/n(B))^{1/2})$$

$$t(\alpha/2, n(A) + n(B) - 2)$$

**Tabela 5.3.2.5.** Testes de hipótese para as constantes elásticas  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ , das variâncias e das médias das amostras simétricas EPC4 (cura com pós-cura e resfriamento intermediário) e EPC5 (cura abreviada), considerando que as distribuições são normais e foram ensaiadas 3 réplicas para cada CP, para os casos considerados relevantes.

Comparação (A) = (B)	méd.		Méd.		hipótese: $H_0: \text{var}(A) = \text{var}(B)$ $H_1: \text{var}(A) \neq \text{var}(B)$			hipótese: $H_0: u(A) = u(B)$ $H_1: u(A) \neq u(B)$				
	(A)	S (A)	(B)	S (B)	F.975,2,2	Fo	F.025,2,2	Ho?	Sp <sup>2</sup>	to	t	to  > t.025,4
<b><math>d_{xx}^*</math> (1/Nm)</b>												
(EPC4) Força e amplít. X Timoshenko	0,0373	0,0010	0,0268	0,0006	0,02564	2,777	39	sim	0	15,6	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC4) Força e amplít. X TGA (E1f fabr.)	0,0373	0,0010	0,0260	0,0005	0,02564	4	39	sim	0	17,5	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC4) Força e amplít. X TGA (E1f extrap.)	0,0373	0,0010	0,0289	0,0015	0,02564	0,4444	39	sim	0	8,07	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC4) Força e amplít. X (EPCF4) TGA	0,0373	0,0010	0,0500	0,0014	0,02564	0,5102	39	sim	0	-12,8	2,776	$u(A) \neq u(B)$
<b>Força e amplít. (EPC4) X (EPC5)</b>	<b>0,0373</b>	<b>0,0010</b>	<b>0,0409</b>	<b>0,0008</b>	0,02564	<b>1,5625</b>	39	sim	0	<b>-4,87</b>	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC5) Força e amplít. X Timoshenko	0,0409	0,0008	0,0315	0,0007	0,02564	1,3061	39	sim	0	15,3	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC5) Força e amplít. X TGA (E1f fabr.)	0,0409	0,0008	0,0304	0,0006	0,02564	1,777	39	sim	0	18,2	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC5) Força e amplít. X TGA (E1f extrap.)	0,0409	0,0008	0,0330	0,0018	0,02564	0,197	39	sim	0	6,95	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC5) Força e amplít. X (EPCF3) TGA	0,0409	0,0008	0,0426	0,0015	0,02564	0,284	39	sim	0	-1,73	2,776	$u(A) = u(B)$
<b><math>d_{yy}^*</math> (1/Nm)</b>												
(EPC4) Força e amplít. X Timoshenko	0,1152	0,0085	0,2431	0,0188	0,02564	0,2044	39	sim	0	-10,7	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC4) Força e amplít. X TGA (E1f fabr.)	0,1152	0,0085	0,1090	0,0020	0,02564	18,062	39	sim	0	1,23	2,776	$u(A) = u(B)$
(EPC4) Força e amplít. X TGA (E1f extrap.)	0,1152	0,0085	0,1140	0,0070	0,02564	1,4744	39	sim	0	0,19	2,776	$u(A) = u(B)$
(EPC4) Força e amplít. X (EPCF4) TGA	0,1152	0,0085	0,2230	0,0080	0,02564	1,1289	39	sim	0	-16	2,776	$u(A) \neq u(B)$
<b>Força e amplít. (EPC4) X (EPC5)</b>	<b>0,1152</b>	<b>0,0085</b>	<b>0,1147</b>	<b>0,0028</b>	0,02564	<b>9,2155</b>	39	sim	0	<b>0,1</b>	2,776	$u(A) = u(B)$
(EPC5) Força e amplít. X Timoshenko	0,1147	0,0028	0,2502	0,0114	0,02564	0,0603	39	sim	0	-20	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC5) Força e amplít. X TGA (E1f fabr.)	0,1147	0,0028	0,1350	0,0030	0,02564	0,8711	39	sim	0	-8,57	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC5) Força e amplít. X TGA (E1f extrap.)	0,1147	0,0028	0,1390	0,0070	0,02564	0,16	39	sim	0	-5,58	2,776	$u(A) \neq u(B)$
(EPC5) Força e amplít. X (EPCF3) TGA	0,1147	0,0028	0,1880	0,0070	0,02564	0,16	39	sim	0	-16,8	2,776	$u(A) \neq u(B)$

**Critério de rejeição para teste de variância da hipótese de variâncias das populações iguais e desconhecidas  $H_0$ :**

$F_0 < F(1-\alpha/2, n(A)-1, n(B)-1)$  e  $F_0 > F(\alpha/2, n(A)-1, n(B)-1)$  e sabendo que  $F(1-\alpha/2, 2, 2) = 1/F(\alpha/2, 2, 2)$

$F_0 = S(A)^2/S(B)^2$

Nível de confiança adotado: 95%  $\rightarrow \alpha = 0,05$

**Critério de rejeição para teste das médias das amostras, com variâncias desconhecidas mas iguais, da hipótese ( $H_0$ ) de que as médias das populações sejam iguais:**

$|t_0| > t(\alpha/2, n(A)+n(B)-2)$

$Sp^2 = ((n(A)-1)S(A)^2 + (n(B)-1)S(B)^2) / (n(A)+n(B)-2)$

$v = (S(A)^2/n(A) + S(B)^2/n(B)) / ((S(A)^2/n(A))/(n(A)-1) + (S(B)^2/n(B))/(n(B)-1))$

$t_0 = (u(A)-u(B)) / (Sp(1/n(A)+1/n(B)))^{1/2}$

$t(\alpha/2, n(A) + n(B) - 2)$

**Tabela 5.3.2.6.** Testes de hipótese para as constantes elásticas dxx e dyy, das variâncias e das médias da amostra simétrica, com cura com pós-cura e resfriamento intermediário (EPK2), considerando que as distribuições são normais e foram ensaiadas 3 réplicas para cada CP, para os casos considerados relevantes.

Comparação (A) = (B)	Méd.		Méd.		hipótese: Ho: var(A) = var(B)			hipótese: Ho: u(A) = u(B)				
	(A)	S (A)	(B)	S (B)	F.975,2,2	Fo	F0.025,2,2	Ho?	Sp <sup>2</sup>	to	t	to  > t.025,4
n(A)= 3    n(B)= 3												
<b>d<sub>xx</sub>* (1/Nm)</b>												
(EPK2) Força e amplit. X Timoshenko	0,0327	0,0006	0,0175	0,0005	0,02564	1,44		39 sim	0	33,7	2,776	u(A) ≠ u(B)
(EPK2) Força e amplit. X TGA (E1f fabr.)	0,0327	0,0006	0,0214	0,0004	0,02564	2,25		39 sim	0	27,1	2,776	u(A) ≠ u(B)
(EPK2) Força e amplit. X TGA (E1f extrap.)	0,0327	0,0006	0,0241	0,0018	0,02564	0,1111		39 sim	0	7,85	2,776	u(A) ≠ u(B)
(EPK2) Força e amplit. X (EPK1) TGA	0,0327	0,0006	0,0827	0,0020	0,02564	0,09		39 sim	0	-41,5	2,776	u(A) ≠ u(B)
<b>d<sub>yy</sub>* (1/Nm)</b>												
(EPK2) Força e amplit. X Timoshenko	0,0283	0,0007	0,0805	0,0007	0,02564	1		39 sim	0	-56,3	2,776	u(A) ≠ u(B)
(EPK2) Força e amplit. X TGA (E1f fabr.)	0,0283	0,0007	0,0154	0,0005	0,02564	1,96		39 sim	0	26	2,776	u(A) ≠ u(B)
(EPK2) Força e amplit. X TGA (E1f extrap.)	0,0283	0,0007	0,0313	0,0020	0,02564	0,1225		39 sim	0	-2,45	2,776	u(A) = u(B)
(EPK2) Força e amplit. X (EPK1) TGA	0,0283	0,0007	0,3230	0,0090	0,02564	0,0060		39 sim	0	-56,5	2,776	u(A) ≠ u(B)

Critério de rejeição para teste de variância da hipótese de variâncias das populações iguais e desconhecidas Ho:

$$F_o < F(1-\alpha/2, n(A)-1, n(B)-1) \text{ e } F_o > F(\alpha/2, n(A)-1, n(B)-1) \text{ e sabendo que } F(1-\alpha/2, 2, 2) = 1/F(\alpha/2, 2, 2)$$

$$F_o = S(A)^2 / S(B)^2$$

Nível de confiança adotado: 95% → alfa = 0,05

Critério de rejeição para teste das médias das amostras, com variâncias desconhecidas mas iguais, da hipótese (Ho) de que as médias das populações sejam iguais:

$$|to| > t(\alpha/2, n(A)+n(B)-2)$$

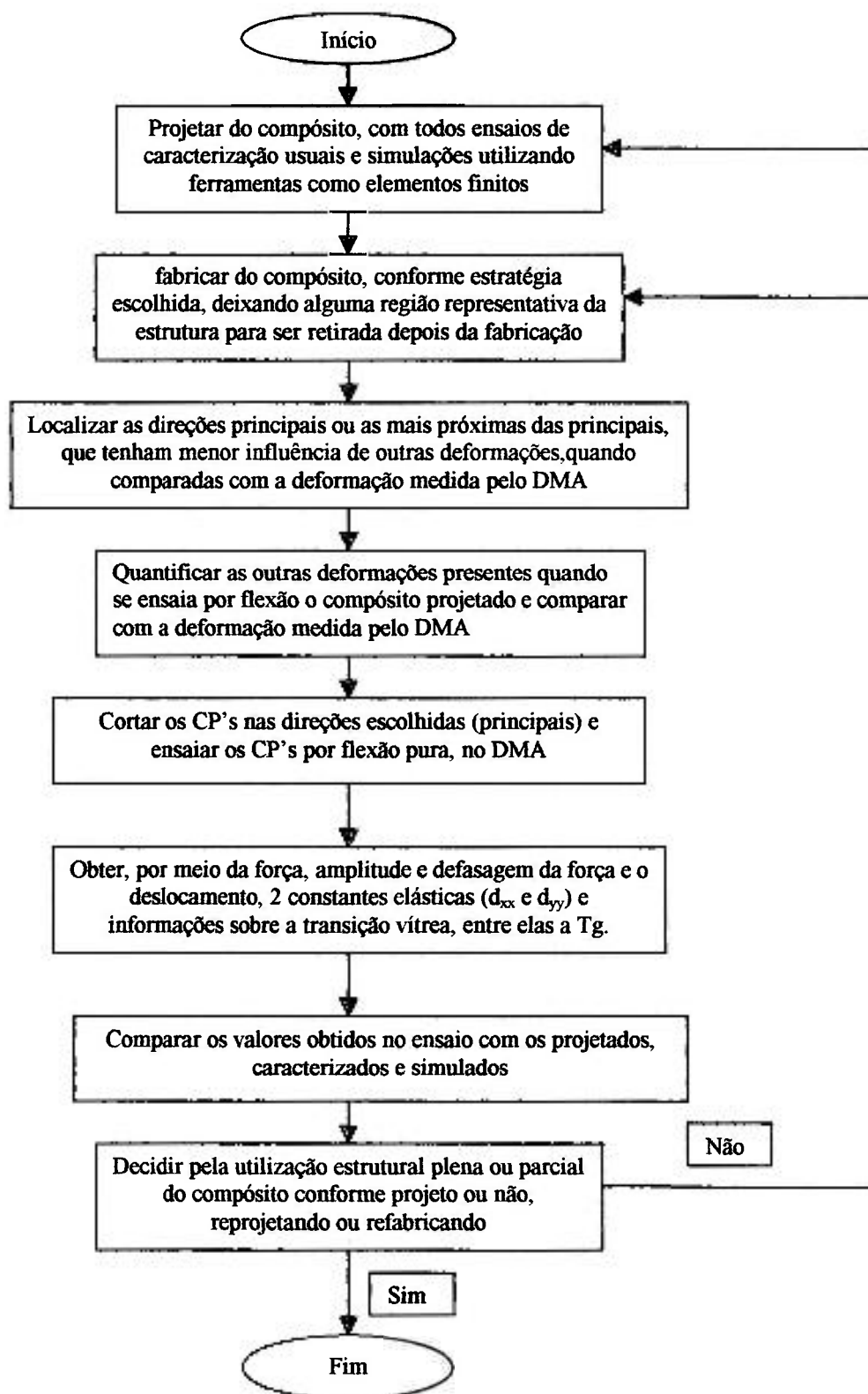
$$Sp^2 = ((n(A)-1)S(A)^2 + (n(B)-1)S(B)^2) / (n(A)+n(B)-2)$$

$$v = (S(A)^2 / n(A) + S(B)^2 / n(B)) / ((S(A)^2 / n(A)) / (n(A)-1) + (S(B)^2 / n(B)) / (n(B)-1))$$

$$to = (u(A) - u(B)) / (Sp(1/n(A) + 1/n(B)))^{1/2}$$

$$t(\alpha/2, n(A) + n(B) - 2)$$

**Figura 5.3.2.18.** Fluxograma proposto para medição de constantes elásticas de compósitos multidirecionais balanceados quaisquer, pela técnica DMA.



## 5.4 – Comparação entre as técnicas utilizadas

### 5.4.1. - Fração volumétrica : TGA x microscopia óptica

Num compósito multidirecional, quando se medem as frações volumétricas de fibra, resina e vazios por meio da técnica de TGA, é necessário admitir que as frações entre as diversas camadas são iguais, já que o ensaio fornece a percentagem de massa queimada. Já utilizando as fotos obtidas no microscópio óptico é possível obter as frações camada a camada, porém é necessário admitir que a superfície espelha adequadamente a distribuição volumétrica da região investigada; outro aspecto é a representatividade da região investigada. Na TGA podem-se queimar quantidades de compósitos maiores, mais representativas do compósito, o que não é possível no microscópio, pois, para se diferenciar a fibra da resina e do vazio, é necessário identificar a fibra, que tem, em geral, de 7 a 20 microns.

No presente trabalho, os resultados de fração via área das micrografias não foram tão representativos do compósito quando comparados com os resultados do TGA. Já os resultados do TGA e sua hipótese, de que as frações do compósito médias podem ser usadas em todas as camadas, mesmo quando as espessuras não são constantes como deveriam ser, pela variabilidade do processo de fabricação, é razoável.

### 5.4.2. Módulo (modelo Timoshenko): TGA x DMA

A técnica TGA permite obter as 36 constantes elásticas (sendo 21 independentes) e, conseqüentemente, os módulos médios tanto a tração como a flexão, porém, é necessário admitir diversas simplificações: todas as camadas têm a mesma fração, baixa fração de vazios, e as propriedades dos constituintes são transmitidas integralmente ao compósito, principalmente  $E_1$ (fibra). Na técnica DMA, aplicando o modelo de Timoshenko, obtêm-se apenas 2 constantes de engenharia ( $E_{xf}$  e  $E_{yf}$ ) médias a flexão, sendo que, para a transversal ( $E_{yf}$ ) a correção pelo modelo de Timoshenko não surtiu o efeito desejado e, sendo melhor, não corrigir e utilizar os modelos existentes para materiais isotrópicos e ortotrópicos.

### 5.4.3. Constante elástica (modelo dos laminados: $d_{xx}$ e $d_{yy}$ ): TGA x DMA

As considerações para a TGA, aqui, são as mesmas já mencionadas no item 5.4.2. Para a DMA, cabe ressaltar que, utilizando o modelo proposto, podem-se obter 2 constantes elásticas ( $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ ). Como são propriedades mecânicas medidas, levam com consideração todos os fatores que podem influenciar seu valor: espessura das camadas, fração volumétrica de cada camada, posição das camadas e nível de transferência das propriedades dos constituintes ao compósito.

## 6 - Conclusões

O objetivo de medir, com a técnica DMA, o módulo a flexão de compósitos anisotrópicos, multidirecionais, simétricos e assimétricos foi atingido. Porém, dada a anisotropia dos laminados, a constante de engenharia módulo médio à flexão é uma propriedade que pode ser comparada à correspondente de materiais isotrópicos. Ademais, o modelo de Timoshenko proposto só atende bem ao módulo médio a flexão na direção longitudinal ou direção na qual a maioria das camadas tem a fibra alinhada com o comprimento da viga ensaiada.

Nos compósitos multidirecionais balanceados, simétricos e assimétricos, pode-se aplicar a teoria clássica dos laminados e, com as informações de força e amplitude de deslocamento na flexão, obter duas das constantes da matriz  $[d]$ ,  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ . A partir destas, para os simétricos, podem-se obter os módulos médios a flexão, de um material homogêneo de mesma espessura do compósito laminado. Para os assimétricos, a hipótese de que as demais deformações sejam nulas ( $k_y = k_s = \epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_s = 0$ ) não é satisfeita; portanto, os módulos médios, obtidos com o mesmo modelo, devem ser vistos com reservas. Assim, para compósitos assimétricos, a técnica DMA só permite obter as duas constantes,  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ .

Com o modelo de Timoshenko, quando válido, pode-se também fazer o caminho inverso e obter a constante  $d_{xx}$ , com a mesma restrição já mencionada acima para compósitos simétricos e assimétricos. Pelos resultados dos compósitos ensaiados no DMA (modelo isotrópico) e corrigidos (modelo Timoshenko), não se deve corrigir os valores de módulo transversal. De maneira análoga, pode-se obter a constante  $d_{yy}$ , para os simétricos e com reservas para os assimétricos, utilizando simplesmente os resultados da aplicação do modelo isotrópico.

Obter experimentalmente todas as constantes das matrizes  $[a]$ ,  $[b]$ ,  $[c]$  e  $[d]$  de um laminado multidirecional é muito trabalhoso, mas com o ensaio de DMA, podem-se obter duas dessas constantes (do total de 21 independentes) e compará-las com os valores estimados teoricamente, a partir de ensaios em compósitos unidirecionais. Esta comparação pode fornecer informação da diferença entre as constantes estimadas e as medidas. A caracterização por meio de CP's com fibras unidirecionais tende a superestimar os módulos nas direções principais dos compósitos multidirecionais, pois estes compósitos apresentam defeitos nas camadas com orientação diferente da longitudinal e da transversal que foram desconsiderados, além do efeito da interface entre camadas e da interação entre a fibra e a matriz em todas as camadas. Por vezes esta análise fica prejudicada pelas diferenças de espessura entre as camadas do unidirecional e as do compósito multidirecional. Da mesma forma, as frações volumétricas de fibra e de resina medidas

nos dois compósitos nem sempre coincidem.

Quanto aos ciclos de cura estudados, pode-se concluir que a pós-cura com resfriamento intermediário foi eficaz tanto para  $T_g$ , elevando em torno de 9 °C em comparação com a cura abreviada, como para a constante elástica  $d_{xx}$ , que teve uma diminuição (maior rigidez) em torno de 10% em comparação com os valores obtidos com a cura abreviada. Para a constante  $d_{yy}$  não se observou diferença significativa.

## 7 - Sugestões para trabalhos futuros

O fato de utilizar um mandril facetado para a obtenção de CP's planos implicou na retenção de voláteis durante a cura e conseqüente aumento da fração de vazios. Seria interessante desenvolver modelos que permitissem ensaiar, pela técnica DMA, CP's curvos, retirados diretamente dos cilindros bobinados por "filament winding";

Este estudo trabalhou apenas com compósitos multidirecionais balanceados. Seria muito interessante testar os modelos propostos aplicados a compósitos não balanceados;

Em aplicações nas quais os carregamentos são essencialmente a tração, seria muito interessante tentar desenvolver um modelo para obter as constantes  $a_{xx}$  e  $a_{yy}$ .

Na utilização da técnica TGA, foi necessário estudar as distribuições dos valores das constantes elásticas das matrizes [a], [b], [c] e [d] pelo método de Monte Carlo e verificou-se que, nem todas as constantes das matrizes têm distribuição normal. Como este trabalho foi muito exaustivo, necessitando de muitas horas de computação utilizando o software MATLAB, não foi repetido outras vezes com maior e menor número de interações para verificar se também aumenta ou diminui o número de constantes que tem distribuição normal;

Como o ensaio, com a DMA, solicita o CP apenas a flexão pura, não se pode obter módulo em tração, dos compósitos multidirecionais. Apesar disto, os valores de módulo longitudinal, para os CP's assimétricos, obtidos com o modelo para materiais de seção homogênea são próximos dos módulos equivalentes obtidos por TGA, compósitos com vários graus de assimetria poderiam ser testados para confirmar esta suposição.

Seria interessante verificar a influência dos vazios na tangente delta, para isso seria necessário fabricar e ensaiar CP's com frações de vazios menores e maiores que as mostradas neste trabalho. Além disso, verificar também a possibilidade de estimar a tangente delta de laminados multidirecionais, conhecendo-se a orientação de cada camada e tangente delta nas direções principais de cada camada, em cada tipo de fibra utilizada.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] REINHART, T. J.; CLEMENTS, L. L. Introduction to Composites. Apud: REINHART, T. J. Ed., *Engineered Materials Handbook – Composites*, Volume 1, Ohio, ASM International, 1990. p. 27-36.
- [2] NIU, M. C.-Y. *Composite Airframe Structures*, Hong Kong, Conmilit Press, 1992. p. 1-19.
- [3] DANIEL, ISSAC M. ; ORI ISHAI *Engineering Mechanics of Composite Materials*, New York, Oxford University Press, 1994. p. 37-76.
- [4] OLANDER, DONALD R. *Fundamental Aspects of Nuclear Reactor Fuel*, Springfield, Virginia 22161, 1976 - Energy Research and Development Administration, U. S. Department of Energy. p. 597-602.
- [5] LEKHNITSKII, S. G. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*, Moscou, Mir Publishers, 1981. p. 15 – 78
- [6] JONES, R. M. *Mechanic of Composite Materials*, New York, McGraw Hill, 1975.
- [7] TSAI, S. W.; HAHN, H. T. *Introduction to Composite Materials*. Lancaster - Basel, Technomic Publishing, 1980. p. 1-107 e p. 377-399.
- [8] VOIGT, R. . *Lehrbuch der Kristallphysik*. Teubner, Leipzig, 1920. In: Chawla, K.K. *Composite Materials – Science and Engineering*. New York: Springer-Verlag, 1987. p. 179.
- [9] REUSS, A. *Math. Mech.*, V. 9, n.49, 1929. In: Chawla, K.K. *Composite Materials – science and engineering*. New York: Springer-Verlag, 1987. p. 178.
- [10] HALPIN, J.C. AND TSAI, S. W., *Effects of environmental Factors on Composite Materials*, Dayton, Air Force Technical Report AFML-TR-67-423, Wright Aeronautical Labs, OH, 1967.

- [11] ADAMS, D. F. AND DONER, D. R. , *Longitudinal Shear Loading of a unidirectional Composite*, J. Composite Materials, Vol. 1, 1967, p. 4-17.
- [12] DANIEL, ISSAC M. ; ORI ISHAI *Engineering Mechanics of Composite Materials*, New York, Oxford University Press, 1994. p. 142-184.
- [13] TSAI, S. W.; HAHN, H. T. *Introduction to Composite Materials*. Lancaster - Basel, Technomic Publishing, 1980. p. 170-177.
- [14] TIMONSHENKO, S. *Strength of Materials – Part I*. New York, D. Van Nostrand Inc, 1940. p. 209-219.
- [15] COWIE, J. M. G. *Polymers: Chemistry and Physics of Modern Materials*, London, Blackie Academic & Professional, 1991. p. 10-5, p. 247-88 e p.321-66.
- [16] NOWICK A. S. ; BERRY B. S. *Anelastic Relaxation in Cristalline Solids*, New York, Academic Press, 1972. p.10-14.
- [17] FERRY, J. D. *Viscoelastic Properties of Polymers*, Third Ed. New York, John Wiley, 1980. p. 33-48 e p. 280-90
- [14] CASSEL, B.; TWOMBLY, B. Glass transition determination by thermomechanical analysis, a dynamic mechanical analyser, and a differential scanning calorimeter. Apud: RIGA, A. T.; NEAG, C. M, *Materials Characterization by Thermomechanical Analysis*, Philadelphia, ASTM STP 1136, 1991. p. 108-19.
- [16] FERRY, J. D. *Viscoelastic Properties of Polymers*, Third Ed. New York, John Wiley, 1980. p. 33-48 e p. 280-90.
- [17] DOW PLASTICS – *Dow Liquid Epoxy Resins*. [www.dow.com](http://www.dow.com) acesso em 13/07/2002
- [18] Thornel Carbon Fibres. [www.bpanococarbonfibers.com/T-300.htm](http://www.bpanococarbonfibers.com/T-300.htm) acesso em 30/09/2002

[19] DUPONT do Brasil - *Technical Guide Kevlar-Aramid Fiber*

[20] SILVA, N. M. – *Obtenção e Comportamento Mecanodinâmico de Compósitos com Matriz Polimérica Reforçada com Fibras de Carbono* – São Paulo, 2001. p. 24-41. Dissertação de Mestrado, IPEN-USP.

[21] NETZSCH – *Dynamic Mechanical Analyser – DMA 242 – Instruction Manual*, 1998.

[22] AMERICAN SOCIETY TESTING MATERIALS. *Standard Practice for Determining and Reporting Mechanical Properties of Plastics*. 1995. (ASTM – D 4065 - 95).

[23] AMERICAN SOCIETY TESTING MATERIALS. *Standard Terminology Relating to Dynamic Mechanical Measurements on Plastics*. 1996. (ASTM – D 4092 - 96).

[24] AMERICAN SOCIETY TESTING MATERIALS. *Standard Test Method for Assignment of the Glass transition Temperature by Dynamic Mechanical Analysis*. 1999. (ASTM – E 1640 -99).

[25] MENARD, K. P. *Dynamic Mechanical Analysis – A Practical Introduction*, Boca Raton, CRC Press, 1999. p. 91-150.

[26] VUOLO, J. H. *Fundamentos da Teoria de Erros*, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 1992: 213-214.

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

PETERS, S. T., HUMPHREY, W. D., FORAL, R. F. *Filament Winding Composite Structure Fabrication*. California, SAMPE, 1988. p. 1-1 a 3-14.

PETERS, S. T. and HUMPHREY, W. D. Filament Winding. Apud: REINHART, T. J. Ed., *Engineered Materials Handbook – Composites*, Volume 1, Ohio, ASM International, 1990. p. 503-18.

LIMA, L. F. C. P. Utilização de técnicas de atrito interno no estudo de gases em metais. Apud: MIRANDA, P. E. V.; RODRIGUES, J. A. *Gases em Metais e Ligas - Fundamentos e Aplicações na Engenharia*, EDC, 1985. p. 162-215.

WU, H. F.; GU, W.; LU, G.-Q. A model for predicting micromechanical interfacial adhesion in polymer composites. *JOM*, September 1996. p. 58-61.

DONG, S.; GAUVIN, R. Application of dynamic mechanical analysis for the study of the interfacial region in carbon fiber/epoxy composite materials. *Polymer Composites*, Vol. 14, Nº5, October 1993. p. 414-20.

CALDWELL, D. L. Interfacial analysis. Apud: LEE, M. S. *International Encyclopaedia of Composites*, VCH, New York, , Vol. 2, 1990. p. 361-77.

SHIMADZU – *Differential Scanner Calorimeter – DSC – Instruction Manual*, 1998.

HAINES, P. J. *Thermal Methods of Analysis*. Blackie Academic & Professional, Glasgow, 1995. p.22-155.

HEISENBERG, W. K. Chemical analysis and characterization of polymer composite materials. Apud: LEE, M. S. *International Encyclopaedia of Composites*, VCH, New York, , Vol. 1, 1990. p. 392-400.

ADAMS, D. F. Tutorial notes: improving fiber-matrix interfaces in composite materials. 37<sup>th</sup> *Int. SAMPE Symp. ... held in Anaheim, Cal., 1992. p.1-50.*

NIELSEN, A. Interfacial damping. Apud: DONG, S.; GAUVIN, R. Application of dynamic mechanical analysis for the study of the interfacial region in carbon fiber/epoxy composite materials. Polymer Composites, Vol. 14, N°5, October 1993. p. 414-20

*IBM – Educational and Engineering Design Tool for use in the field of Laminated Composites*, Lancaster – Basel, Technomic Publishing Co – 1989. p. 7-44.

PAKALAPATI, S. N. R.; GADALA, F.; WHITE, R. E. Dynamic mechanical analysis of a uniaxial continuous carbon fiber – thermoplastic composite subjected to anodic and cathodic currents. Polymer Composites, Vol. 17, N°4, 1996. p. 620-26.

CHANG, W.-C.; TAI, N.-H.; MA, C.-C. Dynamic mechanical properties of carbon-carbon composites. J. of Materials Science, 30, 1995. p. 1225-32.

SHEM, S. B.; ISHIDA, H. Processing and characterization of carbon fibre-reinforced polynaphthoxazine composite. J. of Materials Science 31, 1996. p. 5945-52.

MAY, C. A. *Epoxy Resins Chemistry and Technology*. Second. Ed., Marcel Dekker, New York, 1988. p. 285-550.

GRAYSON, M. Ed. *Encyclopaedia of Composites Materials and Components*. Encyclopaedia Reprint Series, John Wiley, New York, 1983. p. 609-75.

MARGOLIS, J. M. Ed. *Advanced Thermoset Composites, Industrial and Commercial Applications*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1986. p. 03-19, 38-47 e 94-104.

HILADO, C. J. Ed. *Carbon Reinforced Epoxy Systems*. Vol. One, Materials Technology Series, Technomic, Westport, 1974. p. 109-26.

FUKUNAGA, A.; KOMAMI, T.; UEDA, S; NAGUMO, M. Plasma treatment of pitch-based ultra high modulus carbon fibers. Carbon, vol. 37, 1999. p. 1087-91.

UPADHYAYA, D.; TSAKIROPOULOS, P. Evaluation of the effect of sizing levels on transverse flexural and shear strengths of carbon / epoxy composites. J. of Materials Processing Technology, vol. 54, 1995. p. 17-20.

MELLO, J. D. D.; RADFORD, D. W. Viscoelastic Characterization of Transversely Isotropic Composite Laminae. Journal of Composite Materials, Vol. 37,p. 129-145.

MELLO, J. D. D.; RADFORD, D. W. Determination of the elastic constants of a transverselyisotropic lamina using laminate coefficients of thermal expansion. Journal of Composite. Vol. 36, p. 1321-1329.

MAHERI, M. R.; ADAMS R. D. On the flexural vibration of Timoshenko beams, and the applicability of the Analysis to a sandwich Configuration. Journal of sound and Vibration. Vol. 209, p. 419-442.

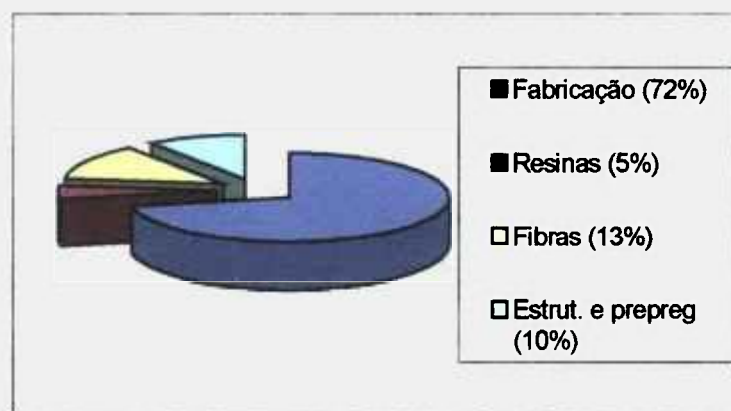
## ANEXO A

### PROCESSOS DE FABRICAÇÃO POR BOBINAMENTO DE FILAMENTOS

De maneira mais acentuada que nos processos de fabricação convencionais de metais e plásticos, a fabricação de componentes para compósitos exige algumas pré-condições para se obter sucesso na fabricação e aplicação de materiais compósitos [1,2], como:

- Ativa participação do pessoal de fabricação no desenvolvimento e projeto dos componentes dos compósitos e suas interfaces;
- Suporte forte de engenharia de materiais na escolha dos materiais;
- Fabricação de protótipos dos componentes com materiais e processos reais;
- Formulação dos conceitos de ferramentas para obtenção dos compósitos;
- Desenvolvimento de inspeção, testes apropriados, e critérios de inspeção não destrutiva; e
- Pré-condições normais para projetos de engenharia de boa qualidade.

Na figura A1 é mostrado um exemplo médio da estrutura de custos na fabricação de compósitos, considerando produção repetitiva, componente estrutural.



**Figura A1.** Estrutura típica de custo de fabricação de componentes de compósito [3].

Na escolha de materiais para compósitos deve-se considerar:

- Custo;
- Facilidade de processamento e manuseio;

- Disponibilidade e facilidade de obtenção comercial;
- Múltiplas fontes de fornecimento;
- Potencial de uso em processos de manufatura automáticos; e
- Qualificação e fonte de especificações aprovadas.

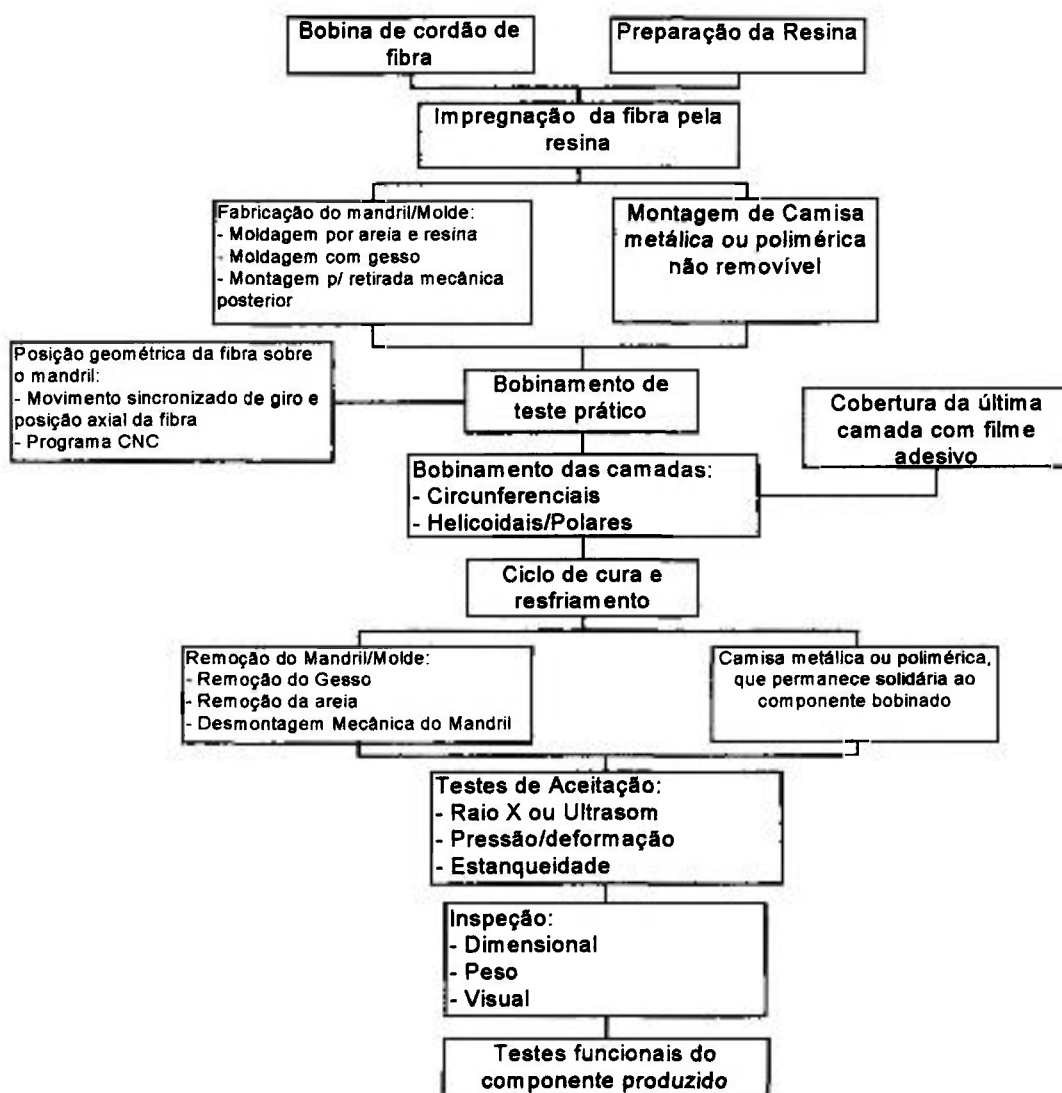
Descreve-se abaixo os principais processos de fabricação de compósitos de matriz polimérica:

### **Bobinamento de filamentos (“filament winding”)**

O processo de bobinamento de filamentos consiste no contínuo bobinamento de fibra na forma de um cordão ou fita, impregnado de resina no estado viscoso, que é feito camada após camada, até a espessura projetada. A fibra pode ser mudada de direção, na mesma camada, ou entre camadas, e seu posicionamento é bastante preciso e repetitivo. A técnica permite variar o tipo de fibra, a tensão de cada fibra, o ângulo de bobinamento e o tipo de resina em cada camada do reforço, até a espessura desejada.

O processo de bobinamento é bastante comum lembrando o processo de torneamento de metais, já que gera componentes de revolução, com a diferença básica de não produzir cavaco, e a geração do perfil ser necessariamente contínua. Não é possível, como no torno, obter-se o perfil com ferramentas de forma com parte do perfil. Deve-se lembrar também que a fibra é contínua e, que para preservar a resistência do compósito, as fibras não devem ser quebradas [2].

Na figura A2 está apresentado um fluxograma típico de componente compósito processado por bobinamento de filamentos. Nota-se que existem grandes variações de tipos de mandris ou moldes, que devem ser escolhidos de acordo com o tipo de componente desejado e que possibilite otimização do custo de fabricação. Este fluxograma por ser genérico, pode sofrer variações consideráveis, dependendo de cada escolha, em cada fase a partir do tipo de fibra e resina escolhidas.



**Figura A2.** Fluxograma típico de componente compósito obtido por processo de bobinamento de filamentos.

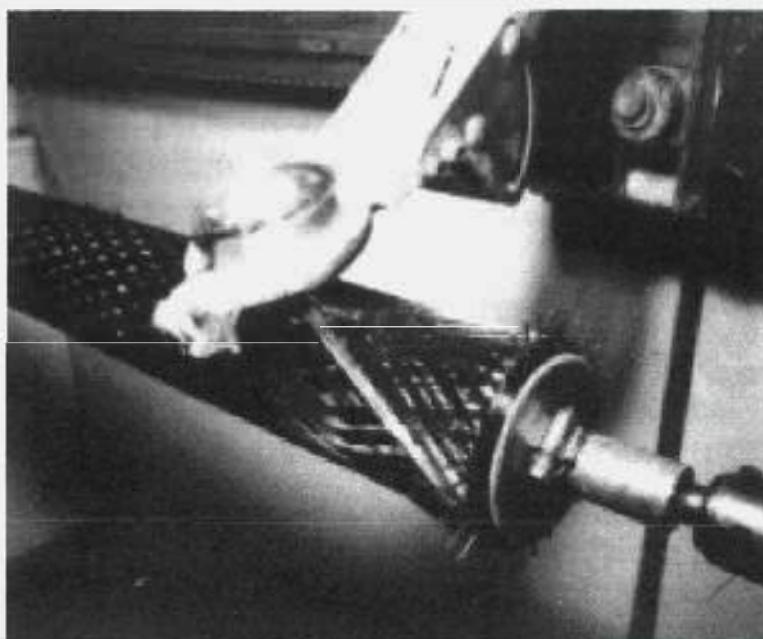
As principais vantagens do processo de bobinamento são:

- Alta repetibilidade de posicionamento da fibra;
- Capacidade do uso contínuo da fibra, sem juntas, sendo possível orientar a fibra na direção da carga;
- Baixo custo em relação ao da autoclave;
- Fabricação de estruturas muito maiores que as fabricadas em autoclave;
- Obtenção de compósitos com alta fração volumétrica de fibra;
- Baixo custo para grande número de componentes do mesmo tipo, geometria; e

- Baixo custo relativo da fibra e da resina, quando comparado, por exemplo, com o prépreg (fibra pré-impregnada de resina, já laminada).

As principais desvantagens do processo são:

- A geometria do componente deve ser adequada à extração do mandril;
- Dificuldade de bobinar curvaturas reversas ou com superfícies concavas;
- Dificuldade de trocar o caminho da fibra numa mesma camada; e
- Necessidade de mandril para servir de pré-forma.



**Figura A3.** Exemplo do processo de bobinamento de filamentos para a obtenção de tubos, com utilização de pinos para repetição de posição da fibra sobre o mandril [2].

Na figura A3 é mostrado um exemplo de bobinamento de filamentos no qual as trocas de direção dos filamentos de fibra contínuos são feitas com o auxílio de pinos. Um dispositivo na forma de olhal posiciona a fibra ao longo do mandril e repete ou muda de direção laçando a fibra por trás dos pinos, um a um, nas diversas camadas, possibilitando a mudança do ângulo de posição da fibra a cada camada, e ainda, se existe paralelismo ou cruzamento das fibras numa mesma camada.

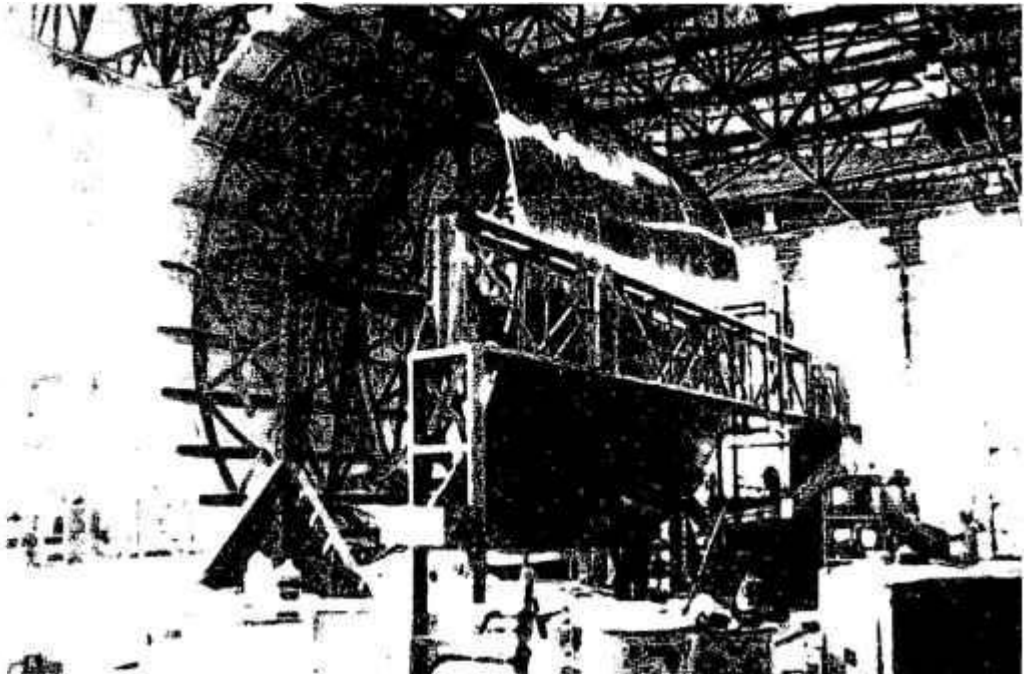


**Figura A4.** Exemplo do processo de bobinamento de filamentos para a obtenção de vasos, com utilização de domos para redirecionamento e repetição de posição da fibra sobre o mandril [2].

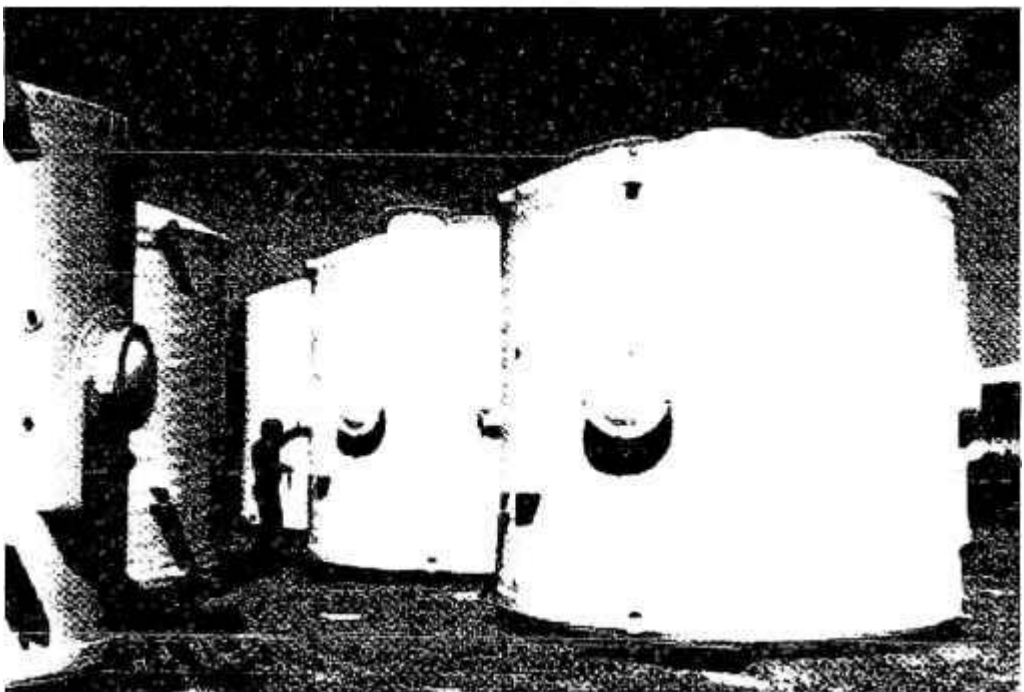
Na figura A4 é mostrado outro exemplo de bobinamento, em que domos laterais possibilitam a troca de direção da fibra durante o posicionamento sobre o mandril. Estes domos ainda permitem a confecção de peças estanques em forma de tanques. Porém nestes casos, os mandris ou moldes não serão reaproveitados, seguem junto com a peça ou são, de alguma maneira, dissolvidos após o bobinamento e cura da peça. A figura também mostra exemplo de bobinamento circunferencial, no qual a fibra forma um ângulo de  $90^\circ$  com o eixo axial da peça, e helicoidal, no qual a fibra é colocada formando ângulos de  $10$  a  $80^\circ$  com o eixo axial.

