

UM CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA AVALIAÇÃO DE INCERTEZAS ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E REAMOSTRAGENS POR BOOTSTRAP

Eduardo Heredia¹, Orlando Rodrigues Jr., Leticia L.C. Rodrigues³

¹ CNEN-IPEN, São Paulo, Brasil, eheredia@usp.br

² CNEN-IPEN, São Paulo, Brasil, rodrivr@ipen.br

³ CNEN-IPEN, São Paulo, Brasil, licrodri@ipen.br

Sumário: Códigos computacionais têm recebido merecido valor em metrologia científica. Como contribuição a esta área, este trabalho apresenta um novo código, a ser distribuído como *software* livre, para avaliação de incertezas através de simulações de Monte Carlo e, para o caso de pequenas amostras, reamostragens pela técnica de *Bootstrap*.

Palavras-chave: propagação de incertezas, método de Monte Carlo, *Bootstrap*.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Método de Monte Carlo

O método clássico para propagação de incertezas, como apresentado pelo Guia de Propagação de Incertezas, expressa o relacionamento entre o mensurando y e os valores aleatórios de entrada $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ através da equação 1, nominada equação de medição:

$$y=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (1)$$

A abordagem adotada pelo Guia para estimar a incerteza do mensurando y baseia-se em uma expansão em série de Taylor da função f , cuja aplicação prática depende de condições de validade expressas pelo Guia. Casos nos quais a função y é não linear, ou os valores de entrada não seguem uma distribuição normal podem resultar em valores insatisfatórios.

O suplemento 1 do Guia propõe um método alternativo, baseado em simulações computacionais pelo Método de Monte Carlo, para avaliação de incertezas, mesmo nos casos nos quais as condições de validade do método clássico não se apliquem. Este método, conhecido como *propagação de distribuições*, procura determinar uma distribuição para o mensurando y a partir de qualquer função f e quaisquer variáveis aleatórias de entrada $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Os valores para a média e desvio padrão podem então ser determinados a partir desta distribuição.

1.2 Reamostragem Bootstrap

A técnica de reamostragem conhecida como *Bootstrap* basicamente é a amostragem com reposição tomada de uma amostra e pode ser utilizada para a construção de intervalos de abrangência de $E(y)$, o valor esperado da equação de medição y .

Assume-se, para validade da técnica, que:

- A amostra original constitui uma representação válida da população;
- As amostras obtidas pela reamostragem com reposição pertencem à mesma distribuição da amostra original;
- As amostras obtidas por reamostragem são totalmente independentes.

2. OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é apresentar um novo código computacional para avaliação de incertezas através de simulações computacionais empregando o Método de Monte Carlo e a técnica de reamostragem *Bootstrap*.

3. MÉTODOS

3.1 Algoritmo Utilizado

- Determinar, para cada grandeza de x_n , sua distribuição e os parâmetros desta distribuição;
- Para o caso de amostras pequenas, empregar a técnica de *Bootstrap* para melhora na qualidade dos estimadores. Os parâmetros da distribuição serão corrigidos a partir destas novas amostras;
- Amostragem as grandezas de entrada a partir de um gerador de números aleatórios apropriado;
- Efetuar o cálculo de y a partir das amostras obtidas para as grandezas de entrada;
- Determinar a distribuição de y a partir da iteração do passo anterior um número apropriado de vezes.

Os passos descritos foram automatizados em um *software* denominado MCMetro.

3.2 Desenvolvimento MCMetro

Como diretriz de projeto, optou-se pelo desenvolvimento de um *software* multiplataforma, que pudesse ser executado em ambiente Windows (Win32 e Win64) e derivados do Unix (em especial Linux e BSD). Batizado de MCMetro, foi desenvolvido em C/C++, apoiado em bibliotecas com licença compatível com o caráter de *software* livre deste trabalho.

O sistema apresenta uma interface gráfica para entrada de dados e realização de simulações, um módulo para importação de dados, outro para exportação de dados, um banco de dados baseado em SQLite e um gerador simplificado de relatórios.

4. RESULTADOS

Para sua validação, vários exemplos hipotéticos foram desenvolvidos, resolvidos pelo método clássico e simulados no MCMetro. Observou-se que a qualidade dos resultados obtidos no sistema dependia especialmente da qualidade da estimativa das distribuições de entrada, do número de simulações realizadas e da aplicação ou não da técnica de *Bootstrap*.

5. DISCUSSÕES

Os resultados obtidos pelo MCMetro mostraram-se adequados quando comparados a exemplos encontrados na literatura, em especial em casos onde a equação de medição não é linear.

6. CONCLUSÕES

A evolução das técnicas construtivas propiciou uma grande evolução, em termos de poder de processamento, aos computadores atuais. Este maior poder de processamento, expresso principalmente em termos de velocidade computacional, viabiliza a aplicação de simulações de Monte Carlo na resolução de ampla gama de problemas. Em especial, apesar de ser uma solução computacionalmente mais custosa que a abordagem clássica, considerando-se estes novos computadores, a aplicação do Método de Monte Carlo adquiriu aplicabilidade prática na avaliação de incertezas.

Com o desenvolvimento do MCMetro, resultado deste trabalho de pesquisa, a ser distribuído como *software* livre, espera-se contribuir positivamente para disseminação do uso da simulação computacional de Monte Carlo na avaliação de incertezas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao IPEN - Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares pelo suporte à pesquisa.

REFERÊNCIAS (EXEMPLOS)

- [1] S.V. Crowder, R.D. Moyer, *õA two-stage Monte Carlo approach to the expression of uncertainty with non-linear measurement equation and small sample sizeö*, Institute Of Physics Publishing, UK, November 2005.
- [2] INMETO. Guia para Expressão da Incerteza de Medição, 3ª Edição brasileira, Rio de Janeiro, 2003.
- [3] ISO/IEC. *õGuide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) ó Supplement 1ö*. ISO, 2004.
- [4] G.D. Donatelli, A.C. Konrath. *õSimulação de Monte Carlo na Avaliação de Incertezas de Mediçãoö*, Revista de Ciência e Tecnologia, v.13, No. 14, pp 5-15, São Paulo, Dezembro 2005.