



CNEN/SP

ipen Instituto de Pesquisas
Energéticas e Nucleares

AUTARQUIA ASSOCIADA A UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO

EXTENSÃO DA FAIXA DE VELOCIDADES MENSURÁVEIS DO VELOCÍMETRO DOPPLER ULTRA-SÔNICO PULSÁTIL

GESSÉ EDUARDO CALVO NOGUEIRA

**Tese apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Doutor em Ciências na Área de
Tecnologia Nuclear.**

**Orientador:
Dr. Ademar Ferreira**

**São Paulo
1995**

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Autarquia associada à Universidade de São Paulo

**EXTENSÃO DA FAIXA DE VELOCIDADES MENSURÁVEIS DO
VELOCÍMETRO DOPPLER ULTRA-SÔNICO PULSÁTIL**

GESSÉ EDUARDO CALVO NOGUEIRA

**Tese apresentada como parte dos requisitos para
obtenção do grau de Doutor em Ciências na Área
de Tecnologia Nuclear.**

**Orientador:
Dr. Ademar Ferreira**

SÃO PAULO

1995



Agradecimentos

Agradeço a Deus...

Agradeço ao Dr. Ademar Ferreira, pela orientação, confiança e incentivo constantes.

Agradeço ao Dr. Spero Penha Morato, pelo incentivo para iniciar este trabalho.

Agradeço ao Dr. Nilson Dias Vieira Jr., pelo incentivo e pelas várias discussões sobre este trabalho.

Agradeço ao José Tort Vidal, pelo apoio a este trabalho.

Agradeço:

À equipe de fisiologia da Escola Paulista de Medicina, pelas discussões e pelos ensaios realizados.

À equipe de hidrodinâmica do IPEN, pelo interesse e incentivo.

À equipe do Programa de Engenharia Biomédica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, pelo interesse e incentivos.

À FINEP e ao CNPq, pelos financiamentos a este trabalho.

A todos os amigos do ME/IPEN que direta ou indiretamente contribuíram para a execução deste trabalho:

Paulinho, Marcão, Valdir, Ricardo, Puig, Nick, Denise, Armando, Izilda Márcia, Marta, Wagner, José Roberto, Fábio, Baby, Lucia, Ivone, Lordello, Sônia, Suely e Elza.

Dedicatória

*Dedico esta tese à minha esposa Angela e
aos meus filhos Eduardo e Adriana,
que sempre estiveram presentes
nas minhas realizações.*

EXTENSÃO DA FAIXA DE VELOCIDADES MENSURÁVEIS DO VELOCÍMETRO DOPPLER ULTRA-SÔNICO PULSÁTIL

Gessé Eduardo Calvo Nogueira

RESUMO

Apresenta-se neste trabalho uma nova técnica destinada a aumentar a faixa de velocidades mensuráveis do velocímetro Doppler ultra-sônico pulsátil de emissão e detecção coerentes. O velocímetro Doppler ultra-sônico pulsátil atual amostra a velocidade de um fluido em intervalos iguais de tempo. A distância máxima de acesso do velocímetro é diretamente proporcional ao intervalo de tempo entre as amostras. A velocidade máxima mensurável é inversamente proporcional ao intervalo temporal entre as amostras. Os limites práticos da técnica atual impedem a medição de altas velocidades em regiões distantes do emissor acústico, inviabilizando, por exemplo, a velocimetria do refrigerante líquido de um reator nuclear experimental como o existente no IPEN. Por razões similares, a técnica atual também é inviável para o estudo de lesões em vasos sanguíneos profundos. Fixando o intervalo temporal entre as amostras, a alternativa encontrada para aumentar a faixa de velocidades mensuráveis é a adição de amostras, interlaçadas com as amostras igualmente espaçadas do velocímetro. Para evitar a ambigüidade na seleção da distância, gerada pelas amostras interlaçadas, é necessário que exista uma região ao longo do feixe acústico que somente contenha estruturas fixas, e que esta região seja maior do que a região em que o fluxo está confinado, situação esta que ocorre frequentemente na prática.