Outra possibilidade é mostrada na figura A5, na qual um tanque de vários metros de diâmetro e comprimento é bobinado. Depois de pronto, o mandril é desmontado mecanicamente, são insertadas peças de fixação metálicas ou não, por colagem ou similar, que servirão de suporte para o fundo e tampa do tanque, como pode ser visto na figura A6, na qual é mostrado o referido tanque já pronto para uso.

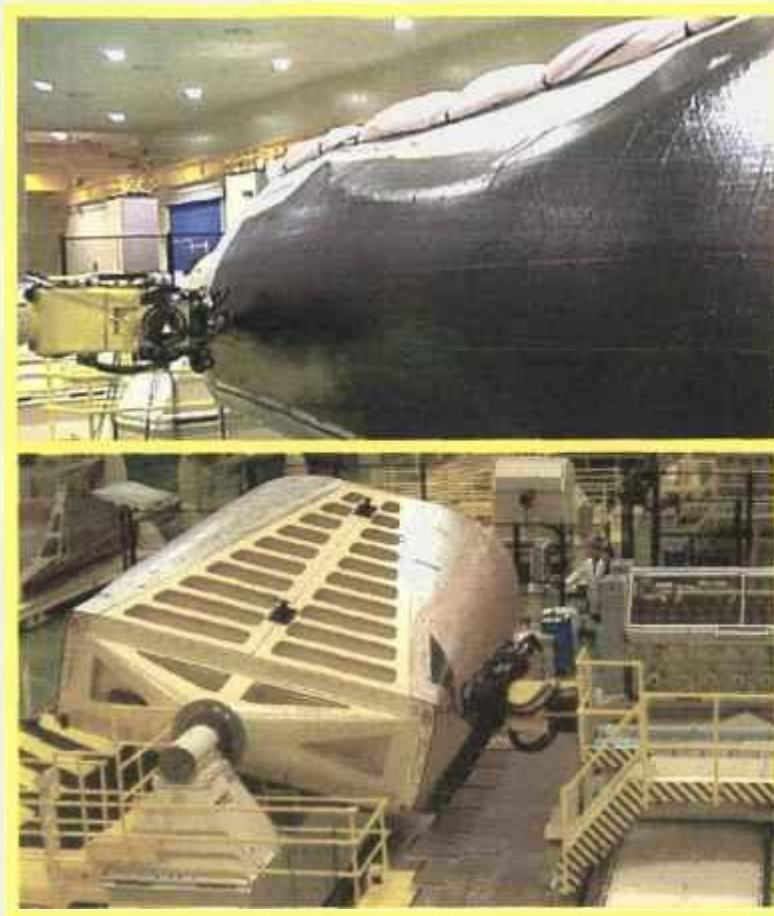
Na figura A7 está apresentado outro exemplo de bobinamento de componente do Airbus 380, na qual o mandril também é desmontado e retirado após a cura do componente.



**Figura A5.** Exemplo de aplicação do processo de bobinamento de filamentos para a obtenção de tanques de grande tamanho, curados sem a utilização de estufas ou autoclaves [3]



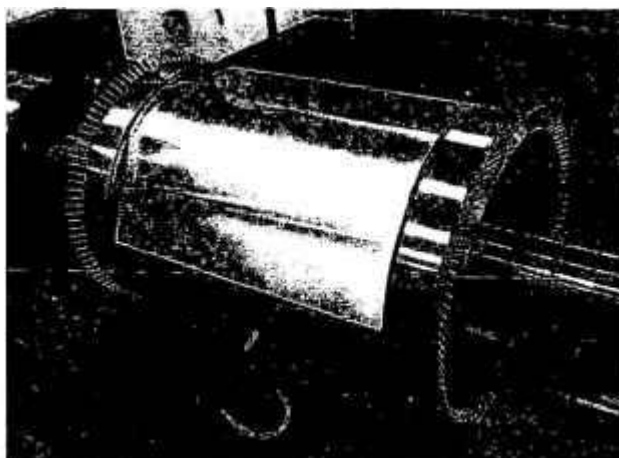
**Figura A6.** Ilustração final do tanque produzido por bobinamento de filamentos, com insertos metálicos, servindo de suporte para fixar, com parafusos, as tampas inferiores e superiores dos tanques [3].



**Figura A7.** Equipamento de bobinamento utilizado para fabricação de componente do avião A380 Airbus [4]

Neste trabalho, para a produção dos corpos de prova, foram utilizadas as técnicas de bobinamento de filamentos circunferenciais, conhecida como "hoop" e a de bobinamento helicoidal, com camadas a ângulos diferentes justapostas, com o auxílio de par de anéis pinados.

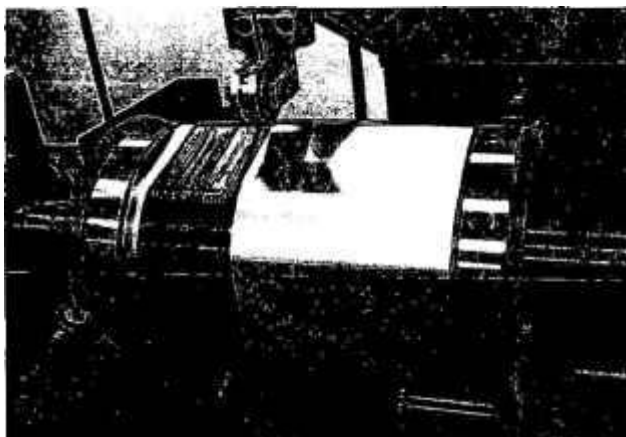
Na figura A8 é mostrado o mandril facetado com os dois anéis pinados, que foram usados para bobinar as camadas helicoidais.



**Figura A8.** Ilustração do mandril facetado e os dois anéis pinados utilizados para bobinar as camadas helicoidais.

Na figura A9 é mostrado o início do bobinamento das camadas circunferenciais ("hoop") sobre o mandril. O início do bobinamento helicoidal e o final de uma camada são mostrados nas figuras A10 e A11. Na figura A16 é mostrado o princípio de bobinagem utilizado no bobinamento helicoidal, para manter a fibra contínua e cada cordão perfeitamente paralelo aos seus vizinhos numa mesma camada. Na figura A12 é mostrada a bobinagem helicoidal de uma camada com ângulo simétrico à camada vizinha, tornando o laminado balanceado. Após a bobinagem helicoidal, foi feita nova camada circunferencial, mostrada na figura A13. Com as fibras das camadas helicoidais devidamente amarradas por esta última camada circunferencial, foram cortadas as fibras próximas aos pinos de cada anel. Em seguida, completou-se a bobinagem circunferencial ilustrada na figura A14.

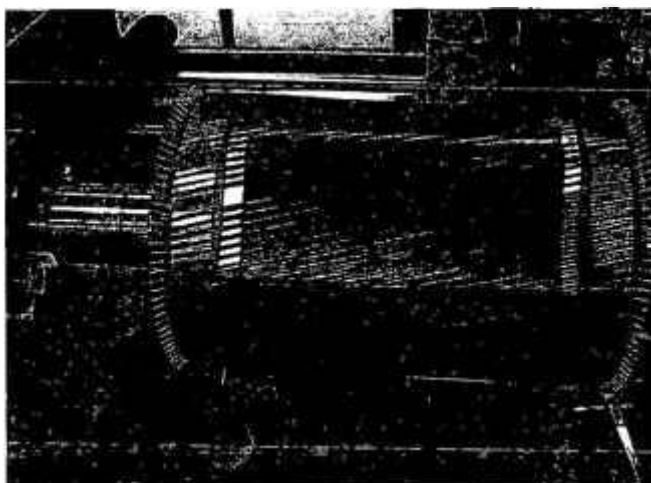
Na figura A15 é mostrada a bobinagem do laminado já completa, com a colocação das placas de alumínio, que possibilitaram manter constante a espessura do laminado na região plana do mandril. O anel de contenção externo serve para manter uma pressão uniforme durante o processo de cura realizado em estufa.



**Figura A9.** Ilustração do mandril facetado, com bobinamento de uma camada circunferencial ("hoop") inicial.



**Figura A10.** Ilustração do mandril facetado, com anéis pinados, executando o início do bobinamento de uma camada helicoidal justaposta .



**Figura A11.** Ilustração do mandril facetado, com anéis pinados, executando término do bobinamento de uma camada helicoidal justaposta .



**Figura A12.** Ilustração do mandril facetado, com anéis pinados, executando início do bobinamento de uma camada helicoidal justaposta, com ângulo simétrico à camada imediatamente abaixo.



**Figura A13.** Ilustração do mandril facetado, com anéis pinados, executando bobinamento circunferencial ("hoop") sobre camadas helicoidais.

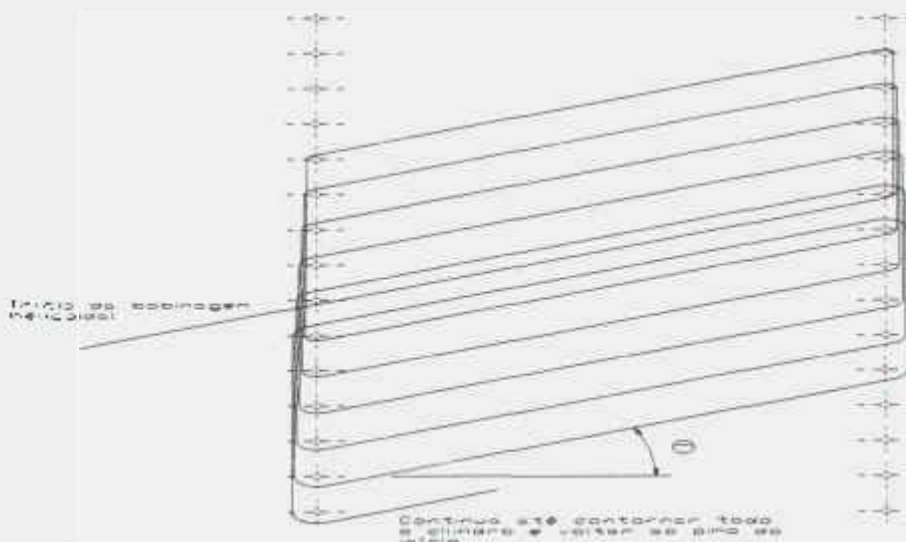


**Figura A14.** Ilustração do mandril facetado, com anéis pinados, executando bobinamento circunferencial ("hoop"), já com as fibras das camadas helicoidais cortadas próximo aos pinos.



**Figura A15.** Ilustração do mandril facetado, com anéis pinados, compósito completamente bobinado em todas as direções projetadas, com as placas de alumínio posicionadas para garantir uniformidade na espessura, e com um anel externo de retenção.

Na figura A16 está apresentado o princípio de bobinamento das camadas helicoidais sem cruzamento da fibra na região útil do bobinamento.



**Figura A16.** Princípio de bobinamento helicoidal, com camadas justapostas, sem cruzamento de ângulo na mesma camada. Planificação dos anéis pinados, com o posicionamento contínuo da fibra ao longo do mandril.

**Referências**

- [1] PETERS, S. T., HUMPHREY, W. D., FORAL, R. F. *Filament Winding Composite Structure Fabrication*. California, SAMPE, 1988. p. 1-1 a 3-14.
- [2] PETERS, S. T. and HUMPHREY, W. D. Filament Winding. Apud: REINHART, T. J. Ed., *Engineered Materials Handbook – Composites*, Volume 1, Ohio, ASM International, 1990. p. 503-18.
- [3] NIU, M. C.-Y. *Composite Airframe Structures*, Hong Kong, Conmilit Press, 1992. p. 1-19.
- [4] Airbus - [www.airbus.com](http://www.airbus.com) - Acesso em 25/05/05

## ANEXO B

### DETERMINAÇÃO DA MASSA ESPECÍFICA HIDROSTÁTICA E CÁLCULO DAS FRAÇÕES VOLUMÉTRICAS

Para a determinação das frações volumétricas de resina, fibra e vazios, foi necessário determinar-se a massa específica hidrostática do compósito. Para tanto usou-se o método de Arquimedes, de acordo com a norma ASTM D792, conforme apresentado em seguida:

$$D = (M_s / (M_u - M_i)) * D_a$$

Onde: D – massa específica da amostra de compósito

$M_s$  – massa de amostra seca

$M_u$  - massa de amostra úmida

$M_i$  - massa de amostra imersa

$D_a$  - massa específica da água à temperatura do ensaio

Com a determinação da massa específica do compósito, utilizando o resultado do analisador termogravimétrico, que forneceu o percentual de massa de resina queimada (rm) durante o ensaio, calculou-se a massa de fibra presente na amostra, no início do ensaio. Foi feito um ensaio preliminar, na qual se queimou fibra de carbono ou de poliaramida. No caso da fibra de carbono, verificou-se que, até 700 °C, ocorreu a queima de 1,73% da massa de fibra inicial. Para o caso da fibra de poliaramida, verificou-se uma redução de massa de 3,91% até à temperatura de 500 °C. O fabricante de poliaramida [19] afirma que a perda de massa na queima é decorrente de perda de água da poliaramida. Já, no caso da fibra de carbono, a queima seria de uma resina usada como cobertura da fibra, conhecida como “sizing”. Segundo o fabricante, esta resina é compatível com a matriz e é usada para melhorar a aderência na interface. Assim, para ser conservativo, não levaremos em conta esta perda de massa da fibra durante o ensaio. O percentual de massa de fibra (fc) é:

$$f_c = (100 - r_c) (\%)$$

As frações volumétricas de fibra ( $v_f$ ), de resina ( $v_r$ ) e de vazios ( $v_v$ ) são dadas por:

$$v_f = f_c \cdot (D / d_f) \quad (\%)$$

$$v_r = r_c \cdot (D / d_r) \quad (\%)$$

$$v_v = 100 - D \left( \frac{r_c}{d_r} + \frac{f_c}{d_f} \right) \quad (\%)$$

onde:  $d_f$  é a massa específica da fibra de carbono

$d_r$  é a massa específica da resina

**ANEXO C****PROGRAMA CNC PARA BOBINAMENTO CIRCUNFERENCIAL DE COMPÓSITO UNIDIRECIONAL**

```

%1111
N0005 G01 G90 G64 Z25 F4000 LF
N0010 X210 LF
N0015 M00 Z35 LF
N0020 G91 A24230.769 X175 F8500 LF
N0025 A24230.769 X-175 LF
N0030 A24230.769 X175 LF
N0035 A24230.769 X-175 LF
N0040 A24230.769 X175 LF
N0045 A24230.769 X-175 LF
N0050 A24230.769 X175 LF
N0055 A24230.769 X-175 LF
N0060 M00 LF
N0065 X-210 LF
N0070 M30 LF

```

**PROGRAMA CNC PARA BOBINAMENTO DE COMPÓSITO MULTIDIRECIONAL**

Nas camadas a zero grau, o programa foi o mesmo utilizado para o compósito unidirecional, nas camadas helicoidais foram usados programas de acordo com o ângulo desejado:

Camada +55 graus

```

%3020
N05 G01 G90 X100 Z40 F4000
N10 M00
N15 G01 G64 G91 F8000
N20 L 221 P15
N25 M30

```

L221

```

N05 L222 P7
N10 M17

```

L222

N05	X75	A -33,8	F1500
N10	X215	A -99,032	F8000
N15	Z10	A-0,5	F1500
N20	Z-10	A-17,14	
N25	Z-75	A 33,8	
N30	Z-215	A 99,032	F8000
N35	Z10	A 0,5	F1500
N40	Z-10	A 20,571	
N45	M17		

Camada -55 graus

%3030

N05	G01 G90 X100 Z40	F4000
N10	M00	
N15	G01 G64 G91	F8000
N20	L 231 P15	
N25	M30	

L231

N05	L232 P7	
N10	M17	

L232

N05	X75	A 33,8	F1500
N10	X215	A 99,032	F8000
N15	Z10	A 0,5	F1500
N20	Z-10	A 17,14	
N25	Z-75	A -33,8	
N30	Z-215	A -99,032	F8000
N35	Z10	A -0,5	F1500
N40	Z-10	A -20,571	
N45	M17		

Camada +75 graus

%3040

N05	G01 G90 X100 Z40	F4000
N10	M00	
N15	G01 G64 G91	F8000
N20	L 241 P15	
N25	M30	

L241

N05	L242 P7	
N10	M17	

L242

N05	X 75 A -15,958	F1500
N10	X 215 A -33,808	F8000
N15	Z10 A -0,5	F1500
N20	Z-10 A -24	
N25	Z-75 A 15,958	
N30	Z-215 A 33,808	F8000
N35	Z 10 A 0,5	F1500
N40	Z-10 A 27,428	
N45	M17	

Camada -75 graus

%3050

N05	G01 G90 X100 Z40	F4000
N10	M00	
N15	G01 G64 G91	F8000
N20	L 241 P15	
N25	M30	

L251

N05	L242 P7	
N10	M17	

L252

N05	X 75 A 15,958	F1500
N10	X 215 A 33,808	F8000

N15	Z10	A 0,5	F1500
N20	Z-10	A 24	
N25	Z-75	A -15,958	
N30	Z-215	A -33,808	F8000
N35	Z 10	A -0,5	F1500
N40	Z-10	A -27,428	
N45	M17		

## ANEXO D

### **Verificação da validade de se considerar as frações de todas as camadas iguais à média das frações obtidas pelo ensaio TGA e E1 da fibra, extrapolado do ensaio DMA e TGA (unidirecional)**

Com o objetivo de avaliar-se a hipótese de que todas as camadas têm a mesma fração volumétrica é razoável, já que se constatou variação de espessura em todos os CP's, construiu-se a tabela D2, já informando a variação das propriedades de cada camada devido à variação das frações volumétricas, partindo-se das frações volumétricas apresentadas na tabela D1. Isto se baseou no fato de que em todos os CP's de carbono, exceto no de Kevlar, o novelo contava com 6000 filamentos, o passo nas camadas de "hoop" ou circunferencial sempre foi o mesmo, o projeto do anel pinado para as camadas helicoidais usou a distância entre pinos, de modo a que o passo dessas camadas também fosse aproximadamente igual ao das camadas de "hoop", portanto se houve variação da espessura das camadas, esta se deve ao aumento da fração de resina. No caso do CP de kevlar, não foi possível, pois como os pinos já estavam distanciados para o carbono que tinha 6000 filamentos de 7 microns, enquanto o novelo de kevlar tinha 768 filamentos de 12 microns. Optou-se por usar 4 novelos simultaneamente nas camadas helicoidais, o que trouxe como consequência não se ter à proporcionalidade entre a espessura da camada, as frações e, conseqüentemente, as propriedades dessas camadas. Uma proposta para trabalhos futuros seria, para as camadas helicoidais, projetar a distancia entre pinos de modo a poder-se bobinar com 2 ou 3 novelos e obter-se a mesma fração volumétrica de fibra e espessura semelhante dessas camadas, quando comparadas com as camadas circunferenciais.

**Tabela D1.** Propriedades dos constituintes dos compósitos obtidos, fornecidas pelos respectivos fabricantes e frações volumétricas obtidas pelo ensaio de TGA e massa específica hidrostática.

	Multidirecional									
	Carbono EPC2		Carbono EPC3		Carbono EPC4		Carbono EPC5		Kevlar EPK2	
	média	DP	média	DP	média	DP	média	DP	média	DP
Mód. longit. elast.. fibra [GPa]-E1f (dado fabric.)	230		230		230		230		112,4	
Mód. transversal elástico. fibra [GPa] - (E2f = m .Em e m=4,3 p/ carbono/epóxi e m=2 p/ kevlar/epóxi)	18,49		18,49		18,49		18,49		8,6	
Mód. cisalhamento fibra [GPa] - (G12f = m . Gm e m=22 p/ carbono/epóxi e m=16 p/ kevlar/epóxi)	35,04		35,04		35,04		35,04		25,48	
Coefficiente de poisson da fibra - $\nu_f$ ( $\nu_f = 0,2$ )	0,2		0,2		0,2		0,2		0,36	
Mód. elástico. resina [GPa] (dado fabricante) - Em	4,3		4,3		4,3		4,3		4,3	
Coefficiente de poisson da matriz- $\nu_m$ ( $\nu_m = 0,35$ )	0,35		0,35		0,35		0,35		0,35	
Mód. Cisalham. resina [GPa] (considerando resina como material isotrópico) - $G_m = E_m/(2(1+\nu_m))$	1,59		1,59		1,59		1,59		1,59	
Mód. elastic. resina [GPa] (medido pelo DMA)	3,76		3,89		3,89		3,89		3,89	
% volumétrica de vazios do compósito - $\nu_v$	2,6	2,5	1,6	3,0	1,6	1,6	2,2	1,9	13,2	1,3
% volumétrica de resina - $\nu_m$	38,4	2,1	42,0	2,5	43,9	1,3	43,6	1,6	38,1	1,0
% volumétrica de fibra - $\nu_f$	59,0	1,5	56,4	1,7	54,5	0,9	54,2	1,1	48,7	0,8

**Tabela D2.** Propriedades das camadas, proporcionais às frações volumétricas de cada camada e estas proporcionais a suas respectivas espessuras. Tendo em vista que a quantidade de fibra por unidade de volume depositada é constante.

<b>Multidirecional</b>											
		<b>Carbono EPC2</b>		<b>Carbono EPC3</b>		<b>Carbono EPC4</b>		<b>Carbono EPC5</b>		<b>Kevlar EPK2</b>	
		média DP		média DP		média DP		média DP		média DP	
Espessura camada 1 [mm]/orientação [°]		0,151/0		0,160/0		0,175/0		0,163/0		0,150/0	
[GPa]	E1 - camada 1	137,3	3,4	131,6	4,1	127,3	2,2	126,5	2,6	56,3	1,0
[GPa]	E2 - camada 1	8,25	0,39	7,80	0,40	7,60	0,21	7,65	0,25	6,88	0,15
	$\nu_{12}$ - camada 1	0,252	0,010	0,260	0,012	0,263	0,007	0,261	0,007	0,309	0,006
[GPa]	$G_{12}$ - camada 1	3,88	0,20	3,57	0,20	3,43	0,10	3,46	0,12	3,87	0,09
Espessura camada 2 [mm]/orientação [°]		0,194/55		0,215/55		0,175/0		0,163/0		0,150/0	
[GPa]	E1 - camada 2	107,8	2,5	99,0	2,7	127,3	2,2	126,5	2,6	56,3	1,0
[GPa]	E2 - camada 2	7,8	0,3	8,4	0,4	7,60	0,21	7,65	0,25	6,88	0,15
	$\nu_{12}$ - camada 2	0,272	0,011	0,282	0,012	0,263	0,007	0,261	0,007	0,309	0,006
[GPa]	$G_{12}$ - camada 2	3,44	0,18	3,67	0,25	3,43	0,10	3,46	0,12	3,87	0,09
Espessura camada 3 [mm]/orientação [°]		0,194/-55		0,215/-55		0,189/75		0,171/75		0,240/75	
[GPa]	E1 - camada 3	107,8	2,5	99,0	2,7	118,2	1,9	120,8	2,3	38,6	1,5
[GPa]	E2 - camada 3	7,8	0,3	8,4	0,4	7,0	0,2	6,9	0,2	13,1	0,4
	$\nu_{12}$ - camada 3	0,272	0,011	0,282	0,012	0,275	0,007	0,265	0,008	0,307	0,004
[GPa]	$G_{12}$ - camada 3	3,44	0,18	3,67	0,25	3,36	0,11	3,02	0,11	8,14	0,51
Espessura camada 4 [mm]/orientação [°]		0,162/0		0,182/0		0,189/-75		0,171/-75		0,240/-75	
[GPa]	E1 - camada 4	128,2	3,0	116,2	3,3	118,2	1,9	120,8	2,3	38,6	1,5
[GPa]	E2 - camada 4	6,5	0,2	7,0	0,3	7,0	0,2	6,9	0,2	13,1	0,4
	$\nu_{12}$ - camada 4	0,258	0,011	0,270	0,013	0,275	0,007	0,265	0,008	0,307	0,004
[GPa]	$G_{12}$ - camada 4	3,11	0,14	3,08	0,17	3,36	0,11	3,02	0,11	8,14	0,51
Espessura camada 5 [mm]/orientação [°]		0,151/75		0,175/75		0,192/0		0,168/0		0,119/0	
[GPa]	E1 - camada 5	137,3	3,4	120,7	3,4	116,4	1,9	122,9	2,3	70,0	1,1
[GPa]	E2 - camada 5	8,25	0,39	6,8	0,3	7,1	0,2	6,8	0,2	5,4	0,05
	$\nu_{12}$ - camada 5	0,252	0,010	0,267	0,013	0,276	0,007	0,263	0,008	0,310	0,004
[GPa]	$G_{12}$ - camada 5	3,88	0,20	2,96	0,16	3,41	0,12	2,96	0,10	3,01	0,07
Espessura camada 6 [mm]/orientação [°]		0,151/-75		0,175/-75		0,183/-75		0,177/-75		0,231/-75	
[GPa]	E1 - camada 6	137,3	3,4	120,7	3,4	122,0	2,0	119,8	0,8	37,9	0,5
[GPa]	E2 - camada 6	8,25	0,39	6,8	0,3	6,8	0,2	7,1	0,2	12,4	0,4
	$\nu_{12}$ - camada 6	0,252	0,010	0,267	0,013	0,273	0,007	0,267	0,008	0,307	0,004
[GPa]	$G_{12}$ - camada 6	3,88	0,20	2,96	0,16	3,25	0,11	3,13	0,12	7,64	0,44
Espessura camada 7 [mm]/orientação [°]		0,152/0		0,166/0		0,183/75		0,177/75		0,231/75	
[GPa]	E1 - camada 7	137,3	3,4	131,6	4,1	122,0	2,0	119,8	0,8	37,9	0,5
[GPa]	E2 - camada 7	8,25	0,39	7,80	0,40	6,8	0,2	7,1	0,2	12,4	0,4
	$\nu_{12}$ - camada 7	0,252	0,010	0,260	0,012	0,273	0,007	0,267	0,008	0,307	0,004
[GPa]	$G_{12}$ - camada 7	3,88	0,20	3,57	0,20	3,25	0,11	3,13	0,12	7,64	0,44
Espessura camada 8 [mm]/orientação [°]		0,152/0		0,166/0		0,176/0		0,180/0		0,133/0	
Espessura camada 9 [mm]/orientação [°]		0,152/0		0,166/0		0,176/0		0,180/0		0,133/0	
[GPa]	E1 - camada 8 e 9	137,3	3,4	131,6	4,1	127,3	2,2	126,5	2,6	56,3	1,0
[GPa]	E2 - camada 8 e 9	8,25	0,39	7,80	0,40	7,60	0,21	7,65	0,25	6,88	0,15
	$\nu_{12}$ - camada 8 e 9	0,252	0,010	0,260	0,012	0,263	0,007	0,261	0,007	0,309	0,006
[GPa]	$G_{12}$ - camada 8 e 9	3,88	0,20	3,57	0,20	3,43	0,10	3,46	0,12	3,87	0,09

Com os valores obtidos na tabela D2, obtiveram-se as constantes elásticas mostradas na tabela D3, aplicando a teoria clássica dos laminados. Na tabela D4 A e B estão apresentadas as constantes obtidas considerando as frações constantes em todas as camadas e variáveis camada a camada. Pode ser observado que os valores em ambos os

casos são muito próximos e, é muito mais simples considerar todas as camadas com a mesma fração volumétrica ou considerar uma fração volumétrica média do compósito. A exceção são os valores apresentados no CP de kevlar, explicado pelos limitantes de projeto do mandril e anéis pinados versus a quantidade e diâmetro dos filamentos utilizados. Portanto é bastante razoável considerar a fração volumétrica média do compósito como constante para todas as camadas.

**Tabela D3.** – Constantes dos laminados multidirecionais assimétricos e simétricos, obtidos a partir do ensaio de TGA (com propriedades diferentes a cada camada, em função da espessura), e módulos obtidos do ensaio de DMA (usando modelo para materiais isotrópicos), a partir de CP's multidirecionais.

	Assimétricos [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]						Simétricos [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0,0]					
	EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPC6		EPC7	
	Media	D.P	Media	D.P	Media	D.P	Media	D.P	Media	D.P	Media	D.P
Espessura dos corpos de prova em mm	1,45		1,61		1,63		1,54		1,54		2,55	
Número de camadas	9		9		9		9		9		9	
Espessura da camada 1 [mm]/orientação [graus]	0,151/0		0,160/0		0,175/0		0,163/0		0,163/0		0,150/0	
Espessura da camada 2 [mm]/orientação [graus]	0,194/55		0,215/55		0,175/0		0,163/0		0,163/0		0,150/0	
Espessura da camada 3 [mm]/orientação [graus]	0,194/55		0,215/55		0,189/75		0,177/75		0,177/75		0,480/75	
Espessura da camada 4 [mm]/orientação [graus]	0,162/0		0,182/0		0,189/75		0,171/75		0,171/75		0,480/75	
Espessura da camada 5 [mm]/orientação [graus]	0,151/75		0,175/75		0,192/0		0,168/0		0,168/0		0,119/0	
Espessura da camada 6 [mm]/orientação [graus]	0,151/75		0,175/75		0,183/75		0,177/75		0,177/75		0,462/75	
Espessura da camada 7 [mm]/orientação [graus]	0,152/0		0,166/0		0,183/75		0,177/75		0,177/75		0,462/75	
Espessura da camada 8 [mm]/orientação [graus]	0,152/0		0,166/0		0,176/0		0,180/0		0,180/0		0,133/0	
Espessura da camada 9 [mm]/orientação [graus]	0,152/0		0,166/0		0,176/0		0,180/0		0,180/0		0,133/0	
<b>Módulos (<math>E_x, E_y</math>) medidos pelo DMA a partir de CP's multidirecionais, utilizando modelos para materiais isotrópicos</b>												
Módulo longitudinal - $E_x$ [GPa]	75,6	8,8	72,2	3,5	84,5	2,0	86,0	2,0	86,0	2,0	30,9	1,0
Módulo transversal - $E_y$ [GPa]	21,0	0,8	18,9	2,3	20,0	1,0	22,0	1,0	22,0	1,0	23,5	0,3
<b>Matriz [a] - em (m/N)</b>												
$a_{xx}$	9,8E-09	2,50E-10	9,4E-09	2,95E-10	9E-09	1,55E-10	8,9E-09	1,60E-10	8,9E-09	1,60E-10	1,8E-08	4,00E-10
$a_{yy}$	-2E-09	4,00E-11	-2E-09	7,00E-11	-8E-10	3,00E-12	-8,8E-10	1,00E-12	-8,8E-10	1,00E-12	-2E-09	6,50E-11
$a_{zz}$	6,4E-10	3,35E-11	3,4E-09	2,82E-09	-8E-14	2,35E-15	1,1E-13	8,00E-15	1,1E-13	8,00E-15	3,4E-12	3,95E-13
$a_{xy}$	-2E-09	4,00E-11	-2E-09	7,00E-11	-8E-10	3,00E-12	-8,8E-10	1,00E-12	-8,8E-10	1,00E-12	-2E-09	6,50E-11
$a_{xz}$	1,7E-08	5,00E-10	1,7E-08	5,50E-10	1E-08	2,00E-10	1,3E-08	1,50E-10	1,3E-08	1,50E-10	1,4E-08	4,00E-10
$a_{yz}$	3,3E-09	1,90E-10	3,2E-09	4,00E-11	-7E-13	7,00E-15	-2E-11	9,00E-13	-2E-11	9,00E-13	-2E-13	6,54E-13
$a_{yx}$	6,4E-10	3,35E-11	3,4E-09	2,82E-09	-3E-14	2,35E-15	1,1E-13	8,00E-15	1,1E-13	8,00E-15	3,4E-12	3,95E-13
$a_{zx}$	3,3E-09	1,90E-10	3,2E-09	4,00E-11	-7E-13	7,00E-15	-2E-11	9,00E-13	-2E-11	9,00E-13	-2E-13	6,54E-13
$a_{zy}$	8,1E-08	3,05E-09	7,9E-08	1,40E-09	9E-08	2,20E-09	1E-07	2,65E-09	1E-07	2,65E-09	5,4E-08	2,50E-09
<b>Módulos a tração (<math>E_x, E_y</math> e <math>G_{xy}</math>), coef. poisson do compós. Multidir. (<math>\nu_{xy}, \nu_{yx}</math>)</b>												
Mód. elast. Longit [GPa] ( $E_x = 1/(h \cdot a_{xx})$ )	7,10E+01	1,82E+00	6,58E+01	2,06E+00	7,20E+01	1,31E+00	7,28E+01	1,31E+00	7,28E+01	1,31E+00	2,14E+01	4,69E-01
Mód. elast. transversal [GPa] ( $E_y = 1/(h \cdot a_{yy})$ )	4,09E+01	1,21E+00	3,75E+01	1,25E+00	5,20E+01	8,81E-01	5,17E+01	6,19E-01	5,17E+01	6,19E-01	2,82E+01	8,13E-01
Mód. Cisalh. [GPa] ( $E_s = 1/(h \cdot a_{ss})$ )	8,58E+00	3,25E-01	7,84E+00	1,39E-01	6,54E+00	1,53E-01	6,41E+00	1,68E-01	6,41E+00	1,68E-01	7,26E+00	3,37E-01
Coefficiente de poisson ( $\nu_{xy} = -a_{xy}/a_{xx}$ )	2,13E-01	1,37E-03	2,14E-01	7,26E-04	9,84E-02	1,44E-03	9,85E-02	1,66E-03	9,85E-02	1,66E-03	8,50E-02	1,70E-03
Coefficiente de poisson ( $\nu_{yx} = -a_{yx}/a_{yy}$ )	1,23E-01	1,28E-03	1,22E-01	1,74E-04	7,11E-02	9,51E-04	7,00E-02	7,58E-04	7,00E-02	7,58E-04	1,12E-01	1,46E-03
<b>Matriz [d] - em (1/Nm)</b>												
$d_{xx}$	0,0404	1,05E-03	0,0314	1,00E-03	0,0260	4,50E-04	0,0304	6,00E-04	0,0304	6,00E-04	0,0213	4,00E-04
$d_{yy}$	-0,0151	3,00E-04	-0,0661	5,49E-02	-0,0034	1,00E-05	-0,00405	1,00E-05	-0,00405	1,00E-05	-0,0021	6,50E-05
$d_{zz}$	-0,0034	1,55E-04	-0,0028	1,00E-05	0,0007	1,75E-05	0,00096	1,10E-05	0,00096	1,10E-05	-0,003	8,00E-05
$d_{xy}$	-0,0151	3,00E-04	-0,0661	5,49E-02	-0,0034	1,00E-05	-0,00405	1,00E-05	-0,00405	1,00E-05	-0,0021	6,50E-05
$d_{xz}$	0,1945	6,50E-03	0,1495	5,50E-03	0,1135	2,50E-03	0,1400	3,00E-03	0,1400	3,00E-03	0,0352	1,00E-03
$d_{yz}$	-0,0342	1,45E-03	-0,0238	8,50E-04	-0,0673	2,15E-03	-0,0805	3,00E-03	-0,0805	3,00E-03	-0,0096	6,30E-04
$d_{yx}$	-0,0034	1,55E-04	-0,0028	1,00E-05	0,0007	1,75E-05	0,00096	1,10E-05	0,00096	1,10E-05	-0,003	8,00E-05
$d_{zx}$	-0,0342	1,45E-03	-0,0238	8,50E-04	-0,0673	2,15E-03	-0,0805	3,00E-03	-0,0805	3,00E-03	-0,0096	6,30E-04
$d_{zy}$	0,5595	2,25E-02	0,429	4,00E-03	0,6230	1,70E-02	0,7480	2,30E-02	0,7480	2,30E-02	0,12	5,00E-03
<b>Módulos de Flexão (<math>E_x, E_y, G_{xy}</math>) do compósito multidirecional- (TGA+regra mistura+ teoria laminado) - Configuração [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]</b>												
Mód. elast. longit [GPa] ( $E_x = 12/(h^3 \cdot d_{xx})$ )	9,84E+01	2,55E+00	9,17E+01	2,92E+00	106,81	1,85E+00	108,122	2,13E+00	108,122	2,13E+00	33,9887	6,38E-01
Mód. elast. transv. [GPa] ( $E_y = 12/(h^3 \cdot d_{yy})$ )	2,05E+01	6,84E-01	1,93E+01	7,09E-01	24,425	5,38E-01	23,4796	5,03E-01	23,4796	5,03E-01	20,5764	5,85E-01

**Tabela D4A.** – Valores médios das constantes obtidas considerando fração volumétrica constante em todas as camadas e fração volumétrica diferente a cada camada, de acordo com a espessura de cada camada.

Módulos ( $E_1, E_2$ e $G_{12}$ ) e coef. poisson de cada camada ( $\nu_{12}$ )		EPC2		EPC3			
		Cte	Variav	Cte/Variav	Cte	Variav	Cte/Variav
<b>Assimétricos [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]</b>							
$a_{xx}$		9,5E-09	9,8E-09	0,97	9,14E-09	9,4E-09	0,97
$a_{xy}$		-2,1E-09	-2E-09	1,05	-2E-09	-2E-09	1,00
$a_{yx}$		6,8E-10	6,4E-10	1,06	3,6E-09	3,4E-09	1,06
$a_{yy}$		-2,1E-09	-2E-09	1,05	-2E-09	-2E-09	1,00
$a_{xz}$		1,6E-08	1,7E-08	0,94	1,49E-08	1,7E-08	0,88
$a_{yz}$		4E-09	3,3E-09	1,21	3,86E-09	3,2E-09	1,20
$a_{zx}$		6,8E-10	6,4E-10	1,06	3,6E-09	3,4E-09	1,06
$a_{zy}$		4E-09	3,3E-09	1,21	3,86E-09	3,2E-09	1,20
$a_{zz}$		7,6E-08	8,1E-08	0,94	7,27E-08	7,9E-08	0,92
<b>Módulos de Tração (<math>E_{ix}, E_{iy}</math> e <math>G_{xy}</math>), coef. poisson do compós. Multidir. (<math>\nu_{xy}, \nu_{yz}</math>) -</b>							
Mód. elást. longitudinal [GPa] ( $E_{ix} = 1/(h \cdot a_{xx})$ )		7,26E+01	7,10E+01	1,02	6,80E+01	6,58E+01	1,03
Mód. elást. transversal [GPa] ( $E_{iy} = 1/(h \cdot a_{yy})$ )		4,29E+01	4,09E+01	1,05	4,18E+01	3,75E+01	1,11
Mód. cisalham. [GPa] ( $E_{is} = 1/(h \cdot a_{ss})$ )		9,12E+00	8,58E+00	1,06	8,54E+00	7,84E+00	1,09
Quociente de Poisson - ( $\nu_{xy} = -a_{yx}/a_{xx}$ )		2,20E-01	2,13E-01	1,03	2,19E-01	2,14E-01	1,02
Quociente de Poisson - ( $\nu_{yx} = -a_{xy}/a_{yy}$ )		1,30E-01	1,23E-01	1,06	1,35E-01	1,22E-01	1,10
<b>Matriz [d] - em (1/Nm)</b>							
$d_{xx}$		0,04015	0,0404	0,99	0,0311	0,0314	0,99
$d_{yy}$		-0,01525	-0,0151	1,01	-0,01205	-0,0661	0,18
$d_{zz}$		-0,00341	-0,0034	1,00	-0,00273	-0,0028	0,98
$d_{yx}$		-0,01525	-0,0151	1,01	-0,01205	-0,0661	0,18
$d_{zy}$		0,1765	0,1945	0,91	0,131	0,1495	0,88
$d_{zx}$		-0,03405	-0,0342	1,00	-0,02405	-0,0238	1,01
$d_{xy}$		-0,00341	-0,0034	1,00	-0,00273	-0,0028	0,98
$d_{yz}$		-0,03405	-0,0342	1,00	-0,02405	-0,0238	1,01
$d_{zz}$		0,5265	0,5595	0,94	0,4025	0,429	0,94
<b>Módulos a flexão (<math>E_{fx}, E_{fy}</math>) do compósito Multidirecional - (TGA+regra mistura+ teoria laminado)</b>							
Mód. elást. médio longit. [GPa] ( $E_{fx} = 12/(h^3 \cdot d_{xx})$ )		9,91E+01	9,84E+01	1,01	9,26E+01	9,17E+01	1,01
Mód. elást. médio transv [GPa] ( $E_{fy} = 12/(h^3 \cdot d_{yy})$ )		2,26E+01	2,05E+01	1,10	2,20E+01	1,93E+01	1,14

Tabela D4.B. – Valores médios das constantes obtidas considerando fração volumétrica constante em todas as camadas e fração volumétrica diferente a cada camada, de acordo com a espessura de cada camada.

<b>Simétricos [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]</b>												
Módulos ( $E_1, E_2$ e $G_{12}$ ) e coef. poisson de cada camada ( $\nu_{12}$ )			EPC4			EPC5			EPK2			
Matriz [a] - em (m/N)	Cte	variav	Cte/Var	Cte	variav	Cte/Var	Cte	variav	Cte/Var	Cte	variav	Cte/Var
$a_{xx}$	8,36E-09	9E-09	<b>0,93</b>	8,81E-09	8,9E-09	<b>0,99</b>	1,92E-08	1,8E-08	<b>1,06</b>			
$a_{yy}$	-8,1E-10	-8E-10	<b>1,01</b>	-8,55E-10	-8,8E-10	<b>0,97</b>	-2,04E-09	-2E-09	<b>1,02</b>			
$a_{xs}$	-1,5E-14	-3E-14	<b>1,07</b>	2,38E-13	1,1E-13	<b>2,16</b>	4,96E-13	3,4E-12	<b>0,15</b>			
$a_{ys}$	-8,1E-10	-8E-10	<b>1,01</b>	-8,55E-10	-8,8E-10	<b>0,97</b>	-2,04E-09	-2E-09	<b>1,02</b>			
$a_{yy}$	1,11E-08	1E-08	<b>1,11</b>	1,2E-08	1,3E-08	<b>0,92</b>	1,014E-08	1,4E-08	<b>0,98</b>			
$a_{ys}$	1,42E-12	-7E-13	<b>0,5</b>	-2,21E-11	-2E-11	<b>1,10</b>	-7,99E-12	-2E-13	<b>40</b>			
$a_{yy}$	-1,5E-14	-3E-14	<b>2</b>	2,38E-13	1,1E-13	<b>2,16</b>	4,96E-13	3,4E-12	<b>0,15</b>			
$a_{yy}$	1,42E-12	-7E-13	<b>0,5</b>	-2,21E-11	-2E-11	<b>1,10</b>	-7,99E-12	-2E-13	<b>40</b>			
$a_{ss}$	9,02E-08	9E-08	<b>1,00</b>	9,58E-08	1E-07	<b>0,96</b>	6,605E-08	5,4E-08	<b>1,22</b>			
<b>Módulos a tração (<math>E_{xx}, E_{yy}</math> e <math>G_{xy}</math>), coeficiente poisson do composto Multidirecional. (<math>\nu_{xy}, \nu_{yx}</math>) -</b>												
Mód. elást. longitudinal [GPa] ( $E_{xx} = 1/(h \cdot a_{xx})$ )	7,34E+01	7,20E+01	<b>1,02</b>	7,37E+01	7,28E+01	<b>1,01</b>	2,04E+01	2,14E+01	<b>0,95</b>			
Mód. elást. transversal [GPa] ( $E_{yy} = 1/(h \cdot a_{yy})$ )	5,53E+01	5,20E+01	<b>1,06</b>	5,43E+01	5,17E+01	<b>1,05</b>	3,87E+01	3,82E+01	<b>1,01</b>			
Mód. cisalham. [GPa] ( $G_{xy} = 1/(h \cdot a_{xy})$ )	6,80E+00	6,54E+00	<b>1,04</b>	6,78E+00	6,41E+00	<b>1,06</b>	5,94E+00	6,26E+00	<b>0,95</b>			
Coeficiente de poisson - ( $\nu_{xy} = -a_{yx}/a_{xx}$ )	9,69E-02	9,84E-02	<b>0,98</b>	9,71E-02	9,85E-02	<b>0,99</b>	1,07E-01	8,50E-02	<b>0,96</b>			
Coeficiente de poisson - ( $\nu_{yx} = -a_{xy}/a_{yy}$ )	7,30E-02	7,11E-02	<b>1,03</b>	7,15E-02	7,00E-02	<b>1,02</b>	2,02E-01	1,92E-01	<b>1,05</b>			
<b>Matriz [d] - em (1/Nm)</b>												
$d_{xx}$	0,02595	0,0260	<b>0,99</b>	0,03035	0,0304	<b>1,00</b>	0,0214	0,0213	<b>1,00</b>			
$d_{yy}$	-0,00332	-0,0034	<b>0,98</b>	-0,003955	-0,00405	<b>0,98</b>	-0,00264	-0,0021	<b>1,26</b>			
$d_{xx}$	0,000732	0,0007	<b>1,04</b>	0,000861	0,00096	<b>0,90</b>	-0,000148	-0,003	<b>0,50</b>			
$d_{yy}$	-0,00332	-0,0034	<b>0,98</b>	-0,003955	-0,00405	<b>0,98</b>	-0,00264	-0,0021	<b>1,26</b>			
$d_{xy}$	0,109	0,1135	<b>0,96</b>	0,135	0,1400	<b>0,96</b>	0,02845	0,0352	<b>0,81</b>			
$d_{yy}$	-0,0671	-0,0673	<b>1,00</b>	-0,07935	-0,0805	<b>0,99</b>	-0,01995	-0,0096	<b>2,08</b>			
$d_{xx}$	0,000732	0,0007	<b>1,04</b>	0,000861	0,00096	<b>0,90</b>	-0,000148	-0,003	<b>0,50</b>			
$d_{yy}$	-0,0671	-0,0673	<b>1,00</b>	-0,07935	-0,0805	<b>0,99</b>	-0,01995	-0,0096	<b>20,8</b>			
$d_{xy}$	0,612	0,6230	<b>0,98</b>	0,73	0,7480	<b>0,98</b>	0,151	0,12	<b>1,26</b>			
<b>Módulos a flexão (<math>E_{xx}, E_{yy}</math>) do composto multidirecional - (TGA+regra mistura+ teoria laminado)</b>												
Mód. elást. longit. [GPa] ( $E_R = 12/(h^3 \cdot d_{xx})$ )	106,81	106,81	<b>1,00</b>	108,3	108,122	<b>1,00</b>	33,83	33,9887	<b>1,00</b>			
Mód. elást. transv. [GPa] ( $E_T = 12/(h^3 \cdot d_{yy})$ )	25,43	24,425	<b>1,04</b>	24,35	23,4796	<b>0,99</b>	25,45	20,5764	<b>1,23</b>			

Outro aspecto estudado foi a obtenção de  $E_1$  da fibra, partindo-se dos valores das frações volumétricas da fibra e da matriz obtidas pelo TGA e  $E_{1c}$  do compósito unidirecional, pelo DMA, já que a propriedade do constituinte que maior influência tem sobre a propriedade da camada é o módulo longitudinal da fibra. Utilizaram-se os dados do trabalho com os compósitos unidirecionais e a equação da regra da mistura, para medir o módulo do compósito na direção longitudinal, a fração volumétricas de fibra e resina, e calculou-se qual deveria ser o módulo da fibra para satisfazer a equação da regra da mistura, chamado módulo da fibra extrapolado. O resumo deste procedimento está mostrado na tabela D5. Com estes valores de módulo da fibra, procedeu-se ao cálculo das propriedades das camadas, apresentadas na tabela D6 e, em seguida, obtiveram-se as constantes elásticas dos compósitos multidirecionais estudados, tendo como base este módulo da fibra extrapolado, e demais propriedades pertinentes da fibra e da resina.

