

# ESPECTROMETRIA GAMA COM MÉTODOS MONTE CARLO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Wilson J. Vieira, Renato Medeiros<sup>†</sup> e José R. Majorino\*  
Depto. de Física - UFG, C. P. 131, 74001-970 Goiânia, GO.  
\*Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares - IPEN  
<sup>†</sup>Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE

## RESUMO

Neste trabalho é feita a implantação de um programa computacional desenvolvido em linguagem Fortran. O programa faz a simulação do processo de transporte da radiação gama em detectores de NaI utilizando métodos Monte Carlo. Através da simulação da equação de transporte são calculadas as eficiências de detecção e também é feito o levantamento do espectro de deposição de energia. Os resultados teóricos apresentaram uma excelente concordância com os resultados experimentais obtidos e com resultados teóricos e experimentais publicados na literatura.

## INTRODUÇÃO

A utilização de tecnologia nuclear requer medidas de detecção da radiação nuclear e entre os detectores mais utilizados para isto estão os detectores de NaI. Neste trabalho são utilizados os métodos Monte Carlo para simulação destes detectores para ajudar na montagem de sistemas experimentais no sentido de evitar o procedimento experimental e também auxiliar na calibração de equipamentos e na interpretação dos resultados experimentais.

## MÉTODOS MONTE CARLO

Métodos Monte Carlo consistem da simulação de um problema físico ou matemático através da amostragem estatística de distribuições de probabilidade apropriadas.

**O Princípio Básico** [1]. Quantidades aleatórias distribuídas uniformemente podem ser utilizadas para a simulação de eventos que obedecem praticamente a qualquer lei de distribuição. A relação entre números aleatórios com uma dada distribuição de probabilidade (f.d.p.) e números aleatórios distribuídos uniformemente no intervalo (0,1), está baseada no seguinte teorema: se a quantidade aleatória  $x$  possui uma função distribuição de probabilidade  $f(x)$ , então a distribuição da quantidade aleatória  $\xi$ ,

$$\xi = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (1)$$

é uniforme no intervalo (0,1). Portanto, dada a função distribuição cumulativa (f.d.c)  $\xi = F(x)$  da distribuição de probabilidade pedida tem-se uma função inversa explícita, podendo-se amostrar um evento do espaço amostral correspondendo a f.d.p. através de  $x = F^{-1}(\xi)$ .

**Técnica da Rejeição.** Quando o cálculo de  $F^{-1}$  aumentar demasiadamente o tempo computacional, pode-se amostrar  $x$  de acordo com:

1. Escolher um valor  $K$  o qual exceda todos os valores de  $f(x)$  dentro do intervalo (a,b);
2. Calcule dois números quaisquer  $\xi_1$  e  $\xi_2$  distribuídos uniformemente entre 0 e 1 para encontrar:

$$f(x) \text{ para } x = a + \xi_1(b - a) \text{ e } k = \xi_2 K$$

3. Se  $f(x) > k$ , o valor de  $x$  é aceito, caso contrário não.

A eficiência desta técnica é dada pela razão do número de amostragens aceitas pelo número total de amostragens.

**Amostragem por Importância.** A amostragem por importância consiste em forçar a seleção de um maior número de eventos nas partes mais importantes do problema. No problema de transporte de partículas, a amostragem das trajetórias que mais contribuem para o cálculo do parâmetro a ser estimado é um exemplo desta técnica. Esta distorção se faz introduzindo uma nova função de distribuição e os valores amostrados devem ser corrigidos por um fator peso. Neste caso a variância da estimativa irá diminuir porque a dispersão das amostras será menor, isto é, trajetórias pouco importantes serão amostradas em menor número.

## METODOLOGIA TEÓRICA

Neste trabalho são utilizadas técnicas de Monte Carlo desenvolvidas principalmente nos trabalhos de Zerby e Moran [2] e Beam et al [3].

**Idealizações e Aproximações para a Construção do Modelo de Simulação.**

- Não se considera a radiação de fundo;
- São considerados apenas os efeitos Compton, fotoelétrico e de formação de pares;
- Os elétrons perdem energia somente dentro do detector e não se considera a emissão de radiação de freamento;
- Os pósitrons oriundos do efeito de formação de pares produzem dois fótons de aniquilação que são considerados emitidos no mesmo ponto da formação de pares, ambos com 0.511 MeV de energia, direção isotrópica e sentidos opostos;
- Não se considera o encapsulamento do cristal.