Para interpolar as amostras obtidas em intervalos temporais não igualmente espaçados, desenvolvemos um critério de amostragem e reconstrução, denominado critério da amostragem de ordem superior, que utiliza a interpolação única das seqüências de amostras. O critério de amostragem de ordem superior de uma função cujo espectro é limitado, é uma extensão do critério da amostragem de Nyquist. Neste trabalho utilizamos um caso particular da amostragem de ordem superior, a amostragem de segunda ordem, com nulidade do espectro original.

Para verificar a aplicabilidade da amostragem interlaçada, a técnica foi implementada em um velocímetro. Os resultados experimentais obtidos confirmam o desenvolvimento teórico. Verificamos que a amostragem interlaçada de segunda ordem, com nulidade do espectro original, duplica a faixa de velocidades mensuráveis. Essa duplicação amplia consideravelmente o uso do velocímetro para o estudo da turbulência de refrigerantes em reatores nucleares, bem como viabiliza o uso da velocimetria Doppler em sistemas hemodinâmicos em situações não atendidas com o uso da técnica atual.

EXTENSION OF THE MEASURABLE VELOCITY RANGE OF THE PULSED DOPPLER ULTRASONIC VELOCIMETER

Gessé Eduardo Calvo Nogueira

ABSTRACT

This work presents a new technique to increase the measurable velocity range in coherent pulsed Doppler ultrasonic velocimeters. The conventional pulsed Doppler ultrasonic velocimeter samples the fluid velocity at equal time intervals. The maximum accessible distance for velocity measurements is directly proportional to the time interval between samples. The maximum measurable velocity is inversely proportional to the time interval between samples. Practical limitations of the present technique do not allow the measurement of high velocities in regions which are distant from the acoustic emitter. This prevents, for example, velocity measurements of the cooling fluid in an experimental nuclear reactor like the one at IPEN. Also, the present technique is not applicable for the study of lesions in deep blood vessels. To circumvent these inadequacies, a new method to increase the measurable velocity range at a fixed distance from the acoustic emitter, is described. The basis of this proposal is the addition of continuously adjustable interlaced samples between the equally spaced samples of the present velocimeter. In order to avoid distance ambiguity caused by the interlaced samples, it is necessary that a region containing only fixed structures exist along the acoustic beam path, and that this region have a greater extension than the one in which the flow is confined. This is the usual situation in practice.

To recover the original signal from the sampling pattern, a sampling and interpolating criterion is developed. This criterion is an extension of the Nyquist criterion.

A velocimeter has been built to verify the applicability of the proposed technique. The simulation and experimental results confirm the theoretical doubling of the measurable velocity range.

As a consequence of this new technique, the study of refrigerant turbulence in nuclear reactors, and investigations in hemodynamic systems are substantially enhanced with respect to the present pulsed Doppler velocimeters.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I INTRODUÇÃO	1
1.1 Introdução.....	1
1.2 Velocimetria Doppler ultra-sônica: limites da técnica	6
1.3 Objetivos e conteúdo	7
CAPÍTULO II VELOCIMETRIA DOPPLER ULTRA-SÔNICA PULSÁTIL	8
II.1 Introdução.....	8
II.2 Velocimetria ultra-sônica Doppler pulsátil.....	9
II.2.1 Princípios de funcionamento do velocímetro Doppler pulsátil	9
II.2.2 Amostragem do processo físico: critério da amostragem.....	17
II.2.3 Informações contidas na sinal de desvio Doppler.....	21
II.3 Resoluções no velocímetro Doppler pulsátil	26
II.3.1 Resolução espacial	27
II.3.2 Resolução em frequência.....	31
II.4 Ambigüidades em frequência e distância	32
II.4.1 Ambigüidade em frequência	33
II.4.2 Ambigüidade Doppler	34
II.4.3 Ambigüidade em distância	35
II.5 Atenuação da onda no meio	36
II.6 Conclusões.....	37
CAPÍTULO III EXTENSÃO DA VELOCIDADE MÁXIMA MENSURÁVEL: TÉCNICAS EXISTENTES	39
III.1 Introdução	39
III.2 Amostragem com seqüências alternadas	39