**Tabela D5.** – Módulos da fibra informada pelo fabricante e aferida em ensaio DMA e TGA de compósito unidirecional.

	Multidirecional				
	Carbono	Carbono	Carbono	Carbono	Kevlar
	EPC2	EPC3	EPC4	EPC5	EPK2
Módulo longit fibra (dado fabricante) [GPa]	230	230	230	230	112,4
Módulo longit fibra (dado fabricante) [GPa] * ( $E_{1f} = (E_{1c_{DMA}} - V_m E_m) / V_f$ )	182,4	206,1	206,1	206,1	98,4
Desvio Padrão [GPa]	8,3	6,9	6,9	6,9	6,4

\* Para efeito de comparação ainda foi feito ensaio de tração e ensaio TGA de um compósito unidirecional com a fibra de carbono e a resina, obtendo-se:  $V_f = 66,3\%$ ,  $V_m = 31,9\%$ , massa específica do compósito = 1,50 g/ml e do ensaio de tração, o módulo  $E_t = 130$  GPa, com desvio padrão de 9 GPa. Utilizando a mesma equação da regra da mistura mostrada na tabela acima, e sabendo-se que  $E_m = 4,3$  GPa, obteve-se  $E_{1f} = 194$  GPa, com desvio de 12 GPa. Também foi ensaiado à tração o próprio novelo, levemente embebido em resina, de modo a desconsiderar a fração de resina, obtendo-se  $E_{1f} = 209,5$  GPa.

Pode ser observado que os valores das constantes elásticas de engenharia médias diminuíram, em comparação as obtidas com as propriedades dos constituintes. Será feita a comparação destas com as constantes obtidas pela técnica DMA.

**Tabela D.6:** Constantes da lamina, com base TGA (E1, E2, u12, G12) com E1f extrapolado, a partir de CP multidirecional

	Assimétricos [0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]		Simétricos [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]		
	Carbon EPC2	Carbon EPC3	Carbon EPC4	Carbon EPC5	Kevlar EPK2
Mód. elást. longit [GPa] ( $E1f=(E1_{DMA}-vm.E_m) / v_f$ )	182,4	206,1	206,1	206,1	98,4
Desvio padrão do módulo E1f [GPa]	8,3	6,9	6,9	6,9	6,4
Mód. transversal elástico. fibra [GPa] - ( $E2f = m E_m - m=4,3$ p/ carbono/epoxi e $m=2$ p/ kevlar/epoxi)	18,49	18,49	18,49	18,49	8,6
Mód. cisalhamento fibra [GPa] - $G12f(G12f = m .G_m - m=22$ p/ carbono/epoxi e $m=16$ p/ kevlar/epoxi)	35,04	35,04	35,04	35,04	25,48
Coeficiente de poisson da fibra - $v_f = 0,2$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,36
Mód. elastic. resina [GPa] (dado do fabricante) - $E_m$	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
Coeficiente de poisson da matriz- $vm = 0,35$	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
Mód. Cisalham. resina [GPa] ( considerado resina como material isotrópico) - $G_m = E_m/(2(1+vm))$	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59
% volumétrica de vazios do compósito - $vv$	2,6	1,6	1,6	2,2	13,2
Desvio Padrão da fração de vázios em %	2,5	3,0	1,6	1,9	1,3
% volumétrica de resina - $vm$	38,4	42,0	43,9	43,6	38,1
Desvio Padrão da fração de resina em %	2,1	2,5	1,3	1,6	1,0
% volumétrica de fibra - $v_f$	59,0	56,4	54,5	54,2	48,7
Desvio Padrão da fração de fibra em %	1,5	1,7	0,9	1,1	0,8
<b>Módulos (E1, E2 e G12) e coeficiente poisson do compósito (v12) - de cada camada considerando mesma fração volumétrica em todas as camadas</b>					
Mód. elást. longit. [GPa] ( $E1=vm.E1f + v_f.E_m$ ) c/E1f extrapolado dos ensaios de DMA e TGA	109,3	118,3	114,4	113,6	49,6
Desvio padrão do módulo E1 [GPa] c/E1f extrapolado dos ensaios de DMA e TGA	7,6	7,5	5,8	6,1	4,0
Coeficiente de poisson do compósito na longit. - $v12$ ( $v12 = v_f.v12f + vm.v_m$ )	0,252	0,260	0,263	0,261	0,309
Desvio do coeficiente de Poisson	0,010	0,012	0,007	0,008	0,006
Mód. elast. transversal [GPa] - $E2 (1/E2=v_f/E2f + vm/E_m)$	8,25	7,80	7,60	7,65	6,88
Desvio Padrão do módulo E2 [GPa]	0,39	0,40	0,21	0,25	0,15
Mód. cisalhamento [GPa] - $G_{12} (1/G_{12}=v_f/G12f + vm/G_m)$	3,88	3,57	3,43	3,46	3,87
Desvio padrão do módulo de cisalhamento [GPa]	0,20	0,20	0,10	0,12	0,09

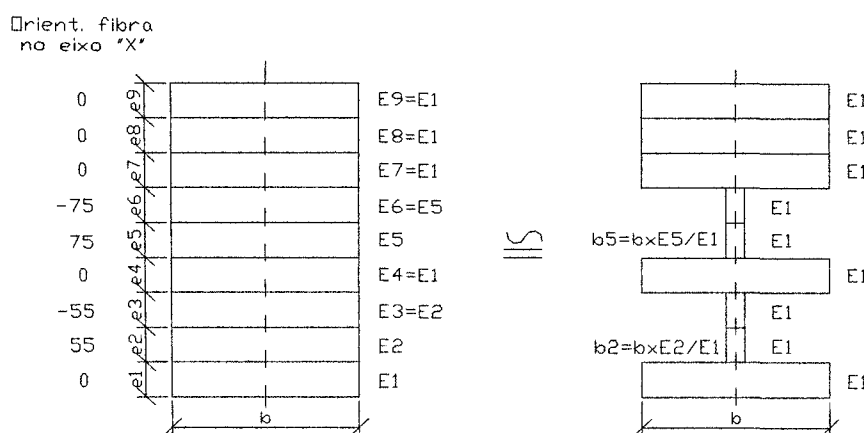


## ANEXO E

### Obtenção da constante de correção K, para os valores de módulo obtidos a partir do ensaio DMA, utilizando modelos para materiais isotrópicos

Para aplicação do modelo de correção proposto por Timoshenko para vigas compostas de materiais diferentes submetidas à flexão, discutido no capítulo 3, sub-seção 3.2.7.2, é necessário adaptá-lo.

Inicialmente aplicando-se a teoria de laminados, pode-se obter, a partir das propriedades dos constituintes, das orientações e espessuras das camadas, as propriedades de cada camada, no sistema de coordenadas xy escolhido. Nesse ponto, considerando cada camada como um material diferente, pode-se modificar a forma da viga para uma viga correspondente, conforme é mostrado na figura E1. A partir desse modelamento pode-se obter o lugar geométrico na seção por onde passa a linha neutra e, então, calcular o momento de inércia da viga com relação ao eixo x. A constante K é a relação entre os momentos de inércia considerando estes diferentes materiais descritos acima e considerando a viga um material isotrópico. A tabela E1 resume este procedimento para o EPC2, nos CP's longitudinais. Procedimento semelhante pode ser aplicado ao CP com a fibra transversalmente ao comprimento da viga, e está resumido na tabela E2, com a mesmas considerações feitas em E1 e mostradas na figura E2. Como os resultados não foram satisfatórios em todos os CP's, optou-se por uma variação mostrada na tabela E3 e figura E3, que também não foi considerada satisfatória, pois os valores corrigidos foram muito diferentes dos obtidos por TGA (Tabela 5.3.2.1).



**Figura E1.** Seção do CP com fibra na longitudinal em 5 camadas das 9 e seção modificada, aplicando modelo de Timoshenko para redução a um único material, com módulo E1.

Tabela E1. Constante K de correção do módulo obtido no ensaio DMA (usando modelo de material isotrópico), para CP's longitudinais, aplicada ao EPC2.

N. cam.	Orient. (graus)	Espeç. cam (mm)	E <sub>1</sub> (GPa)	E <sub>2</sub> (GPa)	G <sub>12</sub> (GPa)	V <sub>12</sub>	V <sub>21</sub>	E(teta) (GPa)	CM (mm)	area*H <sub>cg</sub> (E <sub>1</sub> ) <sup>h<sub>c</sub>/b</sup>	I <sub>tot</sub> /b (mm <sup>2</sup> )	I <sub>comp</sub> /b (mm <sup>2</sup> )	R <sup>2</sup> /b (mm <sup>2</sup> )	Ai* I <sub>i</sub> (cg cam)/b (mm <sup>2</sup> )
média									0,601033		0,258812	0,17734		
DP									3,11E-05		0	0,00357		
média	1	0	0,152	137,35	8,25	3,88	0,252	0	137,4	0,01155	0,148276		0,0419003	0,000285
DP										0	0,003724		4,962E-06	7,17E-06
média	2	0	0,152	137,35	8,25	3,88			137,4	0,03381	0,148276		0,0206332	0,000285
DP										0,00085	0,003724		0,0005217	7,17E-06
média	3	0	0,152	137,35	8,25	3,88			137,4	0,05634	0,148276		0,0072441	0,000285
DP										0,00142	0,003724		0,000184	7,17E-06
média	4	-75	0,151	137,35	8,25	3,88			8,235	0,00469	0,008832		4,27E-05	1,68E-05
DP										0,00023	0,000423		2,086E-06	8,05E-07
média	5	75	0,151	137,35	8,25	3,88			8,235	0,00603	0,008832		5,861E-05	1,68E-05
DP										0,00029	0,000423		2,766E-06	8,05E-07
média	6	0	0,162	137,35	8,25	3,88			137,4	0,13259	0,158031		0,0089489	0,000346
DP										0,00333	0,003969		0,0002224	8,68E-06
média	7	-55	0,194	137,35	8,25	3,88			8,973	0,01257	0,012363		0,0021391	3,88E-05
DP										0,00063	0,000615		0,0001061	1,93E-06
média	8	55	0,194	137,35	8,25	3,88			8,973	0,01497	0,012363		0,0045998	3,88E-05
DP										0,00074	0,000615		0,0002284	1,93E-06
média	9	0	0,151	137,35	8,25	3,88			137,4	0,20379	0,1473		0,090185	0,00028
DP										0,00512	0,0037		0,0022581	7,03E-06
<b>E<sub>compós</sub> = E<sub>isot.</sub> x I<sub>isot.</sub>/I<sub>comp.</sub> = E<sub>isot.</sub> x K</b>										<b>K = 1,46</b>		<b>DP = 0,029</b>		

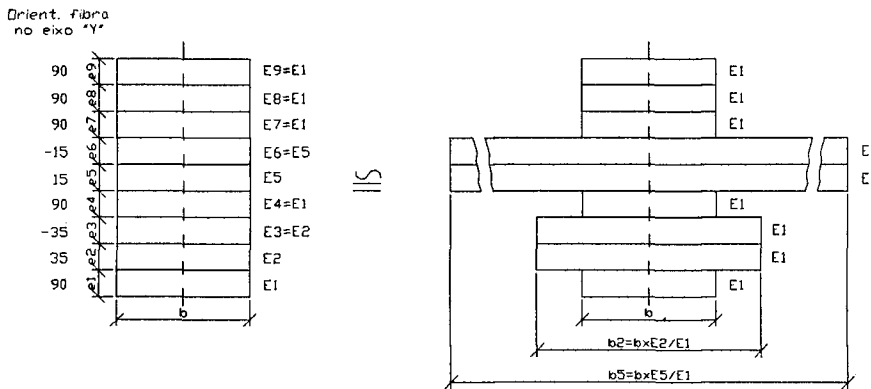
Tabela E2. Constante K de correção do módulo no ensaio DMA (usando modelo de material isotrópico), para CP's transversais, reduzindo todos os módulos ao módulo da camada I, aplicada ao EPC.

N. cam.	Orient	Espess cam (mm)	E1 (GPa)	E2 (GPa)	G <sub>12</sub> (GPa)	V <sub>21</sub>	V <sub>12</sub>	E(teta) (GPa)	CM (mm)	area*H <sub>CS</sub> (E/E <sub>1</sub> ) <sup>2</sup> *h <sub>c</sub>		I <sub>isot</sub> /b (mm <sup>3</sup> )	I <sub>comp</sub> /b (mm <sup>3</sup> )	A <sup>2</sup> R <sup>2</sup> /b <sup>3</sup> II (mm <sup>3</sup> )	I <sub>CS comp</sub> /b (mm <sup>3</sup> )	
										/b	/b					
média									0,8777264		0,258812	0,32126				
DP									0,0324267		0	0,008				
média	1	0	0,152	8,25	137,4	3,88	0,0151	0,252	8,25	0,011552	0,152	0,055195	0,00027944	0,005932	1,321E-05	0,029708
DP									0,39	0	0	0,005932	1,321E-05	0,005932	1,321E-05	0,029708
média	2	0	0,152	8,25	137,4	3,88	0,0009	0,010	8,25	0,033092	0,152	0,005628	0,00027944	0,005628	1,321E-05	0,01315
DP									0,39	0,001564	0	0,005628	0,00027944	0,005628	1,321E-05	0,01315
média	3	0	0,152	8,25	137,4	3,88	0,0009	0,010	8,25	0,055153	0,152	0,003418	1,321E-05	0,003418	1,321E-05	0,017506
DP									0,39	0,002607	0	0,003418	1,321E-05	0,003418	1,321E-05	0,017506
média	4	-75	0,151	8,25	137,4	3,88	0,0009	0,010	43,7376	0,406276	0,800451	0,008096	7,1702E-05	0,008096	7,1702E-05	0,008096
DP									2,15921	0,020057	0,001681	0,008096	7,1702E-05	0,008096	7,1702E-05	0,008096
média	5	75	0,151	8,25	137,4	3,88	0,0009	0,010	43,7376	0,5217	0,800451	-0,0002	7,1702E-05	-0,0002	7,1702E-05	0,004109
DP									2,15921	0,025755	0,001681	-0,0002	7,1702E-05	-0,0002	7,1702E-05	0,004109
média	6	0	0,162	8,25	137,4	3,88	0,0009	0,010	8,25	0,129783	0,162	0,004109	0,0003383	0,004109	0,0003383	-0,00142
DP									0,39	0,006135	0	0,004109	0,0003383	0,004109	0,0003383	-0,00142
média	7	-55	0,194	8,25	137,4	3,88	0,0009	0,010	13,7289	0,313504	0,32271	0,035431	0,00096682	0,035431	0,00096682	0,035431
DP									0,76177	0,017395	0,002658	0,035431	0,00096682	0,035431	0,00096682	0,035431
média	8	55	0,194	8,25	137,4	3,88	0,0009	0,010	13,7289	0,373307	0,32271	-0,0048	5,3645E-05	0,087397	0,00096682	-0,00578
DP									0,76177	0,037307	0,32271	-0,0048	5,3645E-05	0,087397	0,00096682	-0,00578
média	9	0	0,151	8,25	137,4	3,88	0,0009	0,010	8,25	0,020714	0,002658	0,07166	0,00027396	0,07166	0,00027396	0,07166
DP									0,39	0,199479	0,151	0,07166	0,00027396	0,07166	0,00027396	0,07166
									0,00943	0	0	-0,0032	1,2951E-05	-0,0032	1,2951E-05	-0,0032
<b>E<sub>comp</sub> = E<sub>isot</sub> X I<sub>isot</sub>/I<sub>comp</sub> = E<sub>isot</sub> X K</b>										<b>K = 0,8061</b>		<b>DP = 0,0200</b>				

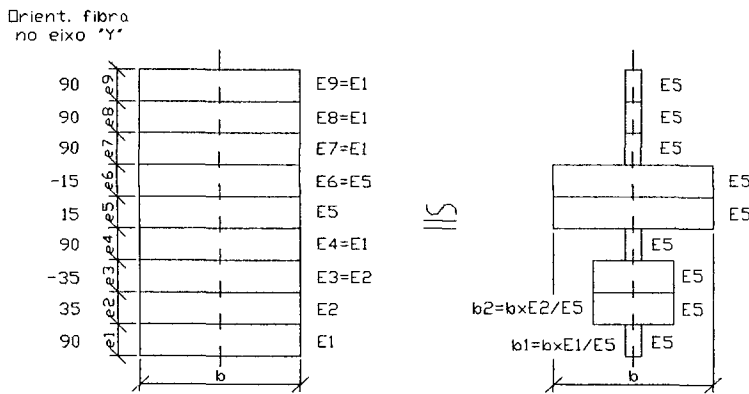
Tabela E3. Constante K de correção do módulo no ensaio DMA (usando modelo de material isotrópico), para CP's transversais, reduzindo todos os módulos ao módulo da camada de máximo módulo do CP, aplicada ao EPC2.

	N.	cam.	Orient.	cam	Esp.	E1	E2	G12	V21	V12	E(teta)	CM	area*H <sub>ca</sub>	(E <sub>i</sub> /E <sub>1</sub> )*h <sub>ci</sub>	I <sub>iso</sub> /b	I <sub>comp</sub> /b	Ai * R <sup>2</sup> /b	I <sub>i</sub>
				(mm)	(mm)	(GPa)	(GPa)	(GPa)			(GPa)	(mm)	/b	/b	(mm <sup>3</sup> )	(mm <sup>3</sup> )	(mm <sup>3</sup> )	(mm <sup>3</sup> )
média												0,67940			0,25881	0,06041		
DP												0,03029			0	0,00191		
média	1	0	0	0,152	8,25	137,4	3,88	0,01514	0,252	8,25	0,002099	0,028827	0,002099	0,028827	0,0101272	5,31669E-05		
DP											9,92E-05	9,25E-05	9,92E-05	9,25E-05	0,0014862	2,51329E-06		
média	2	0	0	0,152	8,25	137,4	3,88	0,2	0,00084	0,01	0,006296	0,028827	0,006296	0,028827	0,0056879	5,31669E-05		
DP											0,000298	9,25E-05	0,000298	9,25E-05	0,0010226	2,51329E-06		
média	3	0	0	0,152	8,25	137,4	3,88	0,2		8,25	0,010493	0,028827	0,010493	0,028827	0,0025244	5,31669E-05		
DP											0,000496	9,25E-05	0,000496	9,25E-05	0,0006192	2,51329E-06		
média	4	-75	75	0,151	8,25	137,4	3,88	0,2		43,4952	0,076869	0,151	0,076869	0,151	0,0033538	0,000274802		
DP											0,003388	0	0,003388	0	0,0014415	1,21104E-05		
média	5	75	75	0,151	8,25	137,4	3,88	0,2		43,4952	0,098708	0,151	0,098708	0,151	0,000133	0,000274802		
DP											0,00435	0	0,00435	0	-2,121E-05	1,21104E-05		
média	6	0	0	0,162	8,25	137,4	3,88	0,2		8,25	0,024692	0,030723	0,024692	0,030723	0,0007632	6,43646E-05		
DP											0,001167	9,86E-05	0,001167	9,86E-05	-0,0002479	3,04269E-06		
média	7	-55	55	0,194	8,25	137,4	3,88	0,2		13,6436	0,059276	0,060839	0,059276	0,060839	0,0066372	0,000182803		
DP											0,002939	0,000336	0,002939	0,000336	-0,0008603	9,06437E-06		
média	8	55	55	0,194	8,25	137,4	3,88	0,2		13,6436	0,070584	0,060839	0,070584	0,060839	0,0164314	0,000182803		
DP											0,0035	0,000336	0,0035	0,000336	-0,0010582	9,06437E-06		
média	9	0	0	0,151	8,25	137,4	3,88	0,2		8,25	0,037952	0,028637	0,037952	0,028637	0,0135693	5,21234E-05		
DP											0,001794	9,19E-05	0,001794	9,19E-05	-0,0003264	2,46402E-06		
													<b>K =</b>	<b>4,288</b>				
													<b>DP =</b>	<b>0,136</b>				
													<b>E<sub>comp</sub> =</b>	<b>E<sub>isot</sub></b>				
													<b>x</b>	<b>I<sub>comp</sub></b>				
													<b>=</b>	<b>E<sub>isot</sub></b>				
													<b>x</b>	<b>K</b>				

Na figura E2 está apresentado o modelo adotado para a redução das propriedades das diversas camadas a uma única, no caso a camada com a fibra transversal ao comprimento do CP. Na figura E3 está apresentada a variação adotada para os CP's transversais, na qual reduziu-se para a camada de maior módulo.



**Figura E2.** Seção do CP com fibra na transversal em 5 camadas das 9 e seção modificada, aplicando modelo de Timoshenko para redução a um único material, com módulo E1.



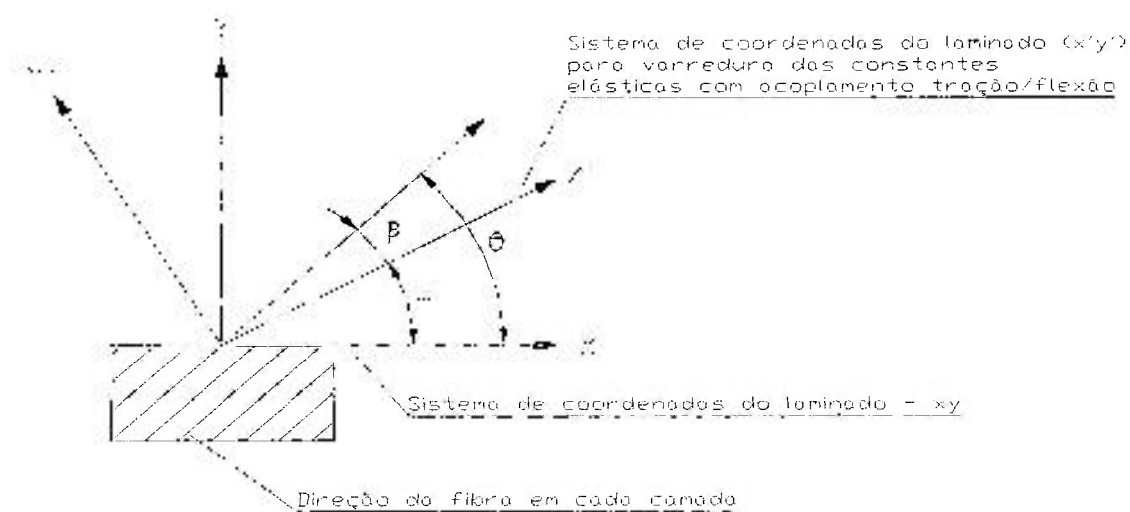
**Figura E3.** Seção do CP com fibra na transversal em 5 camadas das 9 e seção modificada, aplicando modelo de Timoshenko para redução a um único material, o de maior módulo, no caso E5.

## ANEXO F

Nos compósitos assimétricos balanceados podem não existir direções principais das tensões, ou seja, direções nas quais se observam apenas deformações em uma única direção quando se carrega o compósito uniaxialmente. Isso faz com que seja necessário identificar se existem estas direções principais e, se não existirem em que direções os efeitos secundários serão mínimos.

Para se comprovar a existência de direções principais, utilizou-se o software MATLAB [1] determinando assim, os valores dos termos com cisalhamento acoplado com tração ou flexão das matrizes  $[a]$ ,  $[b]$ ,  $[c]$  e  $[d]$ , variando-se o ângulo alfa, formado entre a fibra e o sistema de coordenadas, para obtenção das matrizes de zero a 360 graus, como apresentado na figura F1.

Em seguida são mostrados o programa em MATLAB, e os respectivos gráficos dos elementos das matrizes, para cada tipo de material, partindo-se do material isotrópico, em seguida, do compósito unidirecional, do compósito simétrico com espessura das camadas constante e variável, e do compósito assimétrico com espessura das camadas constante e variável.



**Figura F.1.** Modelo para avaliação das direções principais dos laminados multidirecionais estudados, indicando o sistema de coordenadas "xy", no qual "y" é paralelo ao eixo de bobinamento e o sistema "x'y'", que está rotacionado de um ângulo " $\alpha$ " em relação ao sistema "xy".

Para o material isotrópico, foram adotados os valores de  $E1$  do CP EPC2, assim  $E1=E2$ ,  $G_{12}=E1/(2(1+\nu_{12}))$ . O programa está apresentado na figura F2 e os gráficos nas figuras F3.1 a F7.7. Os valores mostrados nas figuras F3.1, 2, 4, 5 e 6 são muito pequenos e podem ser considerados zero, quando comparados com os valores da figura F3.3 e F3.7, podem ser observados também que os valores  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$  são iguais, nas figuras F3.3 e F3.7, comportamento típico de materiais isotrópicos.

Calculo das Matrizes 'a', 'b', 'c' e 'd'  
clear all

```
%propriedades do EPC2 -media considerando material isotrópico
%E1=109.3e9;
%desvio=3;
%E11=rand(E1)
%E2=109.3e9;
%nu12=0.252;
%G12=E1/(2*(1+nu12));
%nu21=nu12*E2/E1;
t=1e-4*[1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51];
%início do trecho comum 1
Hm=sum(t)/2;
h0=(-Hm);
h1=(t(1)-Hm);
h2=(t(1)+t(2)-Hm);
h3=(t(1)+t(2)+t(3)-Hm);
h4=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)-Hm);
h5=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)-Hm);
h6=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)-Hm);
h7=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)-Hm);
h8=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)+t(8)-Hm);
h9=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)+t(8)+t(9)-Hm);
%fim do trecho comum 1
teta=[0 0 0 0 0 0 0 0 0];
%início do trecho comum 2
q11=E1/(1-nu12*nu21);
q12=nu12*E2/(1-nu12*nu21);
q22=E2/(1-nu12*nu21);
Q12=[q11 q12 0;q12 q22 0;0 0 2*G12];
Rinv = [ 1 0 0; 0 1 0; 0 0 0.5];
alfa=0:1:360;
for k=1:length(alfa);

    beta=(teta-alfa(k)*[1 1 1 1 1 1 1 1 1])*pi/180;
    n=sin(beta);
    m=cos(beta);
    T1=[m(1)^2 n(1)^2 2*m(1)*n(1);n(1)^2 m(1)^2 -2*n(1)*m(1);-m(1)*n(1) m(1)*n(1)
    m(1)^2-n(1)^2];
    Q1=inv(T1)*Q12*T1*Rinv;
    T2=[m(2)^2 n(2)^2 2*m(2)*n(2);n(2)^2 m(2)^2 -2*n(2)*m(2);-m(2)*n(2) m(2)*n(2)
    m(2)^2-n(2)^2];
```

```

Q2=inv(T2)*Q12*T2*Rinv;
T3=[m(3)^2 n(3)^2 2*m(3)*n(3);n(3)^2 m(3)^2 -2*n(3)*m(3);-m(3)*n(3) m(3)*n(3)
m(3)^2-n(3)^2];
Q3=inv(T3)*Q12*T3*Rinv;
T4=[m(4)^2 n(4)^2 2*m(4)*n(4);n(4)^2 m(4)^2 -2*n(4)*m(4);-m(4)*n(4) m(4)*n(4)
m(4)^2-n(4)^2];
Q4=inv(T4)*Q12*T4*Rinv;
T5=[m(5)^2 n(5)^2 2*m(5)*n(5);n(5)^2 m(5)^2 -2*n(5)*m(5);-m(5)*n(5) m(5)*n(5)
m(5)^2-n(5)^2];
Q5=inv(T5)*Q12*T5*Rinv;
T6=[m(6)^2 n(6)^2 2*m(6)*n(6);n(6)^2 m(6)^2 -2*n(6)*m(6);-m(6)*n(6) m(6)*n(6)
m(6)^2-n(6)^2];
Q6=inv(T6)*Q12*T6*Rinv;
T7=[m(7)^2 n(7)^2 2*m(7)*n(7);n(7)^2 m(7)^2 -2*n(7)*m(7);-m(7)*n(7) m(7)*n(7)
m(7)^2-n(7)^2];
Q7=inv(T7)*Q12*T7*Rinv;
T8=[m(8)^2 n(8)^2 2*m(8)*n(8);n(8)^2 m(8)^2 -2*n(8)*m(8);-m(8)*n(8) m(8)*n(8)
m(8)^2-n(8)^2];
Q8=inv(T8)*Q12*T8*Rinv;
T9=[m(9)^2 n(9)^2 2*m(9)*n(9);n(9)^2 m(9)^2 -2*n(9)*m(9);-m(9)*n(9) m(9)*n(9)
m(9)^2-n(9)^2];
Q9=inv(T9)*Q12*T9*Rinv;
A=Q1*(h1-h0)+Q2*(h2-h1)+Q3*(h3-h2)+Q4*(h4-h3)+Q5*(h5-h4)+Q6*(h6-h5)+Q7*(h7-
h6)+Q8*(h8-h7)+Q9*(h9-h8);
B=(Q1*(h1^2-h0^2)+Q2*(h2^2-h1^2)+Q3*(h3^2-h2^2)+Q4*(h4^2-h3^2)+Q5*(h5^2-
h4^2)+Q6*(h6^2-h5^2)+Q7*(h7^2-h6^2)+Q8*(h8^2-h7^2)+Q9*(h9^2-h8^2))/2;
D=(Q1*(h1^3-h0^3)+Q2*(h2^3-h1^3)+Q3*(h3^3-h2^3)+Q4*(h4^3-h3^3)+Q5*(h5^3-
h4^3)+Q6*(h6^3-h5^3)+Q7*(h7^3-h6^3)+Q8*(h8^3-h7^3)+Q9*(h9^3-h8^3))/3;
MA=[A B;B D];
Ma=inv(MA);
a11(k)=Ma(1,1);
a21(k)=Ma(2,1);
a31(k)=Ma(3,1);
a13(k)=Ma(1,3);
a23(k)=Ma(2,3);
a32(k)=Ma(3,2);
d11(k)=Ma(4,4);
d21(k)=Ma(5,4);
d31(k)=Ma(6,4);
d13(k)=Ma(4,6);
d22(k)=Ma(5,5);
d23(k)=Ma(5,6);
d32(k)=Ma(6,5);
b11(k)=Ma(1,4);
b21(k)=Ma(2,4);
b31(k)=Ma(3,4);
b12(k)=Ma(1,5);
b22(k)=Ma(2,5);
b32(k)=Ma(3,5);
end
%fim do trecho comum 2
%ordem das cores azul, verde, vermelho, azul claro, magenta e verde claro
%início do trecho comum 3
figure(1),plot(alfa,a13,'b:+',alfa,a23,'g:o',alfa,a31,'r:x',alfa,a32,'c:*');axi
s tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica aij (1/(Nm))')

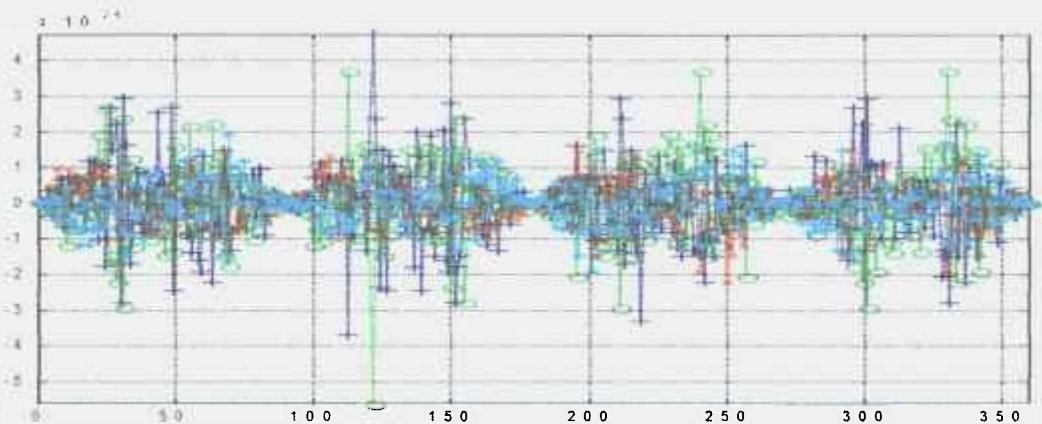
```

```

figure(2),plot(alfa,d13,'b:+',alfa,d23,'g:o',alfa,d31,'r:x',alfa,d32,'c:*');axis
tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/(Nm))')
figure(3),plot(alfa,d11,'b:+',alfa,d21,'g:o',alfa,d31,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/(Nm))')
figure(4),plot(alfa,d13,'b:+',alfa,d23,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/(Nm))')
figure(5),plot(alfa,b11,'b:+',alfa,b21,'g:o',alfa,b31,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica bij (1/(Nmm)=1/N)')
figure(6),plot(alfa,b12,'b:+',alfa,b22,'g:o',alfa,b32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica bij (1/(Nmm)=1/N)')
%fim do trecho comum 3
figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/(Nm))')

```

**Figura F.2.** arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes [a], [b], [c] e [d], para ângulos de zero a 360 graus, de um material isotrópico.



**Figura F3.1.** Legenda: azul – a13      verde – a23      vermelho – a31      azul claro – a32

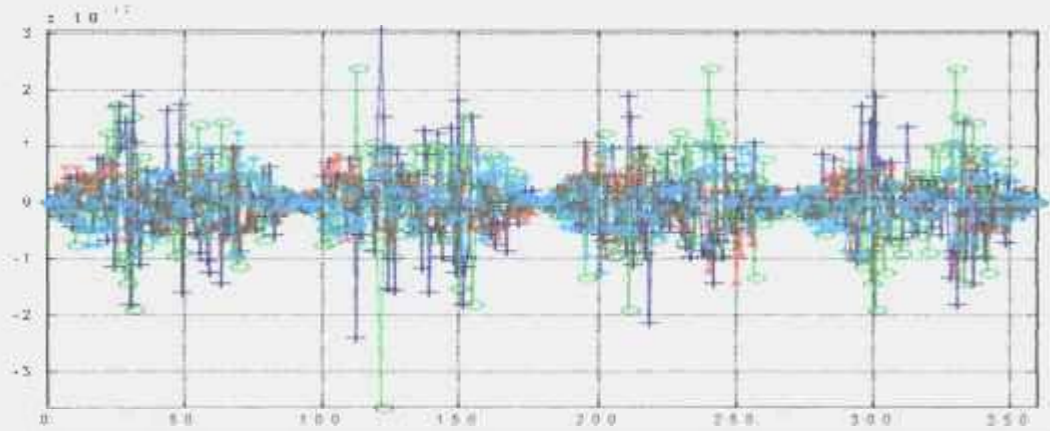


Figura F3.2. Legenda: azul – d13      verde – d23      vermelho – d31      azul claro – d32

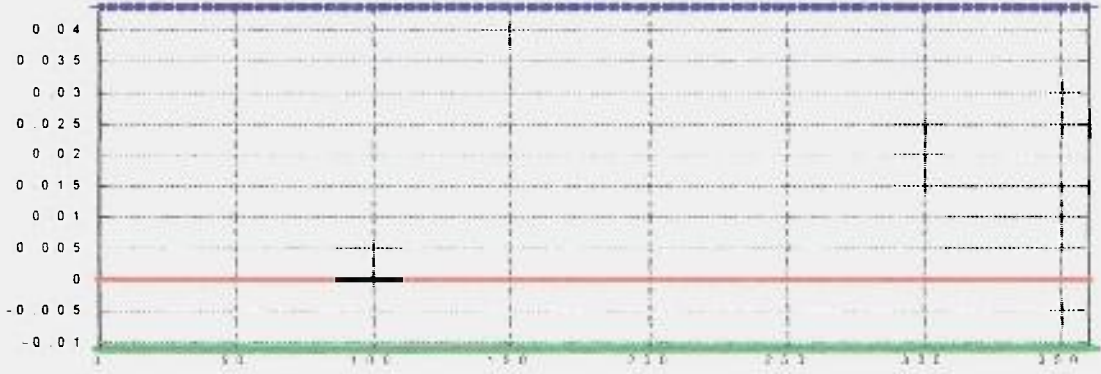


Figura F3.3. Legenda: azul – d11      verde – d21      vermelho – d31

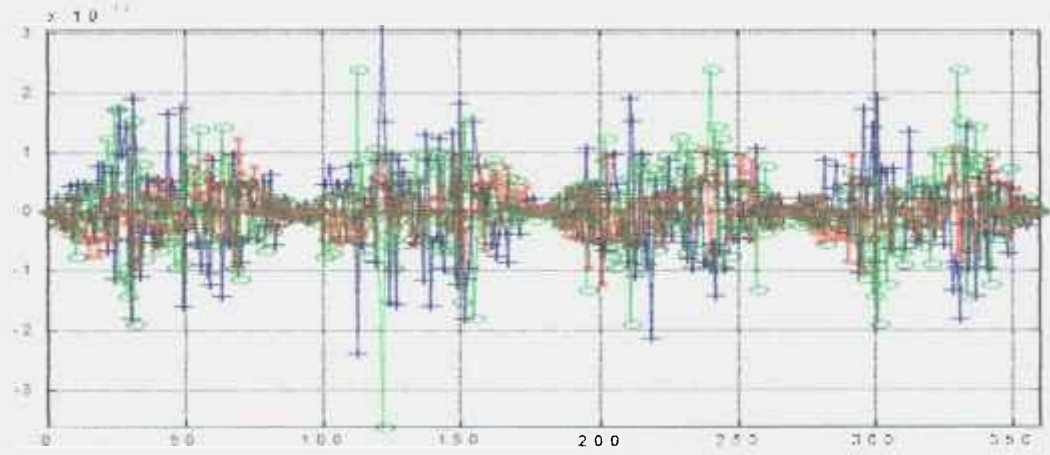
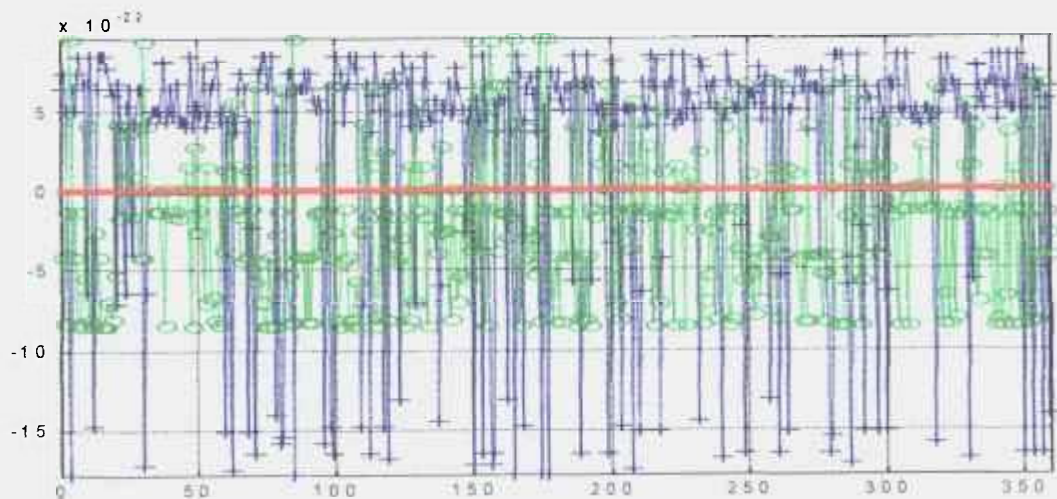
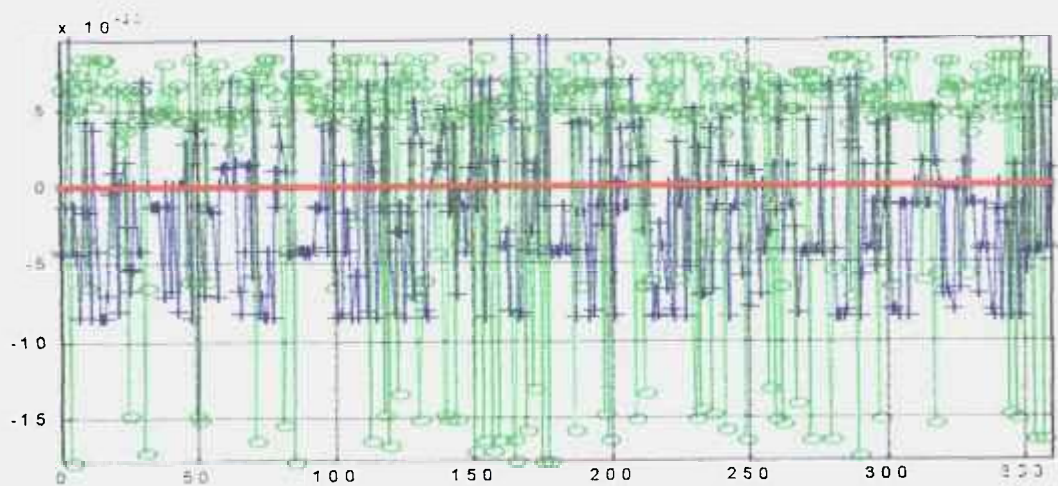


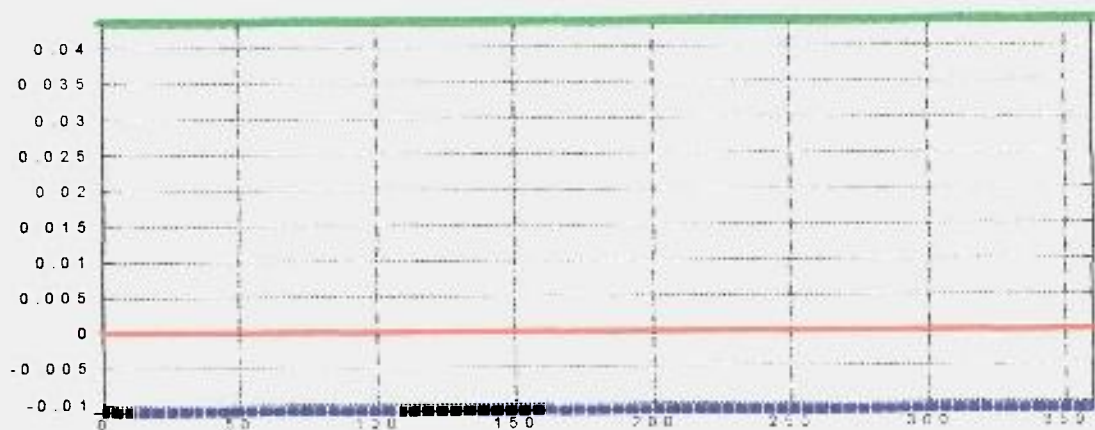
Figura F3.4. Legenda: azul – d13      verde – d23      vermelho – d32



**Figura F3.5.** Legenda: azul – b11      verde – b21      vermelho – b31



**Figura F3.6.** Legenda: azul – b12      verde – b22      vermelho – b32



**Figura F3.7.** Legenda: azul – d12      verde – d22      vermelho – d32

A seguir estudou-se o comportamento do compósito EPC2 admitido como unidirecional,  $E_1$  diferente de  $E_2$  e de  $G_{12}$ . O programa pode ser visto na figura F4 e os gráficos nas figuras F5.1 a F5.7. Pode ser observado nas figuras F5.1 e F5.2 que, em zero e 90 graus, não há acoplamento, portanto caracterizando direções principais tanto para tração como flexão. Pode ser visto também nas figuras F5.5 e F5.6 que os valores da matriz  $[b]$  podem ser considerados nulos.

```

Calculo das Matrizes 'a', 'b', 'c' e 'd'
clear all

%propriedades do EPC2 -media - como material unidirecional
E1=109.3e9;
E2=8.25e9;
nu12=0.252;
G12=3.88e9;
nu21=nu12*E2/E1;
t=1e-4*[1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51];

%trecho comum 1

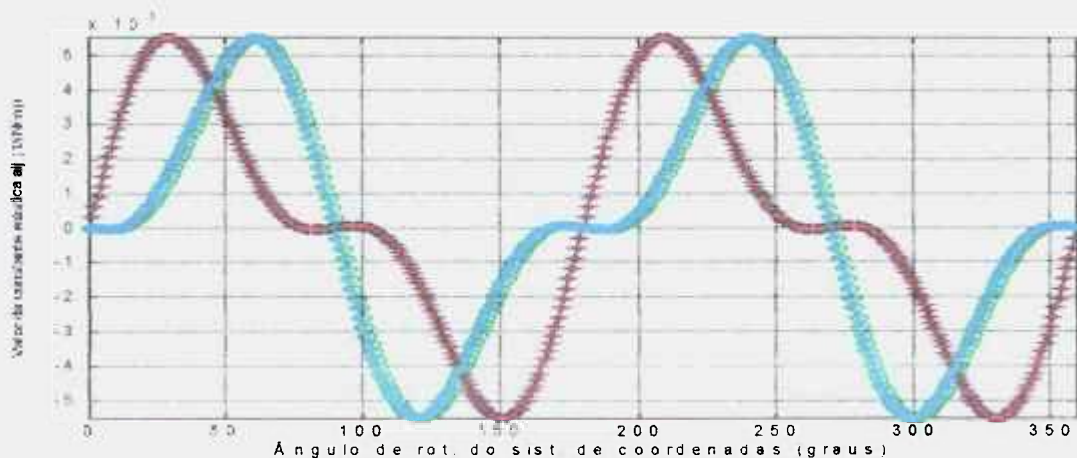
teta=[0 0 0 0 0 0 0 0 0];

% trecho comum 2 e 3

figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/Nm)')

```

**Figura F.4.** arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes  $[a]$ ,  $[b]$ ,  $[c]$  e  $[d]$ , para ângulos de zero a 360 graus, de um material compósito unidirecional.