**Cálculo do Ângulo Sólido.** A obtenção do fator geométrico entre a fonte e o detector é importante na detecção da radiação nuclear. Para o caso de uma fonte pontual, por exemplo, é necessário conhecer a probabilidade de um fóton atingir o detector. Para isto

deve-se conhecer as coordenadas do ponto em que o fóton entrou no detector. Portanto tem-se dois casos possíveis:

1. A fonte está em uma posição em que o fóton pode entrar por cima ou pelo lado do detector (Fig. 1.a);
2. A fonte está na região cilíndrica acima do detector ou seja, o fóton só pode entrar por cima do detector (Fig. 1.b).

No primeiro caso pode-se definir o ângulo:

$$\alpha_{\max} = \sin^{-1}(r/\rho) \quad (1)$$

onde  $r$  é o raio do detector e  $\rho$  é a distância do centro do detector até a linha paralela que contém a fonte. Para reduzir a variância faz-se a amostragem do ângulo  $\alpha$  apenas no intervalo  $(-\alpha_{\max}, \alpha_{\max})$  e constrói-se uma f.d.p. modificada que poderá ser amostrada da f.d.p. uniforme entre 0 e 1. Aplicando o princípio básico tem-se:

$$\xi = \frac{\int_{-\alpha_{\max}}^{\alpha} d\alpha/2\pi}{\int_{-\alpha_{\max}}^{\alpha_{\max}} d\alpha/2\pi} \quad (2)$$

Resolvendo a equação acima e invertendo seu resultado, obtém-se  $\alpha = \alpha_{\max}(2\xi - 1)$  onde  $-\alpha_{\max} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ . O peso devido a esta amostragem modificada é dado por:

$$\omega_{\alpha} = \frac{\int_{-\alpha_{\max}}^{\alpha_{\max}} d\alpha/2\pi}{\int_0^1 d\alpha/2\pi} = \alpha_{\max}/\pi \quad (3)$$

Com o ângulo  $\alpha$  calculado fica estabelecido o plano ABCD (Fig. 1.a) por onde o fóton deve passar se vier das fontes nas posições  $S_1$  e  $S_2$ . Os segmentos  $\overline{OA}$  e  $\overline{OB}$  são dados por:

$$\overline{OB} = \rho \cos \alpha - (r^2 - \rho^2 \sin^2 \alpha)^{1/2} \quad (4)$$

e

$$\overline{OA} = \rho \cos \alpha + (r^2 - \rho^2 \sin^2 \alpha)^{1/2} \quad (5)$$

Quando a fonte estiver em  $S_1$ , ou seja,  $h > 0$ , então

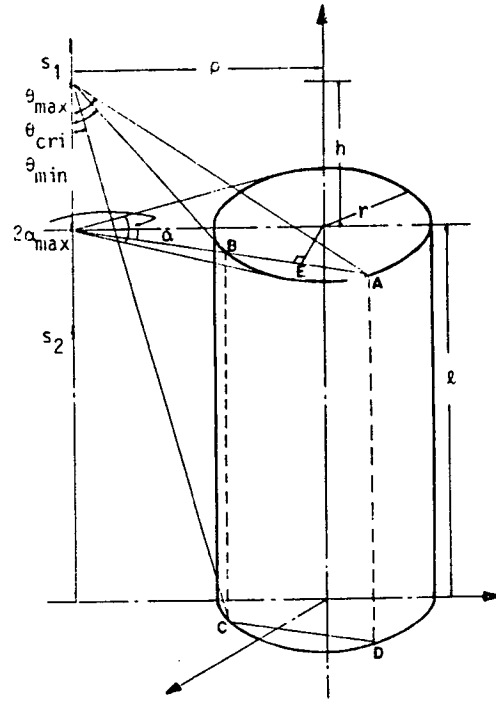
$$\begin{aligned} \theta_{\max} &= \tan^{-1}(\overline{OA}/h) \\ \theta_{\text{cri}} &= \tan^{-1}(\overline{OB}/h) \\ \theta_{\min} &= \tan^{-1}(\overline{OB}/(h+l)) \end{aligned} \quad (6)$$