III.3	Extensão do critério da amostragem aplicado em ultra-som	42
III.4	Comentários sobre outras técnicas	49
III.4.1	Amostragem interlaçada	49
III.4.2	Método da correlação entre as amostras	51
III.5	Discussões e conclusões	51

CAPÍTULO IV EXTENSÃO DA FAIXA DE VELOCIDADES MENSURÁVEIS: UM NOVO MÉTODO..... 54

IV.1	Introdução	54
IV.2	Amostragem interlaçada do processo físico	55
IV.3	Amostragem de segunda ordem e reconstrução de um sinal.....	58
IV.3.1	Amostragem de um sinal em intervalos iguais do tempo	58
IV.3.2	Função de amostragem interlaçada de segunda ordem: critério da nulidade do espectro na origem	60
IV.3.3	Funções amostradas segundo o critério da nulidade do espectro original	60
IV.3.4	Reconstrução do sinal amostrado segundo o critério da nulidade do espectro original.....	62
IV.4	Critério da amostragem de segunda ordem aplicado ao velocímetro Doppler pulsátil	63
IV.4.1	Amostragem do processo físico e seleção da distância	66
IV.4.2	Detecção em quadratura e reconstrução do sinal de desvio Doppler	68
IV.5	Amostragem de ordem superior.....	70
IV.5.1	Funções amostradas de ordem superior	70
IV.5.2	Amostragem interlaçada	72
IV.5.3	Amostragem de ordem superior.....	73
IV.5.4	Exemplos de funções de amostragem de ordem superior	75
IV.6	Discussões e conclusões.....	77

CAPÍTULO V MEIOS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS 78

V.1	Introdução	78
V.2	Construção de um velocímetro ultra-sônico Doppler pulsátil	79

V.2.1	Construção de um velocímetro operando com a amostragem de primeira ordem.....	79
V.2.2	Modificações no velocímetro para operar com a sequência de amostragem interlaçada	81
V.3	Amostragem e retenção, distorção espectral e correção	84
V.3.1	Distorção espectral resultante da amostragem e retenção.....	85
V.3.2	Digitalização dos sinais e obtenção do espectro.....	87
V.3.3	Correção espectral.....	88
V.3.4	Reconstrução do sinal	88
V.4	Potência do ruído térmico no processo de amostragem e retenção	89
V.4.1	Potência do ruído térmico no processo de amostragem/retenção e correção espectral: amostragem de primeira ordem	89
V.4.2	Potência de um sinal no processo de amostragem/retenção e correção espectral: amostragem de primeira ordem.....	90
V.4.3	Potência do ruído térmico no processo de amostragem/retenção e correção espectral: amostragem de segunda ordem	91
V.4.4	Potência de um sinal no processo de amostragem/retenção e correção espectral: amostragem de segunda ordem	92
V.5	Discussões e conclusões	94

CAPÍTULO VI RESULTADOS E DISCUSSÕES..... 95

VI.1	Introdução	95
VI.2	Simulações por computador	96
VI.2.1	Simulação de um sinal estacionário de banda espectral estreita: amostragem interlaçada de segunda ordem e reconstrução.....	99
VI.2.2	Simulação de um sinal estacionário de banda espectral larga: amostragem interlaçada de segunda ordem e reconstrução	103
VI.2.3	Discussões sobre os resultados obtidos pelas simulações	106
VI.3	Testes com o velocímetro	107
VI.3.1	Sinal permanente senoidal	108
VI.3.2	Sinal com frequência máxima menor que a frequência de Shannon	110
VI.3.3	Sinal com frequência máxima igual à frequência de Shannon.....	113
VI.3.4	Sinais com as larguras espectrais maiores que a frequência de Shannon	116
VI.3.5	Análise do ruído térmico	118
VI.3.6	Discussões sobre os resultados obtidos com o velocímetro.....	121

VI.4 Conclusões	122
CAPÍTULO VII CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	123
VII.1 Conclusões.....	123
VII.2 Propostas de continuidade do trabalho	127
APÊNDICES	128
APÊNDICE A Frequência média do sinal amostrado de segunda ordem, com nulidade do espectro original	128
APÊNDICE B Reconstrução de um sinal amostrado de segunda ordem, com nulidade do espectro original	130
APÊNDICE C Amostragem em intervalos finitos de tempo	131
APÊNDICE D Amostragem de segunda ordem aplicada a processos estocásticos estacionários	134
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	140

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I.1. - Introdução

A medição de parâmetros hidrodinâmicos nos circuitos de refrigeração em reatores nucleares é de grande interesse para o estudo dos processos de troca de calor, vibração e fadiga.