**Figura F5.1.** Legenda: azul –  $a_{13}$  verde –  $a_{23}$  vermelho –  $a_{31}$  azul claro –  $a_{32}$

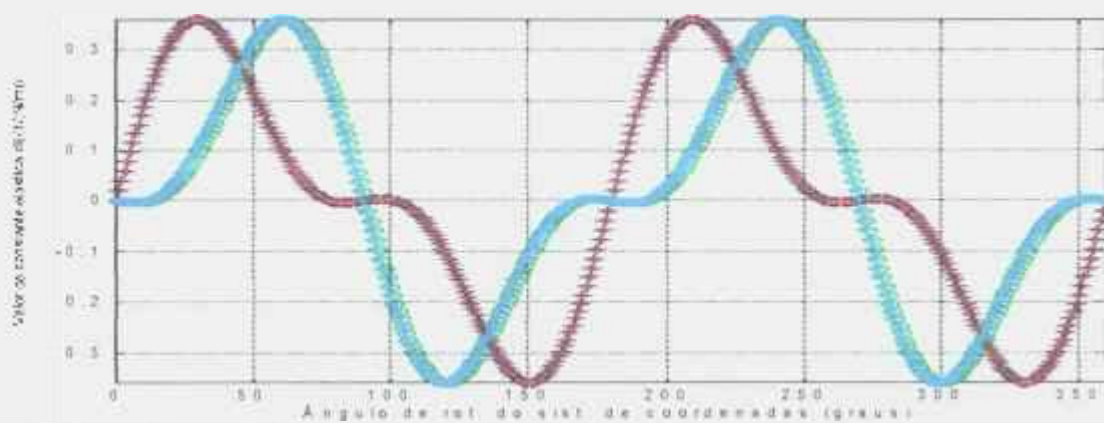


Figura F5.2. legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d31 azul claro – d32

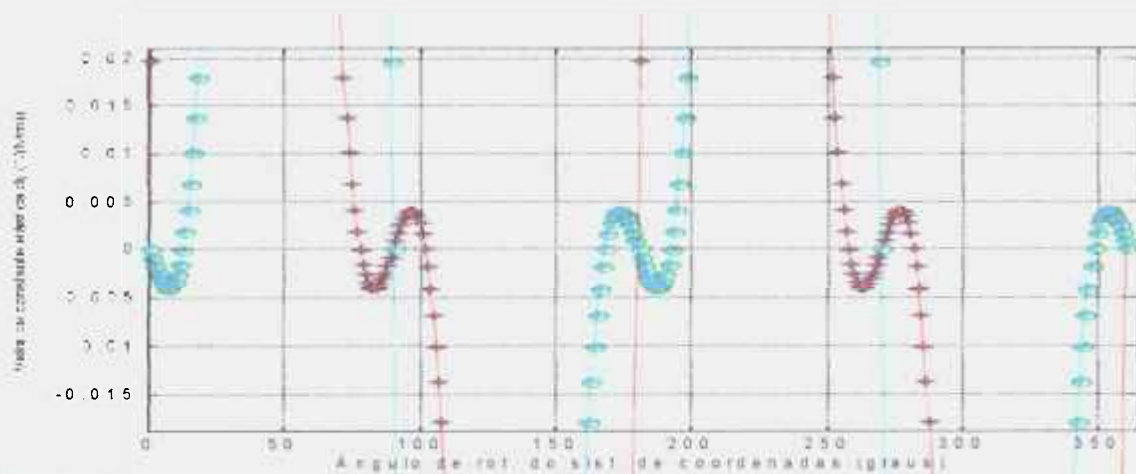


Figura F5.2a - Zoom da figura F5.2: legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d31 azul claro – d32

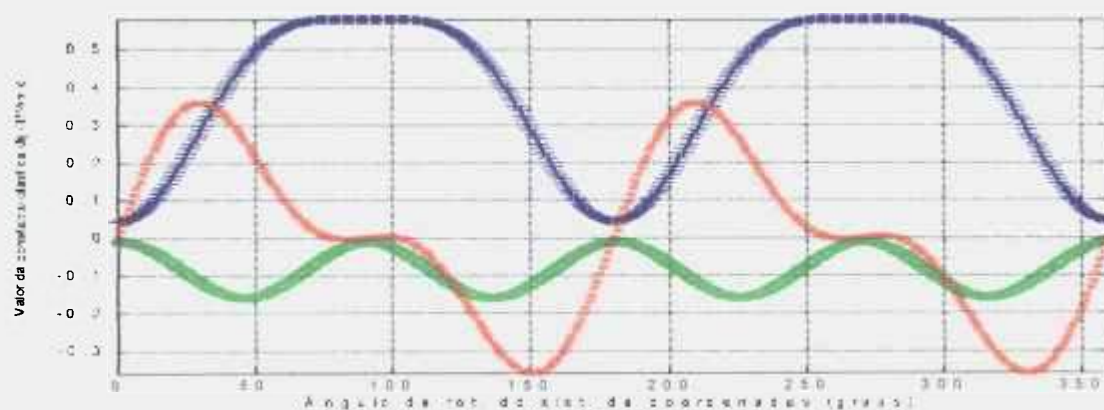


Figura F5.3. Legenda: azul – d11 verde – d21 vermelho – d31

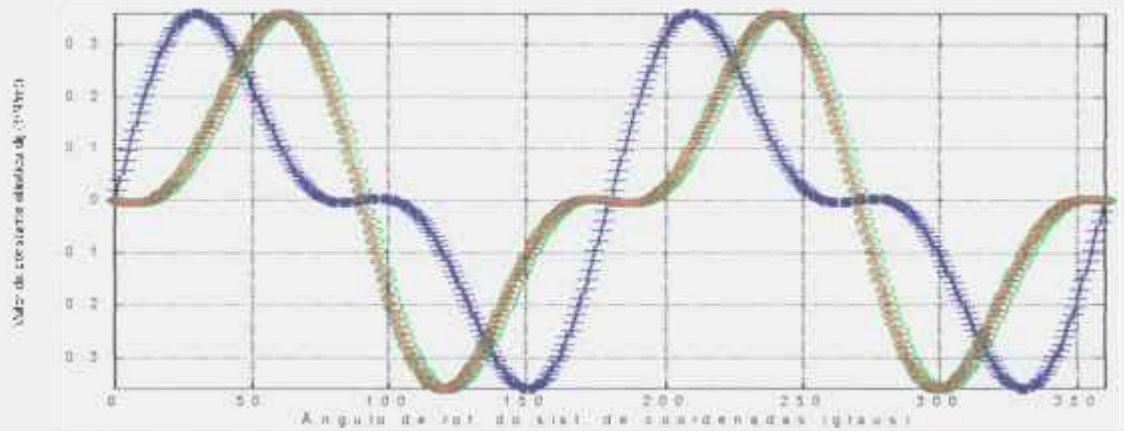


Figura F5.4. Legenda: azul –  $d_{13}$  verde –  $d_{23}$  vermelho –  $d_{32}$

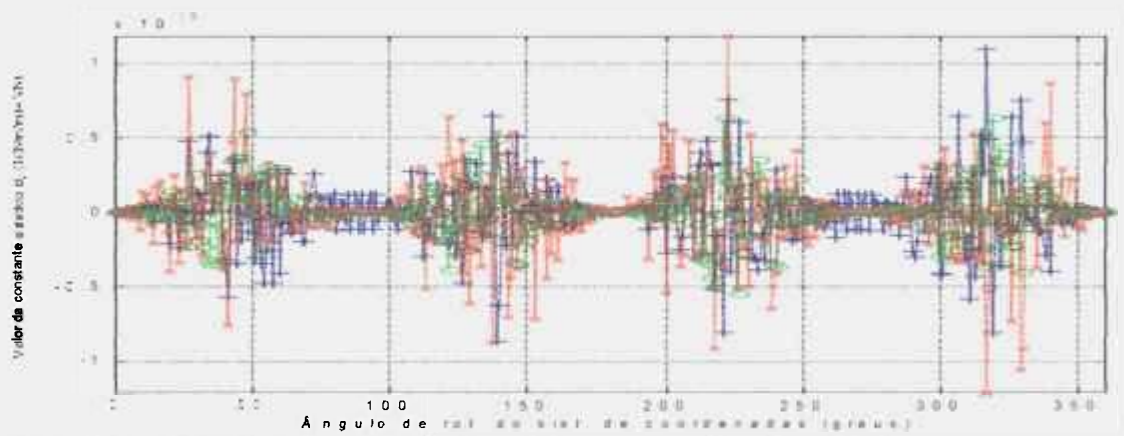


Figura F5.5. Legenda: azul –  $b_{11}$  verde –  $b_{21}$  vermelho –  $b_{31}$

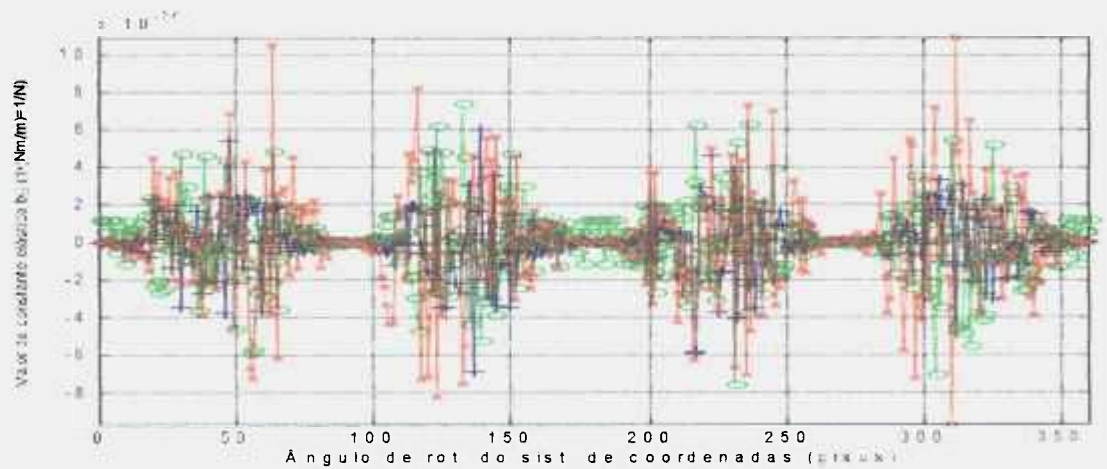


Figura F5.6. Legenda : azul –  $b_{12}$  verde –  $b_{22}$  vermelho –  $b_{32}$

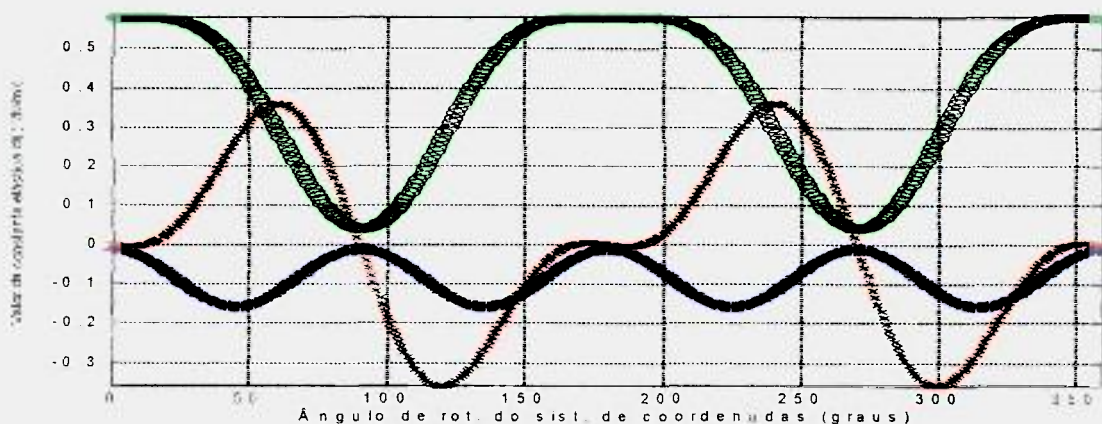


Figura F5.7. Legenda: azul – d12 verde – d22 vermelho – d32

Agora se estudou o comportamento hipotético do mesmo compósito EPC2, com camadas multidirecionais  $[0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]$  simétricas, com espessura constante. O programa pode ser visto na figura F6 e os gráficos nas figuras F7.1 a F7.7. Pode ser observado nas figuras F7.1 e F7.2 que em zero, 45 e 90 graus, os acoplamento são muito pequenos e podem ser considerados nulos, portanto caracterizando direções principais tanto para tração como flexão. Pode ser visto também nas figuras F7.5 e F7.6 que os valores da matriz  $[b]$  podem ser considerados nulos.

Calculo das Matrizes 'a', 'b', 'c' e 'd'  
clear all

```
%propriedades do EPC2 -media - como compósito simétrico espessura constante
E1=109.3e9;
E2=8.25e9;
nu12=0.252;
G12=3.88e9;
nu21=nu12*E2/E1;
```

```
t=1e-4*[1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51];
```

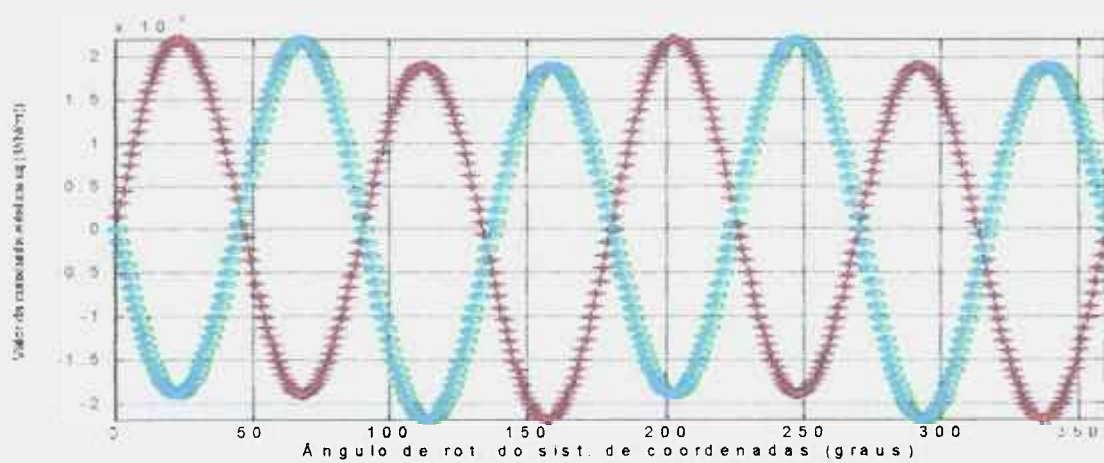
```
% trecho comum 1
```

```
teta=[0 0 75 -75 0 -75 75 0 0];
```

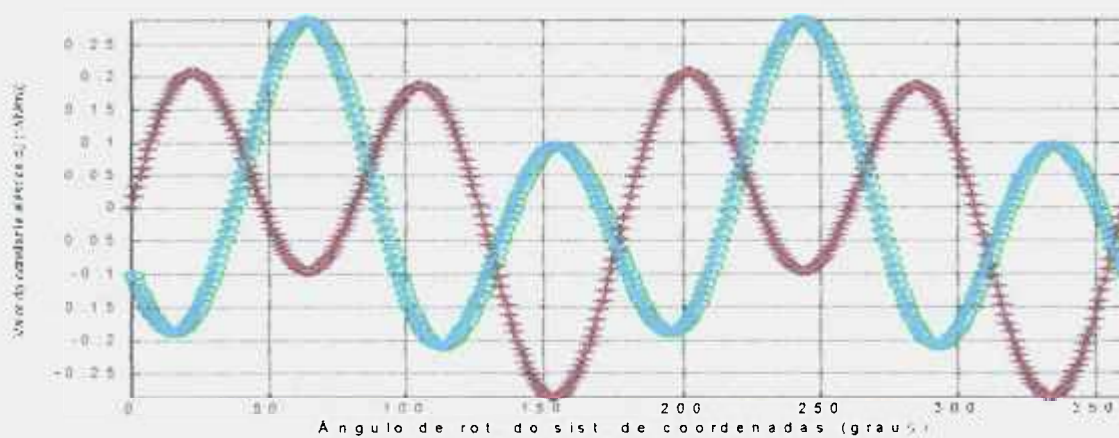
```
% trecho comum 2 e 3
```

```
figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/N/m)');
```

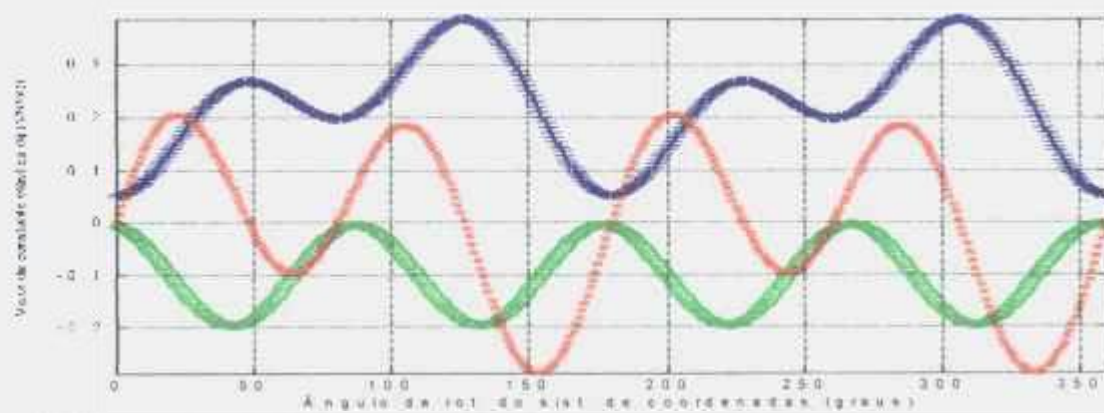
Figura F.6. arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes  $[a]$ ,  $[b]$ ,  $[c]$  e  $[d]$ , para ângulos de zero a 360 graus, de um material compósito simétrico  $[0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]$ , com espessura constante.



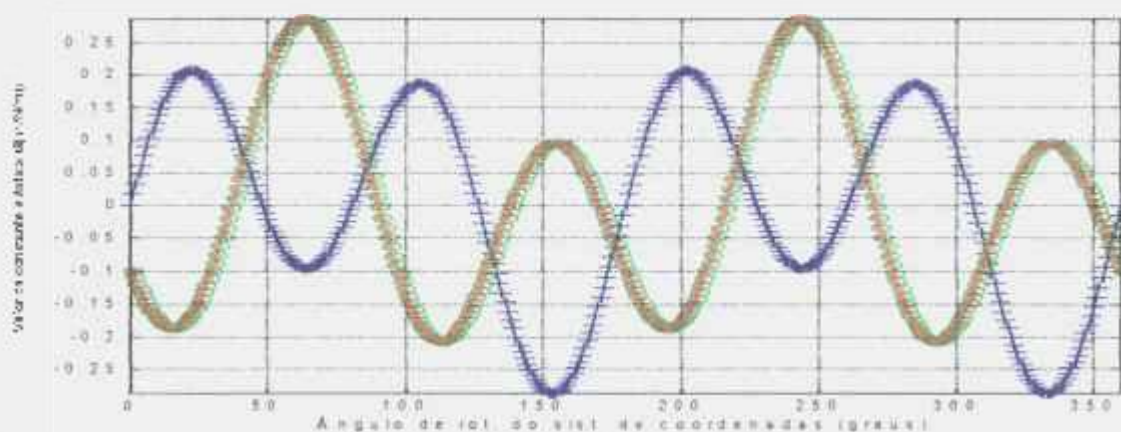
**Figura F7.1.** Legenda: azul – a13 verde – a23 vermelho – a31 azul claro – a32



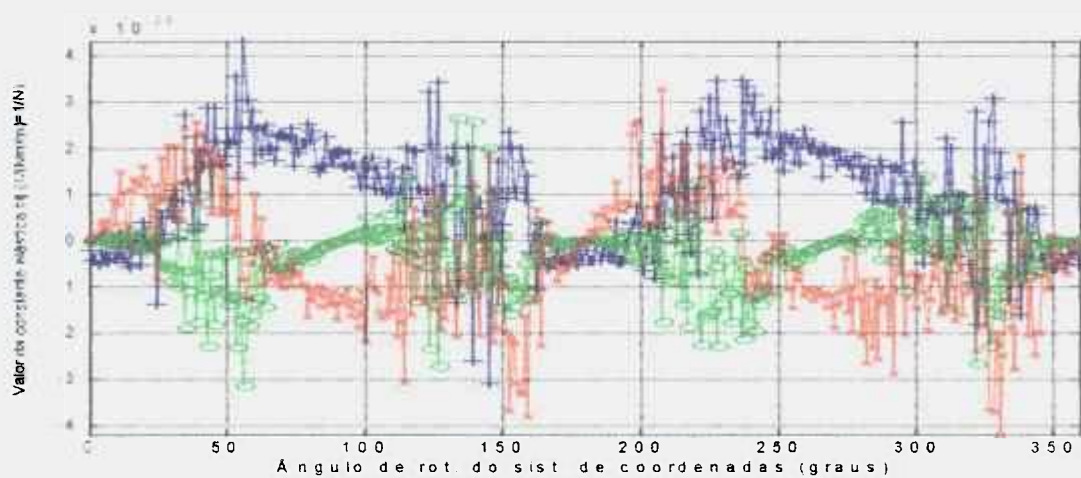
**Figura F7.2.** Legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d31 azul claro – d32



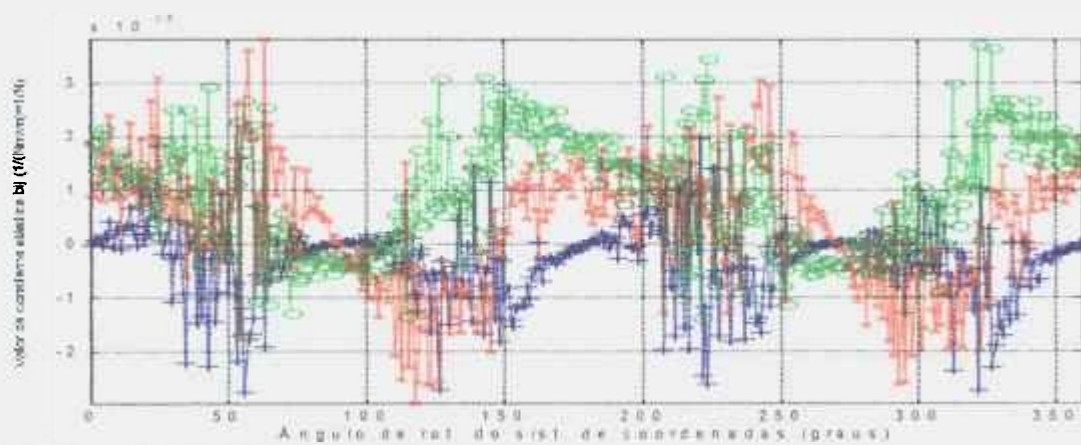
**Figura F7.3.** Legenda: azul – d11 verde – d21 vermelho – d31



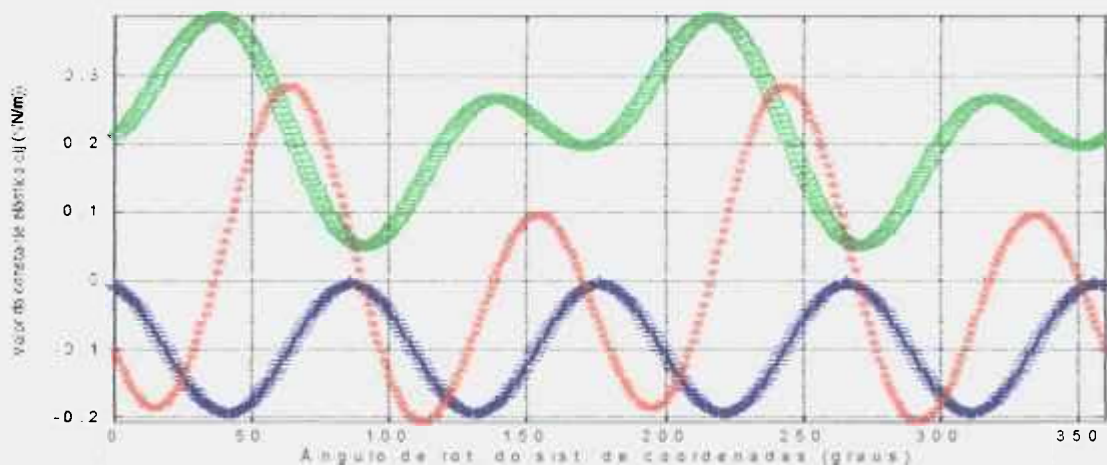
**Figura F7.4.** Legenda: azul – d13      verde – d23      vermelho – d32



**Figura F7.5.** Legenda: azul – b11      verde – b21      vermelho – b31



**Figura F7.6.** Legenda: azul – b12      verde – b22      vermelho – b32



**Figura F7.7.** Legenda: azul – d12          verde – d22          vermelho – d32

Foi estudado também o comportamento hipotético do mesmo compósito EPC2, com camadas multidirecionais  $[0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]$  assimétricas, com espessura constante. O programa pode ser visto na figura F8 e os gráficos nas figuras F9.1 a F9.7. Pode ser observado nas figuras F9.1 e F9.2 que, próximo de zero, 45 e 90 graus, os acoplamentos são muito pequenos e podem ser desprezados, portanto se existirem direções principais, estas estarão próximas a zero, 45 e 90 graus, tanto para tração como para flexão. Pode ser visto também nas figuras F9.5 e F9.6 que os valores da matriz  $[b]$ , apesar de serem pequenos quando comparados com os de  $[d]$  e  $[a]$ , não podem ser considerados nulos.

Calculo das Matrizes 'a', 'b', 'c' e 'd'  
clear all

```
%propriedades do EPC2 -media - como compósito assimétrico espessura constante
E1=109.3e9;
E2=8.25e9;
nu12=0.252;
G12=3.88e9;
nu21=nu12*E2/E1;
```

```
t=1e-4*[1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51];
```

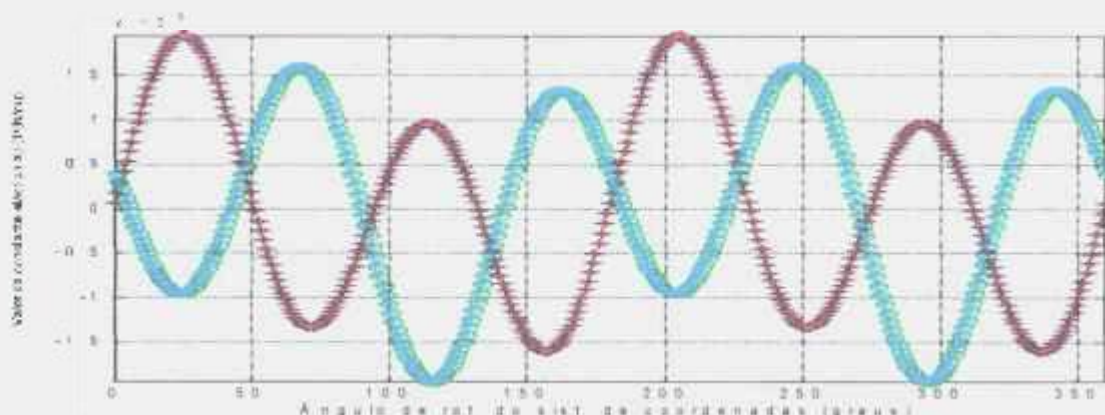
```
%trecho comum 1
```

```
teta=[0 55 -55 0 75 -75 0 0 0];
```

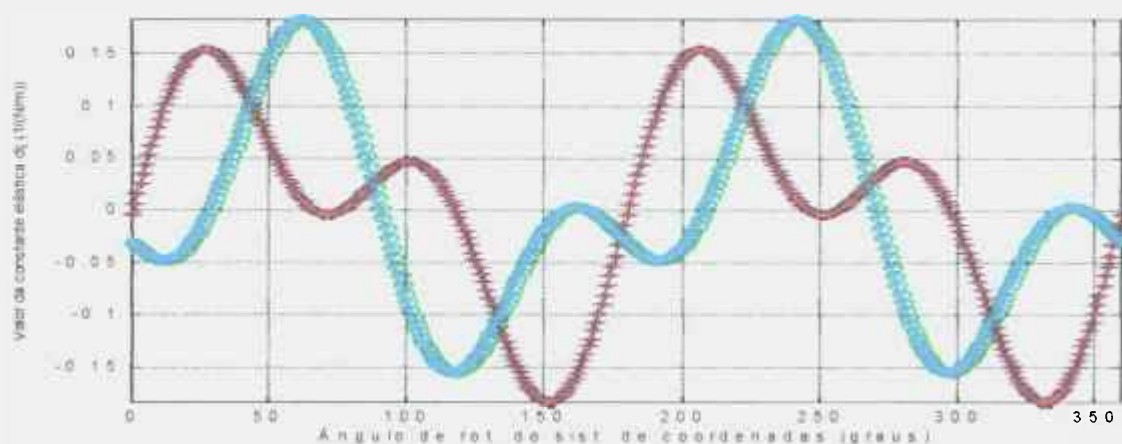
```
%trecho comum 2 e 3
```

```
figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/N/m)')
```

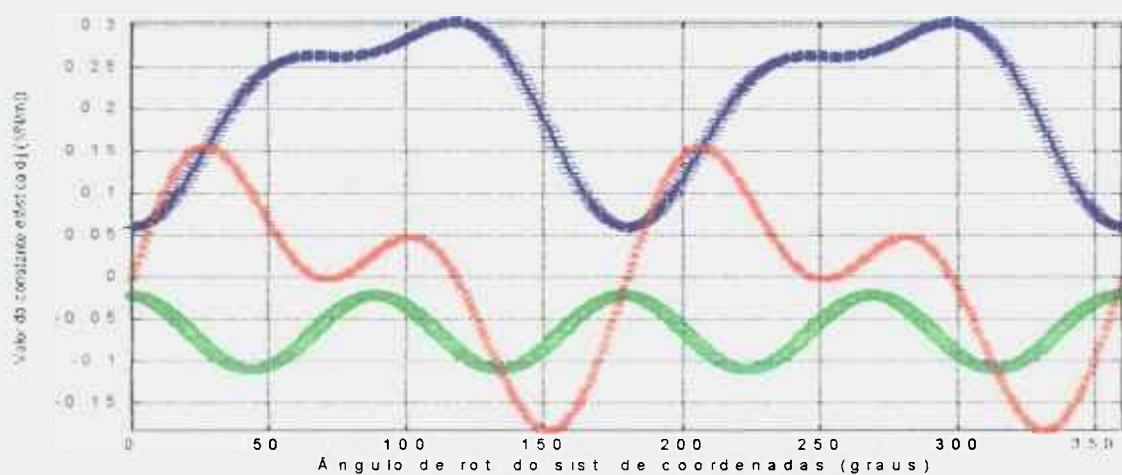
**Figura F.8.** arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes [a], [b], [c] e [d], para ângulos de zero a 360 graus, de um material compósito assimétrico [0,55,75,0,75,-75,0,0,0], com espessura constante.



**Figura F9.1.** Legenda: azul – a13 verde – a23 vermelho – a31 azul claro – a32



**Figura F9.2.** Legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d31 azul claro – d32



**Figura F9.3.** Legenda: azul – d11 verde – d21 vermelho – d31

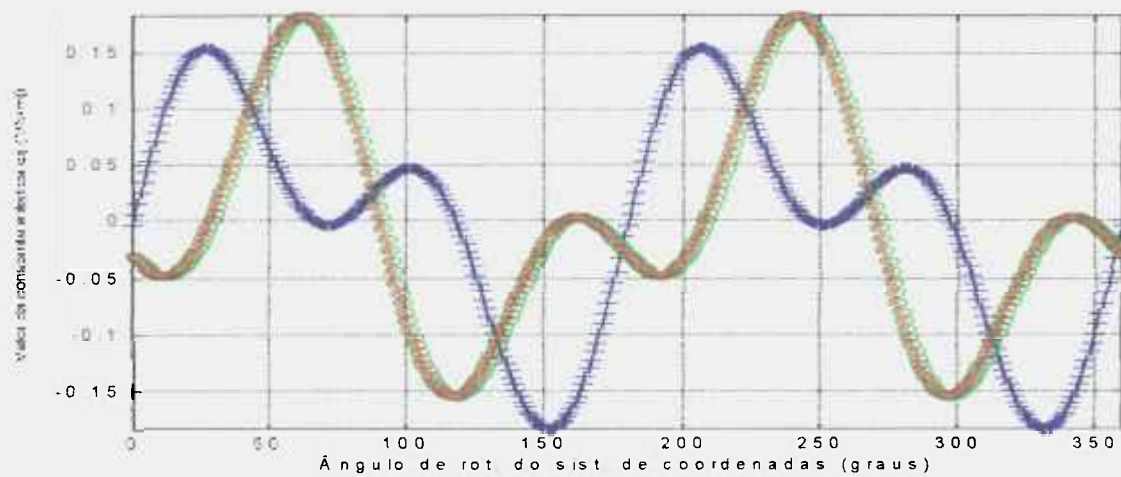


Figura F9.4. Legenda: azul – d13      verde – d23      vermelho – d32

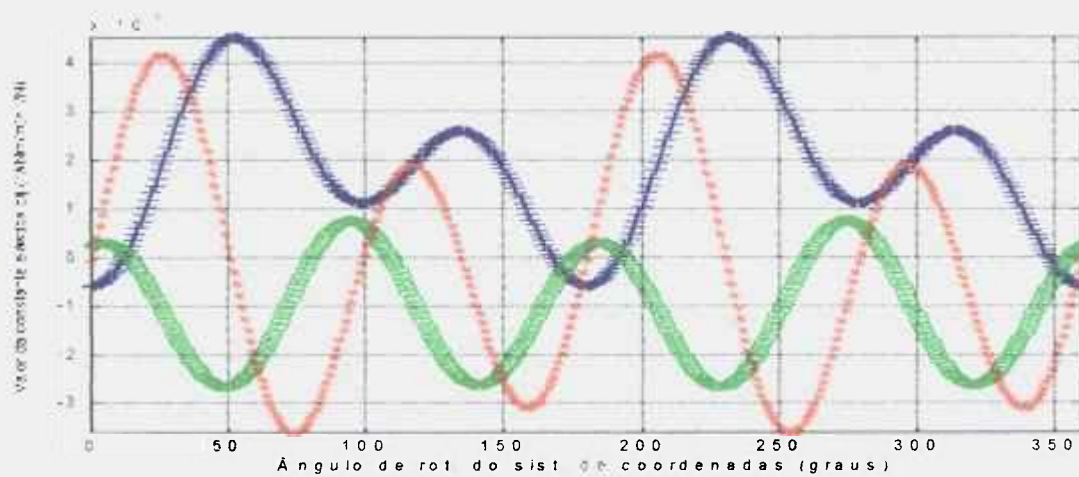


Figura F9.5. Legenda: azul – b11      verde – b21      vermelho – b31

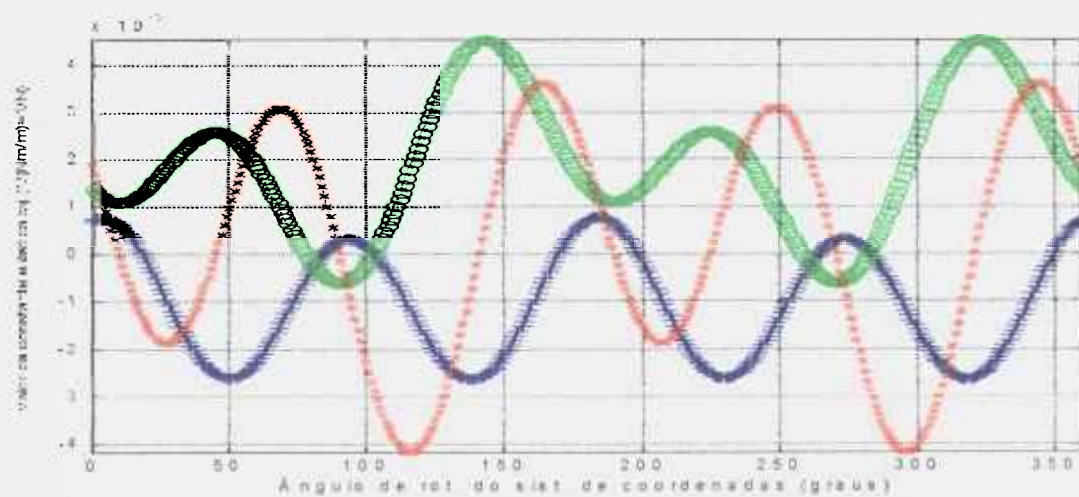
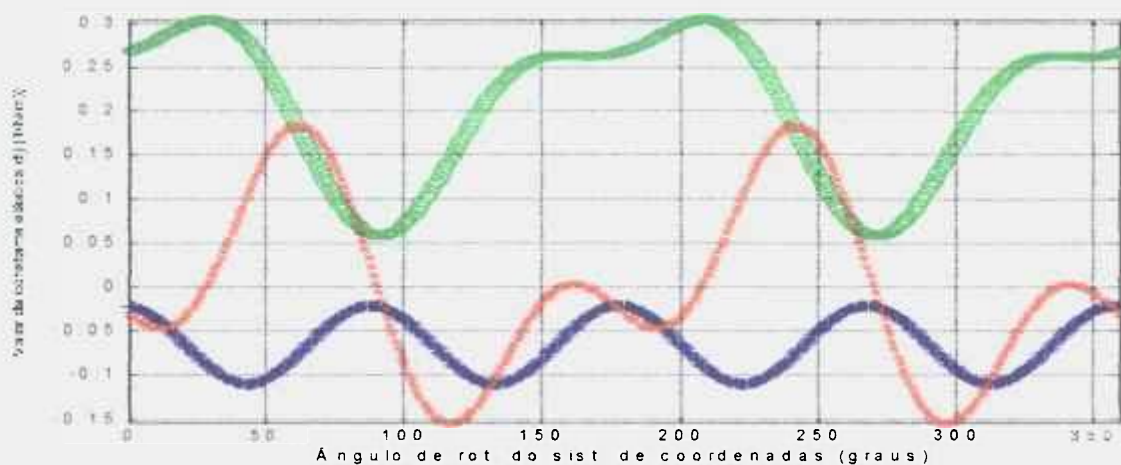


Figura F9.6. Legenda: azul – b12      verde – b22      vermelho – b32



**Figura F9.7.** Legenda: azul – d12                      verde – d22                      vermelho – d32

Finalmente, para o EPC2, estudou-se, o comportamento do, com camadas multidirecionais  $[0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]$  assimétricas, com espessura real, variável. O programa pode ser visto na figura F10 e os gráficos nas figuras F11.1 e F11.7. Pode ser observado nas figuras F11.1 a F11.2 que, próximo de zero, 45 e 90 graus, os acoplamentos continuam pequenos e podem ser desprezados, portanto se existirem direções principais, estas estarão próximas a zero, 45 e 90 graus, tanto para tração como para flexão. Ainda pode ser observado comparando-se as figuras F9.2 e F11.2, que quando ocorreu variação da espessura nas camadas, houve diminuição de d23. Pode ser visto também nas figuras F11.5 e F11.6 que os valores da matriz  $[b]$ , apesar de serem pequenos quando comparados com os de  $[d]$  e  $[a]$ , não podem ser considerados nulos.

Calculo das Matrizes 'a', 'b', 'c' e 'd'  
clear all

```
%propriedades do EPC2 -media - como compósito assimétrico espessura variável
E1=109.3e9;
E2=8.25e9;
nu12=0.252;
G12=3.88e9;
nu21=nu12*E2/E1;
```

```
t=1e-4*[1.51 1.94 1.94 1.62 1.51 1.51 1.52 1.52 1.52];
```

```
%trecho comum 1
```

```
teta=[0 55 -55 0 75 -75 0 0 0];
```

```
%trecho comum 2 e 3
```

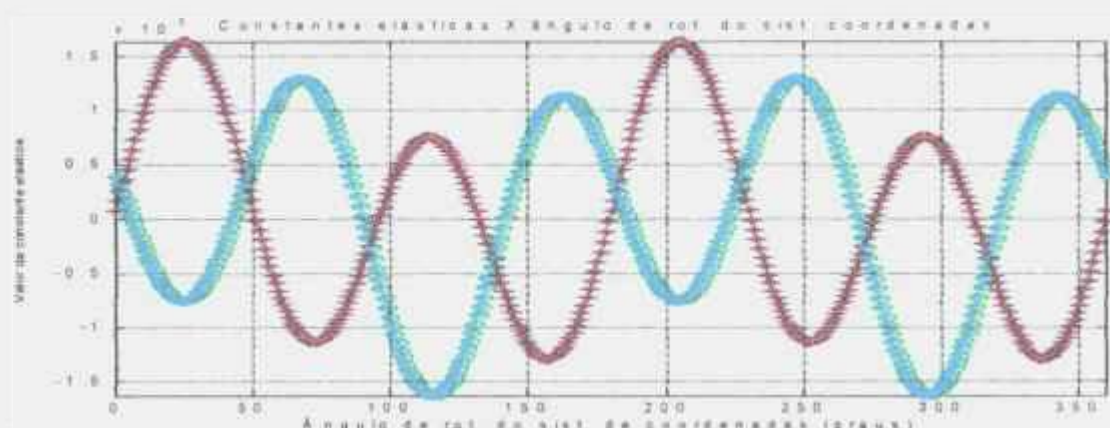
```
figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
```

```

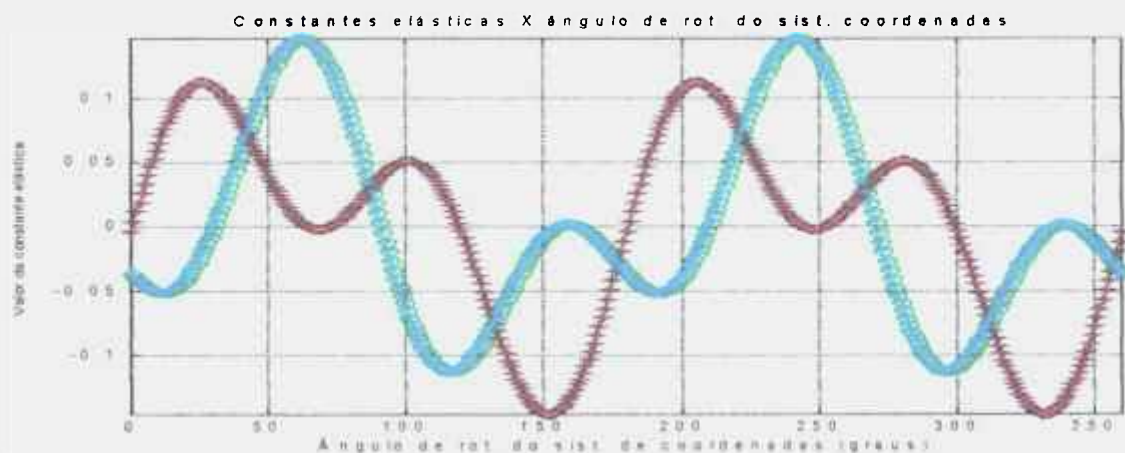
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica')
Title('Constantes elásticas X ângulo de rot. do sist. coordenadas');

```

**Figura F.10.** arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes [a], [b], [c] e [d], para ângulos de zero a 360 graus, de um material compósito assimétrico EPC2 [0,55,75,0,75,-75,0,0,0], com espessura real, variável.