Quando  $h = 0$ ,  $\theta_{\max} = \theta_{\text{cri}} = \pi/2$  e  $\theta_{\min} = \tan^{-1}(\overline{OB}/l)$ . Para  $h < 0$ , a fonte está na posição  $S_2$  e tem-se:

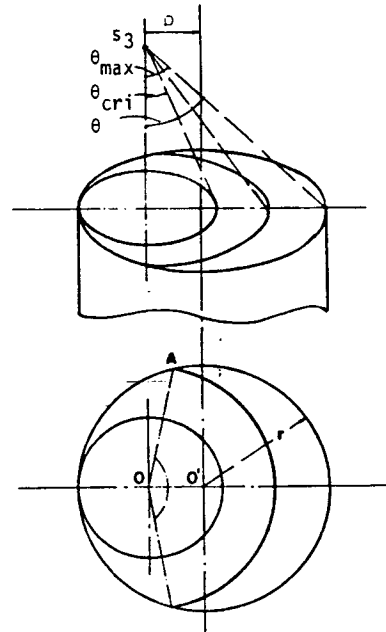
$$\begin{aligned} \theta_{\max} &= \pi/2 + \tan^{-1}(|h|/\overline{OB}) \\ \theta_{\text{cri}} &= \theta_{\max} \\ \theta_{\min} &= \tan^{-1}(\overline{OB}/(l - |h|)) \end{aligned} \quad (7)$$

Construindo uma f.d.p. modificada para amostragem de um ângulo particular  $\theta$  no intervalo  $(\theta_{\min}, \theta_{\max})$ , isto é,

$$\xi = \frac{\int_{\theta_{\min}}^{\theta} 1/2 \sin \theta d\theta}{\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} 1/2 \sin \theta d\theta} \quad (8)$$



(a)



(b)

Figura 1. Posições de Fonte Pontual.

que fornece

$$\theta = \cos^{-1}[\cos \theta_{\min} - \xi(\cos \theta_{\min} - \cos \theta_{\max})] \quad (9)$$

Comparando  $\theta_{\max}$  com  $\theta_{\text{cri}}$  é possível estabelecer se o fóton entrou por cima ou pelo lado do detector.

Novamente calcula-se o peso associado e tem-se que

$$\omega_{\theta} = \frac{\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} 1/2 \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi} 1/2 \sin \theta d\theta} \quad (10)$$

ou seja,

$$\omega_{\theta} = \frac{1}{2}(\cos \theta_{\min} - \cos \theta_{\max}) \quad (11)$$

Para fontes em  $S_3$  (Fig. 1.b) nota-se que  $\theta_{\max}$  é constante e por isso  $\theta$  é calculado primeiramente e  $\alpha$  em segundo lugar. O ângulo  $\theta_{\text{cri}}$  define o ângulo abaixo do qual  $\alpha$  assume valores no intervalo  $(0, 2\pi)$ . Para  $\theta$  maior que  $\theta_{\text{cri}}$  a variação de  $\alpha$  é limitada ao intervalo  $(-\alpha_{\max}, \alpha_{\max})$ . Através da Fig. 1.b pode-se interir os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} \theta_{\max} &= \tan^{-1} \left( \frac{r + \rho}{h} \right) \quad , \\ \theta_{\text{cri}} &= \tan^{-1} \left( \frac{r - \rho}{h} \right) \quad , \\ \theta_{\min} &= 0.0 \quad . \end{aligned} \quad (12)$$

Uma vez calculado  $\theta$ , tem-se duas possibilidades. Se  $\theta < \theta_{\text{cri}}$  então  $\alpha$  varia entre 0 e  $2\pi$  e não se utiliza amostragem por importância, ou seja,

$$\xi = \int_0^{\alpha} d\alpha / 2\pi = \frac{\alpha}{2\pi} \quad (13)$$

Desta forma  $\alpha = 2\pi\xi$ , para  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$  e  $\omega_{\alpha} = 1.0$ .

Quando  $\theta$  for maior que  $\theta_{\text{cri}}$ , calcula-se primeiramente  $\alpha_{\max}$ , isto é,

$$\alpha_{\max} = \cos^{-1} \left[ \frac{\rho^2 + h^2 \tan^2 \theta - r^2}{2h\rho \tan \theta} \right] \quad (14)$$

Desta forma calcula-se,  $\alpha = \alpha_{\max}(2\xi - 1)$ , com o peso associado,  $w_{\alpha} = \alpha_{\max}/\pi$ .