Dentre os parâmetros hidrodinâmicos de maior relevância, destaca-se a velocidade do fluido no vaso de combustão do reator. A sua importância decorre do processo de troca do calor dos elementos combustíveis com o refrigerante. Para que o processo seja eficiente é necessário que haja turbulência do fluido. A deficiência de refrigeração, mesmo que localizada em pequenas áreas do elemento combustível, pode provocar a fusão de suas paredes. Por outro lado, em outros pontos do circuito de refrigeração, turbulência e vórtices não são desejáveis. Podem provocar vibrações e fadiga da estrutura.

Algumas regiões dos reatores são de difícil acesso, como por exemplo, as regiões próximas do elemento combustível. Nestes locais é difícil a medição da velocidade do fluido com métodos convencionais, como por impulsos térmicos [12].

Como técnicas alternativas, a medição da velocidade de fluidos líquidos tem sido efetuada por velocímetros Doppler a laser e ultra-sônicos. O velocímetro Doppler a laser tem sido usado para a medição do perfil da velocidade do fluido e de parâmetros da turbulência [37 e 39]. A técnica é considerada invasiva, uma vez que é necessária a adição de partículas no fluido para provocar a reflexão da luz. Outras características indesejáveis da técnica são: o custo elevado do instrumento, dificuldades mecânicas de

acoplamento do sistema com o objeto de estudo, necessidade de janelas ópticas e elevada sensibilidade da concentração do marcador no fluido.

Quando o fluido é líquido, o velocímetro Doppler ultra-sônico pode ter resolução espacial comparável com a do velocímetro a laser [40 e 81]. A técnica permite a medição do perfil da velocidade do fluido e de parâmetros da turbulência, tais como o índice e as escalas da turbulência [37]. Apresenta ainda baixo custo, dimensões reduzidas do transdutor, permite o acesso ao perfil da velocidade do fluido em tempo real e a seleção da distância da região de estudo é efetuada por meios eletrônicos. Como desvantagem com relação ao velocímetro a laser, no estágio atual da técnica, a medição de altas velocidades somente pode ser efetuada em regiões próximas do transdutor. Esta restrição tem limitado o potencial uso do sistema.

Para a escolha da técnica mais apropriada devem ser analisados o meio de propagação, a faixa de velocidades e de distâncias a serem medidas, a resolução, a facilidade de acesso, o custo e fatores ambientais (vibrações, poeira, etc.). De forma geral, as técnicas a laser e ultra-sônica são complementares.

Apresentaremos neste trabalho um novo método de amostragem da velocidade do fluido, aplicado à velocimetria Doppler ultra-sônica pulsátil. O método aumenta a faixa de velocidades mensuráveis, ampliando a faixa de aplicações da técnica.

I.2. - Velocimetria Doppler ultra-sônica: limites da técnica

A velocimetria Doppler tem sido largamente utilizada em diversos ramos da ciência e da tecnologia. O princípio básico da técnica é empregado em sistemas de radar meteorológico e de navegação, velocímetros a laser e ultra-sônicos .

A velocimetria Doppler ultra-sônica é utilizada principalmente nas áreas de fisiologia e clínica médica para o estudo de fenômenos hemodinâmicos, principalmente por ser uma técnica não invasiva . As células sanguíneas agem como refletoras acústicas, dispensando o uso de marcadores. Como decorrência, a literatura disponível sobre a técnica Doppler ultra-sônica refere-se quase exclusivamente à área médica.