**Figura F11.1.** Legenda: azul – a13      verde – a23      vermelho – a31      azul claro – a32



**Figura F11.2.** Legenda: azul – d13      verde – d23      vermelho – d31      azul claro – d32

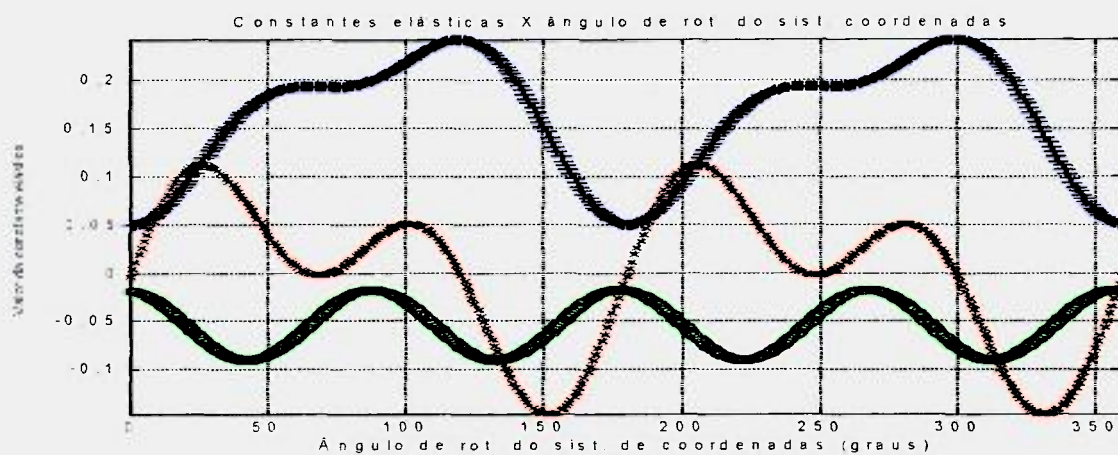


Figura F11.3. Legenda: azul – d11      verde – d21      vermelho – d31

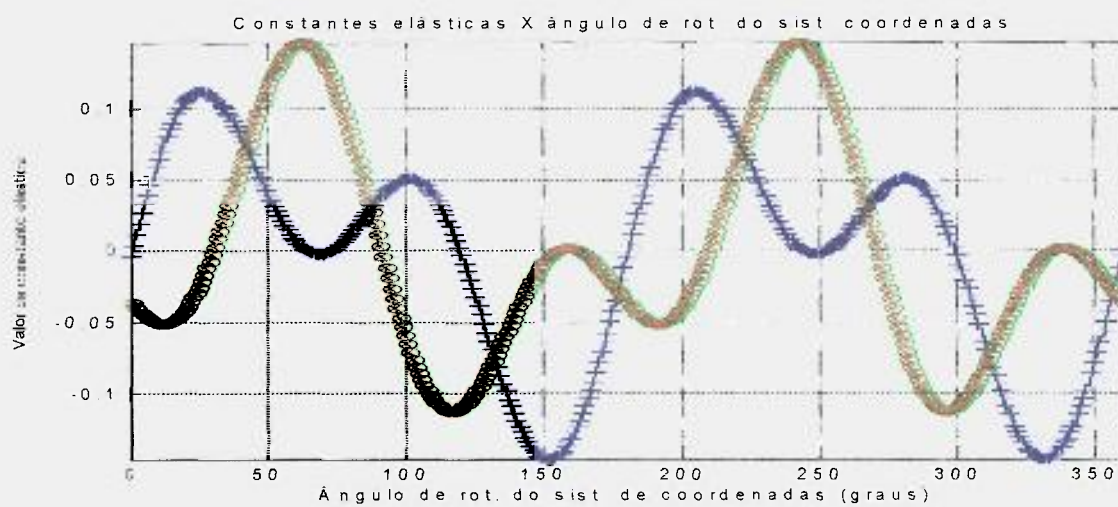


Figura F11.4. Legenda: azul – d13      verde – d23      vermelho – d32

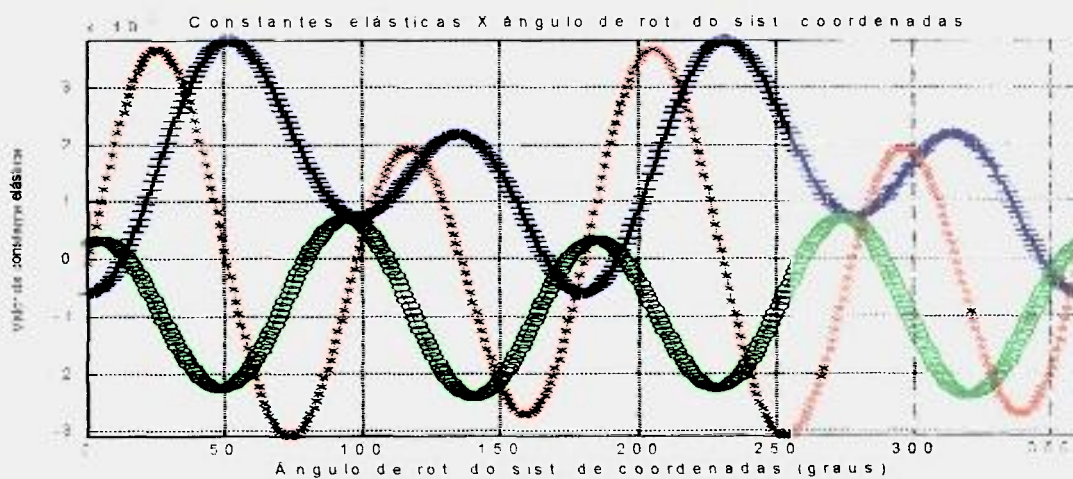


Figura F11.5. Legenda: azul – b11      verde – b21      vermelho – b31

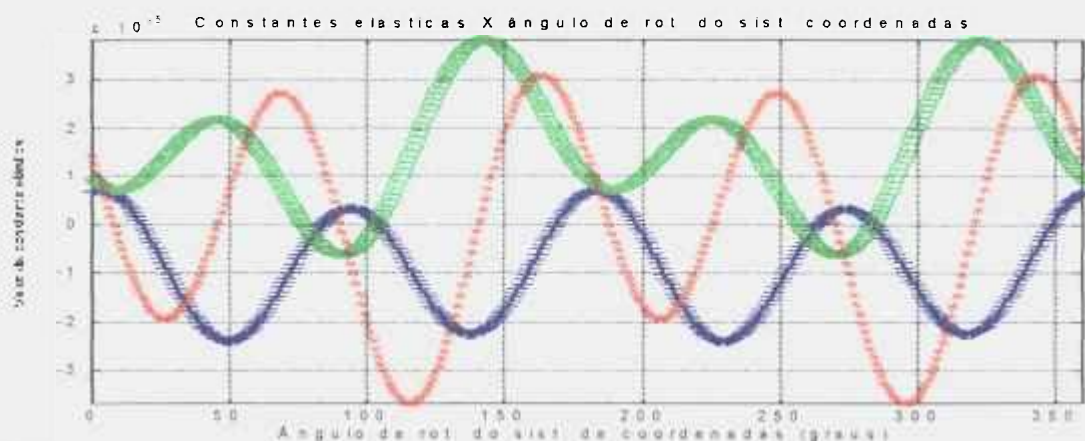


Figura F11.6. Legenda: azul – b12 verde – b22 vermelho – b32

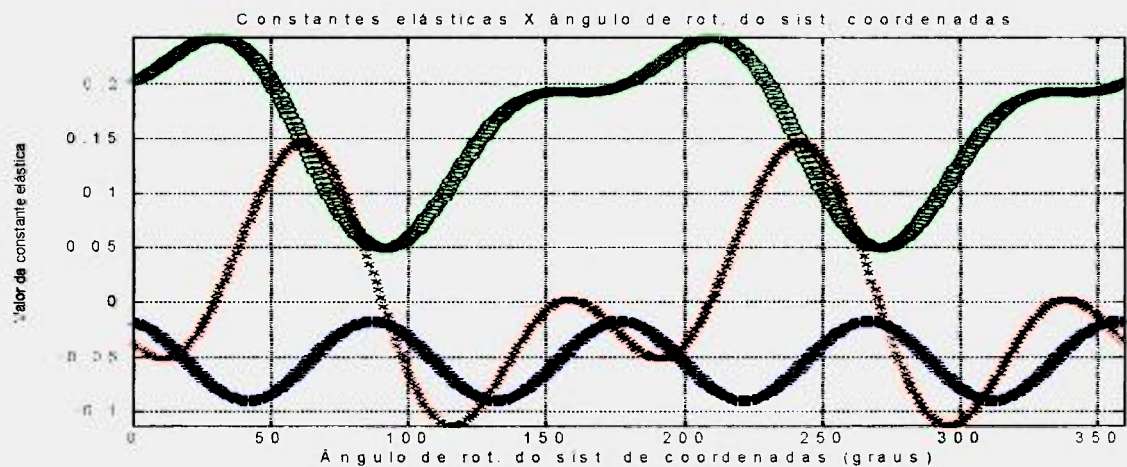


Figura F11.7. Legenda: azul – d12 verde – d22 vermelho – d32

Avaliou-se o CP EPC3, assimétrico  $[0,55,-55,0,75,-75,0,0,0]$ , de espessura variável e com pós-cura. O programa pode ser visto na figura F12 e os gráficos nas figuras F13.1 a F13.7. Pode ser observado nas figuras F13.1 e F13.2 que próximo de zero, 45 e 90 graus, os acoplamentos continuam pequenos e podem ser desprezados, como no caso anterior, as curvas têm as mesmas formas de modo geral, porém as escalas de algumas ordenadas, como na figura F13.3 e F13.7, mudaram até 30%, mostrando como as constantes da matriz  $[d]$  podem ser influenciadas pela diferença de espessura e pela cura. Ainda pode ser observado comparando-se as figuras F11.2 e F13.2, que, quando ocorreu variação da espessura nas camadas e da cura no EPC3, houve diminuição de  $d_{23}$ , de aproximadamente 30%. Pode ser visto também nas figuras F13.5 e F13.6 que os valores da matriz  $[b]$ , apesar de serem pequenos quando comparados com os de  $[d]$  e  $[a]$ , não podem ser considerados nulos.

```

Calculo das Matrizes 'a', 'b', 'c' e 'd'
clear all

%propriedades do EPC3 -media - como compósito assimétrico espessura variável
E1=118.3e9;
E2=7.8e9;
nu12=0.260;
G12=3.57e9;
nu21=nu12*E2/E1;

t=1e-4*[1.60 2.15 2.15 1.82 1.75 1.75 1.66 1.66 1.66];

%trecho comum 1

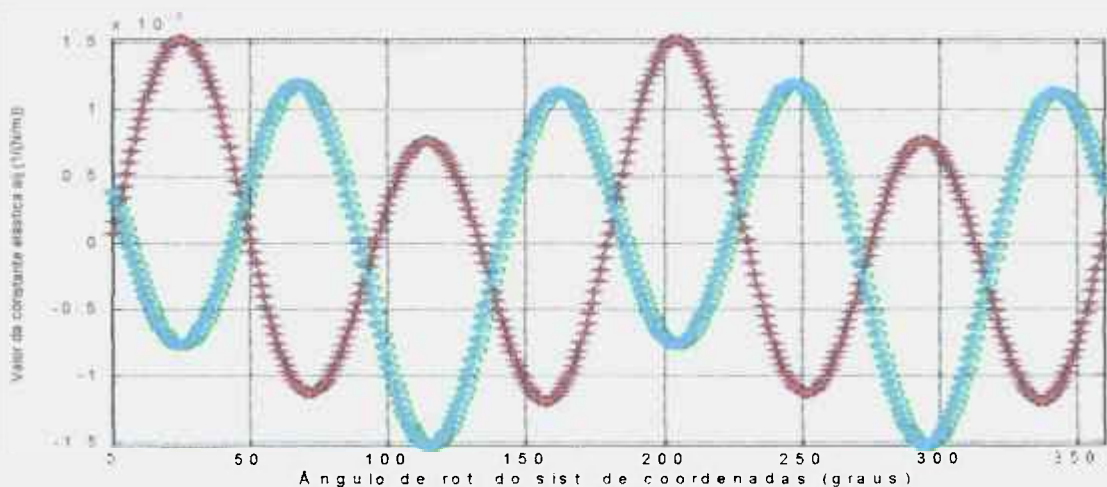
teta=[0 55 -55 0 75 -75 0 0 0];

%trecho comum 2 e 3

figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/N/m)')

```

**Figura F.12.** arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes [a], [b], [c] e [d], para ângulos de zero a 360 graus, de um material compósito assimétrico EPC3 [0,55,75,0,75,-75,0,0,0], com espessura real, variável, e pós-cura.



**Figura F131.** Legenda: azul – a13 verde – a23 vermelho – a31 azul claro – a32

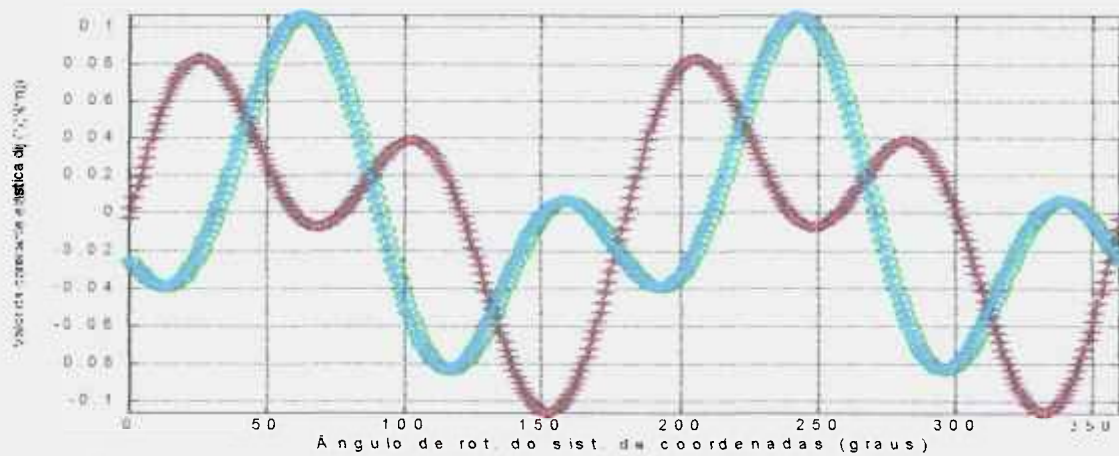


Figura F13.2. Legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d31 azul claro – d32

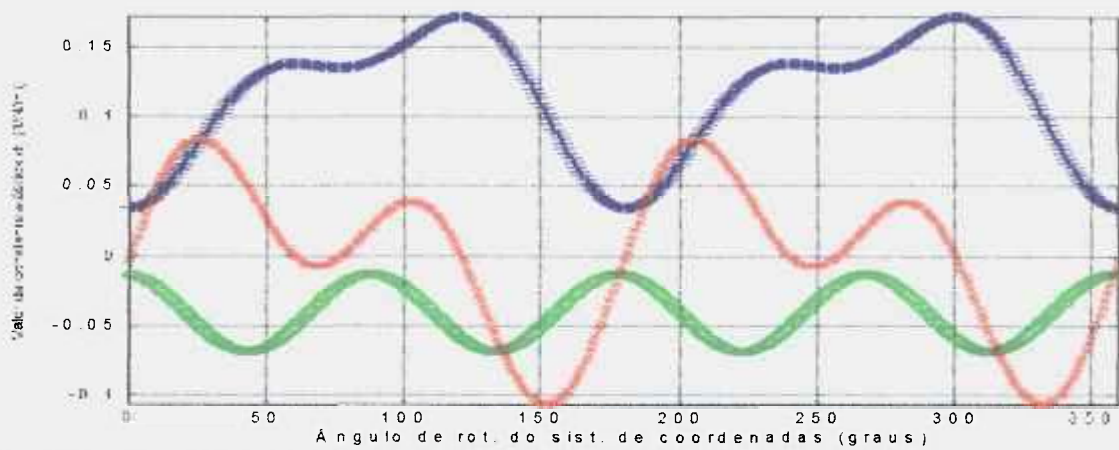


Figura F13.3. Legenda: azul – d11 verde – d21 vermelho – d31

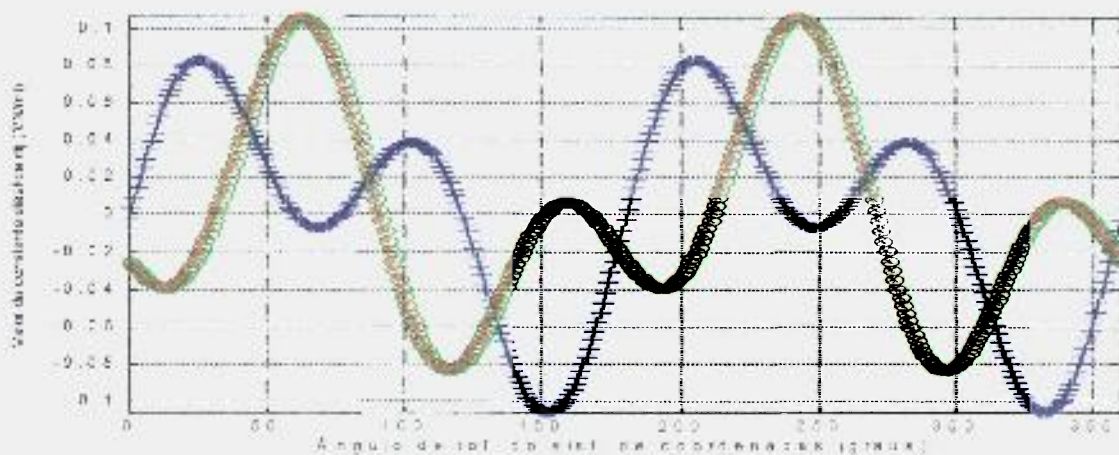


Figura F13.4. Legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d32

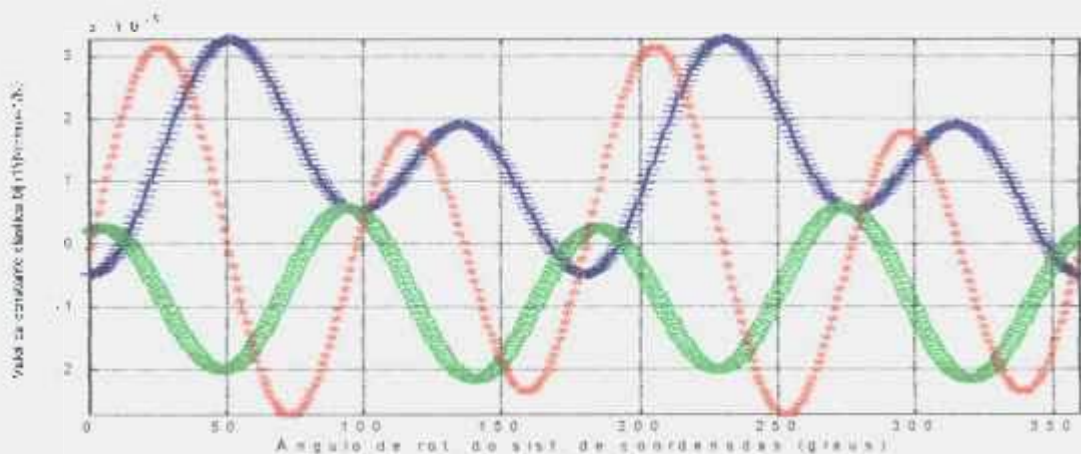


Figura F13.5. Legenda: azul – b11      verde – b21      vermelho – b31

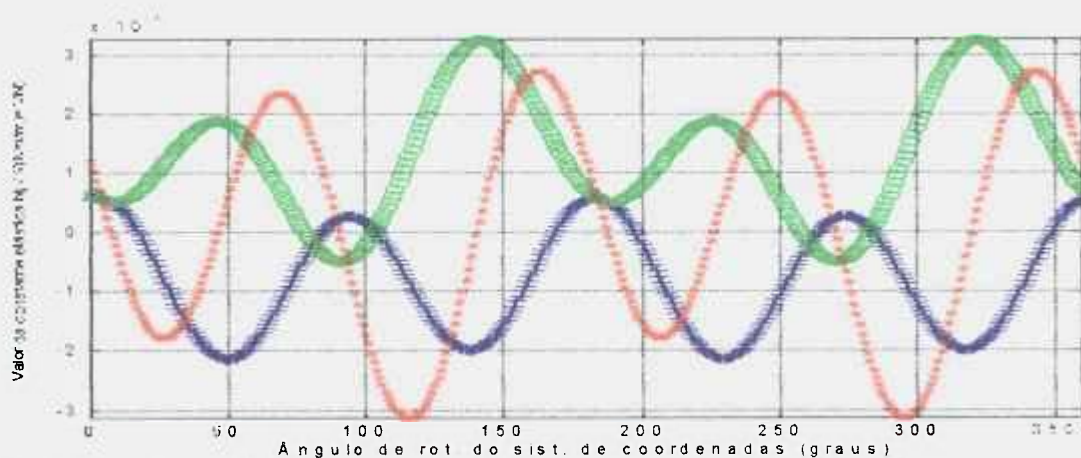


Figura F13.6. Legenda: azul – b12      verde – b22      vermelho – b32

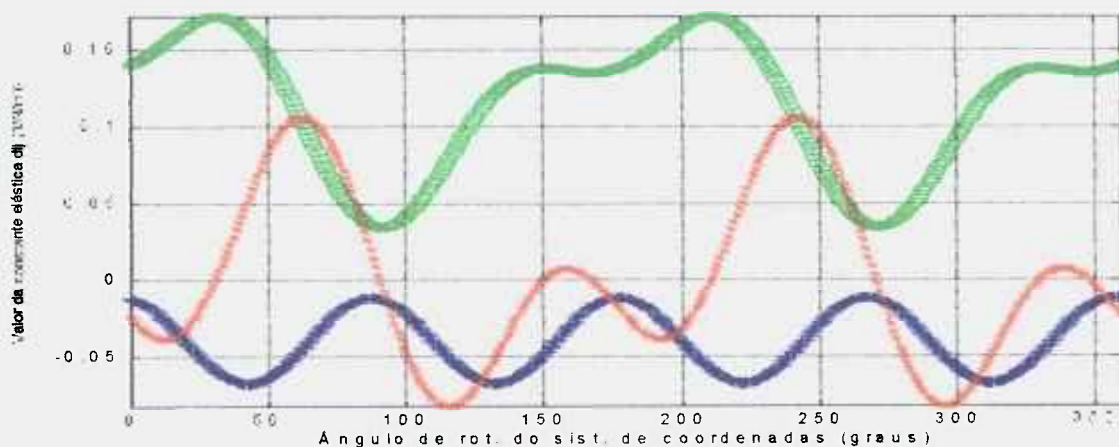


Figura F13.7. Legenda: azul – d12      verde – d22      vermelho – d32

Partiu-se, agora, para avaliar o CP EPC5, simétrico  $[0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]$ , de espessura constante (hipotético) e, em seguida, variável, com cura abreviada. Os programas podem ser

vistos nas figuras F14 e F16 e os gráficos nas figuras F15.1 a F15.7 e F17.1 a F17.7, respectivamente. Pode ser observado nas figuras F14.1 e F14.2 que, próximo de zero e 90 graus, os acoplamentos continuam pequenos e podem ser desprezados. Pode ser visto também nas figuras F14.5 e F14.6 que os valores da matriz [b] são pequenos quando comparados com os de [d] e [a], e podem ser considerados nulos. As constantes, com espessura variável, de uma forma geral, ficaram maiores que as de espessura constante, da ordem de 100 vezes.

```
Calculo das Matrizes 'a', 'b', 'c' e 'd'
clear all
```

```
%propriedades do EPC5 -media - como compósito simétrico espessura constante
E1=113.6e9;
E2=7.65e9;
nu12=0.261;
G12=3.46e9;
nu21=nu12*E2/E1;
```

```
t=1e-4*[1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51 1.51];
```

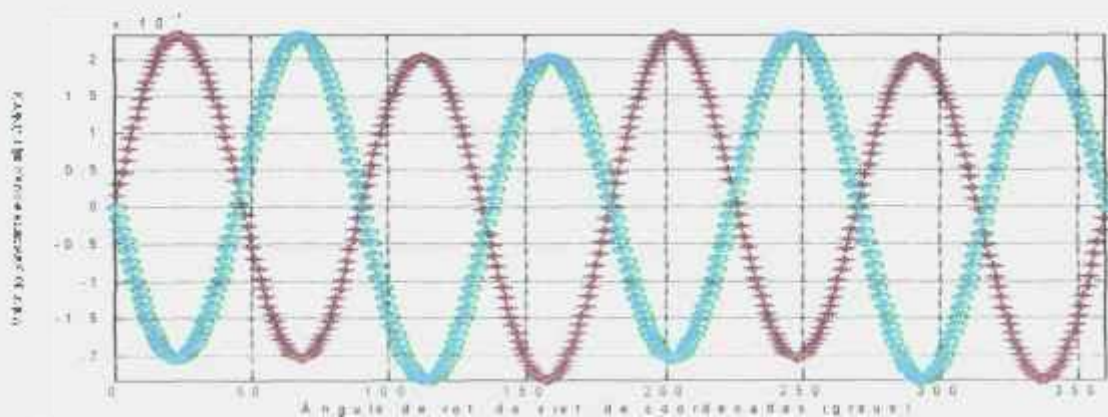
```
%trecho comum 1
```

```
teta=[0 0 75 -75 0 -75 75 0 0];
```

```
%trecho comum 2 e 3
```

```
figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/Nm)')
```

**Figura F.14.** arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes [a], [b], [c] e [d], para ângulos de zero a 360 graus, de um material compósito simétrico EPC5 [0,0.75,-75,0,-75,0.0], com espessura constante, e cura abreviada.



**Figura F14.1.** Legenda: azul – a13 verde – a23 vermelho – a31 azul claro – a32

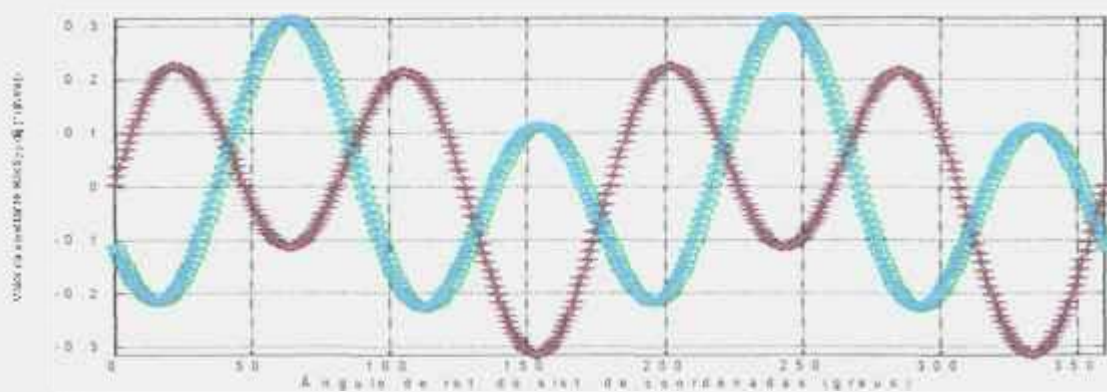


Figura F14.2. Legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d31 azul claro – d32

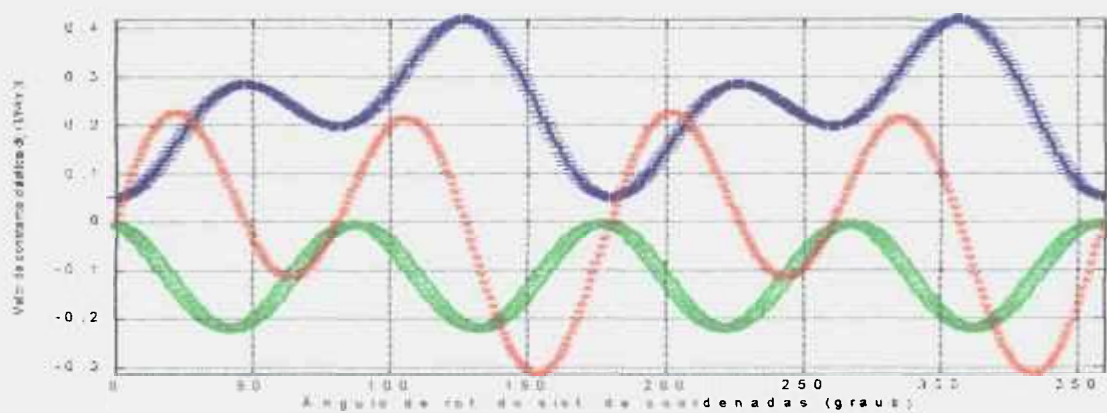


Figura F14.3. Legenda: azul – d11 verde – d21 vermelho – d31

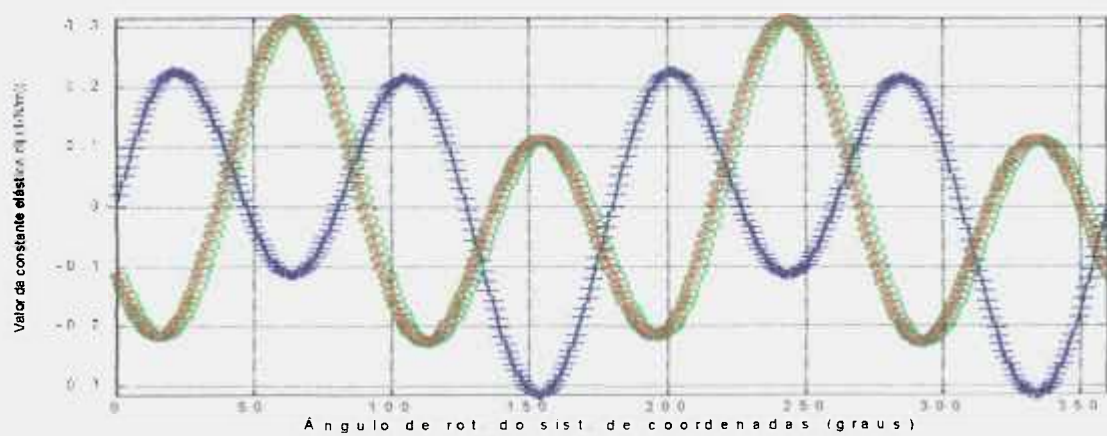


Figura F14.4. Legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d32

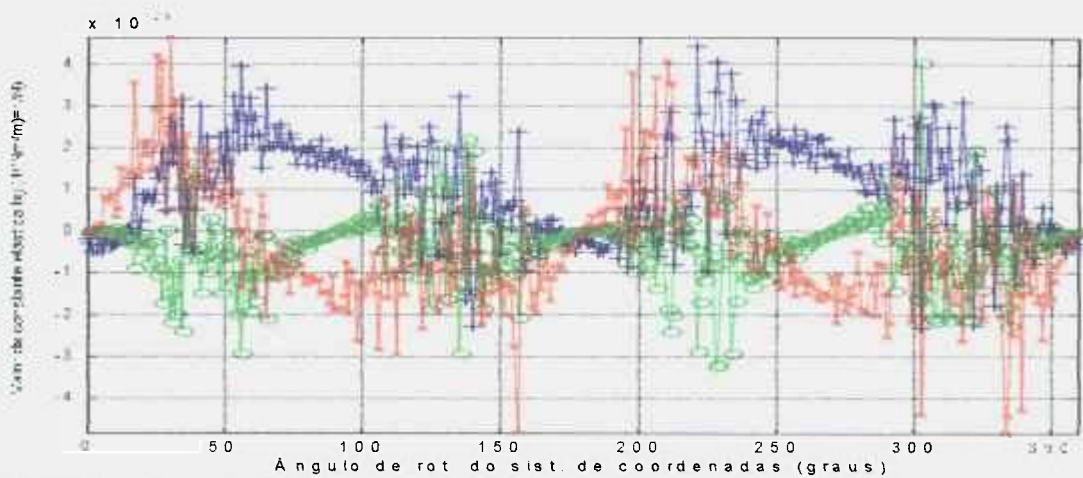


Figura F14.5. Legenda: azul – b11 verde – b21 vermelho – b31

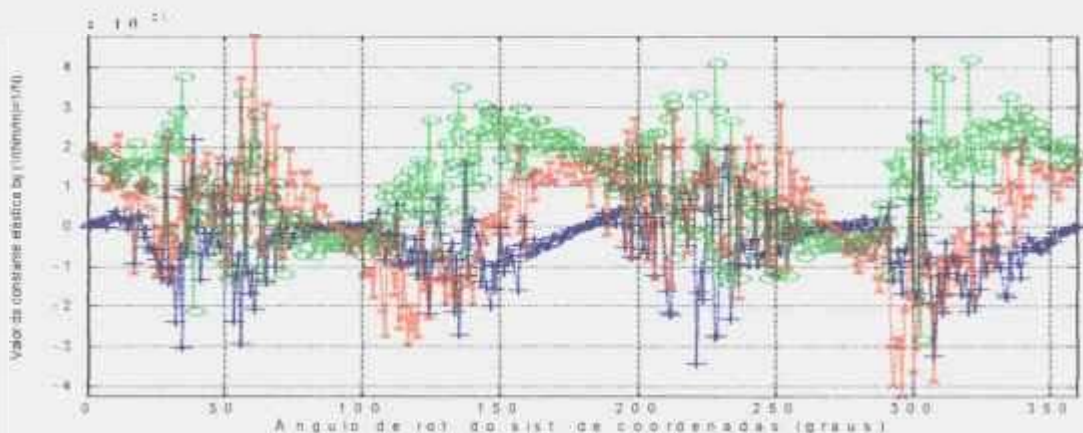


Figura F14.6. Legenda: azul – b12 verde – b22 vermelho – b32

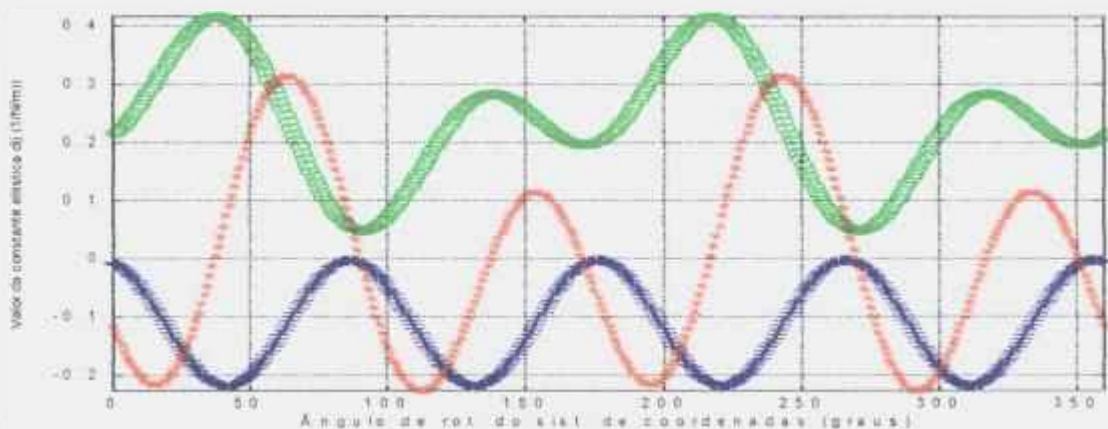


Figura F14.7 Legenda: azul – d12 verde – d22 vermelho – d32

```
%Calculo das Matrizes 'b' e 'c'
clear all
%propriedades do EPC5 -media simétrico espessura variável
E1=113.6e9;
```

```

E2=7.65e9;
nu12=0.261;
G12=3.46e9;
nu21=nu12*E2/E1;
t=1e-4*[1.63 1.63 1.71 1.71 1.68 1.77 1.77 1.80 1.80];

```

```

%trecho comum 1

```

```

teta=[0 0 75 -75 0 -75 75 0 0];

```

```

%trecho comum 2 e 3

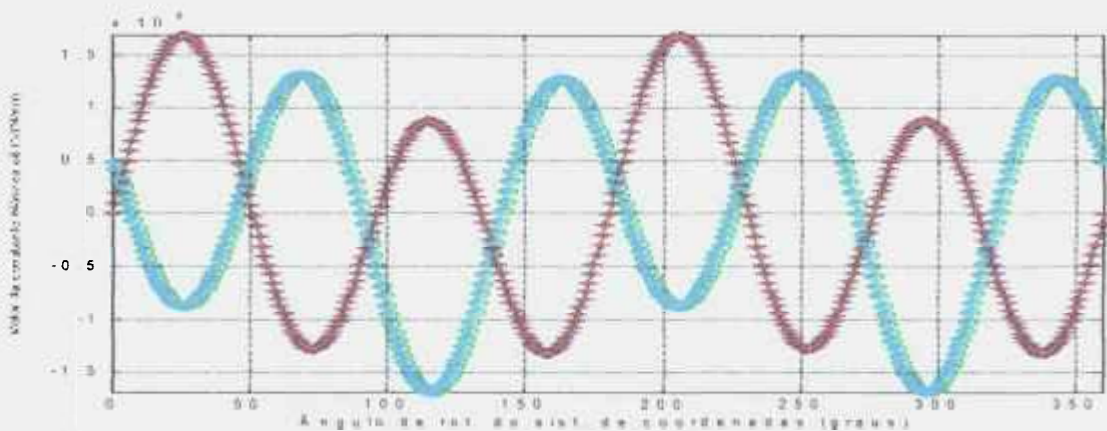
```

```

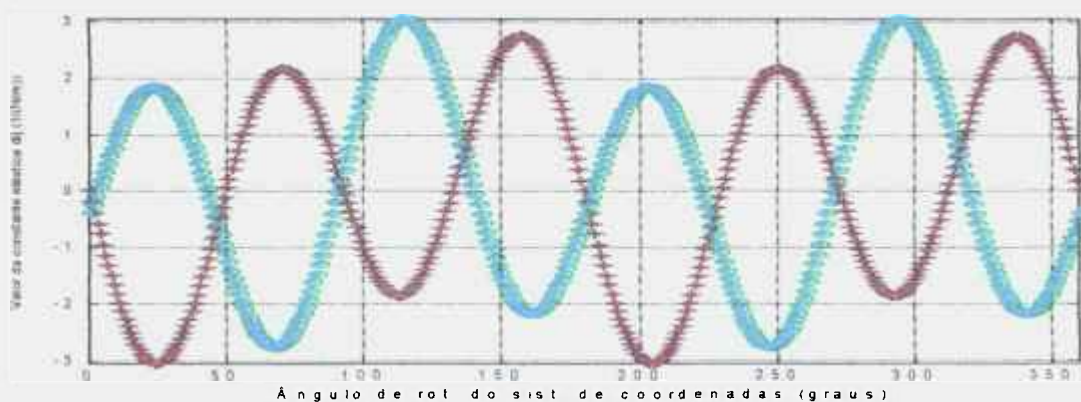
figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/Nm)')

```

**Figura F.16.** arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes [a], [b], [c] e [d], para ângulos de zero a 360 graus, de um material compósito simétrico EPC5 [0.0.75.-75.0.-75.75.0.0.], com espessura real, variável, e cura abreviada.



**Figura 17.1.** Legenda: azul – a13      verde – a23      vermelho – a31      azul claro – a32



**Figura 17.2.** Legenda: azul – d13      verde – d23      vermelho – d31      azul claro – d32

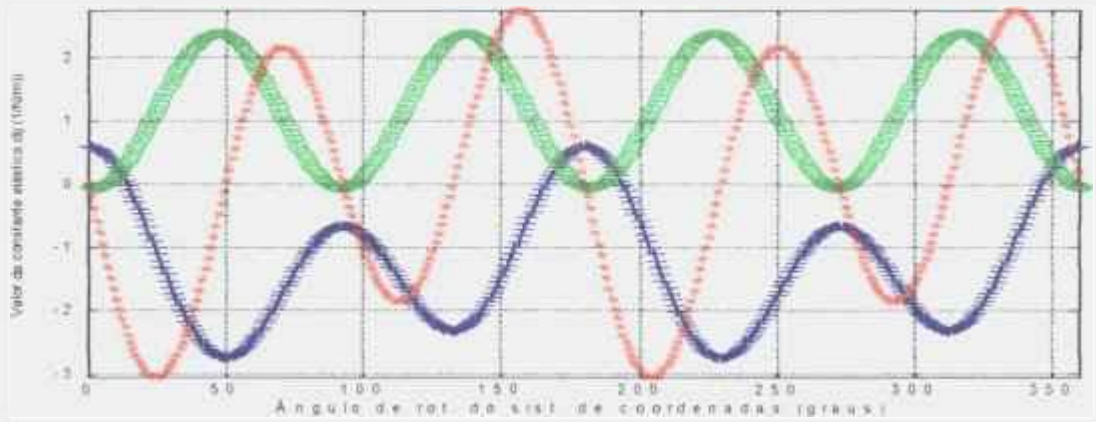


Figura 17.3. Legenda: azul –  $d_{11}$       verde –  $d_{21}$       vermelho –  $d_{31}$

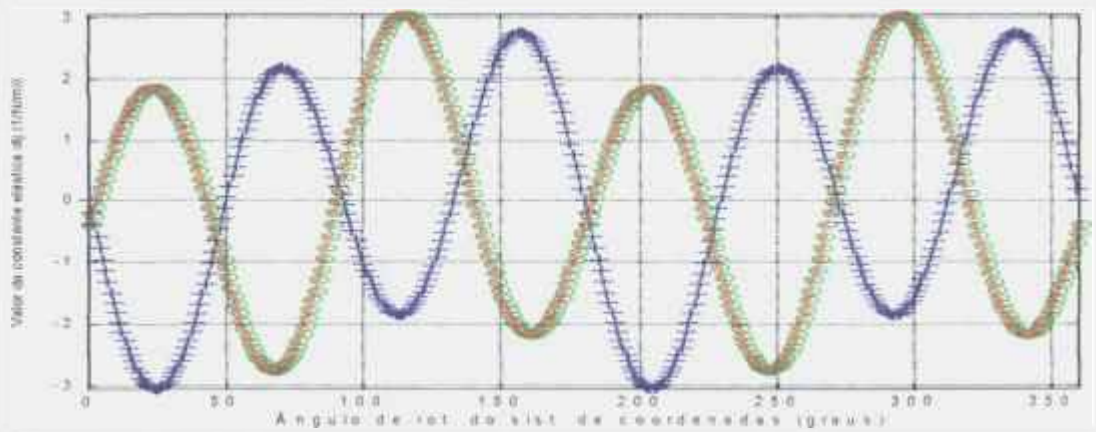


Figura 17.4. Legenda: azul –  $d_{13}$       verde –  $d_{23}$       vermelho –  $d_{32}$

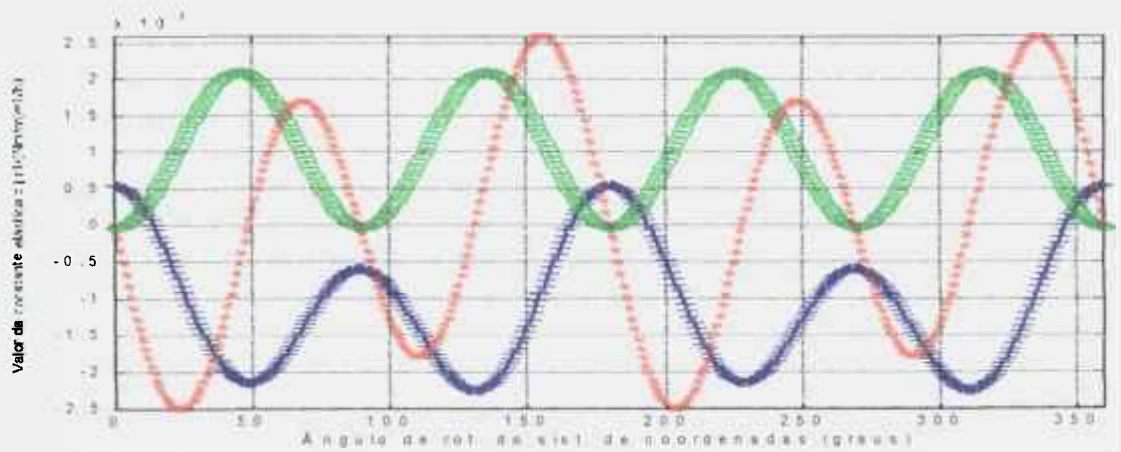


Figura 17.5. Legenda: azul –  $b_{11}$       verde –  $b_{21}$       vermelho –  $b_{31}$

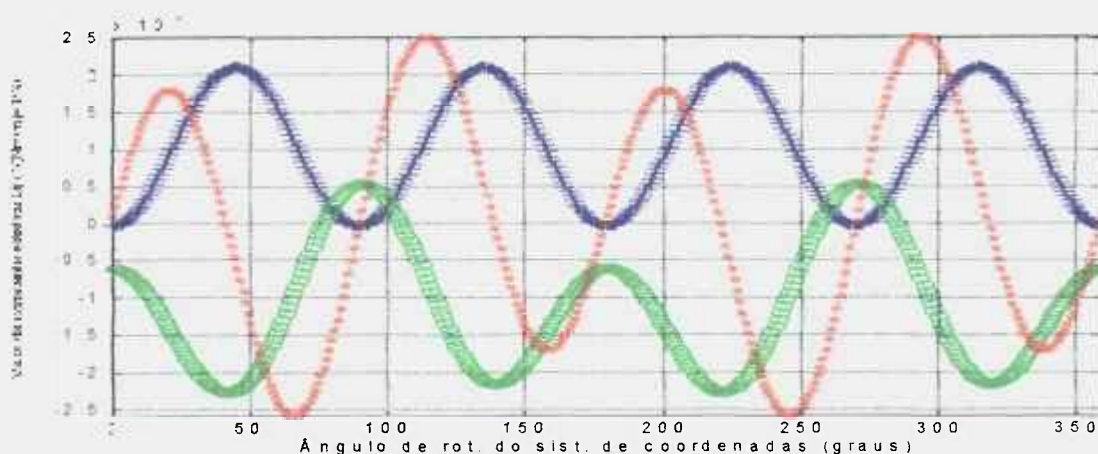


Figura 17.6. Legenda: azul –  $b_{12}$  verde –  $b_{22}$  vermelho –  $b_{32}$

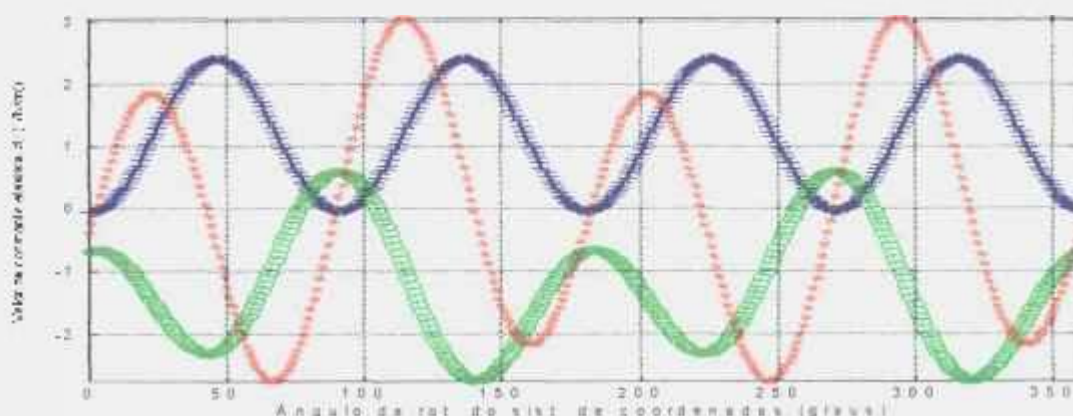


Figura 17.7. Legenda: azul –  $d_{12}$  verde –  $d_{22}$  vermelho –  $d_{32}$

Partiu-se, agora, para avaliar o CP EPC4, simétrico  $[0,0,75,-75,0,-75,75,0,0]$ , de espessura real, variável, com pós-cura. O programa pode ser visto na figura F18 e os gráficos nas figuras F19.1 a F19.7. Pode ser observado nas figuras F19.1 e F19.2 que, próximo de zero e 90 graus, os acoplamentos continuam pequenos e podem ser desprezados. Pode ser visto também nas figuras F19.5 e F19.6 que os valores da matriz  $[b]$  são pequenos quando comparados com os de  $[d]$ , e podem ser considerados nulos.