Para fontes tipo disco deve-se amostrar um único ponto na superfície do disco e tomá-lo como sendo uma fonte puntual conforme o procedimento anterior, isto é,

$$\xi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho} \frac{\rho d\rho d\phi}{\pi R^2} = \frac{\rho^2}{R^2} \quad (15)$$

invertendo a expressão acima encontra-se  $\rho = R\sqrt{\xi}$ , para  $0 \leq \rho \leq R$ .

Para uma fonte tipo feixe paralelo circular, deve-se simplesmente amostrar um fóton do feixe como da fonte tipo disco com  $R$  igual ao raio do feixe e  $\omega = 1$ . Para feixes com raio maior que o raio do detector,  $\rho$  deve ser amostrado com  $R$  igual ao raio do detector. Portanto, o peso total associado a uma seleção de

ângulos  $\alpha$  e  $\theta$  para a  $i$ -ésima partícula será  $\omega_i = \omega_{\alpha}\omega_{\theta}$  e portanto o ângulo sólido é dado por

$$\Omega = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega_i \quad (16)$$

onde  $N$  é o número de histórias. O desvio padrão é dado por

$$\sigma_{\Omega} = \left[ \frac{1}{N(N-1)} \left( \sum_{i=1}^N \omega_i^2 - N\Omega^2 \right) \right]^{1/2} \quad (17)$$

**Cossenos Diretores Iniciais.** Para se calcular as coordenadas angulares iniciais do fóton, é necessário conhecer as coordenadas de entrada  $(x_e, y_e, z_e)$  e de saída  $(x_s, y_s, z_s)$  do fóton e a distância entre estes dois pontos. Na Figura 1 pode-se ver que quando o fóton entra pelo topo, tem-se

$$\begin{aligned} x_e &= h \tan \theta \sin \alpha \quad , \\ y_e &= h \tan \theta \cos \alpha - \rho \quad , \\ z_e &= \ell \quad . \end{aligned} \quad (18)$$

Se o fóton entrou pelo lado do detector, tem-se

$$\begin{aligned} x_e &= \overline{OB} \sin \alpha \quad , \\ y_e &= \overline{OB} \cos \alpha - \rho \quad , \\ z_e &= h + \ell - \overline{OB} / \tan \theta \quad . \end{aligned} \quad (19)$$

Se o fóton dirige-se ao fundo do detector, então

$$\begin{aligned} x_s &= (h + \ell) \tan \theta \sin \alpha \quad , \\ y_s &= (h + \ell) \tan \theta \cos \alpha - \rho \quad , \\ z_s &= 0.0 \quad . \end{aligned} \quad (20)$$

No caso do fóton sair pelo lado, tem-se

$$\begin{aligned} x_s &= \overline{OA} \sin \alpha \quad , \\ y_s &= \overline{OA} \cos \alpha - \rho \quad , \\ z_s &= (h + \ell) - \overline{OA} \tan \theta \quad . \end{aligned} \quad (21)$$

É possível que o fóton possa também sair pelo topo, neste caso,

$$\begin{aligned} x_s &= |h| / (\tan(\theta - \pi/2) \sin \alpha) \quad , \\ y_s &= |h| / (\tan(\theta - \pi/2) \cos \alpha - \rho) \quad , \\ z_s &= \ell \quad . \end{aligned} \quad (22)$$

Para fontes tipo feixe paralelo, tem-se  $x_e = x_s = z_s = 0.0$ ,  $y_e = y_s = \rho$  e  $z_e = \ell$ .

Conhecidos os pontos de entrada e de saída e a distância máxima a percorrer no cristal, tem-se os cossenos diretores iniciais do fóton dados por

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= (x_s - x_e) / d \quad , \\ \cos \beta &= (y_s - y_e) / d \quad , \end{aligned}$$

$$\cos \gamma = (z_s - z_c)/d \quad (23)$$

**Determinação dos Coeficientes de Atenuação.** Os coeficientes de atenuação para o efeito Compton e o de formação de pares são dados por polinômios com coeficientes calculados por Avignone e Jeffreys [4]. A seção de choque para o efeito fotoelétrico também foi ajustada por polinômio utilizando o método de mínimos quadrados com coeficientes calculados com base nos resultados de Storm e Israel [5].