Os primeiros velocímetros Doppler ultra-sônicos disponíveis eram baseados na emissão contínua de ondas acústicas. Esse sistema apresenta a limitação de não discriminar espacialmente estruturas móveis ao longo do feixe ultra-sônico [6]. Em algumas aplicações específicas é possível focalizar o feixe ultra-sônico através de lentes acústicas, para a discriminação espacial de uma região. Mas a faixa em que é possível focalizar o feixe é limitada.

Wells [96] apresentou o velocímetro Doppler ultra-sônico pulsátil, capaz de resolver espacialmente alvos móveis ao longo do feixe ultra-sônico. O sistema é baseado na emissão de pulsos ultra-sônicos com frequência constante. Cada pulso inicia com a mesma fase. O sistema é denominado de emissão coerente, uma vez que apresenta coerência de fase a cada pulso.

No sistema Doppler ultra-sônico pulsátil, a energia acústica é transmitida em um intervalo curto de tempo, seguindo-se um intervalo temporal para receber os ecos de todos os alvos, móveis e fixos, que estejam na direção do feixe acústico. A seleção de uma região espacial é efetuada por uma janela temporal, atrasada com relação ao início de cada pulso emitido. O intervalo de tempo entre a emissão e o início da janela é proporcional à distância da região em que o velocímetro é sensível. Após o intervalo de recepção, outro pulso é emitido, formando uma seqüência. Durante cada janela de seleção da distância, compara-se a fase instantânea entre o sinal do eco e o sinal do oscilador local. Forma-se uma seqüência de amostras, cujas magnitudes correspondem às fases relativas. As amostras são interpoladas e a frequência do sinal resultante é associada à velocidade do alvo.

A frequência de desvio Doppler (Δf_d) para um alvo isolado, que se desloca com velocidade constante e igual a V na mesma direção que a de propagação da onda acústica, é dada pela equação:

$$\Delta f_d = \frac{2Vf_o}{c}, \quad (1.1)$$

onde f_o é a frequência da onda acústica e c é a velocidade de propagação da onda no meio. A informação do eco é obtida na forma discreta. De acordo com o critério da amostragem apresentado por Nyquist [78] e por Shannon [87], o intervalo entre as amostras (T_r) determina a máxima frequência (Δf_d) mensurável do sinal, de acordo com a expressão:

$$\Delta f_d < \frac{f_r}{2} \quad (1.2)$$

onde $f_r = 1/T_r$.

O tempo do percurso da onda acústica (tempo de vôo até o alvo e retorno) deve ser menor que o intervalo de repetição de pulsos. Assim, a distância máxima mensurável ($D_{máx}$) é:

$$D_{\max} < \frac{T_r \cdot c}{2} \quad (1.3)$$

Combinando (1.1), (1.2) e (1.3), tem-se:

$$(VD)_{\max} < \frac{c^2}{8f_n} \quad (1.4)$$

A relação (1.4) mostra que, para uma determinada frequência de emissão, a velocidade máxima mensurável depende da distância máxima mensurável e vice-versa. A resolução espacial, a atenuação da onda acústica no meio e outros fatores fazem com que a escolha de f_0 não seja arbitrária. Assim, a velocidade e distância máximas mensuráveis são parâmetros que não podem ser otimizados simultaneamente.

Para aplicações médicas, a distância máxima desejável para a medição é determinada pela profundidade dos vasos sanguíneos ou órgãos em estudo. A distância de acesso aos vasos e órgãos mais profundos está na faixa de 7 a 12 cm. Na presença de estenose em vasos sanguíneos ou defeitos das válvulas coronárias, a velocidade do fluido pode estar na faixa de 1 a 3 m/s [44 e 93].