Calculo das Matrizes 'a', 'b', 'c' e 'd'  
clear all

```
%propriedades do EPC4 -media - como composto simétrico espessura variável
E1=114.4e9;
E2=7.6e9;
nu12=0.263;
G12=3.43e9;
nu21=nu12*E2/E1;
```

```

t=1e-4*[1.75 1.75 1.89 1.89 1.92 1.83 1.83 1.76 1.76];

%trecho comum 1

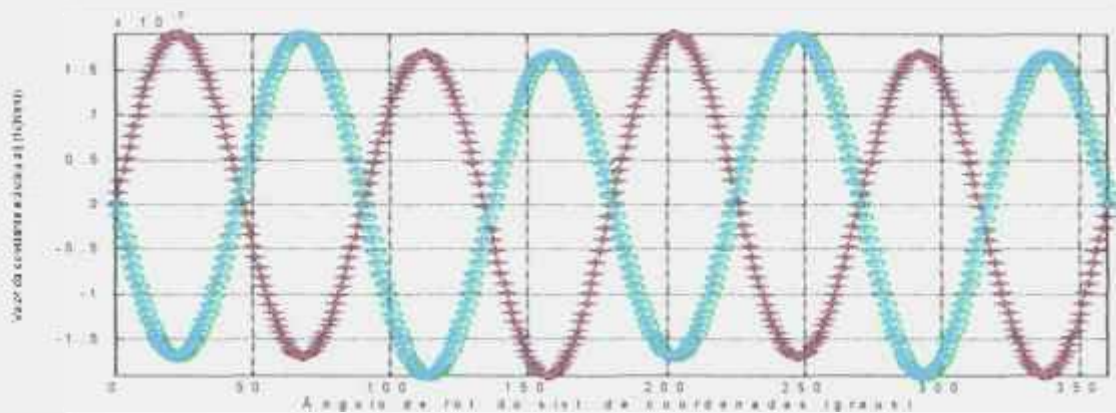
teta=[0 0 75 -75 0 -75 75 0 0];

%trecho comum 2 e 3

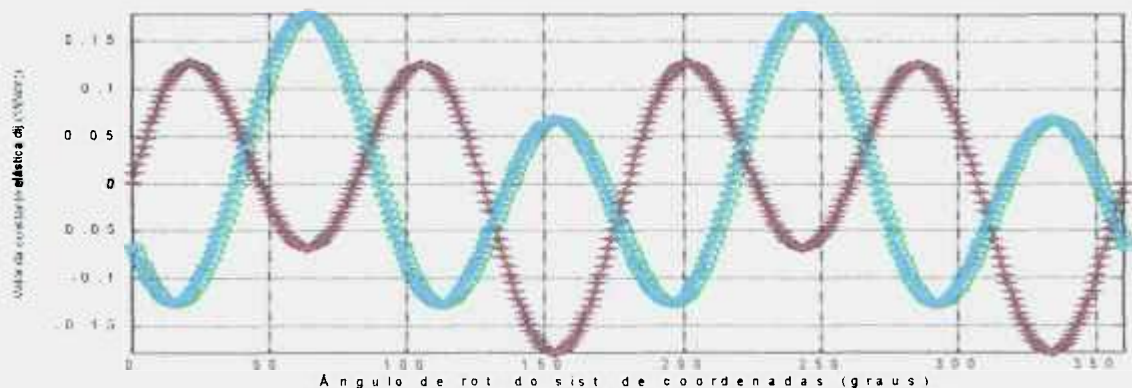
figure(7),plot(alfa,d21,'b:+',alfa,d22,'g:o',alfa,d32,'r:x');axis tight;grid;
xlabel('Ângulo de rot. do sist. de coordenadas (graus)')
ylabel('Valor da constante elástica dij (1/N/m)')

```

**Figura F.18.** arquivo montado para entrada no programa MATLAB para obtenção das matrizes [a], [b], [c] e [d], para ângulos de zero a 360 graus, de um material compósito simétrico EPC4 [0,0,75,-75,0,-75,75,0,0], com espessura real, variável, e pós-cura.



**Figura F19.1.** Legenda: azul – a13 verde – a23 vermelho – a31 azul claro – a32



**Figura F19.2.** Legenda: azul – d13 verde – d23 vermelho – d31 azul claro – d32

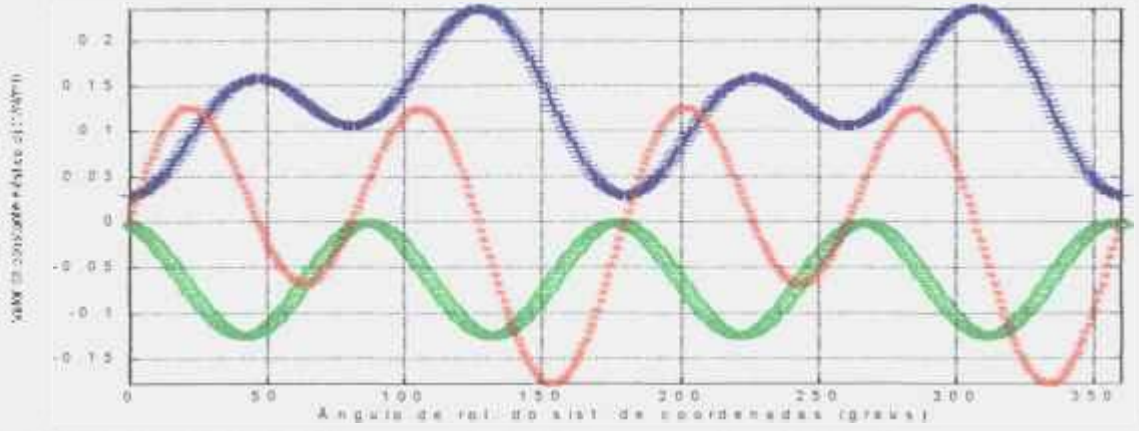


Figura F19.3. Legenda: azul – d11      verde – d21      vermelho – d31

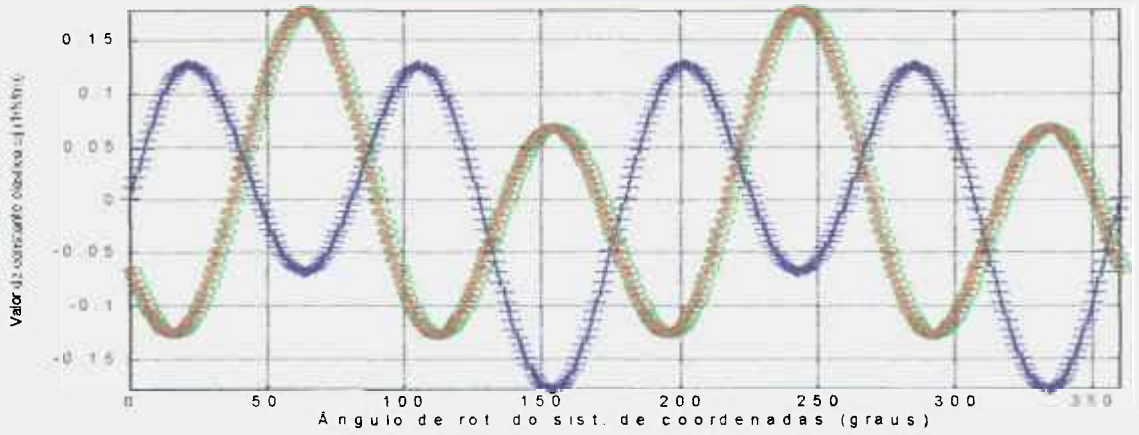


Figura F19.4. Legenda: azul – d13      verde – d23      vermelho – d32

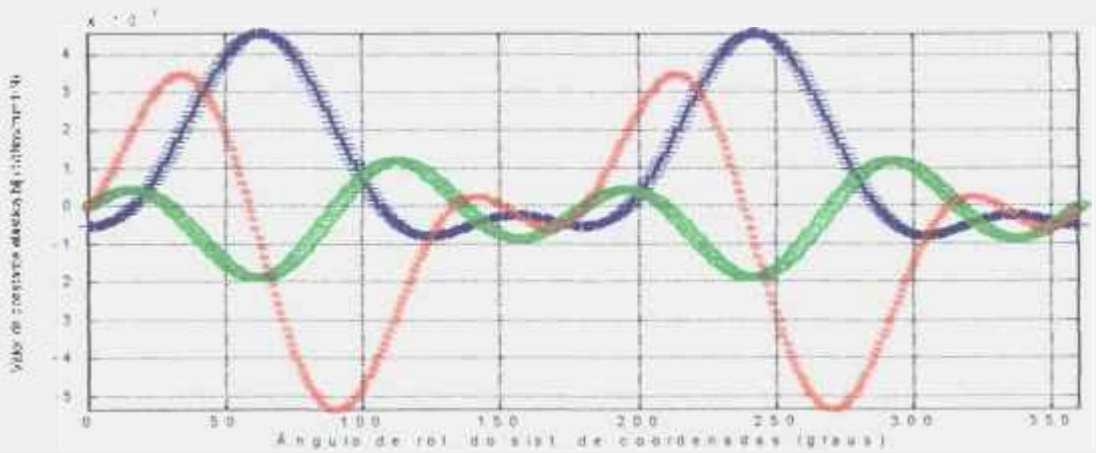


Figura F19.5 Legenda: azul – b11      verde – b21      vermelho – b31



## ANEXO G

### VERIFICAÇÃO DAS OUTRAS DEFORMAÇÕES PRESENTES NO ENSAIO DE DMA, NÃO MEDIDAS

Conhecidos os comportamentos das constantes elásticas dos compósitos estudados, pode-se agora verificar a influência das demais deformações e curvaturas, quando se executa o ensaio de flexão pura em três pontos.

Pela equação (66), o ensaio de flexão fornece  $d_{xx}$  e  $d_{yy}$ , dadas a força e a amplitude de deslocamento.

Pode-se trabalhar a equação obtendo as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x^0 &= b_{xx} \cdot M_x = b_{xx} \cdot (M/b) = b_{xx} \cdot (F \cdot L / 4b) \\
 \varepsilon_y^0 &= b_{yx} \cdot M_x = b_{yx} \cdot (M/b) = b_{yx} \cdot (F \cdot L / 4b) \\
 \varepsilon_x^0 &= b_{sx} \cdot M_x = b_{sx} \cdot (M/b) = b_{sx} \cdot (F \cdot L / 4b) \\
 k_x &= d_{xx} \cdot M_x = d_{xx} \cdot (M/b) = d_{xx} \cdot (F \cdot L / 4b) \\
 k_y &= d_{yx} \cdot M_x = d_{yx} \cdot (M/b) = d_{yx} \cdot (F \cdot L / 4b) \\
 k_s &= d_{sx} \cdot M_x = d_{sx} \cdot (M/b) = d_{sx} \cdot (F \cdot L / 4b)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Sabendo que, as deformações  $\varepsilon_i^0$  são devidas à tração e as curvaturas  $k_i$  à flexão, pode-se associar uma deformação  $\varepsilon_i^f$  devido a flexão, que varia com a espessura, e para as fibras mais externas, é dada por:

$$\varepsilon_i^f = k_i \cdot h/2 \tag{2}$$

na qual  $h$  é a espessura do CP.

Portanto, agora, pode-se comparar a deformação medida no ensaio de flexão  $\varepsilon_i^f$  com as demais. A tabela G1 resume os valores das deformações. Pode ser visto nesta tabela que, na direção 0 graus, ou seja, com a fibra na direção  $x$ , quando se ensaia o CP EPC2 (assimétrico, cura abreviada) em flexão, também ocorrem deformações de tração em  $x$  (quase seis vezes menores que as de flexão medidas em  $x$ ), em  $y$  (quase 13 vezes menores), em  $s$  (de cisalhamento, quase 39 vezes menores) e também existem curvaturas na direção  $y$  e em torção  $s$  (neste caso apenas 3 vezes à medida em  $x$ ). Como se utilizou um CP em forma de viga com relação entre largura e espessura de 4 a 5, com aplicação de uma força estática durante o ensaio de 1,5 vezes a dinâmica, pode-se admitir que houve restrição para curvatura na direção  $y$  quando se flexiona na direção  $x$ . Quanto à deformação de tração na direção  $x$ , precisa-se

conviver com ela. De maneira análoga pode-se verificar estas particularidades para o EPC3 (assimétrico, com pós-cura). Os CP's simétricos tiveram outro comportamento, mostrando que as demais deformações e curvaturas presentes podem ser desprezadas quando comparadas com a curvatura na direção x. A curvatura da direção y, que é em média 7 a 8 vezes menor que na direção x, também pode ser desprezada pelo que foi exposto anteriormente com relação à largura, espessura e força estática.

**Tabela G1.** Deformações e curvaturas presentes no ensaio de flexão pura na direção x, que não estão sendo monitoradas no ensaio DMA, na direção  $x$  apenas.

	EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPK2	
	Média	DP	Média	DP	Média	DP	Média	DP	Média	DP
<b>Termos das matrizes [b] e [d] diferentes de zero, no modelo proposto</b>										
$b_{xx}$	-5,07E-06	1,50E-07	-4,47E-06	1,55E-07	-4,93E-08	9,00E-10	7,50E-09	3,45E-07	6,07E-07	1,25E-08
$b_{yx}$	2,31E-06	7,00E-08	2,02E-06	7,50E-08	2,00E-09	1,10E-10	8,43E-09	9,70E-10	-4,81E-08	8,50E-10
$b_{sx}$	-7,44E-07	3,60E-08	-7,41E-07	3,70E-08	-5,70E-09	9,00E-11	1,46E-08	2,00E-10	3,40E-09	1,45E-10
$d_{xx}$	4,02E-02	1,05E-03	3,11E-02	1,00E-03	2,60E-02	4,50E-04	3,04E-02	5,50E-04	2,14E-02	4,00E-04
$d_{yx}$	-1,53E-02	3,50E-04	-1,21E-02	3,50E-04	-3,32E-03	5,00E-06	-3,96E-03	1,50E-05	-2,64E-03	1,00E-05
$d_{sx}$	-3,42E-03	1,45E-04	-2,73E-03	1,25E-04	7,32E-04	8,00E-06	8,61E-04	1,25E-05	-1,48E-04	6,00E-06
<b>Deformações normais no plano médio (número . (FL/4b) em m/m</b>										
$e^0_x = b_{xx} \cdot (FL/4b)$	-5,07E-06	1,50E-07	-4,47E-06	1,55E-07	-4,93E-08	9,00E-10	7,50E-09	3,45E-07	6,07E-07	1,25E-08
$e^0_y = b_{yx} \cdot (FL/4b)$	2,31E-06	7,00E-08	2,02E-06	7,50E-08	2,00E-09	1,10E-10	8,43E-09	9,70E-10	-4,81E-08	8,50E-10
$e^0_s = b_{sx} \cdot (FL/4b)$	-7,44E-07	3,60E-08	-7,41E-07	3,70E-08	-5,70E-09	9,00E-11	1,46E-08	2,00E-10	3,40E-09	1,45E-10
<b>Curvaturas no plano médio (número . (FL/4b))</b>										
$k^0_x = d_{xx} \cdot (FL/4b)$	4,02E-02	1,05E-03	3,11E-02	1,00E-03	2,60E-02	4,50E-04	3,04E-02	5,50E-04	2,14E-02	4,00E-04
$k^0_y = d_{yx} \cdot (FL/4b)$	-1,53E-02	3,50E-04	-1,21E-02	3,50E-04	-3,32E-03	5,00E-06	-3,96E-03	1,50E-05	-2,64E-03	1,00E-05
$k^0_s = d_{sx} \cdot (FL/4b)$	-3,42E-03	1,45E-04	-2,73E-03	1,25E-04	7,32E-04	8,00E-06	8,61E-04	1,25E-05	-1,48E-04	6,00E-06
espessura do laminado (m)	0,00145		0,00161		0,00163		0,00154		0,00255	
<b>Deformações nas camadas mais externas, a tração e compressão e flexão <math>i = (h/2) \cdot k_i = (h/2) \cdot (\text{número} \cdot (FL/4b))</math></b>										
$e_{\text{flexão } x}$	2,91E-05	7,61E-07	2,25E-05	7,25E-07	1,88E-05	3,26E-07	2,20E-05	3,99E-07	1,55E-05	2,90E-07
$e_{\text{flexão } y}$	-1,11E-05	2,54E-07	-8,74E-06	2,54E-07	-2,40E-06	3,63E-09	-2,87E-06	1,09E-08	-1,91E-06	7,25E-09
$e_{\text{flexão } s}$	-2,48E-06	1,05E-07	-1,98E-06	9,06E-08	5,31E-07	5,80E-09	6,24E-07	9,06E-09	-1,07E-07	4,35E-09
<b>Razão entre deformações de flexão e normais, eixo a eixo</b>										
$e_{\text{flexão } x} / e^0_x$	-5,74		-5,05		-381,62		2933,83		25,58	
$e_{\text{flexão } x} / e^0_y$	12,60		11,19		9406,88		2610,17		-322,89	
$e_{\text{flexão } x} / e^0_s$	-39,12		-30,43		-3300,66		1507,11		4569,96	
$e_{\text{flexão } x} / e_{\text{flexão } y}$	-2,63		-2,58		-7,83		-7,67		-8,11	
$e_{\text{flexão } x} / e_{\text{flexão } s}$	-11,76		-11,41		35,45		35,27		-144,59	
$e_{\text{flexão } y} / e^0_x$	2,18		1,96		48,75		-382,32		-3,16	
$e_{\text{flexão } y} / e^0_y$	-4,79		-4,34		-1201,69		-340,14		39,83	
$e_{\text{flexão } y} / e^0_s$	14,86		11,79		421,64		-196,40		-563,77	
$e_{\text{flexão } y} / e_{\text{flexão } s}$	4,47		4,42		-4,53		-4,60		17,84	
$e_{\text{flexão } s} / e^0_s$	3,33		2,67		-93,11		42,73		-31,61	

De maneira análoga tem-se as equações para  $d_{yy}$ , conforme abaixo:

$$\varepsilon_x^0 = b_{xy} M_y = b_{xy} \cdot (M/b) = b_{xy} \cdot (F.L/4b)$$

$$\varepsilon_y^0 = b_{yy} M_y = b_{yy} \cdot (M/b) = b_{yy} \cdot (F.L/4b)$$

$$\varepsilon_x^0 = b_{xy} M_y = b_{xy} \cdot (M/b) = b_{xy} \cdot (F.L/4b)$$

$$k_x = d_{xy} M_y = d_{xy} \cdot (M/b) = d_{xy} \cdot (F.L/4b)$$

$$k_y = d_{yy} M_y = d_{yy} \cdot (M/b) = d_{yy} \cdot (F.L/4b)$$

$$k_s = d_{sy} M_y = d_{sy} \cdot (M/b) = d_{sy} \cdot (F.L/4b)$$

Da mesma maneira se procede com relação às deformações devido à tração e flexão. A tabela G2 resume os valores das deformações obtidas por TGA. Pode ser visto nesta tabela que na direção 90 graus, ou seja, a fibra na direção x, e o comprimento do CP na direção y, quando se ensaia o CP EPC2 (assimétrico, cura abreviada) em flexão também tem deformações e curvaturas nas outras direções. Neste caso cabe salientar a razão entre deformações de flexão y e de torção s, que é de 5 vezes para os assimétricos e 2 vezes em média para os simétricos. Aqui também, se utilizou um CP em forma de viga com relação entre largura e espessura de 4 a 5, com aplicação de uma força estática durante o ensaio de 1,5 vezes a dinâmica. Portanto, pode-se admitir que houve restrição para curvatura em “s” quando se flexiona na direção “y”. As demais são muito maiores que 10 vezes e podem ser desprezadas. Comportamento semelhante teve o EPC3 (assimétrico, com pós-cura)

**Tabela G2.** Deformações e curvaturas presentes no ensaio de flexão pura na direção y, que não estão sendo monitoradas no ensaio DMA, na direção 90 graus.

Verificação	EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPK2	
	média	DP	média	DP	média	DP	média	DP	média	DP
<b>Termos das matrizes [b] e [d] diferentes de zero, no modelo proposto</b>										
$b_{xy}$	6,01E-06	2,20E-07	5,27E-06	2,20E-07	2,02E-09	1,15E-10	8,44E-09	9,75E-10	8,00E-10	4,60E-08
$b_{yy}$	8,46E-06	3,10E-07	6,59E-06	2,70E-07	1,93E-07	3,50E-09	1,86E-06	4,50E-08	-4,01E-07	8,00E-09
$b_{sy}$	1,30E-05	5,00E-07	1,14E-05	5,00E-07	5,23E-07	1,35E-08	-1,35E-06	5,50E-08	4,57E-07	1,15E-08
$d_{xy}$	-1,53E-02	3,50E-04	-1,21E-02	3,50E-04	-3,32E-03	5,00E-06	-3,96E-03	1,50E-05	-2,64E-03	1,00E-05
$d_{yy}$	1,77E-01	5,50E-03	1,31E-01	5,00E-03	1,09E-01	2,00E-03	1,35E-01	3,00E-03	2,85E-02	5,50E-04
$d_{sy}$	-3,41E-02	1,35E-03	-2,41E-02	1,05E-03	-6,71E-02	2,00E-03	-7,94E-02	2,85E-03	-2,00E-02	4,50E-04
<b>Deformações normais no plano médio (número . (FL/4b) em m/m</b>										
$e^0_x = b_{xy} \cdot (FL/4b)$	6,01E-06	2,20E-07	5,27E-06	2,20E-07	2,02E-09	1,15E-10	8,44E-09	9,75E-10	8,00E-10	4,60E-08
$e^0_y = b_{yy} \cdot (FL/4b)$	8,46E-06	3,10E-07	6,59E-06	2,70E-07	1,93E-07	3,50E-09	1,86E-06	4,50E-08	-4,01E-07	8,00E-09
$e^0_s = b_{sy} \cdot (FL/4b)$	1,30E-05	5,00E-07	1,14E-05	5,00E-07	5,23E-07	1,35E-08	-1,35E-06	5,50E-08	4,57E-07	1,15E-08
<b>Curvaturas no plano médio (número . (FL/4b))</b>										
$k^0_x = d_{xy} \cdot (FL/4b)$	-1,53E-02	3,50E-04	-1,21E-02	3,50E-04	-3,32E-03	5,00E-06	-3,96E-03	1,50E-05	-2,64E-03	1,00E-05
$k^0_y = d_{yy} \cdot (FL/4b)$	1,77E-01	5,50E-03	1,31E-01	5,00E-03	1,09E-01	2,00E-03	1,35E-01	3,00E-03	2,85E-02	5,50E-04
$k^0_s = d_{sy} \cdot (FL/4b)$	-3,41E-02	1,35E-03	-2,41E-02	1,05E-03	-6,71E-02	2,00E-03	-7,94E-02	2,85E-03	-2,00E-02	4,50E-04
espessura do laminado (m)	0,00145		0,00161		0,00163		0,00154		0,00255	
<b>Deformações nas camadas mais externas, a tração e compressão <math>e_{flexão\ i} = (h/2)k_i =</math> (número(FL/4b))</b>										
$e_{flexão\ X}$	-1,11E-05	2,54E-07	-8,74E-06	2,54E-07	-2,40E-06	3,63E-09	-2,87E-06	1,09E-08	-1,91E-06	7,25E-09
$e_{flexão\ Y}$	1,28E-04	3,99E-06	9,50E-05	3,63E-06	7,90E-05	1,45E-06	9,79E-05	2,18E-06	2,06E-05	3,99E-07
$e_{flexão\ S}$	-2,47E-05	9,79E-07	-1,74E-05	7,61E-07	-4,86E-05	1,45E-06	-5,75E-05	2,07E-06	-1,45E-05	3,26E-07
<b>Razão entre deformações de flexão e normais, eixo a eixo</b>										
$e_{flexão\ y} / e^0_x$	21,3		18,0		39218,4		11603,4		25782,8	
$e_{flexão\ y} / e^0_y$	15,1		14,4		410,5		52,8		-51,4	
$e_{flexão\ y} / e^0_s$	9,9		8,3		151,2		-72,8		45,2	
$e_{flexão\ Y} / e_{flexão\ X}$	-11,6		-10,9		-32,9		-34,1		-10,8	
$e_{flexão\ Y} / e_{torção\ S}$	5,2		-5,5		-1,6		-1,7		-1,4	
$e_{torção\ S} / e^0_x$	-4,1		-3,3		-24142,7		-6820,2		-18079,7	
$e_{torção\ S} / e^0_y$	-2,9		-2,6		-252,7		-31,0		36,1	
$e_{torção\ S} / e^0_s$	-1,9		-1,5		-93,1		42,8		-31,7	
$e_{torção\ S} / e_{flexão\ X}$	2,2		2,0		20,2		20,1		7,6	

## ANEXO H

### **OBTENÇÃO DOS VALORES MÉDIOS E VARIÂNCIAS DAS CONSTANTES ELÁSTICAS DOS LAMINADOS PELA TÉCNICA TGA, USANDO MÉTODO DE MONTE CARLO E MÉTODO SIMPLIFICADO OU DESVIOS BRUTOS**

Aplicando-se a técnica TGA, a regra das misturas e a teoria clássica dos laminados são possíveis obterem-se todas as 36 constantes elásticas (21 independentes). Como técnica experimental, a TGA fornece valores com dispersão e assumindo uma distribuição normal, tem-se média e desvio padrão, para cada propriedade da camada ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$  e  $G_{12}$ ). Portanto as 36 constantes elásticas do laminado também têm uma distribuição. Adotando-se o método de Monte Carlo, com auxílio do software MATLAB, com os valores de média e desvio de cada propriedade da camada vindos do TGA e regra das misturas, aplicou-se 100 vezes utilizando-se um gerador randômico gaussiano, com média zero e variância 1, as distribuições dos valores de cada uma das 4 propriedades da camada, que não ficaram normais como esperado. Aumentou-se então até 1.000.000 de interações para se obter distribuições normais dos valores das 4 propriedades, como pode ser visto nas figuras H1 a H4 para os CP's ensaiados. Um exemplo dos programas montados no MATLAB, aplicado ao CP EPC2, pode ser visto no programa H1. As distribuições dos valores das constantes elásticas resultantes dessas iterações também têm aparência de distribuição normal, como pode ser visto nas tabelas H1, H2, H3 e H4, para os elementos das matrizes [a], [b], [c] e [d] respectivamente. As distribuições para os outros CP's são semelhantes às do EPC2.

Na tabela H5 estão apresentadas todas as 36 constantes elásticas com suas respectivas médias e desvios-padrão, obtidos pelo método de Monte Carlo, para todos os CP's multidirecionais.

Foi montado um novo programa, mostrado no programa H2, que verifica, pelo método do qui-quadrado [1,2], se cada distribuição de cada constante elástica resultante pode ser considerada normal. Este programa foi aplicado a todos os CP's multidirecionais (EPC2, EPC3, EPC4, EPC5 e EPK2). Os resultados estão apresentados nas tabelas H6 a H10. Das 36 constantes, entre 21 e 32 constantes têm distribuição normal. O CP que apresentou maior quantidade de distribuições normais foi o EPC5, 32 das 36. A constante  $d_{yy}$  tem distribuição normal em todos os CP's, portanto pode-se efetuar comparações diretas entre valores obtidos por diferentes técnicas. A  $d_{xx}$ , não tem distribuição normal em nenhum CP. Portanto para compararem-se resultados de diferentes técnicas (TGA e DMA) foi necessário separar grupos

de 20.000 interações, calcular suas médias e desvios padrões, e a média das médias desses grupos, baseando-se no teorema do limite central, pelo qual a distribuição das médias das amostras é sempre normal. Os valores de média e desvio padrão de  $d_{xx}$ , permaneceram inalterados.

Analisando os resultados das tabelas H6 a H10 também pode ser observado que, para EPC2 (assimétrico), 13 constantes não têm distribuição normal; para EPC3 (assimétrico), 15; para o EPC4 (simétrico), 14; para EPC5 (simétrico), 4 e para o EPK2 (simétrico), 9. Será que quanto maior a assimetria do laminado, maior o número de constantes elásticas com distribuição não normal? E se o número de interações das propriedades de entrada fosse aumentando não levaria a um número maior de constantes com distribuição normal? Estas podem ser dúvidas a serem respondidas por trabalhos futuros.

**Programa H1.** Programa a ser inserido no software MATLAB 5.0 para obter as constantes elásticas e suas respectivas distribuições (com média e desvio padrão), a partir das propriedades (E1, E2,  $\nu_{12}$  e G12) das camadas.

```
clear all
%teste Random
clear all
E11=109.3e9; dE11=7.6e9;
E22=8.25e9; dE22=0.39e9;
poisson12=0.252; dpoisson12=0.01;
G1122=3.88e9; dG1122=0.2e9;
t=1e-4*[1.51 1.94 1.94 1.62 1.51 1.51 1.52 1.52 1.52];
Hm=sum(t)/2;
h0=(-Hm);
h1=(t(1)-Hm);
h2=(t(1)+t(2)-Hm);
h3=(t(1)+t(2)+t(3)-Hm);
h4=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)-Hm);
h5=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)-Hm);
h6=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)-Hm);
h7=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)-Hm);
h8=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)+t(8)-Hm);
h9=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)+t(8)+t(9)-Hm);

h02=h0^2; h03=h0^3;
h12=h1^2; h13=h1^3; h22=h2^2; h23=h2^3; h32=h3^2; h33=h3^3;
h42=h4^2; h43=h4^3; h52=h5^2; h53=h5^3; h62=h6^2; h63=h6^3;
h72=h7^2; h73=h7^3; h82=h8^2; h83=h8^3; h92=h9^2; h93=h9^3;

beta=[0 55 -55 0 75 -75 0 0 0]*pi/180;

n=sin(beta);
n2=n.*n;
m=cos(beta);
m2=m.*m;
Rinv = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 0.5];
```

```

T1=[m2(1) n2(1) 2*m(1)*n(1);n2(1) m2(1) -2*n(1)*m(1);-m(1)*n(1) m(1)*n(1)
m2(1)-n2(1)];
T2=[m2(2) n2(2) 2*m(2)*n(2);n2(2) m2(2) -2*n(2)*m(2);-m(2)*n(2) m(2)*n(2)
m2(2)-n2(2)];
T3=[m2(3) n2(3) 2*m(3)*n(3);n2(3) m2(3) -2*n(3)*m(3);-m(3)*n(3) m(3)*n(3)
m2(3)-n2(3)];
T4=[m2(4) n2(4) 2*m(4)*n(4);n2(4) m2(4) -2*n(4)*m(4);-m(4)*n(4) m(4)*n(4)
m2(4)-n2(4)];
T5=[m2(5) n2(5) 2*m(5)*n(5);n2(5) m2(5) -2*n(5)*m(5);-m(5)*n(5) m(5)*n(5)
m2(5)-n2(5)];
T6=[m2(6) n2(6) 2*m(6)*n(6);n2(6) m2(6) -2*n(6)*m(6);-m(6)*n(6) m(6)*n(6)
m2(6)-n2(6)];
T7=[m2(7) n2(7) 2*m(7)*n(7);n2(7) m2(7) -2*n(7)*m(7);-m(7)*n(7) m(7)*n(7)
m2(7)-n2(7)];
T8=[m2(8) n2(8) 2*m(8)*n(8);n2(8) m2(8) -2*n(8)*m(8);-m(8)*n(8) m(8)*n(8)
m2(8)-n2(8)];
T9=[m2(9) n2(9) 2*m(9)*n(9);n2(9) m2(9) -2*n(9)*m(9);-m(9)*n(9) m(9)*n(9)
m2(9)-n2(9)];

```

```

T1inv=inv(T1); T2inv=inv(T2); T3inv=inv(T3);
T4inv=inv(T4); T5inv=inv(T5); T6inv=inv(T6);
T7inv=inv(T7); T8inv=inv(T8); T9inv=inv(T9);

```

```
tic
```

```
for i= 1:5000
```

```

E1=E11*(1+(dE11/E11)*randn(1));
E2=E22*(1+(dE22/E22)*randn(1));
nu12=poisson12*(1+(dpoisson12/poisson12)*randn(1));
G12=G1122*(1+(dG1122/G1122)*randn(1));
nu21=nu12*E2/E1;

```

```

q11=E1/(1-nu12*nu21);
q12=nu12*E2/(1-nu12*nu21);
q22=E2/(1-nu12*nu21);
Q12=[q11 q12 0;q12 q22 0;0 0 2*G12];

```

```

Q1=T1inv*Q12*T1*Rinv; Q2=T2inv*Q12*T2*Rinv; Q3=T3inv*Q12*T3*Rinv;
Q4=T4inv*Q12*T4*Rinv; Q5=T5inv*Q12*T5*Rinv; Q6=T6inv*Q12*T6*Rinv;
Q7=T7inv*Q12*T7*Rinv; Q8=T8inv*Q12*T8*Rinv; Q9=T9inv*Q12*T9*Rinv;

```

```

A=Q1*(h1-h0)+Q2*(h2-h1)+Q3*(h3-h2)+Q4*(h4-h3)+Q5*(h5-h4)+Q6*(h6-h5)+Q7*(h7-
h6)+Q8*(h8-h7)+Q9*(h9-h8);

```

```

B=(Q1*(h12-h02)+Q2*(h22-h12)+Q3*(h32-h22)+Q4*(h42-h32)+Q5*(h52-
h42)+Q6*(h62-h52)+Q7*(h72-h62)+Q8*(h82-h72)+Q9*(h92-h82))/2;

```

```

D=(Q1*(h13-h03)+Q2*(h23-h13)+Q3*(h33-h23)+Q4*(h43-h33)+Q5*(h53-
h43)+Q6*(h63-h53)+Q7*(h73-h63)+Q8*(h83-h73)+Q9*(h93-h83))/3;

```

```
MA=[A B;B D];
```

```
Ma=inv(MA);
```

```

aa11(i)=Ma(1,1); aa12(i)=Ma(1,2); aa13(i)=Ma(1,3);
aa21(i)=Ma(2,1); aa22(i)=Ma(2,2); aa23(i)=Ma(2,3);
aa31(i)=Ma(3,1); aa32(i)=Ma(3,2); aa33(i)=Ma(3,3);

```

```
bb11(i)=Ma(1,4); bb12(i)=Ma(1,5); bb13(i)=Ma(1,6);
```

```
bb21(i)=Ma(2,4); bb22(i)=Ma(2,5); bb23(i)=Ma(2,6);
bb31(i)=Ma(3,4); bb32(i)=Ma(3,5); bb33(i)=Ma(3,6);
```

```
cc11(i)=Ma(4,1); cc12(i)=Ma(4,2); cc13(i)=Ma(4,3);
cc21(i)=Ma(5,1); cc22(i)=Ma(5,2); cc23(i)=Ma(5,3);
cc31(i)=Ma(6,1); cc32(i)=Ma(6,2); cc33(i)=Ma(6,3);
```

```
dd11(i)=Ma(4,4); dd12(i)=Ma(4,5); dd13(i)=Ma(4,6);
dd21(i)=Ma(5,4); dd22(i)=Ma(5,5); dd23(i)=Ma(5,6);
dd31(i)=Ma(6,4); dd32(i)=Ma(6,5); dd33(i)=Ma(6,6);
```

```
EE1temp(i)=E1;
EE2temp(i)=E2;
nnu12temp(i)=nnu12;
GG12temp(i)=GG12;
```

```
end
```

```
a11=aa11; a12=aa12; a13=aa13;
a21=aa21; a22=aa22; a23=aa23;
a31=aa31; a32=aa32; a33=aa33;
```

```
b11=bb11; b12=bb12; b13=bb13;
b21=bb21; b22=bb22; b23=bb23;
b31=bb31; b32=bb32; b33=bb33;
```

```
c11=cc11; c12=cc12; c13=cc13;
c21=cc21; c22=cc22; c23=cc23;
c31=cc31; c32=cc32; c33=cc33;
```

```
d11=dd11; d12=dd12; d13=dd13;
d21=dd21; d22=dd22; d23=dd23;
d31=dd31; d32=dd32; d33=dd33;
```

```
save a a11 a12 a13 a21 a22 a23 a31 a32 a33;
save b b11 b12 b13 b21 b22 b23 b31 b32 b33;
save c c11 c12 c13 c21 c22 c23 c31 c32 c33;
save d d11 d12 d13 d21 d22 d23 d31 d32 d33;
```

```
clear a11 a12 a13 a21 a22 a23 a31 a32 a33;
clear b11 b12 b13 b21 b22 b23 b31 b32 b33;
clear c11 c12 c13 c21 c22 c23 c31 c32 c33;
clear d11 d12 d13 d21 d22 d23 d31 d32 d33;
```

```
EE1=EE1temp;
EE2=EE2temp;
nnu12=nnu12temp;
GG12=GG12temp;
```

```
save prop EE1 EE2 nnu12 GG12;
clear EE1 EE2 nnu12 GG12;
```

```
toc
```

```
clear all
```

```
E11=109.3e9; dE11=7.6e9;
E22=8.25e9; dE22=0.39e9;
poisson12=0.252; dpoisson12=0.01;
```

```

G1122=3.88e9; dG1122=0.2e9;

t=1e-4*[1.51 1.94 1.94 1.62 1.51 1.51 1.52 1.52 1.52];
Hm=sum(t)/2;
h0=(-Hm);
h1=(t(1)-Hm);
h2=(t(1)+t(2)-Hm);
h3=(t(1)+t(2)+t(3)-Hm);
h4=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)-Hm);
h5=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)-Hm);
h6=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)-Hm);
h7=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)-Hm);
h8=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)+t(8)-Hm);
h9=(t(1)+t(2)+t(3)+t(4)+t(5)+t(6)+t(7)+t(8)+t(9)-Hm);

h02=h0^2; h03=h0^3;
h12=h1^2; h13=h1^3; h22=h2^2; h23=h2^3; h32=h3^2; h33=h3^3;
h42=h4^2; h43=h4^3; h52=h5^2; h53=h5^3; h62=h6^2; h63=h6^3;
h72=h7^2; h73=h7^3; h82=h8^2; h83=h8^3; h92=h9^2; h93=h9^3;

beta=[0 55 -55 0 75 -75 0 0 0]*pi/180;

n=sin(beta);
n2=n.*n;

m=cos(beta);
m2=m.*m;

Rinv = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 0.5];

T1=[m2(1) n2(1) 2*m(1)*n(1);n2(1) m2(1) -2*n(1)*m(1);-m(1)*n(1) m(1)*n(1)
m2(1)-n2(1)];
T2=[m2(2) n2(2) 2*m(2)*n(2);n2(2) m2(2) -2*n(2)*m(2);-m(2)*n(2) m(2)*n(2)
m2(2)-n2(2)];
T3=[m2(3) n2(3) 2*m(3)*n(3);n2(3) m2(3) -2*n(3)*m(3);-m(3)*n(3) m(3)*n(3)
m2(3)-n2(3)];
T4=[m2(4) n2(4) 2*m(4)*n(4);n2(4) m2(4) -2*n(4)*m(4);-m(4)*n(4) m(4)*n(4)
m2(4)-n2(4)];
T5=[m2(5) n2(5) 2*m(5)*n(5);n2(5) m2(5) -2*n(5)*m(5);-m(5)*n(5) m(5)*n(5)
m2(5)-n2(5)];
T6=[m2(6) n2(6) 2*m(6)*n(6);n2(6) m2(6) -2*n(6)*m(6);-m(6)*n(6) m(6)*n(6)
m2(6)-n2(6)];
T7=[m2(7) n2(7) 2*m(7)*n(7);n2(7) m2(7) -2*n(7)*m(7);-m(7)*n(7) m(7)*n(7)
m2(7)-n2(7)];
T8=[m2(8) n2(8) 2*m(8)*n(8);n2(8) m2(8) -2*n(8)*m(8);-m(8)*n(8) m(8)*n(8)
m2(8)-n2(8)];
T9=[m2(9) n2(9) 2*m(9)*n(9);n2(9) m2(9) -2*n(9)*m(9);-m(9)*n(9) m(9)*n(9)
m2(9)-n2(9)];

T1inv=inv(T1); T2inv=inv(T2); T3inv=inv(T3);
T4inv=inv(T4); T5inv=inv(T5); T6inv=inv(T6);
T7inv=inv(T7); T8inv=inv(T8); T9inv=inv(T9);

tic
for l=1:199;
    l
for i= 1:5000;

    E1=E11*(1+(dE11/E11)*randn(1));
    E2=E22*(1+(dE22/E22)*randn(1));

```

```

nu12=poisson12*(1+(dpoisson12/poisson12)*randn(1));
G12=G1122*(1+(dG1122/G1122)*randn(1));
nu21=nu12*E2/E1;

q11=E1/(1-nu12*nu21);
q12=nu12*E2/(1-nu12*nu21);
q22=E2/(1-nu12*nu21);
Q12=[q11 q12 0;q12 q22 0;0 0 2*G12];

Q1=T1inv*Q12*T1*Rinv; Q2=T2inv*Q12*T2*Rinv; Q3=T3inv*Q12*T3*Rinv;
Q4=T4inv*Q12*T4*Rinv; Q5=T5inv*Q12*T5*Rinv; Q6=T6inv*Q12*T6*Rinv;
Q7=T7inv*Q12*T7*Rinv; Q8=T8inv*Q12*T8*Rinv; Q9=T9inv*Q12*T9*Rinv;

A=Q1*(h1-h0)+Q2*(h2-h1)+Q3*(h3-h2)+Q4*(h4-h3)+Q5*(h5-h4)+Q6*(h6-h5)+Q7*(h7-
h6)+Q8*(h8-h7)+Q9*(h9-h8);

B=(Q1*(h12-h02)+Q2*(h22-h12)+Q3*(h32-h22)+Q4*(h42-h32)+Q5*(h52-
h42)+Q6*(h62-h52)+Q7*(h72-h62)+Q8*(h82-h72)+Q9*(h92-h82))/2;

D=(Q1*(h13-h03)+Q2*(h23-h13)+Q3*(h33-h23)+Q4*(h43-h33)+Q5*(h53-
h43)+Q6*(h63-h53)+Q7*(h73-h63)+Q8*(h83-h73)+Q9*(h93-h83))/3;

MA=[A B;B D];

Ma=inv(MA);

aa11(i)=Ma(1,1); aa12(i)=Ma(1,2); aa13(i)=Ma(1,3);
aa21(i)=Ma(2,1); aa22(i)=Ma(2,2); aa23(i)=Ma(2,3);
aa31(i)=Ma(3,1); aa32(i)=Ma(3,2); aa33(i)=Ma(3,3);

bb11(i)=Ma(1,4); bb12(i)=Ma(1,5); bb13(i)=Ma(1,6);
bb21(i)=Ma(2,4); bb22(i)=Ma(2,5); bb23(i)=Ma(2,6);
bb31(i)=Ma(3,4); bb32(i)=Ma(3,5); bb33(i)=Ma(3,6);

cc11(i)=Ma(4,1); cc12(i)=Ma(4,2); cc13(i)=Ma(4,3);
cc21(i)=Ma(5,1); cc22(i)=Ma(5,2); cc23(i)=Ma(5,3);
cc31(i)=Ma(6,1); cc32(i)=Ma(6,2); cc33(i)=Ma(6,3);

dd11(i)=Ma(4,4); dd12(i)=Ma(4,5); dd13(i)=Ma(4,6);
dd21(i)=Ma(5,4); dd22(i)=Ma(5,5); dd23(i)=Ma(5,6);
dd31(i)=Ma(6,4); dd32(i)=Ma(6,5); dd33(i)=Ma(6,6);

EE1temp(i)=E1;
EE2temp(i)=E2;
nnu12temp(i)=nu12;
GG12temp(i)=G12;

end

load a;
load b;
load c;
load d;

a11=[a11 aa11]; a12=[a12 aa12]; a13=[a13 aa13];
a21=[a21 aa21]; a22=[a22 aa22]; a23=[a23 aa23];
a31=[a31 aa31]; a32=[a32 aa32]; a33=[a33 aa33];

b11=[b11 bb11]; b12=[b12 bb12]; b13=[b13 bb13];
b21=[b21 bb21]; b22=[b22 bb22]; b23=[b23 bb23];