**Determinação da Probabilidade de interação.** Fótons que entram no detector tem uma probabilidade de existência associada a um peso igual a 1.0, ou seja, nesta fase de cálculos não é necessário considerar o fator geométrico. Este peso é reduzido após cada interação pela razão das seções de choque de espalhamento pela total, isto é,  $\omega_c = \sigma_c/\sigma_t$  e, pela probabilidade da interação ocorrer dentro do cristal.

Para a amostragem de locais de interação somente dentro do cristal (amostragem por importância), deve-se construir uma função distribuição modificada, isto é,

$$\xi = \frac{\int_0^d \sigma_t e^{-\sigma_t x} dx}{\int_0^d \sigma_t e^{-\sigma_t x} dx} \quad (24)$$

onde  $d$  é a distância que o fóton percorreria para fugir do cristal e  $\sigma_t$  é o coeficiente de atenuação linear total. Resolvendo esta equação, tem-se que:

$$\ell = -\frac{1}{\sigma_t} \ln[1 - \xi e^{-\sigma_t d}] \quad (25)$$

onde  $\ell$  representa a distância entre duas interações subsequentes. O peso associado com esta escolha é dado por:

$$\omega_t = \frac{\int_0^d \sigma_t e^{-\sigma_t x} dx}{\int_0^\infty \sigma_t e^{-\sigma_t x} dx} = 1 - e^{-\sigma_t d} \quad (26)$$

**Nova Direção e Energia do Fóton após o Espalhamento.** Os locais das interações  $P_n$  e  $P_{n+1}$  estão relacionados por:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= \ell \cos \alpha + x_n \\ y_{n+1} &= \ell \cos \beta + y_n \\ z_{n+1} &= \ell \cos \gamma + z_n \end{aligned} \quad (27)$$

onde os cossenos de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são os cossenos diretores da  $n$ -ésima interação. Para o cálculo das coordenadas do ponto da primeira interação são utilizadas as coordenadas do ponto de entrada do fóton dentro do detector e os cossenos diretores iniciais.

A energia do fóton é reduzida de acordo com a seção de choque diferencial de Klein-Nishina que é amostrada com a técnica da rejeição [1,6]. O ângulo de espalhamento é calculado utilizando a lei do espalhamento Compton,

$$\cos \theta = 1 + 0.511/E_0 - 0.511/E_s \quad (28)$$

onde  $E_0$  é a energia antes e  $E_s$  a energia após o espalhamento. O ângulo azimutal é amostrado entre 0 e  $2\pi$ , uma vez que o espalhamento Compton é azimutalmente simétrico, ou seja,  $\phi = 2\pi\xi$ .

Portanto, os cossenos diretores do fóton emergente serão dados por:

$$\begin{aligned} \cos \alpha' &= \cos \alpha \cos \theta + (A \cos \alpha - \cos \beta \sin \theta \sin \phi)/B \\ \cos \beta' &= \cos \beta \cos \theta + (A \cos \beta + \cos \alpha \sin \theta \sin \phi)/B \\ \cos \gamma' &= \cos \gamma \cos \theta + B \sin \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (29)$$

Onde  $A = \cos \gamma \sin \theta \cos \phi$  e  $B = (1 - \cos^2 \gamma)^{1/2}$ . Quando  $B$  é próximo de zero tem-se:

$$\begin{aligned} \cos \alpha' &= \sin \theta \cos \phi \\ \cos \beta' &= \sin \theta \sin \phi \\ \cos \gamma' &= \cos \gamma \cos \phi \end{aligned} \quad (30)$$

Calculada a nova direção pode-se calcular a nova distância que o fóton pode percorrer dentro do cristal. Para o caso em que o fóton tende a sair pelo lado, esta distância pode ser encontrada considerando a equação para o círculo do cilindro reto acoplada com a equação da trajetória do fóton, isto é,

$$x_c^2 + y_c^2 = R_c^2 \quad (31)$$

e

$$d = \frac{x_c - x}{\cos \alpha} = \frac{y_c - y}{\cos \beta} = \frac{z_c - z}{\cos \gamma} \quad (32)$$

onde  $(x_c, y_c, z_c)$  são as coordenadas do ponto de saída lateral e  $(x, y, z)$  são as coordenadas do ponto da última interação,  $R_c$  é o raio do detector e  $d$  é a distância efetiva que se quer calcular. Tomando as equações acima encontra-se uma equação de segundo grau para  $d$ , isto é,

$$d^2(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta) + 2d(x \cos \alpha + y \cos \beta) + (x^2 + y^2 - R_c^2) = 0 \quad (33)$$

Para saber se o fóton saiu pelas laterais ou não, deve-se calcular  $z_c$  e comparar com a altura do cristal, isto é,

$$z_c = d \cos \gamma + z \quad (34)$$

Se  $z_c$  não estiver nos limites do detector, isto é,  $0 \leq z_c \leq \ell$ , então o fóton se dirige para a superfície superior ou para o fundo do detector e a distância efetiva neste caso será dada por:

$$d = (\ell - z)/\cos \gamma \quad \text{ou} \quad d = -z/\cos \gamma \quad (35)$$

dependendo se a nova direção é positiva ou negativa, ou seja em direção do topo ou em direção do fundo, respectivamente. Com esta nova distância  $d$  repetem-se os cálculos anteriores até que o peso ou a energia do fóton caia abaixo dos limites estabelecidos.

**Levantamento do Espectro.** As contribuições para o espectro podem ser calculadas multiplicando o peso corrente do fóton antes de uma colisão pela sua probabilidade de fuga,  $e^{-\sigma_t d}$ , adicionando este produto no canal correspondente a energia total depositada até a última colisão do fóton. Com isso a energia

depositada no cristal é igual a energia inicial do fóton menos sua energia no instante da fuga.

Para a determinação completa do espectro deve-se simular em cada colisão o efeito fotoelétrico e depois o efeito de produção de pares antes de obrigar a sobrevivência do fóton através do espalhamento Compton.

Na simulação do efeito fotoelétrico, o peso do fóton é multiplicado pela probabilidade deste sofrer um efeito fotoelétrico nesta colisão. Este produto é contado no canal correspondente a energia depositada que neste caso é a própria energia inicial da fonte. Para o efeito de formação de pares a contribuição é contada da mesma forma, porém a perda de energia devido aos fótons de aniquilação deve ser calculada. Para esse cálculo não são utilizadas técnicas de redução da variância, ou seja, para fótons de aniquilação são amostrados ângulos de emissão isotrópica, e os cossenos diretores para um dos fótons de aniquilação são calculados pelas equações anteriormente mostradas e os cossenos diretores para o segundo são idênticos, porém de sinais contrários pois são emitidos em sentidos opostos. Em seguida calcula-se a distância  $d$  para a fuga do fóton e amostra-se uma distância  $\ell$  entre interações utilizando a expressão:

$$\ell = -\frac{1}{\sigma_t} \ln \xi \quad (36)$$

Para  $\ell > d$  o fóton escapou do cristal e sua energia é considerada perdida. Caso contrário, amostra-se o tipo da interação através da distribuição de probabilidade:

$$\xi = \int_0^u du / \sigma_t \quad (37)$$

No caso de  $\xi < \sigma_f / \sigma_t$ , isto implica que o fóton foi absorvido, caso contrário, foi espalhado e então, repete-se este procedimento de cálculo.

A energia absorvida neste caso é a energia inicial do fóton menos a energia perdida pelos dois fótons de aniquilação. A quantidade contada no canal correspondente é o produto do peso depois da colisão pela probabilidade da ocorrência do efeito de formação de pares ( $\sigma_p / \sigma_t$ ).

**Cálculo das Eficiências.** A eficiência intrínseca é definida como sendo a razão dos raios gama que interagiram pelo menos uma vez dentro do detector pelo número total de gamas que entraram no detector, e é dada por:

$$EI = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\omega_i \omega_i}{\Omega} \quad (38)$$

onde  $N$  é o número de histórias,  $\omega_i$  é o peso geométrico e  $\omega_{i1}$  é o peso da primeira interação. A variância de  $EI$  é dada por:

$$\sigma_{EI}^2 = \frac{1}{N(N-1)} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \frac{\omega_i \omega_i}{\Omega} \right)^2 - N \times (EI)^2 \right] \quad (39)$$