```

```

b31=[b31 bb31]; b32=[b32 bb32]; b33=[b33 bb33];

c11=[c11 cc11]; c12=[c12 cc12]; c13=[c13 cc13];
c21=[c21 cc21]; c22=[c22 cc22]; c23=[c23 cc23];
c31=[c31 cc31]; c32=[c32 cc32]; c33=[c33 cc33];

d11=[d11 dd11]; d12=[d12 dd12]; d13=[d13 dd13];
d21=[d21 dd21]; d22=[d22 dd22]; d23=[d23 dd23];
d31=[d31 dd31]; d32=[d32 dd32]; d33=[d33 dd33];

save a a11 a12 a13 a21 a22 a23 a31 a32 a33;
save b b11 b12 b13 b21 b22 b23 b31 b32 b33;
save c c11 c12 c13 c21 c22 c23 c31 c32 c33;
save d d11 d12 d13 d21 d22 d23 d31 d32 d33;

clear a11 a12 a13 a21 a22 a23 a31 a32 a33;
clear b11 b12 b13 b21 b22 b23 b31 b32 b33;
clear c11 c12 c13 c21 c22 c23 c31 c32 c33;
clear d11 d12 d13 d21 d22 d23 d31 d32 d33;

load prop;
EE1=[EE1 EE1temp]; EE2=[EE2 EE2temp];
nnu12=[nnu12 nnu12temp]; GG12=[GG12 GG12temp];

save prop EE1 EE2 nnu12 GG12;
clear EE1 EE2 nnu12 GG12;
end
toc

clear all
load a;
load b;
load c;
load d;
load prop;

figure(1),hist(EE1,100);
figure(2),hist(EE2,100);
figure(3),hist(nnu12,100);
figure(4),hist(GG12,100);

figure(5),
subplot(3,3,1),hist(a11,100); subplot(3,3,2),hist(a12,100);
subplot(3,3,3),hist(a13,100); subplot(3,3,4),hist(a21,100);
subplot(3,3,5),hist(a22,100); subplot(3,3,6),hist(a23,100);
subplot(3,3,7),hist(a31,100); subplot(3,3,8),hist(a32,100);
subplot(3,3,9),hist(a33,100);

figure(6),
subplot(3,3,1),hist(b11,100); subplot(3,3,2),hist(b12,100);
subplot(3,3,3),hist(b13,100); subplot(3,3,4),hist(b21,100);
subplot(3,3,5),hist(b22,100); subplot(3,3,6),hist(b23,100);
subplot(3,3,7),hist(b31,100); subplot(3,3,8),hist(b32,100);
subplot(3,3,9),hist(b33,100);

figure(7),
subplot(3,3,1),hist(c11,100); subplot(3,3,2),hist(c12,100);
subplot(3,3,3),hist(c13,100); subplot(3,3,4),hist(c21,100);
subplot(3,3,5),hist(c22,100); subplot(3,3,6),hist(c23,100);
subplot(3,3,7),hist(c31,100); subplot(3,3,8),hist(c32,100);

```

```

subplot(3,3,9),hist(c33,100);
figure(8),
subplot(3,3,1),hist(d11,100); subplot(3,3,2),hist(d12,100);
subplot(3,3,3),hist(d13,100); subplot(3,3,4),hist(d21,100);
subplot(3,3,5),hist(d22,100); subplot(3,3,6),hist(d23,100);
subplot(3,3,7),hist(d31,100); subplot(3,3,8),hist(d32,100);
subplot(3,3,9),hist(d33,100);

```

**Programa H2.** Programa a ser inserido no software MATLAB 5.0 para obter as médias e desvios padrão e comparar com a normal gaussiana, calculando o qui-quadrado, a partir das constantes elásticas das matrizes [a,b,c,d] do laminado.

```

load a-epc2;
load b-epc2;
load c-epc2;
load d-epc2;

ma11=mean(a11), dpa11=std(a11), ma12=mean(a12), dpa12=std(a12),
ma13=mean(a13), dpa13=std(a13)
ma21=mean(a21), dpa21=std(a21)
ma22=mean(a22), dpa22=std(a22), ma23=mean(a23), dpa23=std(a23)
ma31=mean(a31), dpa31=std(a31); ma32=mean(a32), dpa32=std(a32);
ma33=mean(a33), dpa33=std(a33);

mb11=mean(b11), dpb11=std(b11); mb12=mean(b12), dpb12=std(b12);
mb13=mean(b13), dpb13=std(b13);
mb21=mean(b21), dpb21=std(b21); mb22=mean(b22), dpb22=std(b22);
mb23=mean(b23), dpb23=std(b23);
mb31=mean(b31), dpb31=std(b31); mb32=mean(b32), dpb32=std(b32);
mb33=mean(b33), dpb33=std(b33);

mc11=mean(c11), dpc11=std(c11); mc12=mean(c12), dpc12=std(c12);
mc13=mean(c13), dpc13=std(c13);
mc21=mean(c21), dpc21=std(c21); mc22=mean(c22), dpc22=std(c22);
mc23=mean(c23), dpc23=std(c23);
mc31=mean(c31), dpc31=std(c31); mc32=mean(c32), dpc32=std(c32);
mc33=mean(c33), dpc33=std(c33);

md11=mean(d11), dpd11=std(d11); md12=mean(d12), dpd12=std(d12);
md13=mean(d13), dpd13=std(d13);
md21=mean(d21), dpd21=std(d21); md22=mean(d22), dpd22=std(d22);
md23=mean(d23), dpd23=std(d23);
md31=mean(d31), dpd31=std(d31); md32=mean(d32), dpd32=std(d32);
md33=mean(d33), dpd33=std(d33);

save Ma ma11 ma12 ma13 ma21 ma22 ma23 ma31 ma32 ma33;
save Mb mb11 mb12 mb13 mb21 mb22 mb23 mb31 mb32 mb33;
save Mc mc11 mc12 mc13 mc21 mc22 mc23 mc31 mc32 mc33;
save Md md11 md12 md13 md21 md22 md23 md31 md32 md33;

save DPa dpa11 dpa12 dpa13 dpa21 dpa22 dpa23 dpa31 dpa32 dpa33;
save DPb dpb11 dpb12 dpb13 dpb21 dpb22 dpb23 dpb31 dpb32 dpb33;
save DPC dpc11 dpc12 dpc13 dpc21 dpc22 dpc23 dpc31 dpc32 dpc33;
save DPD dpd11 dpd12 dpd13 dpd21 dpd22 dpd23 dpd31 dpd32 dpd33;

[aa11,xa11] = hist (a11,17)
[aa12,xa12] = hist (a12,17)
[aa13,xa13] = hist (a13,17)
[aa21,xa21] = hist (a21,17)

```

```
[aa22, xa22] = hist (a22, 17)
[aa23, xa23] = hist (a23, 17)
[aa31, xa31] = hist (a31, 17)
[aa32, xa32] = hist (a32, 17)
[aa33, xa33] = hist (a33, 17)
```

```
[bb11, xb11] = hist (b11, 17)
[bb12, xb12] = hist (b12, 17)
[bb13, xb13] = hist (b13, 17)
[bb21, xb21] = hist (b21, 17)
[bb22, xb22] = hist (b22, 17)
[bb23, xb23] = hist (b23, 17)
[bb31, xb31] = hist (b31, 17)
[bb32, xb32] = hist (b32, 17)
[bb33, xb33] = hist (b33, 17)
```

```
[cc11, xc11] = hist (c11, 17)
[cc12, xc12] = hist (c12, 17)
[cc13, xc13] = hist (c13, 17)
[cc21, xc21] = hist (c21, 17)
[cc22, xc22] = hist (c22, 17)
[cc23, xc23] = hist (c23, 17)
[cc31, xc31] = hist (c31, 17)
[cc32, xc32] = hist (c32, 17)
[cc33, xc33] = hist (c33, 17)
```

```
[dd11, xd11] = hist (d11, 17)
[dd12, xd12] = hist (d12, 17)
[dd13, xd13] = hist (d13, 17)
[dd21, xd21] = hist (d21, 17)
[dd22, xd22] = hist (d22, 17)
[dd23, xd23] = hist (d23, 17)
[dd31, xd31] = hist (d31, 17)
[dd32, xd32] = hist (d32, 17)
[dd33, xd33] = hist (d33, 17)
```

```
save xa xa11 xa12 xa13 xa21 xa22 xa23 xa31 xa32 xa33;
save xb xb11 xb12 xb13 xb21 xb22 xb23 xb31 xb32 xb33;
save xc xc11 xc12 xc13 xc21 xc22 xc23 xc31 xc32 xc33;
save xd xd11 xd12 xd13 xd21 xd22 xd23 xd31 xd32 xd33;
```

```
xna11 = (xa11-ma11)/dpa11; xna12 = (xa12-ma12)/dpa12; xna13 = (xa13-
ma13)/dpa13;
xna21 = (xa21-ma21)/dpa21; xna22 = (xa22-ma22)/dpa22; xna23 = (xa23-
ma23)/dpa23;
xna31 = (xa31-ma31)/dpa31; xna32 = (xa32-ma32)/dpa32; xna33 = (xa33-
ma33)/dpa33;
```

```
xnb11 = (xb11-mb11)/dpb11; xnb12 = (xb12-mb12)/dpb12; xnb13 = (xb13-
mb13)/dpb13;
xnb21 = (xb21-mb21)/dpb21; xnb22 = (xb22-mb22)/dpb22; xnb23 = (xb23-
mb23)/dpb23;
xnb31 = (xb31-mb31)/dpb31; xnb32 = (xb32-mb32)/dpb32; xnb33 = (xb33-
mb33)/dpb33;
```

```
xnc11 = (xc11-mc11)/dpc11; xnc12 = (xc12-mc12)/dpc12; xnc13 = (xc13-
mc13)/dpc13;
xnc21 = (xc21-mc21)/dpc21; xnc22 = (xc22-mc22)/dpc22; xnc23 = (xc23-
mc23)/dpc23;
```

```
xnc31 = (xc31-mc31)/dpc31; xnc32 = (xc32-mc32)/dpc32; xnc33 = (xc33-
mc33)/dpc33;
```

```
xnd11 = (xd11-md11)/dpd11; xnd12 = (xd12-md12)/dpd12; xnd13 = (xd13-
md13)/dpd13;
xnd21 = (xd21-md21)/dpd21; xnd22 = (xd22-md22)/dpd22; xnd23 = (xd23-
md23)/dpd23;
xnd31 = (xd31-md31)/dpd31; xnd32 = (xd32-md32)/dpd32; xnd33 = (xd33-
md33)/dpd33;
```

```
save xna xna11 xna12 xna13 xna21 xna22 xna23 xna31 xna32 xna33;
save xnb xnb11 xnb12 xnb13 xnb21 xnb22 xnb23 xnb31 xnb32 xnb33;
save xnc xnc11 xnc12 xnc13 xnc21 xnc22 xnc23 xnc31 xnc32 xnc33;
save xnd xnd11 xnd12 xnd13 xnd21 xnd22 xnd23 xnd31 xnd32 xnd33;
```

```
naa11 = aa11/aa11(9), naa12 = aa12/aa12(9), naa13 = aa13/aa13(9)
naa21 = aa21/aa21(9), naa22 = aa22/aa22(9), naa23 = aa23/aa23(9)
naa31 = aa31/aa31(9), naa32 = aa32/aa32(9), naa33 = aa33/aa33(9)
nbb11 = bb11/bb11(9), nbb12 = bb12/bb12(9), nbb13 = bb13/bb13(9)
nbb21 = bb21/bb21(9), nbb22 = bb22/bb22(9), nbb23 = bb23/bb23(9)
nbb31 = bb31/bb31(9), nbb32 = bb32/bb32(9), nbb33 = bb33/bb33(9)
ncc11 = cc11/cc11(9), ncc12 = cc12/cc12(9), ncc13 = cc13/cc13(9)
ncc21 = cc21/cc21(9), ncc22 = cc22/cc22(9), ncc23 = cc23/cc23(9)
ncc31 = cc31/cc31(9), ncc32 = cc32/cc32(9), ncc33 = cc33/cc33(9)
ndd11 = dd11/dd11(9), ndd12 = dd12/dd12(9), ndd13 = dd13/dd13(9)
ndd21 = dd21/dd21(9), ndd22 = dd22/dd22(9), ndd23 = dd23/dd23(9)
ndd31 = dd31/dd31(9), ndd32 = dd32/dd32(9), ndd33 = dd33/dd33(9)
```

```
save nGa naa11 naa12 naa13 naa21 naa22 naa23 naa31 naa32 naa33;
save nGb nbb11 nbb12 nbb13 nbb21 nbb22 nbb23 nbb31 nbb32 nbb33;
save nGc ncc11 ncc12 ncc13 ncc21 ncc22 ncc23 ncc31 ncc32 ncc33;
save nGd ndd11 ndd12 ndd13 ndd21 ndd22 ndd23 ndd31 ndd32 ndd33;
```

```
for k=1:1:17;
```

```
Gnoa11(k) = exp(-(xna11(k)*xna11(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoa12(k) = exp(-(xna12(k)*xna12(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoa13(k) = exp(-(xna13(k)*xna13(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoa21(k) = exp(-(xna21(k)*xna21(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoa22(k) = exp(-(xna22(k)*xna22(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoa23(k) = exp(-(xna23(k)*xna23(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoa31(k) = exp(-(xna31(k)*xna31(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoa32(k) = exp(-(xna32(k)*xna32(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoa33(k) = exp(-(xna33(k)*xna33(k)/2))/(2*pi)^0.5
```

```
Gnob11(k) = exp(-(xnb11(k)*xnb11(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnob12(k) = exp(-(xnb12(k)*xnb12(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnob13(k) = exp(-(xnb13(k)*xnb13(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnob21(k) = exp(-(xnb21(k)*xnb21(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnob22(k) = exp(-(xnb22(k)*xnb22(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnob23(k) = exp(-(xnb23(k)*xnb23(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnob31(k) = exp(-(xnb31(k)*xnb31(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnob32(k) = exp(-(xnb32(k)*xnb32(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnob33(k) = exp(-(xnb33(k)*xnb33(k)/2))/(2*pi)^0.5
```

```
Gnoc11(k) = exp(-(xnc11(k)*xnc11(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoc12(k) = exp(-(xnc12(k)*xnc12(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoc13(k) = exp(-(xnc13(k)*xnc13(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoc21(k) = exp(-(xnc21(k)*xnc21(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoc22(k) = exp(-(xnc22(k)*xnc22(k)/2))/(2*pi)^0.5
```

```

Gnoc23(k) = exp(-(xnc23(k)*xnc23(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoc31(k) = exp(-(xnc31(k)*xnc31(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoc32(k) = exp(-(xnc32(k)*xnc32(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnoc33(k) = exp(-(xnc33(k)*xnc33(k)/2))/(2*pi)^0.5

Gnod11(k) = exp(-(xnd11(k)*xnd11(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnod12(k) = exp(-(xnd12(k)*xnd12(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnod13(k) = exp(-(xnd13(k)*xnd13(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnod21(k) = exp(-(xnd21(k)*xnd21(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnod22(k) = exp(-(xnd22(k)*xnd22(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnod23(k) = exp(-(xnd23(k)*xnd23(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnod31(k) = exp(-(xnd31(k)*xnd31(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnod32(k) = exp(-(xnd32(k)*xnd32(k)/2))/(2*pi)^0.5
Gnod33(k) = exp(-(xnd33(k)*xnd33(k)/2))/(2*pi)^0.5

end

save Gnoa Gnoa11 Gnoa12 Gnoa13 Gnoa21 Gnoa22 Gnoa23 Gnoa31 Gnoa32 Gnoa33;
save Gnob Gnob11 Gnob12 Gnob13 Gnob21 Gnob22 Gnob23 Gnob31 Gnob32 Gnob33;
save Gnoc Gnoc11 Gnoc12 Gnoc13 Gnoc21 Gnoc22 Gnoc23 Gnoc31 Gnoc32 Gnoc33;
save Gnod Gnod11 Gnod12 Gnod13 Gnod21 Gnod22 Gnod23 Gnod31 Gnod32 Gnod33;

somqui2aa11 = 0 , somqui2aa12 = 0 , somqui2aa13 = 0;
somqui2aa21 = 0 , somqui2aa22 = 0 , somqui2aa23 = 0;
somqui2aa31 = 0 , somqui2aa32 = 0 , somqui2aa33 = 0;

somqui2bb11 = 0 , somqui2bb12 = 0 , somqui2bb13 = 0;
somqui2bb21 = 0 , somqui2bb22 = 0 , somqui2bb23 = 0;
somqui2bb31 = 0 , somqui2bb32 = 0 , somqui2bb33 = 0;

somqui2cc11 = 0 , somqui2cc12 = 0 , somqui2cc13 = 0;
somqui2cc21 = 0 , somqui2cc22 = 0 , somqui2cc23 = 0;
somqui2cc31 = 0 , somqui2cc32 = 0 , somqui2cc33 = 0;

somqui2dd11 = 0 , somqui2dd12 = 0 , somqui2dd13 = 0;
somqui2dd21 = 0 , somqui2dd22 = 0 , somqui2dd23 = 0;
somqui2dd31 = 0 , somqui2dd32 = 0 , somqui2dd33 = 0;

for k=1:l:17;
    qui2aa11(k) = (naa12(k)- Gnoa11(k))^2 , somqui2aa11 = somqui2aa11 +
    qui2aa11(k)
    qui2aa12(k) = (naa11(k)- Gnoa12(k))^2 , somqui2aa12 = somqui2aa12 +
    qui2aa12(k)
    qui2aa13(k) = (naa13(k)- Gnoa13(k))^2 , somqui2aa13 = somqui2aa13 +
    qui2aa13(k)
    qui2aa21(k) = (naa21(k)- Gnoa21(k))^2 , somqui2aa21 = somqui2aa21 +
    qui2aa21(k)
    qui2aa22(k) = (naa22(k)- Gnoa22(k))^2 , somqui2aa22 = somqui2aa22 +
    qui2aa22(k)
    qui2aa23(k) = (naa23(k)- Gnoa23(k))^2 , somqui2aa23 = somqui2aa23 +
    qui2aa23(k)
    qui2aa31(k) = (naa31(k)- Gnoa31(k))^2 , somqui2aa31 = somqui2aa31 +
    qui2aa31(k)
    qui2aa32(k) = (naa32(k)- Gnoa32(k))^2 , somqui2aa32 = somqui2aa32 +
    qui2aa32(k)
    qui2aa33(k) = (naa11(k)- Gnoa11(k))^2 , somqui2aa33 = somqui2aa33 +
    qui2aa33(k)

    qui2bb11(k) = (nbb12(k)- Gnob11(k))^2 , somqui2bb11 = somqui2bb11 +
    qui2bb11(k)

```

```

    qui2bb12(k) = (nbb11(k) - Gnob12(k))^2 , somqui2bb12 = somqui2bb12 +
qui2bb12(k)
    qui2bb13(k) = (nbb13(k) - Gnob13(k))^2 , somqui2bb13 = somqui2bb13 +
qui2bb13(k)
    qui2bb21(k) = (nbb21(k) - Gnob21(k))^2 , somqui2bb21 = somqui2bb21 +
qui2bb21(k)
    qui2bb22(k) = (nbb22(k) - Gnob22(k))^2 , somqui2bb22 = somqui2bb22 +
qui2bb22(k)
    qui2bb23(k) = (nbb23(k) - Gnob23(k))^2 , somqui2bb23 = somqui2bb23 +
qui2bb23(k)
    qui2bb31(k) = (nbb31(k) - Gnob31(k))^2 , somqui2bb31 = somqui2bb31 +
qui2bb31(k)
    qui2bb32(k) = (nbb32(k) - Gnob32(k))^2 , somqui2bb32 = somqui2bb32 +
qui2bb32(k)
    qui2bb33(k) = (nbb11(k) - Gnob11(k))^2 , somqui2bb33 = somqui2bb33 +
qui2bb33(k)

    qui2cc11(k) = (ncc12(k) - Gnoc11(k))^2 , somqui2cc11 = somqui2cc11 +
qui2cc11(k)
    qui2cc12(k) = (ncc11(k) - Gnoc12(k))^2 , somqui2cc12 = somqui2cc12 +
qui2cc12(k)
    qui2cc13(k) = (ncc13(k) - Gnoc13(k))^2 , somqui2cc13 = somqui2cc13 +
qui2cc13(k)
    qui2cc21(k) = (ncc21(k) - Gnoc21(k))^2 , somqui2cc21 = somqui2cc21 +
qui2cc21(k)
    qui2cc22(k) = (ncc22(k) - Gnoc22(k))^2 , somqui2cc22 = somqui2cc22 +
qui2cc22(k)
    qui2cc23(k) = (ncc23(k) - Gnoc23(k))^2 , somqui2cc23 = somqui2cc23 +
qui2cc23(k)
    qui2cc31(k) = (ncc31(k) - Gnoc31(k))^2 , somqui2cc31 = somqui2cc31 +
qui2cc31(k)
    qui2cc32(k) = (ncc32(k) - Gnoc32(k))^2 , somqui2cc32 = somqui2cc32 +
qui2cc32(k)
    qui2cc33(k) = (ncc11(k) - Gnoc11(k))^2 , somqui2cc33 = somqui2cc33 +
qui2cc33(k)

    qui2dd11(k) = (ndd12(k) - Gnod11(k))^2 , somqui2dd11 = somqui2dd11 +
qui2dd11(k)
    qui2dd12(k) = (ndd11(k) - Gnod12(k))^2 , somqui2dd12 = somqui2dd12 +
qui2dd12(k)
    qui2dd13(k) = (ndd13(k) - Gnod13(k))^2 , somqui2dd13 = somqui2dd13 +
qui2dd13(k)
    qui2dd21(k) = (ndd21(k) - Gnod21(k))^2 , somqui2dd21 = somqui2dd21 +
qui2dd21(k)
    qui2dd22(k) = (ndd22(k) - Gnod22(k))^2 , somqui2dd22 = somqui2dd22 +
qui2dd22(k)
    qui2dd23(k) = (ndd23(k) - Gnod23(k))^2 , somqui2dd23 = somqui2dd23 +
qui2dd23(k)
    qui2dd31(k) = (ndd31(k) - Gnod31(k))^2 , somqui2dd31 = somqui2dd31 +
qui2dd31(k)
    qui2dd32(k) = (ndd32(k) - Gnod32(k))^2 , somqui2dd32 = somqui2dd32 +
qui2dd32(k)
    qui2dd33(k) = (ndd11(k) - Gnod11(k))^2 , somqui2dd33 = somqui2dd33 +
qui2dd33(k)

```

end

```

save somquia somqui2aa11 somqui2aa12 somqui2aa13 somqui2aa21 somqui2aa22
somqui2aa23 somqui2aa31 somqui2aa32 somqui2aa33;

```

```

save somquib somqui2bb11 somqui2bb12 somqui2bb13 somqui2bb21 somqui2bb22
somqui2bb23 somqui2bb31 somqui2bb32 somqui2bb33;
save somquic somqui2cc11 somqui2cc12 somqui2cc13 somqui2cc21 somqui2cc22
somqui2cc23 somqui2cc31 somqui2cc32 somqui2cc33;
save somquid somqui2dd11 somqui2dd12 somqui2dd13 somqui2dd21 somqui2dd22
somqui2dd23 somqui2dd31 somqui2dd32 somqui2dd33;

```

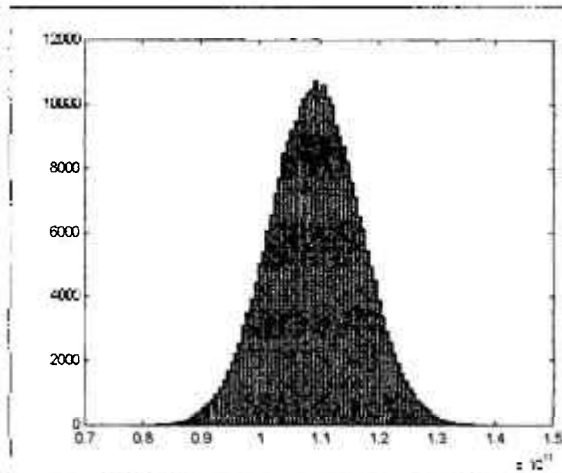


Figura H.1. Distribuição do módulo longitudinal de uma camada E1 (GPa) do CP EPC2.

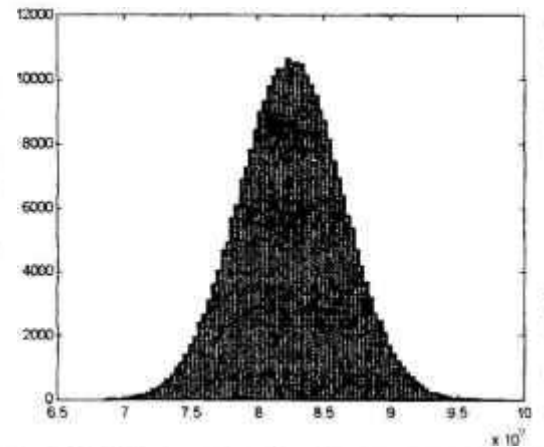


Figura H.2. Distribuição do módulo transversal de uma camada E2 (GPa) do CP EPC2.

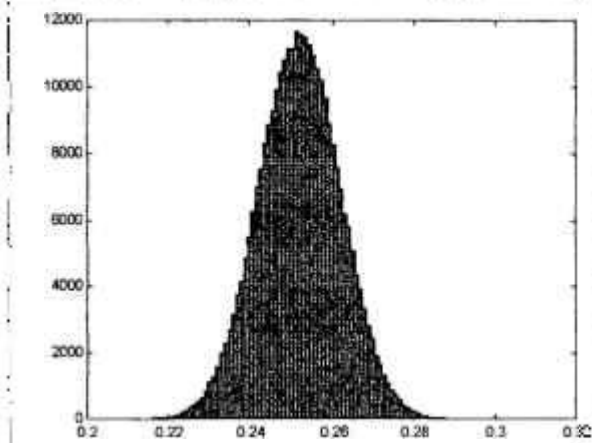


Figura H.3. Distribuição do coeficiente de Poisson de uma camada nu12 do CP EPC2.

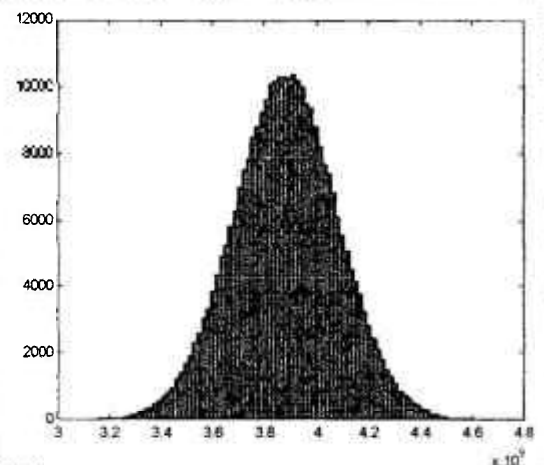
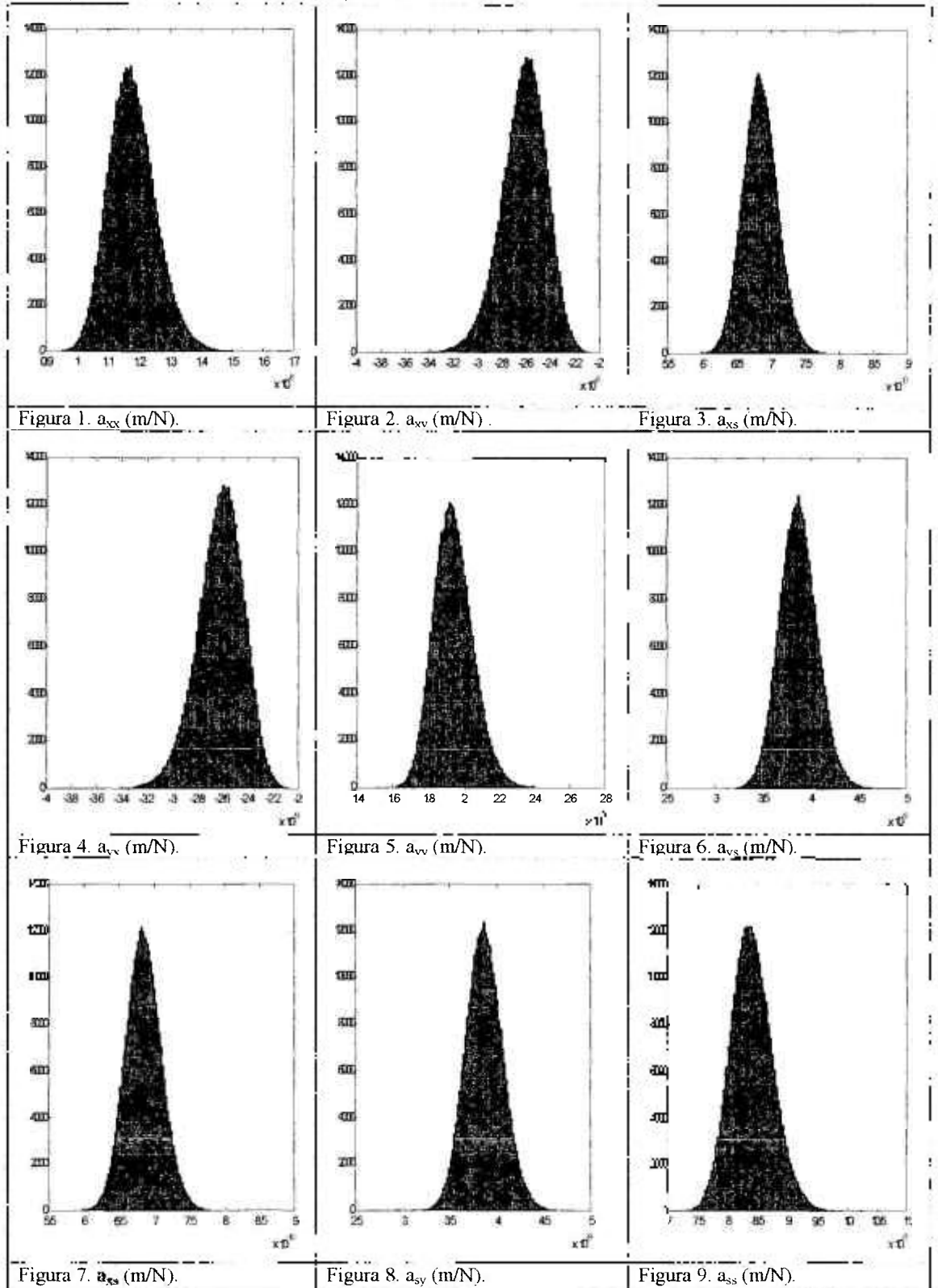
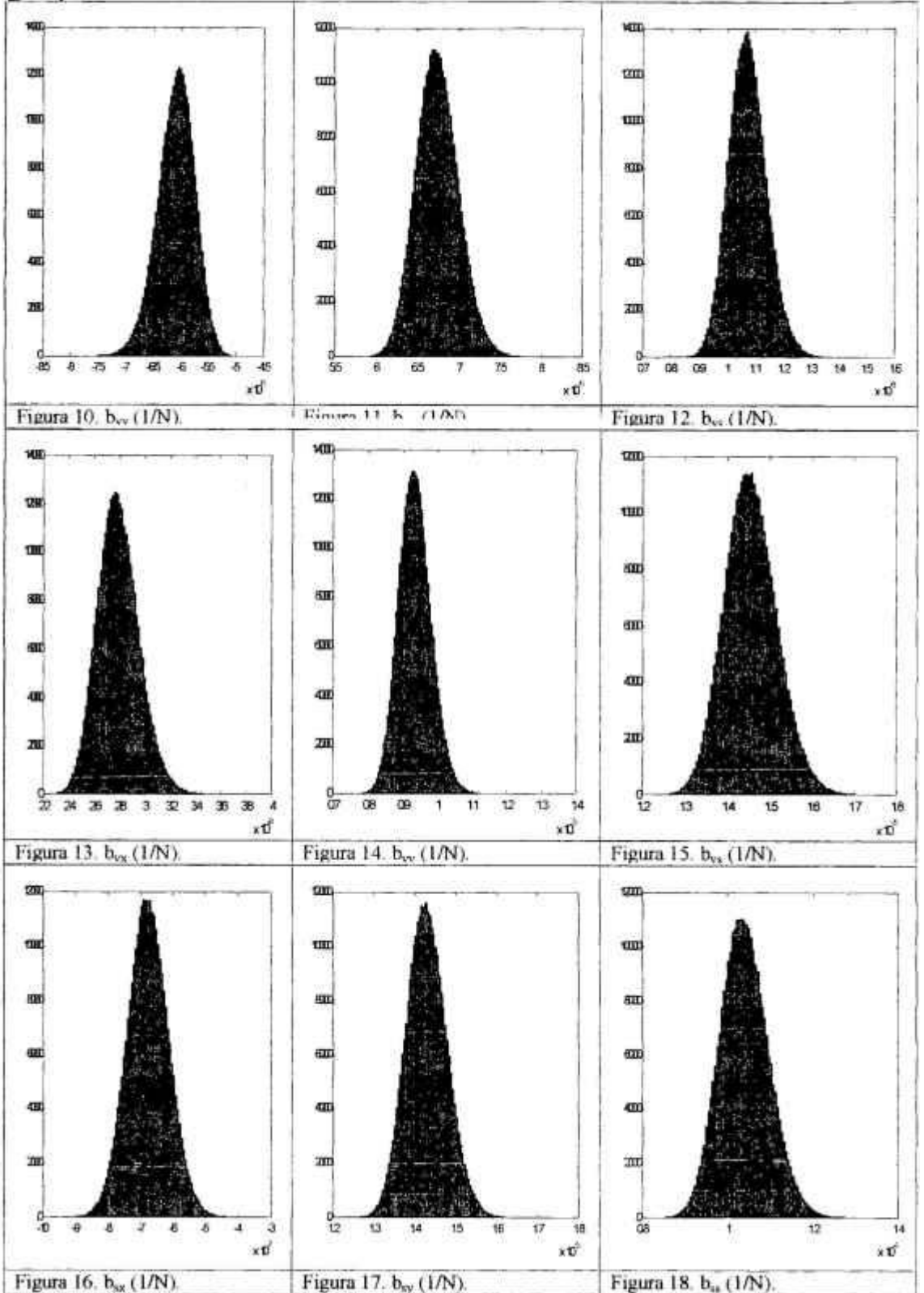


Figura H.4. Distribuição do módulo de cisalhamento de uma camada G12 do CP EPC2.

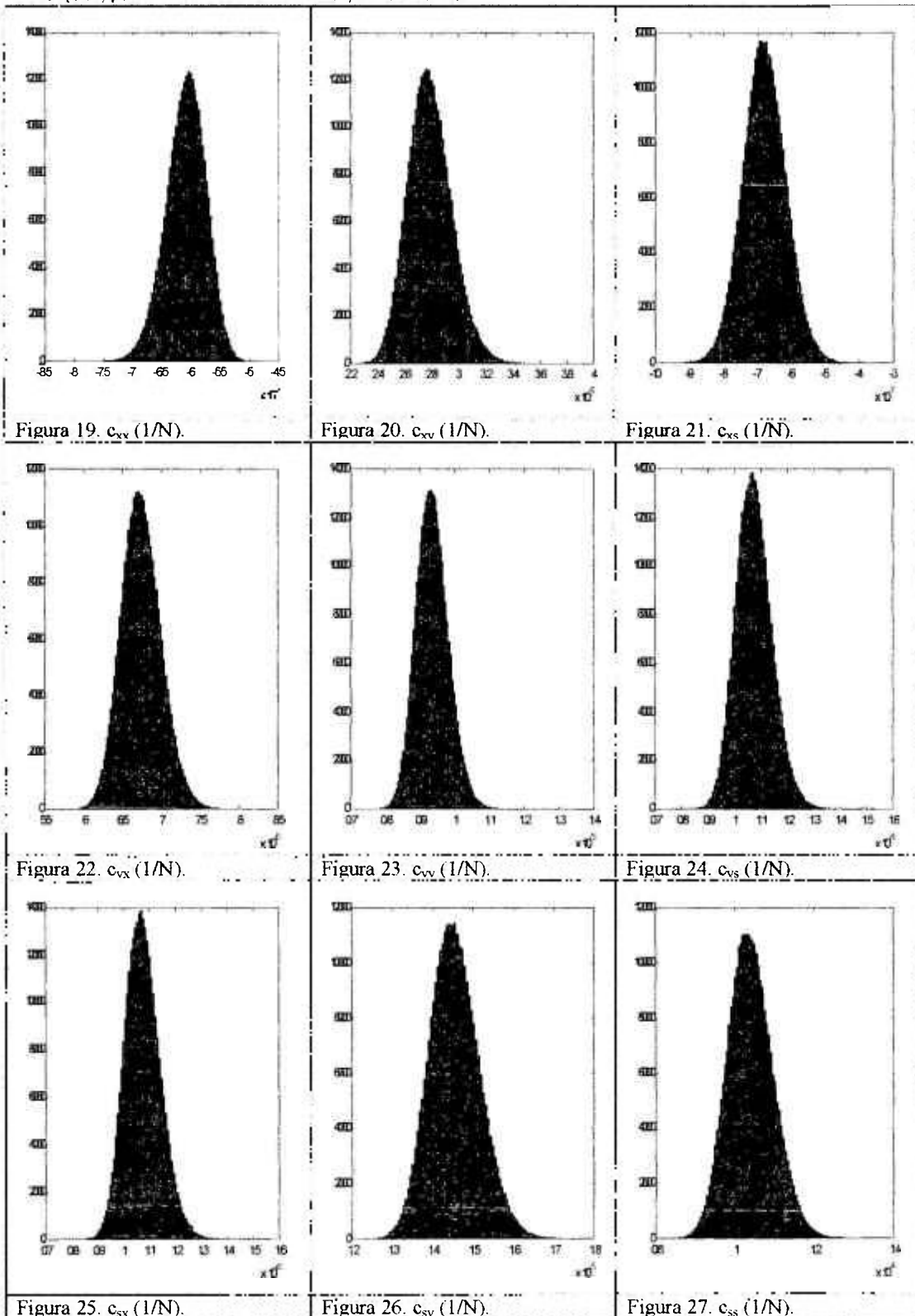
**Tabela H1.** Distribuição dos valores das constantes elásticas dos elementos da matriz [a], com 1.000.000 de interações, pelo método de Monte Carlo, do CP EPC2.



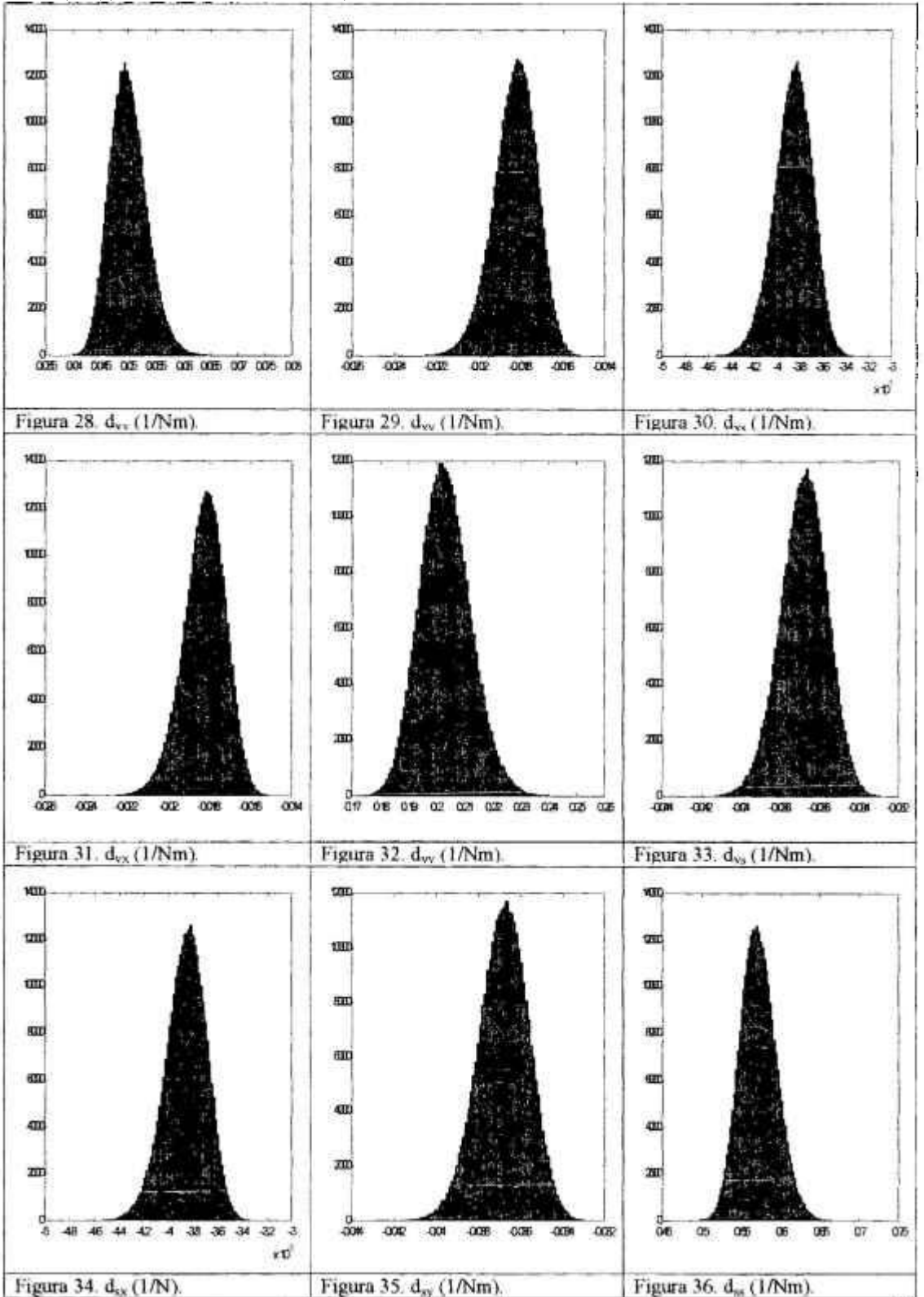
**Tabela H2.** Distribuição dos valores das constantes elásticas dos elementos da matriz [b], com 1.000.000 de interações, pelo método de Monte Carlo, do CP EPC2.



**Tabela H3.** Distribuição dos valores das constantes elásticas dos elementos da matriz [c], com 1.000.000 de interações, pelo método de Monte Carlo, do CP EPC2.



**Tabela H4.** Distribuição dos valores das constantes elásticas dos elementos da matriz [d], com 300.000 de interações, pelo método de Monte Carlo, do CP EPC2.



**Tabela H5.** Resumo das médias e desvios padrões das constantes elásticas, obtidas usando o método de Monte Carlo, em 1.000.000 de interações.

	EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPK2	
E1 [GPa]	109,3	7,6	118,3	7,5	114,4	5,8	113,6	6,1	49,6	4,0
E2 [GPa]	8,25	0,39	7,80	0,40	7,60	0,21	7,65	0,25	6,88	0,15
$\nu_{12}$	0,252	0,01	0,260	0,012	0,263	0,007	0,261	0,008	0,309	0,006
$G_{12}$ [GPa]	3,88	0,20	3,57	0,4	3,43	0,10	3,46	0,12	3,87	0,09
<b>[a] (m/N)</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>
$a_{xx}$	1,18E-08	7,57E-10	1,01E-08	5,93E-10	9,27E-09	4,47E-10	9,81E-09	5,04E-10	2,11E-08	1,23E-09
$a_{xy}$	-2,62E-09	1,83E-10	-2,23E-09	1,44E-10	-9,23E-10	5,78E-11	-9,57E-10	6,34E-11	-2,35E-09	2,03E-10
$a_{xs}$	6,85E-10	2,51E-11	6,91E-10	2,51E-11	-1,70E-14	1,04E-15	2,13E-13	1,08E-14	5,43E-13	4,64E-14
$a_{yx}$	-2,62E-09	1,83E-10	-2,23E-09	1,44E-10	-9,23E-10	5,78E-11	-9,57E-10	6,34E-11	-2,35E-09	2,03E-10
$a_{yy}$	1,95E-08	1,10E-09	1,63E-08	8,61E-10	1,23E-08	5,68E-10	1,33E-08	6,48E-10	1,15E-08	8,62E-10
$a_{ys}$	3,87E-09	1,96E-10	3,82E-09	1,88E-10	1,42E-12	3,05E-14	-1,59E-11	7,10E-13	-7,35E-12	4,72E-13
$a_{sx}$	6,85E-10	2,51E-11	6,90E-10	2,51E-11	-1,70E-14	1,04E-15	2,13E-13	1,08E-14	5,43E-13	4,64E-14
$a_{sy}$	3,87E-09	1,96E-10	3,82E-09	1,88E-10	1,42E-12	3,05E-14	-1,59E-11	7,10E-13	-7,35E-12	4,72E-13
$a_{ss}$	8,40E-08	3,47E-09	7,64E-08	3,14E-09	9,54E-08	2,75E-09	8,91E-08	2,48E-09	6,98E-08	2,47E-09
<b>[b] (1/N)</b>										
$b_{xx}$	-6,09E-06	3,38E-07	-4,88E-06	2,54E-07	-5,42E-08	2,38E-09	-3,79E-07	1,76E-08	6,44E-07	2,33E-08
$b_{xy}$	6,74E-06	2,54E-07	5,58E-06	2,13E-07	2,06E-09	1,47E-10	7,46E-09	8,69E-10	-4,90E-08	1,89E-09
$b_{xs}$	1,07E-06	6,77E-08	8,77E-07	4,99E-08	-3,47E-09	1,18E-09	1,12E-08	1,09E-09	-1,18E-08	8,66E-10
$b_{yx}$	2,79E-06	1,62E-07	2,21E-06	1,22E-07	2,05E-09	8,72E-11	7,86E-09	8,75E-10	-5,12E-08	1,96E-09
$b_{yy}$	9,35E-06	4,64E-07	6,94E-06	3,46E-07	2,08E-07	7,63E-09	1,92E-06	5,70E-08	-4,23E-07	1,40E-08
$b_{ys}$	1,45E-05	6,17E-07	1,25E-05	5,44E-07	2,79E-07	7,39E-09	-1,22E-06	3,79E-08	5,24E-07	1,78E-08
$b_{sx}$	-6,79E-07	6,32E-08	-7,24E-07	5,27E-08	-6,46E-09	6,97E-10	6,80E-09	1,31E-09	4,89E-09	2,61E-09
$b_{sy}$	1,43E-05	4,93E-07	1,20E-05	4,20E-07	5,36E-07	1,05E-08	-1,01E-06	3,54E-08	4,37E-07	1,70E-08
$b_{ss}$	1,04E-04	5,69E-06	9,09E-05	4,95E-06	3,92E-07	1,60E-08	3,93E-06	2,03E-07	-9,69E-07	7,47E-08
<b>[c] (1/N)</b>										
$c_{xx}$	-6,09E-06	3,38E-07	-4,88E-06	2,54E-07	-5,41E-08	2,38E-09	-3,79E-07	1,76E-08	6,44E-07	2,33E-08
$c_{xy}$	2,79E-06	1,62E-07	2,21E-06	1,22E-07	2,05E-09	8,72E-11	7,86E-09	8,75E-10	-5,12E-08	1,96E-09
$c_{xs}$	-6,79E-07	6,32E-08	-7,24E-07	5,27E-08	-6,46E-09	6,97E-10	6,80E-09	1,31E-09	4,89E-09	2,61E-09
$c_{yx}$	6,74E-06	2,54E-07	5,58E-06	2,13E-07	2,06E-09	1,47E-10	7,46E-09	8,69E-10	-4,90E-08	1,89E-09
$c_{yy}$	9,35E-06	4,64E-07	6,94E-06	3,46E-07	2,08E-07	7,63E-09	1,92E-06	5,70E-08	-4,23E-07	1,40E-08
$c_{ys}$	1,43E-05	4,93E-07	1,20E-05	4,20E-07	5,36E-07	1,05E-08	-1,01E-06	3,54E-08	4,37E-07	1,70E-08
$c_{sx}$	1,07E-06	6,77E-08	8,77E-07	4,99E-08	-3,47E-09	1,18E-09	1,21E-08	1,09E-09	-1,18E-08	8,66E-10
$c_{sy}$	1,46E-05	6,17E-07	1,25E-05	5,44E-07	2,79E-07	7,39E-09	-1,22E-06	3,79E-08	5,24E-07	1,78E-08
$c_{ss}$	1,04E-04	5,69E-06	9,09E-05	4,95E-06	3,92E-07	1,60E-08	3,92E-06	2,03E-07	-9,69E-07	7,47E-08
<b>[d] (1/Nm)</b>										
$d_{xx}$	0,0501	0,0034	0,0345	0,0021	0,0289	0,0014	0,0340	0,0018	0,0241	0,0017
$d_{xy}$	-0,0183	0,0010	-0,0131	0,0007	-0,0038	0,0003	-0,0045	0,0003	-0,0031	0,0003
$d_{xs}$	-0,0039	0,0002	-0,0029	0,0001	0,00080	0,00008	0,00042	0,00008	-0,00022	0,00012
$d_{yx}$	-0,0183	0,0010	-0,0131	0,0007	-0,0038	0,0003	-0,0045	0,0003	-0,0031	0,0003
$d_{yy}$	0,2032	0,0090	0,1407	0,0061	0,1171	0,0041	0,1437	0,0053	0,0313	0,0018
$d_{ys}$	-0,0368	0,0012	-0,0251	0,0009	-0,0663	0,0017	-0,0624	0,0018	-0,0194	0,0006
$d_{sx}$	-0,0039	0,0002	-0,0029	0,0001	0,00080	0,00008	0,00042	0,00008	-0,00022	0,00012
$d_{sy}$	-0,0368	0,0012	-0,0251	0,0009	-0,0663	0,0017	-0,0624	0,0018	-0,0194	0,0006
$d_{ss}$	0,5721	0,0232	0,4195	0,0173	0,6263	0,0154	0,6103	0,0144	0,1546	0,0036

**Tabela H6.** Teste, do qui-quadrado, de aderência à normal das distribuições das constantes elásticas, obtidas usando o método de Monte Carlo, em 1.000.000 de interações, para EPC2 ensaiado pela técnica de TGA, considerando 16 graus de liberdade.

	Média	D P	Largura. distrib.	Larg/DP	Qui- quadra- do	Probab. distrib. da constante ser normal	Distrib. pode ser considerad a normal ?
E1 [GPa]	109,3	7,6	50,0	6,6	1,18	>99,5%	SIM
E2 [GPa]	8,25	0,39	2,50	6,4	1,18	>99,5%	SIM
$\nu_{12}$	0,252	0,01	0,07	7,0	1,10	>99,5%	SIM
G <sub>12</sub> [GPa]	3,88	0,20	1,30	6,5	1,17	>99,5%	SIM
<b>[a] (m/N)</b>							
a <sub>xx</sub>	1,18E-08	7,57E-10	5,10E-09	6,7	62,19	< 0,5%	
a <sub>xy</sub>	-2,62E-09	1,83E-10	1,30E-09	7,1	46,61	< 0,5%	
a <sub>xs</sub>	6,85E-10	2,51E-11	1,80E-10	7,2	1,84	>99,5%	SIM
a <sub>yx</sub>	-2,62E-09	1,83E-10	1,30E-09	7,1	53,23	< 0,5%	
a <sub>yy</sub>	1,95E-08	1,10E-09	8,00E-09	7,3	23,33	10,0%	
a <sub>ys</sub>	3,87E-09	1,96E-10	1,30E-09	6,6	1,53	>99,5%	SIM
a <sub>sx</sub>	6,85E-10	2,51E-11	1,80E-10	7,2	1,84	>99,5%	SIM
a <sub>sy</sub>	3,87E-09	1,96E-10	1,30E-09	6,6	1,53	>99,5%	SIM
a <sub>ss</sub>	8,40E-08	3,47E-09	1,55E-08	4,5	37,98	< 0,5%	
<b>[b] (1/N)</b>							
b <sub>xx</sub>	-6,09E-06	3,38E-07	2,40E-06	7,1	7,73	94%	SIM
b <sub>xy</sub>	6,74E-06	2,54E-07	1,90E-06	7,5	19,44	25%	
b <sub>xs</sub>	1,07E-06	6,77E-08	5,00E-07	7,4	5,42	99,0%	SIM
b <sub>yx</sub>	2,79E-06	1,62E-07	1,10E-06	6,8	24,10	7,0%	
b <sub>yy</sub>	9,35E-06	4,64E-07	3,00E-06	6,5	3,10	>99,5%	SIM
b <sub>ys</sub>	1,45E-05	6,17E-07	4,00E-06	6,5	4,80	>99,5%	SIM
b <sub>sx</sub>	-6,79E-07	6,32E-08	4,50E-07	7,1	1,53	>99,5%	SIM
b <sub>sy</sub>	1,43E-05	4,93E-07	3,40E-06	6,9	2,55	>99,5%	SIM
b <sub>ss</sub>	1,04E-04	5,69E-06	4,00E-05	7,0	14,88	55,0%	
<b>[c] (1/N)</b>							
c <sub>xx</sub>	-6,09E-06	3,38E-07	2,50E-06	7,4	30,63	<1,5%	
c <sub>xy</sub>	2,79E-06	1,62E-07	1,10E-06	6,8	20,26	<25,0%	
c <sub>xs</sub>	-6,79E-07	6,32E-08	4,50E-07	7,1	1,53	>99,5%	SIM
c <sub>yx</sub>	6,74E-06	2,54E-07	1,80E-06	7,1	4,83	>99,5%	SIM
c <sub>yy</sub>	9,35E-06	4,64E-07	3,50E-06	7,5	3,10	>99,5%	SIM
c <sub>ys</sub>	1,43E-05	4,93E-07	3,50E-06	7,1	2,55	>99,5%	SIM
c <sub>sx</sub>	1,07E-06	6,77E-08	4,50E-07	6,6	5,42	>99,0%	SIM
c <sub>sy</sub>	1,46E-05	6,17E-07	3,80E-06	6,2	4,80	>99,5%	SIM
c <sub>ss</sub>	1,04E-04	5,69E-06	4,00E-05	7,0	14,88	55,0%	
<b>[d] (1/Nm)</b>							
d <sub>xx</sub>	0,0501	0,0034	0,025	7,4	29,11	2,5%	NÃO
d <sub>xy</sub>	-0,0183	0,0010	0,0070	7,0	53,46	< 0,5%	
d <sub>xs</sub>	-0,0039	0,0002	0,0012	6,0	11,20	75,0%	SIM
d <sub>yx</sub>	-0,0183	0,0010	0,0070	7,0	22,33	10,0%	
d <sub>yy</sub>	0,2032	0,0090	0,0650	7,2	6,27	98,0%	SIM
d <sub>ys</sub>	-0,0368	0,0012	0,0085	7,1	2,95	>99,5%	SIM
d <sub>sx</sub>	-0,0039	0,0002	0,0012	6,0	11,2	75,0%	SIM
d <sub>xy</sub>	-0,0368	0,0012	0,0085	7,1	2,96	>99,5%	SIM
d <sub>ss</sub>	0,5721	0,0232	0,16	6,9	44,48	< 0,5%	

**Tabela H7.** Teste, do qui-quadrado, de aderência à normal das distribuições das constantes elásticas, obtidas usando o método de Monte Carlo, em 1.000.000 de interações, para EPC3 ensaiado pela técnica de TGA, considerando 16 graus de liberdade.

	Média	D P	Largura. distrib.	Larg/D P	Qui- quadr a-do	Probab. distrib. da constante ser normal	Distrib. pode ser considerad a normal ?
E1 [GPa]	118,3	7,5	55,0	7,3	1,21	>99,5%	SIM
E2 [GPa]	7,80	0,40	2,90	7,3	1,44	>99,5%	SIM
$\nu_{12}$	0,260	0,012	0,08	6,7	1,13	>99,5%	SIM
G <sub>12</sub> [GPa]	3,57	0,4	1,5	3,8	1,23	>99,5%	SIM
<b>[a] (m/N)</b>							
a <sub>xx</sub>	1,01E-08	5,93E-10	4,50E-09	7,6	176,72	< 0,5%	
a <sub>xy</sub>	-2,23E-09	1,44E-10	8,78E-09	6,1	60,45	< 0,5%	
a <sub>xs</sub>	6,91E-10	2,51E-11	1,60E-10	6,5	3,18	>99,5%	SIM
a <sub>yx</sub>	-2,23E-09	1,44E-10	8,78E-09	6,1	160,45	< 0,5%	
a <sub>yy</sub>	1,63E-08	8,61E-10	5,40E-09	6,3	23,08	10,0%	
a <sub>ys</sub>	3,82E-09	1,88E-10	1,31E-09	7,0	7,05	95,0%	SIM
a <sub>sx</sub>	6,90E-10	2,51E-11	1,60E-10	6,5	3,18	>99,5%	SIM
a <sub>sy</sub>	3,82E-09	2,51E-11	1,31E-09	7,0	7,05	>99,5%	SIM
a <sub>ss</sub>	7,64E-08	2,51E-11	1,60E-10	7,0	50,87	< 0,5%	
<b>[b] (1/N)</b>							
b <sub>xx</sub>	-4,88E-06	2,54E-07	2,00E-06	7,9	5,72	99,0%	SIM
b <sub>xy</sub>	5,58E-06	2,13E-07	1,40E-06	6,6	23,10	<7,0%	
b <sub>xs</sub>	8,77E-07	4,99E-08	3,80E-07	7,6	4,05	99,5%	SIM
b <sub>yx</sub>	2,21E-06	1,22E-07	2,30E-06	18,9	16,42	38,0%	
b <sub>yy</sub>	6,94E-06	3,46E-07	2,50E-06	7,2	10,38	>80,0%	SIM
b <sub>ys</sub>	1,25E-05	5,44E-07	3,90E-06	7,2	4,01	>99,5%	SIM
b <sub>sx</sub>	-7,24E-07	5,27E-08	4,00E-07	7,6	0,99	>99,5%	SIM
b <sub>sx</sub>	1,20E-05	4,20E-07	3,00E-06	7,1	2,80	>99,5%	SIM
b <sub>ss</sub>	9,09E-05	4,95E-06	3,70E-05	7,5	18,76	<25,0%	
<b>[c] (1/N)</b>							
c <sub>xx</sub>	-4,88E-06	2,54E-07	2,00E-06	7,9	21,79	<10,0%	
c <sub>xy</sub>	2,21E-06	1,22E-07	8,00E-07	6,6	24,36	<8,0%	
c <sub>xs</sub>	-7,24E-07	5,27E-08	3,60E-07	6,8	0,99	>99,5%	SIM
c <sub>yx</sub>	5,58E-06	2,13E-07	1,60E-06	7,5	3,26	>99,5%	SIM
c <sub>yy</sub>	6,94E-06	3,46E-07	2,70E-06	7,8	10,38	>80,0%	SIM
c <sub>ys</sub>	1,20E-05	4,20E-07	3,00E-06	7,1	2,8	>99,5%	SIM
c <sub>sx</sub>	8,77E-07	4,99E-08	3,80E-07	7,6	4,05	>99,0%	SIM
c <sub>sy</sub>	1,25E-05	5,44E-07	3,90E-06	7,2	4,01	>99,5%	SIM
c <sub>ss</sub>	9,09E-05	4,95E-06	3,70E-05	7,5	18,76	<25,0%	
<b>[d] (1/Nm)</b>							
d <sub>xx</sub>	0,0345	0,0021	0,014	6,7	79,52	< 0,5%	NÃO
d <sub>xy</sub>	-0,0131	0,0007	0,005	7,1	82,82	< 0,5%	
d <sub>xs</sub>	-0,0029	0,0001	7,50E-04	7,5	7,17	95,0%	SIM
d <sub>yx</sub>	-0,0131	0,0007	0,005	7,1	68,50	< 0,5%	
d <sub>yy</sub>	0,1407	0,0061	0,046	7,5	4,26	98,0%	SIM
d <sub>ys</sub>	-0,0251	0,0009	0,006	6,7	2,82	>99,5%	SIM
d <sub>sx</sub>	-0,0029	0,0001	7,50E-04	7,5	7,17	95,0%	SIM
d <sub>xy</sub>	-0,0251	0,0009	0,006	6,7	2,82	>99,5%	SIM
d <sub>ss</sub>	0,4195	0,0173	0,125	7,2	71,74	< 0,5%	

**Tabela H8.** Teste, do qui-quadrado, de aderência à normal das distribuições das constantes elásticas, obtidas usando o método de Monte Carlo, em 1.000.000 de interações, para EPC4 ensaiado pela técnica de TGA, considerando 16 graus de liberdade.

	Média	D P	Largura. distrib.	Larg/D P	Qui- quadra- do	Probab. distrib. da constante ser normal	Distrib. pode ser considerad a normal ?
E1 [GPa]	114,4	5,8	45	7,8	1,15	>99,5%	SIM
E2 [GPa]	7,60	0,21	1,6	7,6	1,14	>99,5%	SIM
$\nu_{12}$	0,263	0,007	0,05	7,1	2,25	>99,5%	SIM
G <sub>12</sub> [GPa]	3,43	0,10	0,75	7,5	1,29	>99,5%	SIM
<b>[a] (m/N)</b>							
a <sub>xx</sub>	9,27E-09	4,47E-10	3,30E-09	7,4	42,83	< 0,5%	
a <sub>xy</sub>	-9,23E-10	5,78E-11	3,70E-10	6,4	39,71	< 0,5%	
a <sub>xs</sub>	-1,70E-14	1,04E-15	7,20E-15	6,9	1,72	>99,5%	SIM
a <sub>yx</sub>	-9,23E-10	5,78E-11	4,00E-10	6,9	35,01	< 0,5%	
a <sub>yy</sub>	1,23E-08	5,68E-10	4,20E-09	7,4	26,65	5,0%	
a <sub>ys</sub>	1,42E-12	3,05E-14	2,10E-13	6,9	1,74	>99,5%	SIM
a <sub>sx</sub>	-1,70E-14	1,04E-15	7,20E-15	6,9	1,72	>99,5%	SIM
a <sub>sy</sub>	1,42E-12	3,05E-14	2,10E-13	6,9	1,74	>99,5%	SIM
a <sub>ss</sub>	9,54E-08	2,75E-09	2,00E-08	7,3	32,15	< 1,0%	
<b>[b] (1/N)</b>							
b <sub>xx</sub>	-5,42E-08	2,38E-09	1,60E-08	6,7	7,54	95%	SIM
b <sub>xy</sub>	2,06E-09	1,47E-10	1,00E-09	6,8	24,82	8%	
b <sub>xs</sub>	-3,47E-09	1,18E-09	8,00E-09	6,8	1,48	>99,5%	SIM
b <sub>yx</sub>	2,05E-09	8,72E-11	6,00E-10	6,9	2,81	>99,5%	SIM
b <sub>yy</sub>	2,08E-07	7,63E-09	6,00E-08	7,9	5,21	>99,5%	SIM
b <sub>ys</sub>	2,79E-07	7,39E-09	5,70E-08	7,7	2,98	>99,5%	SIM
b <sub>sx</sub>	-6,46E-09	6,97E-10	5,00E-09	7,2	1,93	>99,5%	SIM
b <sub>sy</sub>	5,36E-07	1,05E-08	7,00E-08	6,7	2,42	>99,5%	SIM
b <sub>ss</sub>	3,92E-07	1,60E-08	1,20E-07	7,5	19,66	<25,0%	
<b>[c] (1/N)</b>							
c <sub>xx</sub>	-5,41E-08	2,38E-09	2,00E-08	8,4	5,04	>99,5%	SIM
c <sub>xy</sub>	2,05E-09	8,72E-11	6,50E-10	7,5	24,39	<7,0%	
c <sub>xs</sub>	-6,46E-09	6,97E-10	5,00E-09	7,2	1,93	>99,5%	SIM
c <sub>yx</sub>	2,06E-09	1,47E-10	1,00E-09	6,8	4,66	>99,5%	SIM
c <sub>yy</sub>	2,08E-07	7,63E-09	6,00E-08	7,9	5,21	>99,5%	SIM
c <sub>ys</sub>	5,36E-07	1,05E-08	8,00E-08	7,6	2,42	>99,5%	SIM
c <sub>sx</sub>	-3,47E-09	1,18E-09	8,00E-09	6,8	1,48	>99,0%	SIM
c <sub>sy</sub>	2,79E-07	7,39E-09	6,00E-08	8,1	2,97	>99,5%	SIM
c <sub>ss</sub>	3,92E-07	1,60E-08	1,20E-07	7,5	19,67	<25,0%	
<b>[d] (1/Nm)</b>							
d <sub>xx</sub>	0,0289	0,0014	0,011	7,9	32,12	1,0%	NÃO
d <sub>xy</sub>	-0,0038	0,0003	2,00E-03	6,7	47,17	< 0,5%	
d <sub>xs</sub>	0,00080	0,00008	6,00E-04	7,5	1,54	75,0%	SIM
d <sub>yx</sub>	-0,0038	0,0003	2,00E-03	6,7	25,34	7,0%	
d <sub>yy</sub>	0,1171	0,0041	0,028	6,8	10,63	85,0%	SIM
d <sub>ys</sub>	-0,0663	0,0017	0,013	7,6	1,85	>99,5%	SIM
d <sub>sx</sub>	0,00080	0,00008	6,00E-04	7,5	1,54	75,0%	SIM
d <sub>xy</sub>	-0,0663	0,0017	0,013	7,6	1,85	>99,5%	SIM
d <sub>ss</sub>	0,6263	0,0154	0,11	7,1	38,99	< 0,5%	

**Tabela H9.** Teste, do qui-quadrado, de aderência à normal das distribuições das constantes elásticas, obtidas usando o método de Monte Carlo, em 1.000.000 de interações, para EPC5 ensaiado pela técnica de TGA, considerando 16 graus de liberdade.

	Média	D P	Largura. distrib.	Larg/D P	Qui- quadra- do	Probab. distrib. da constante ser normal	Distrib. pode ser considerad a normal ?
E1 [GPa]	113,6	6,1	42	6,9	1,18	>99,5%	SIM
E2 [GPa]	7,65	0,25	1,7	6,8	1,15	>99,5%	SIM
$\nu_{12}$	0,261	0,008	0,06	7,5	1,18	>99,5%	SIM
G <sub>12</sub> [GPa]	3,46	0,12	0,8	6,7	1,17	>99,5%	SIM
<b>[a] (m/N)</b>							
a <sub>xx</sub>	9,81E-09	5,04E-10	3,50E-09	6,9	22,68	12,0%	
a <sub>xy</sub>	-9,57E-10	6,34E-11	4,40E-10	6,9	12,52	70,0%	SIM
a <sub>xs</sub>	2,13E-13	1,08E-14	8,00E-14	7,4	1,60	>99,5%	SIM
a <sub>yx</sub>	-9,57E-10	6,34E-11	4,00E-10	6,3	17,40	30,0%	
a <sub>yy</sub>	1,33E-08	6,48E-10	5,00E-09	7,7	7,76	95,0%	SIM
a <sub>ys</sub>	-1,59E-11	7,10E-13	5,00E-12	7,0	1,45	>99,5%	SIM
a <sub>sx</sub>	2,13E-13	1,08E-14	8,00E-14	7,4	1,60	>99,5%	SIM
a <sub>sy</sub>	-1,59E-11	7,10E-13	5,00E-12	7,0	1,45	>99,5%	SIM
a <sub>ss</sub>	8,91E-08	2,48E-09	1,80E-08	7,3	8,57	92,0%	SIM
<b>[b] (1/N)</b>							
b <sub>xx</sub>	-3,79E-07	1,76E-08	1,20E-07	6,8	1,67	>99,5%	SIM
b <sub>xy</sub>	7,46E-09	8,69E-10	6,50E-09	7,5	7,39	95%	SIM
b <sub>xs</sub>	1,12E-08	1,09E-09	8,00E-09	7,3	3,28	>99,5%	SIM
b <sub>yx</sub>	7,86E-09	8,75E-10	6,40E-09	7,3	1,30	>99,5%	SIM
b <sub>yy</sub>	1,92E-06	5,70E-08	4,00E-07	7,0	2,80	>99,5%	SIM
b <sub>ys</sub>	-1,22E-06	3,79E-08	2,50E-07	6,6	1,46	>99,5%	SIM
b <sub>sx</sub>	6,80E-09	1,31E-09	1,00E-08	7,6	2,27	>99,5%	SIM
b <sub>sy</sub>	-1,01E-06	3,54E-08	2,60E-07	7,3	1,79	>99,5%	SIM
b <sub>ss</sub>	3,93E-06	2,03E-07	1,50E-06	7,4	6,47	98,0%	SIM
<b>[c] (1/N)</b>							
C <sub>xx</sub>	-3,79E-07	1,76E-08	1,32E-07	7,5	1,63	>99,5	SIM
C <sub>xy</sub>	7,86E-09	8,75E-10	6,50E-09	7,4	7,47	95,0%	SIM
C <sub>xs</sub>	6,80E-09	1,31E-09	1,00E-08	7,6	2,27	>99,5%	SIM
C <sub>yx</sub>	7,46E-09	8,69E-10	6,50E-09	7,5	1,35	>99,5%	SIM
C <sub>yy</sub>	1,92E-06	5,70E-08	4,00E-07	7,0	2,80	>99,5%	SIM
C <sub>ys</sub>	-1,01E-06	3,54E-08	2,70E-07	7,6	1,79	>99,5%	SIM
C <sub>sx</sub>	1,21E-08	1,09E-09	8,00E-09	7,3	3,28	>99,0%	SIM
C <sub>sy</sub>	-1,22E-06	3,79E-08	2,80E-07	7,4	1,46	>99,5%	SIM
C <sub>ss</sub>	3,92E-06	2,03E-07	1,50E-06	7,4	6,74	97,5%	SIM
<b>[d] (1/Nm)</b>							
d <sub>xx</sub>	0,0340	0,0018	0,014	7,8	24,29	6,0%	NÃO
d <sub>xy</sub>	-0,0045	0,0003	2,30E-03	7,7	13,6	60,0%	SIM
d <sub>xs</sub>	0,00042	0,00008	5,90E-04	7,4	2,37	>99,5%	SIM
d <sub>yx</sub>	-0,0045	0,0003	2,20E-03	7,3	18,7	25,0%	
d <sub>yy</sub>	0,1437	0,0053	0,034	6,4	4,41	>99,5%	SIM
d <sub>ys</sub>	-0,0624	0,0018	0,014	7,8	1,69	>99,5%	SIM
d <sub>sx</sub>	0,00042	0,00008	6,00E-04	7,5	2,37	>99,5%	SIM
d <sub>xy</sub>	-0,0624	0,0018	0,014	7,8	1,69	>99,5%	SIM
d <sub>ss</sub>	0,6103	0,0144	0,1	6,9	9,44	90,0%	SIM

**Tabela H10.** Teste, do qui-quadrado, de aderência à normal das distribuições das constantes elásticas, obtidas usando o método de Monte Carlo, em 1000000 de interações, para EPK2 ensaiado pela técnica de TGA, considerando 16 graus de liberdade.

	Média	D P	Largura. distrib.	Larg/D P	Qui- quadra- do	Probab. distrib. da constante ser normal	Distrib. pode ser considerad a normal ?
E1 [GPa]	49,6	4,0	30	7,5	1,13	>99,5%	SIM
E2 [GPa]	6,88	0,15	1,08	7,2	1,23	>99,5%	SIM
$\nu_{12}$	0,309	0,006	0,04	6,7	1,19	>99,5%	SIM
G <sub>12</sub> [GPa]	3,87	0,09	0,65	7,2	1,13	>99,5%	SIM
<b>[a] (m/N)</b>							
a <sub>xx</sub>	2,11E-08	1,23E-09	9,00E-09	7,3	235,77	< 0,5%	
a <sub>xy</sub>	-2,35E-09	2,03E-10	1,50E-09	7,4	78,35	< 0,5%	
a <sub>xs</sub>	5,43E-13	4,64E-14	3,40E-13	7,3	1,78	>99,5%	SIM
a <sub>yx</sub>	-2,35E-09	2,03E-10	1,50E-09	7,4	216,74	< 0,5%	
a <sub>yy</sub>	1,15E-08	8,62E-10	6,00E-09	7,0	13,61	60,0%	
a <sub>ys</sub>	-7,35E-12	4,72E-13	3,40E-12	7,2	2,98	>99,5%	SIM
a <sub>sx</sub>	5,43E-13	4,64E-14	3,40E-13	7,3	1,78	>99,5%	SIM
a <sub>sy</sub>	-7,35E-12	4,72E-13	3,50E-12	7,4	2,98	>99,5%	SIM
a <sub>ss</sub>	6,98E-08	2,47E-09	1,80E-08	7,3	67,22	< 0,5%	
<b>[b] (1/N)</b>							
b <sub>xx</sub>	6,44E-07	2,33E-08	1,70E-07	7,3	2,69	>99,5%	SIM
b <sub>xy</sub>	-4,90E-08	1,89E-09	1,30E-08	6,9	4,85	>99,5%	SIM
b <sub>xs</sub>	-1,18E-08	8,66E-10	7,00E-09	8,1	1,32	>99,5%	SIM
b <sub>yx</sub>	-5,12E-08	1,96E-09	1,40E-08	7,2	2,62	>99,5%	SIM
b <sub>yy</sub>	-4,23E-07	1,40E-08	9,00E-08	6,4	1,10	>99,5%	SIM
b <sub>ys</sub>	5,24E-07	1,78E-08	1,20E-07	6,8	1,51	>99,5%	SIM
b <sub>sx</sub>	4,89E-09	2,61E-09	2,00E-08	7,7	1,35	>99,5%	SIM
b <sub>sy</sub>	4,37E-07	1,70E-08	1,20E-07	7,1	1,69	>99,5%	SIM
b <sub>ss</sub>	-9,69E-07	7,47E-08	5,80E-07	7,8	4,88	>99,5%	SIM
<b>[c] (1/N)</b>							
c <sub>xx</sub>	6,44E-07	2,33E-08	1,60E-07	6,9	2,67	>99,5%	SIM
c <sub>xy</sub>	-5,12E-08	1,96E-09	1,40E-08	7,2	4,85	>99,5%	SIM
c <sub>xs</sub>	4,89E-09	2,61E-09	2,00E-08	7,7	1,35	>99,5%	SIM
c <sub>yx</sub>	-4,90E-08	1,89E-09	1,30E-08	6,9	2,63	>99,5%	SIM
c <sub>yy</sub>	-4,23E-07	1,40E-08	9,00E-08	6,4	1,10	>99,5%	SIM
c <sub>ys</sub>	4,37E-07	1,70E-08	1,20E-07	7,1	1,69	>99,5%	SIM
c <sub>sx</sub>	-1,18E-08	8,66E-10	6,50E-09	7,5	1,32	>99,0%	SIM
c <sub>sy</sub>	5,24E-07	1,78E-08	1,30E-07	7,3	1,16	>99,5%	SIM
c <sub>ss</sub>	-9,69E-07	7,47E-08	5,70E-07	7,6	4,8	>99,5%	SIM
<b>[d] (1/Nm)</b>							
d <sub>xx</sub>	0,0241	0,0017	0,013	7,6	234,35	< 0,5%	<b>NÃO</b>
d <sub>xy</sub>	-0,0031	0,0003	2,30E-03	7,7	81,21	< 0,5%	
d <sub>xs</sub>	-0,00022	0,00012	9,00E-04	7,5	1,99	>99,5%	SIM
d <sub>yx</sub>	-0,0031	0,0003	2,30E-03	7,7	215,37	< 0,5%	
d <sub>yy</sub>	0,0313	0,0018	0,013	7,2	11,85	75,0%	<b>SIM</b>
d <sub>ys</sub>	-0,0194	0,0006	0,004	6,7	1,58	>99,5%	SIM
d <sub>sx</sub>	-0,00022	0,00012	9,00E-04	7,5	1,99	>99,5%	SIM
d <sub>xy</sub>	-0,0194	0,0006	0,004	6,7	1,58	>99,5%	SIM
d <sub>ss</sub>	0,1546	0,0036	0,025	6,9	69,88	< 0,5%	

Para realização deste estudo com base no método de Monte Carlo foram consumidos para cada CP 24 horas de computação em microcomputador Pentium IV, 2,4 GHz, 512 MB de memória Ram ou 65 horas de computação em microcomputador Pentium III, 800 GHz, 768 MB de memória Ram. Portanto, um estudo relativamente demorado. Repetiu-se o cálculo das constantes elásticas somando-se as médias das 4 propriedades de entrada a seus respectivos desvios, obtendo-se valores de constantes elásticas que se chamou de “média+desvio(DP)”. Repetiu-se o procedimento subtraindo-se das médias das 4 propriedades os respectivos desvios e se chamou os valores das constantes resultantes “média-DP”. Para se obter as médias dos valores das constantes elásticas somou-se os valores de “média+DP” com “média-DP” e se dividiu por dois. Para obter-se os desvios subtraiu-se “média+DP” de “média-DP” e, também, se dividiu por dois. Os resultados podem ser vistos na tabela H11, para todos os CP’s ensaiados. Na tabela H12 está apresentada a razão entre os valores dos dois métodos e para surpresa os valores de média e desvio são muito próximos entre os dois métodos, os desvios pelo método de Monte Carlo são ligeiramente menores que os do outro método. Alguns valores de comparações de médias deram muito maiores ou menores que um, acreditou-se que isso deve a algum erro na manipulação dos dados, não identificado. Portanto este método “média+DP” tem a vantagem de ser simples e rápido, apesar do maior erro no desvio e sua não comprovação científica.

**Tabela H11.** Constantes elásticas médias e respectivos desvios padrão, obtidas usando o método:  $média = (média + DP + média - DP) / 2$ , e desvio  $= (média + DP - média - DP) / 2$ .

	EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPK2	
E1 [GPa]	109,3	7,6	118,3	7,5	114,4	5,8	113,6	6,1	49,6	4,0
E2 [GPa]	8,25	0,39	7,80	0,40	7,60	0,21	7,65	0,25	6,88	0,15
$\nu_{12}$	0,252	0,01	0,260	0,012	0,263	0,007	0,261	0,008	0,309	0,006
G <sub>12</sub> [GPa]	3,88	0,20	3,57	0,4	3,43	0,10	3,46	0,12	3,87	0,09
<b>[a] (m/N)</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>	<b>média</b>	<b>D P</b>
a <sub>xx</sub>	1,18E-08	-8,00E-10	1,01E-08	-6,15E-10	9,28E-09	-4,55E-10	9,79E-09	-5,15E-10	2,12E-08	-1,35E-09
a <sub>xy</sub>	-2,61E-09	1,50E-10	-2,37E-09	2,65E-10	-9,22E-10	4,25E-11	-9,76E-10	4,45E-11	-2,35E-09	1,70E-10
a <sub>xs</sub>	6,86E-10	-3,65E-11	6,92E-10	-4,20E-11	-1,69E-14	3,00E-16	2,51E-13	-1,00E-15	5,43E-13	-2,25E-14
a <sub>yx</sub>	-2,61E-09	1,50E-10	-2,23E-09	1,30E-10	-9,22E-10	4,25E-11	-9,76E-10	4,45E-11	-2,35E-09	1,70E-10
a <sub>yy</sub>	1,95E-08	-1,25E-09	1,63E-08	-1,00E-09	1,23E-08	-6,00E-10	1,32E-08	-7,00E-10	1,15E-08	-9,00E-10
a <sub>ys</sub>	3,88E-09	-1,85E-10	3,82E-09	-2,20E-10	1,42E-12	-4,00E-14	-2,10E-11	5,00E-13	1,15E-13	7,34E-12
a <sub>sx</sub>	6,86E-10	-3,65E-11	6,92E-10	-4,20E-11	-1,69E-14	3,00E-16	2,51E-13	-1,00E-15	5,43E-13	-2,25E-14
a <sub>sy</sub>	3,88E-09	-1,85E-10	3,82E-09	-2,20E-10	1,42E-12	-4,00E-14	-5,00E-13	2,10E-11	-7,34E-12	-1,15E-13
a <sub>ss</sub>	8,40E-08	-5,00E-09	7,64E-08	-4,60E-09	9,54E-08	-3,80E-09	1,02E-07	-4,50E-09	6,99E-08	-3,15E-09
<b>[b] (1/N)</b>										
b <sub>xx</sub>	-6,07E-06	3,70E-07	-4,89E-06	3,05E-07	-5,42E-08	2,55E-09	-3,80E-07	1,95E-08	6,45E-07	-3,00E-08
b <sub>xy</sub>	6,68E-06	-3,40E-07	5,59E-06	-3,40E-07	2,07E-09	-1,50E-10	8,76E-09	-1,44E-09	-4,91E-08	2,30E-09
b <sub>xs</sub>	1,11E-06	-1,10E-07	8,79E-07	-5,80E-08	-3,43E-09	1,85E-10	1,89E-08	-8,00E-10	-1,18E-08	-1,00E-10
b <sub>yx</sub>	2,77E-06	-1,65E-07	2,21E-06	-1,40E-07	2,06E-09	-1,40E-10	8,76E-09	-1,44E-09	-5,13E-08	2,40E-09
b <sub>yy</sub>	9,41E-06	-5,80E-07	6,95E-06	-4,00E-07	2,08E-07	-9,00E-09	1,93E-06	-5,50E-08	-4,23E-07	1,90E-08
b <sub>ys</sub>	1,46E-05	-7,50E-07	1,26E-05	-7,50E-07	2,79E-07	-9,50E-09	-1,53E-06	4,50E-08	5,24E-07	-3,50E-09
b <sub>sx</sub>	-6,78E-07	1,70E-08	-7,24E-07	3,35E-08	-6,43E-09	1,80E-10	1,63E-08	-7,50E-10	4,87E-09	-9,00E-10
b <sub>sy</sub>	1,43E-05	-8,00E-07	1,20E-05	-7,00E-07	5,36E-07	-1,80E-08	-1,33E-06	5,50E-08	4,38E-07	-1,50E-09
b <sub>ss</sub>	1,04E-04	-5,25E-06	9,09E-05	-5,35E-06	3,92E-07	-1,20E-08	5,66E-06	-1,00E-07	-9,67E-07	-2,10E-08
<b>[c] (1/N)</b>										
C <sub>xx</sub>	-6,07E-06	3,70E-07	-4,89E-06	3,05E-07	-5,42E-08	2,55E-09	-3,80E-07	1,95E-08	6,36E-07	-2,10E-08
C <sub>xy</sub>	2,77E-06	-1,65E-07	2,21E-06	-1,40E-07	2,06E-09	-1,40E-10	8,76E-09	-1,44E-09	-5,13E-08	2,40E-09
C <sub>xs</sub>	-6,78E-07	1,70E-08	-7,24E-07	3,35E-08	-6,43E-09	1,80E-10	1,63E-08	-7,50E-10	4,87E-09	-9,00E-10
C <sub>yx</sub>	6,68E-06	-3,40E-07	5,59E-06	-3,40E-07	2,07E-09	-1,50E-10	8,76E-09	-1,44E-09	-4,91E-08	2,30E-09
C <sub>yy</sub>	9,44E-06	-5,54E-07	6,95E-06	-4,00E-07	2,08E-07	-9,00E-09	1,93E-06	-5,50E-08	-4,23E-07	1,90E-08
C <sub>ys</sub>	1,43E-05	-8,00E-07	1,20E-05	-7,00E-07	5,36E-07	-1,80E-08	-1,33E-06	5,50E-08	4,38E-07	-1,50E-09
C <sub>sx</sub>	1,11E-06	-1,10E-07	8,79E-07	-5,80E-08	-3,43E-09	1,85E-10	1,89E-08	-8,00E-10	-1,18E-08	-1,00E-10
C <sub>sy</sub>	1,46E-05	-7,50E-07	1,26E-05	-7,50E-07	2,79E-07	-9,50E-09	-1,53E-06	4,50E-08	5,24E-07	-3,50E-09
C <sub>ss</sub>	1,04E-04	-5,25E-06	9,09E-05	-5,35E-06	3,92E-07	-1,20E-08	5,66E-06	-1,00E-07	-9,67E-07	-2,10E-08
<b>[d] (1/Nm)</b>										
d <sub>xx</sub>	0,0500	-0,0034	0,0346	-0,0022	0,0289	-0,0015	0,0339	-0,0018	0,0241	-0,0018
d <sub>xy</sub>	-0,0182	0,0009	-0,0131	0,0007	-0,0038	0,0002	-0,0046	0,0002	-0,0031	0,0003
d <sub>xs</sub>	-0,0039	0,0003	-0,0029	0,0002	0,00080	-0,00002	0,00094	-0,00001	-0,00022	0,00004
d <sub>yx</sub>	-0,0182	0,0009	-0,0131	0,0007	-0,0038	0,0002	-0,0046	0,0002	-0,0031	0,0003
d <sub>yy</sub>	0,2030	-0,0120	0,1405	-0,0085	0,1170	-0,0050	0,1455	-0,0065	0,0313	-0,0020
d <sub>ys</sub>	-0,0367	0,0019	-0,0252	0,0015	-0,0663	0,0019	-0,0781	0,0024	-0,0194	0,0002
d <sub>sx</sub>	-0,0039	0,0003	-0,0029	0,0002	0,00080	-0,00002	0,00094	-0,00001	-0,00022	0,00004
d <sub>sy</sub>	-0,0367	0,0019	-0,0252	0,0015	-0,0663	0,0019	-0,0781	0,0024	-0,0194	0,0002
d <sub>ss</sub>	0,5720	-0,0330	0,4195	-0,0255	0,6260	-0,0220	0,7470	-0,0290	0,1550	-0,0050

**Tabela H12.** Razão entre os valores das médias e respectivos desvios padrão das constantes elásticas obtidos pelo método de Monte Carlo e o da "média+DP".

[a] (m/N)	EPC2		EPC3		EPC4		EPC5		EPK2	
	média	DP	média	DP	média	DP	média	DP	média	DP
$a_{xx}$	1,00	0,95	1,00	0,96	1,00	0,98	1,00	0,98	1,00	0,91
$a_{xy}$	1,01	1,22	0,94	0,54	1,00	1,36	0,98	1,43	1,00	1,20
$a_{xs}$	1,00	0,69	1,00	0,60	1,01	3,47	0,85	10,80	1,00	2,06
$a_{yx}$	1,01	1,22	1,00	1,11	1,00	1,36	0,98	1,43	1,00	1,20
$a_{yy}$	1,00	0,88	1,00	0,86	1,00	0,95	1,00	0,93	1,00	0,96
$a_{ys}$	1,00	1,06	1,00	0,85	1,00	0,76	0,76	1,42	-63,88	0,06
$a_{sx}$	1,00	0,69	1,00	0,60	1,01	3,47	0,85	10,79	1,00	2,06
$a_{sy}$	1,00	1,06	1,00	0,86	1,00	0,76	31,72	0,03	1,00	4,10
$a_{ss}$	1,00	0,69	1,00	0,68	1,00	0,72	0,88	0,55	1,00	0,78
<b>[b] (1/N)</b>										
$b_{xx}$	1,00	0,91	1,00	0,83	1,00	0,93	1,00	0,90	1,00	0,78
$b_{xy}$	1,01	0,75	1,00	0,63	1,00	0,98	0,85	0,60	1,00	0,82
$b_{xs}$	0,97	0,62	1,00	0,86	1,01	6,38	0,59	1,36	1,00	8,66
$b_{yx}$	1,01	0,98	1,00	0,87	1,00	0,62	0,90	0,61	1,00	0,81
$b_{yy}$	0,99	0,80	1,00	0,86	1,00	0,85	1,00	1,04	1,00	0,74
$b_{ys}$	1,00	0,82	1,00	0,72	1,00	0,78	0,80	0,84	1,00	5,07
$b_{sx}$	1,00	3,72	1,00	1,57	1,00	3,87	0,42	1,75	1,00	2,90
$b_{sx}$	1,00	0,62	1,00	0,60	1,00	0,58	0,76	0,64	1,00	11,33
$b_{ss}$	1,00	1,08	1,00	0,92	1,00	1,34	0,69	2,03	1,00	3,56
<b>[c] (1/N)</b>										
$c_{xx}$	1,00	0,91	1,00	0,83	1,00	0,93	1,00	0,90	1,01	1,11
$c_{xy}$	1,01	0,98	1,00	0,87	1,00	0,62	0,90	0,61	1,00	0,81
$c_{xs}$	1,00	3,72	1,00	1,57	1,00	3,87	0,42	1,75	1,00	2,90
$c_{yx}$	1,01	0,75	1,00	0,63	1,00	0,98	0,85	0,60	1,00	0,82
$c_{yy}$	0,99	0,84	1,00	0,86	1,00	0,85	1,00	1,04	1,00	0,74
$c_{ys}$	1,00	0,62	1,00	0,60	1,00	0,58	0,76	0,64	1,00	11,32
$c_{sx}$	0,97	0,62	1,00	0,86	1,01	6,39	0,64	1,36	1,00	8,66
$c_{sy}$	1,00	0,82	1,00	0,72	1,00	0,78	0,80	0,84	1,00	5,08
$c_{ss}$	1,00	1,08	1,00	0,93	1,00	1,33	0,69	2,03	1,00	3,56
<b>[d] (1/Nm)</b>										
$d_{xx}$	1,00	1,00	1,00	0,98	1,00	0,97	1,00	1,00	1,00	0,94
$d_{xy}$	1,01	1,11	1,00	1,00	1,00	1,88	0,98	1,58	0,99	1,18
$d_{xs}$	0,99	0,60	1,01	0,53	1,01	4,71	0,45	5,52	1,02	2,89
$d_{yx}$	1,01	1,11	1,00	1,00	1,00	1,88	0,98	1,58	0,99	1,18
$d_{yy}$	1,00	0,75	1,00	0,72	1,00	0,82	0,99	0,82	1,00	0,90
$d_{ys}$	1,00	0,65	1,00	0,60	1,00	0,92	0,80	0,75	1,00	3,00
$d_{sx}$	0,99	0,60	1,01	0,53	1,01	4,71	0,45	5,52	1,02	2,89
$d_{xy}$	1,00	0,65	1,00	0,60	1,00	0,92	0,80	0,75	1,00	3,00
$d_{ss}$	1,00	0,70	1,00	0,68	1,00	0,70	0,82	0,50	1,00	0,72

### Bibliografia

- [1] Vuolo, JH. Fundamentos da Teoria de Erros, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 1992: p.23-52
- [2] Helene, O. A. M. Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental, editora Edgard Blücher Ltda, 1981: p.77-92

## **Biografia**

Personalidade: Nelson Marques da Silva, nascido em 18.03.1959 em São Paulo, SP, Brasil  
Casou-se em 1979 com Márcia de Jesus Bredariolli, com quem teve 2 filhos:  
Tiago Marques da Silva (1984), futuro advogado e  
Felipe Marques da Silva (1986), futuro educador físico  
Divorciou-se (1994), viveu com Vânia Maria Pereira de 1996 a 2005.

Pais: Elpídio Marques da Silva, pedreiro e meu grande mentor  
Rosália Marques da Silva, dona de casa e esteio da família (falecida em 2001)

### **Escolaridade:**

Primeiro Grau: Escola Estadual Nossa Senhora do Ó, São Paulo, concluído em 1973

Segundo Grau: Escola Técnica Federal de São Paulo, São Paulo, concluído em 1977

Graduação: Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, concluído em 1982

Mestrado: Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, USP, concluído em 2001

Desde 1986 trabalhando em projeto de desenvolvimento de equipamentos para tecnologia nuclear, no Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, São Paulo e Iperó, SP, Brasil.

Acredita que num país detentor de 7% das reservas mundiais de urânio (com 30 % do território prospectado), que este minério pode ser no futuro, o que o petróleo é hoje, como fonte energética. Mesmo num país que compra ou absorve tecnologia para tudo, onde praticamente só a multinacionais detem tecnologia relevante, deve-se desenvolver a tecnologia (que ainda não pode ser comprada) de processá-lo, agregando valor a essa fonte de energia, em nome das futuras gerações de brasileiros.

Desde de 1998, aluno de pós-graduação (mestrado e doutorado) do Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, autarquia associada a Universidade de São Paulo, São Paulo.