A eficiência de fotopico é a razão do número de gamas totalmente absorvidos no detector pelo número de gamas que entraram no detector e é dada por:

$$EF = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{EF_i \omega_i}{\Omega} \quad (40)$$

onde  $EF_i$  é a probabilidade de absorção total para cada história, isto é,

$$EF_i = \omega_{i1} f_{i1} + \sum_{j=2}^{\nu} \omega_{ij} f_{ij} \prod_{j=2}^{\nu} \omega_{i(j-1)} c_{i(j-1)} + \omega_{ij} p_{ij} + \sum_{j=2}^{\eta} \omega_{ij} p_{ij} \prod_{j=\kappa}^{\nu} \omega_{j(j-1)} c_{i(j-1)} \quad (41)$$

onde:

$i$  = índice da história;

$j$  = índice da interação;

$f$  = razão das seções de choque fotoelétrico pela total;

$c$  = razão das seções de choque Compton pela total;

$p$  = razão das seções de choque formação de pares pela total;

$\nu$  = número total de interações para a  $i$ -ésima história;

$\kappa$  = número de interações que no efeito de formação de pares o fóton perdeu toda sua energia para o cristal incluindo os fótons de aniquilação;

$\eta$  = número total das interações  $\kappa$ .

Analogamente, a variância de  $EF$  é dada por:

$$\sigma_{EF}^2 = \frac{1}{N(N-1)} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \frac{EF_i \omega_i}{\Omega} \right)^2 - N \times (EF)^2 \right] \quad (42)$$

A razão Pico/Total,  $R_{p/t} = EF/EI$ , é um índice comumente utilizado nas medidas experimentais. Outro índice calculado é a eficiência intrínseca total da fonte,  $EI_t = \Omega EI$ , que indica o número total de fótons detectados por fótons emitidos pela fonte.

## RESULTADOS E COMPARAÇÕES.

**Comparação de Eficiências.** A Tabela 1 mostra os resultados obtidos por este trabalho e compara-se com aqueles obtidos por Giannini et al [8] (resultados teóricos) e Young et al [9] (resultados experimentais) para fontes pontuais a 2,5 cm do topo do cristal e situadas no eixo de detector. O incremento no erro em 4,43 MeV demonstra os efeitos da não consideração do transporte de elétrons e da radiação de freamento.

Na Tabela 2 compara-se os resultados obtidos com os resultados teóricos obtidos por Giannini et al [8] e Weitkamp [10]. Neste caso considera-se fonte puntual a 15 cm do topo do detector e no eixo do detector.

Tabela 1. Razão pico/total para um cristal de 5 por 5 polegadas com fonte puntual isotrópica a 2,5 cm.

Energia (MeV)	Ref.[8]	Ref. [9]	Este trabalho
0.661	0.653	0.569	0.674 ± 0.011
2.310	0.377	0.338	0.368 ± 0.010
4.430	0.255	0.231	0.333 ± 0.010

Tabela 2. Eficiência de fotopico para um cristal de 5 por 4 polegadas com fonte puntual isotrópica a 15 cm.

Energia (MeV)	Ref. [8]	Ref. [10]	Este trabalho
0.323	0.727	0.750	0.743 ± 0.006
0.662	0.472	0.530	0.486 ± 0.007
1.520	0.265	0.290	0.289 ± 0.006

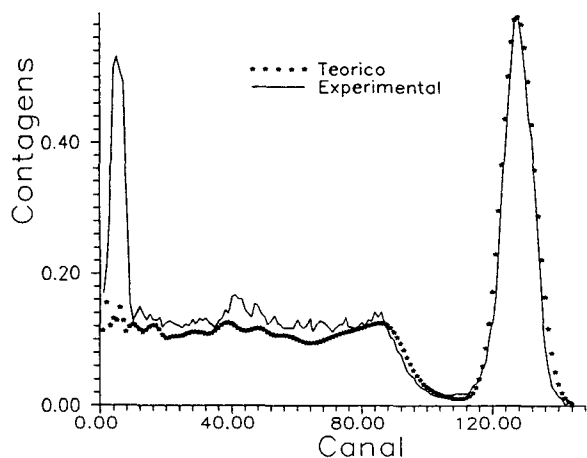


Figura 2. Espectro de deposição de energia para o Césio 137 com fonte a 0,15 cm para um cristal de 2 (alt.) por 1,5 (dia.) polegadas.

**Espectros de Deposição.** Os espectros obtidos pelo programa computacional são espalhados por meio de uma distribuição Gaussiana para fins de comparação com os espectros experimentais [6,7].

A Figura 2 ilustra os espectros de deposição de energia (experimental e teórico) para o Césio 137. Embora seja possível notar a boa concordância entre os resultados, no entanto a cauda Compton apresentou discrepâncias por causa da radiação de fundo, fótons espalhados no ambiente de detecção e o pico de absorção do Bário 137.

## CONCLUSÕES

Os resultados obtidos para as eficiências e os espectros calculados neste trabalho apresentam uma boa concordância com os resultados encontrados na literatura (teóricos e experimentais) e os experimentos de laboratório.

Como sugestão para um trabalho seguinte pode-se incluir algumas considerações para o aumento da faixa de energia de sua utilização e para maior precisão nos resultados. Algumas destas considerações são as seguintes:

- A inclusão do efeito da radiação de freamento;
- Considerações sobre o transporte de elétrons;
- Inclusão dos efeitos de alta e baixa energia;
- O encapsulamento do cristal;
- A inclusão de novos tipos de fontes, do tipo fonte volumétrica;
- Novos tipos de detectores, tais como o CsI e o de Germânio puro;

- Considerações sobre a radiação de fundo no ambiente de detecção;
- Um tratamento mais acurado na seção de choque de espalhamento.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho teve o apoio financeiro da CNEN e CNPq (primeiro autor).

## REFERÊNCIAS

- [1] CARTER, L.L.; CASHWELL, E.D. **Particle Transport Simulation with the Monte Carlo Method.** Los Alamos, ERDA Critical Review Series, 1975, 111p.
- [2] ZERBY, C.D. A Monte Carlo Calculation of the Response of Gamma-Ray Scintillation Counters. **Methods Comput. Phys.**, 1, 89-134, 1963.
- [3] BEAM, G.B.; WIELOPOLSKI, L.; GARDNER, R.; VERGHESE, K. Monte Carlo Calculation of Efficiencies of Right Circular Cylindrical NaI Detectors for Arbitrarily Located Point Sources. **Nucl. Instrum. Meth.**, 154, 501-8, 1978.
- [4] AVIGNONE III, F.T.; JEFFREYS, J.A. Empirical Polynomials for Computing Gamma-Ray Interaction Cross Section and Coefficients in Ge and NaI(Tl). **Nucl. Instrum. Meth.**, 179, 159-62, 1981.
- [5] STORM, E.; ISRAEL, H.I. **Photon Cross Section from 0.001 to 100 MeV for Elements 1 to 1000.** Los Alamos, New Mexico, Los Alamos Sci. Lab., 1974. (LA-3753).
- [6] VIEIRA, W.J. **Simulação do Espectro de Deposição de Energia de Raios Gama em Detectores de NaI Utilizando o Método de Monte Carlo.** Dissertação de Mestrado. IPEN/USP, São Paulo, 1982.
- [7] BERGER, M.J.; SELTZER, S.M. Response Functions for Sodium Iodide Scintillation Detectors. **Nucl. Instrum. Meth.**, 104, 317-32, 1972.
- [8] GIANNINI, M.; OLIVA, P.; RAMORINO, M.C. Monte Carlo Calculation of the Energy Loss for Gamma Rays in Cylindrical NaI(Tl) Crystals. **Nucl. Instrum. Meth.**, 81, 104-8, 1970.
- [9] YOUNG, F.C.; HEATON, H.T.; PHILLIPS, G.W.; FORTSUTH, P.D.; MARION, J.B. Peak-to-Total Ratios and Efficiencies for a 5 in dia by 5 in NaI Crystals. **Nucl. Instrum. Meth.**, 1, 89-134, 1963.
- [10] WEITKAMP, C. Monte Carlo Calculation of Photofractions and Intrinsic Efficiencies of Cylindrical NaI(Tl) Scintillation Detectors. **Nucl. Instrum. Meth.**, 23, 13-18, 1963.

## ABSTRACT

With the aim of studying and applying Monte Carlo methods, a computer program was developed to calculate pulse height spectra and detector efficiencies for gamma rays incident on NaI(Tl) crystals. The results presented an excellent agreement with published, calculated, and experimental data.