Para mostrar os limites práticos da técnica, analisamos um velocímetro comercial¹ operando em 5 MHz. A distância média para o acesso à artéria carótida interna é da ordem de 20 mm. Para esta profundidade, o operador do instrumento deve selecionar a frequência de repetição de pulsos, que deve ser no máximo 37.500 Hz (c é aproximadamente 1500 m/s). De (1.1) e (1.2), a máxima velocidade mensurável é apenas 2,8 m/s. No entanto, foram verificadas velocidades de até 3,7 m/s, para 80% de estenose na carótida [93]. Existem muitas outras situações clínicas em que os limites da técnica são insuficientes. Desta forma, a relação (1.4) tem sido apontada na literatura como um fator limitante [5, 10, 19, 44, 49, 51, 65, 69, 73, 74, 92, 93, 98 e 99], pois o sistema não permite medir altas velocidades em regiões profundas. Contudo, por ser uma técnica não invasiva, a velocimetria Doppler ultra-sônica pulsátil é atualmente largamente utilizada como técnica auxiliar para o estudo nas áreas de cardiologia, angiologia, neurologia e obstetrícia [93 e 99]. Em algumas situações, o estudo é limitado à análise qualitativa do fluxo, principalmente pela restrição apontada quanto à máxima velocidade mensurável [91]. De forma similar, para aplicações em sistemas de radar, ocorrem situações em que os limites da técnica são insuficientes [17, 25 e 104].

Para aplicações em hidrodinâmica, os parâmetros distância, velocidade e frequência de emissão, dependem das condições do processo físico em estudo. Mas,

¹ Vingmed SD-50, Hoten, Norway.

qualquer que seja o limite, (1.4) deve ser observada. Como exemplo, no vaso de combustão de um reator experimental (do IPEN), a velocidade máxima do fluido é da ordem de 3 m/s, podendo ocorrer velocidades maiores em outros reatores. A distância entre o transdutor e a região de estudo é de 10 mm (espessura da janela acústica posicionada na parede do vaso, com $c \approx 3.000$ m/s). Entre a parede interna do vaso até o elemento combustível existe uma faixa de aproximadamente 2 mm preenchida pelo refrigerante. Para o cálculo do tempo de vôo do pulso ultra-sônico, devem ser considerados os tempos de vôo de cada meio (janela e água). Efetuando os cálculos, o tempo é de $9,33 \mu\text{s}$. De (1.3), a frequência máxima de repetição de pulsos deve ser 107 kHz. Nestas condições, de (1.1) e (1.2), a velocidade máxima mensurável é de apenas 2 m/s.

Decorrente das limitações da velocimetria pulsátil coerente, várias técnicas foram apresentadas para sistemas de radar na década de 70 [25]. Muitas foram testadas em ultra-som: a emissão de sinais aleatórios [10 e 51], a emissão de sinais pseudo-aleatórios [19] e a emissão de sinais coerentes modulados linearmente em frequência [65]. No entanto, foram constatados problemas na adaptação destas técnicas na área de ultra-som. A grande quantidade de alvos móveis e a presença de alvos fixos próximos aos móveis resultam, neste caso, em problemas diferentes daqueles encontrados nos sistemas de radar para a navegação. Nestas condições, as técnicas da emissão de sinais aleatórios e a da modulação linear não apresentaram bons resultados quanto à discriminação entre alvos fixos e móveis [44 e 98].

A emissão de sinais pseudo-aleatórios, apesar de ter apresentado resultados promissores, requer potência emitida elevada, técnicas sofisticadas de processamento e conseqüente custo elevado. Wells [98] apontou que esta técnica não foi aplicada para uso clínico por necessitar de alta intensidade ultra-sônica, para manter a relação sinal/ruído adequada, limitando o uso clínico por razões de segurança. Pelo que verificamos, até o presente não existe um sistema ultra-sônico comercial utilizando a técnica [99].

Com os resultados negativos das técnicas de emissão incoerente quando aplicadas em ultra-som, houve o retorno ao interesse pelo sistema ultra-sônico pulsátil coerente na década de 80. Newhouse [69] adaptou a técnica de emissão de pulsos coerentes com mudanças periódicas na frequência de repetição, a partir dos últimos desenvolvimentos na área de sistemas de radar [89]. Com esta técnica é possível aumentar a máxima velocidade mensurável expressa na relação (1.4) de um fator que depende da razão entre a frequência média do espectro do sinal Doppler e sua largura. Posteriormente verificou-se que esta técnica somente pode ser aplicada a regimes de fluxo regulares, como apontou Wells [98].

Em 1981, Hartley [44] apresentou um trabalho significativo para a velocimetria ultra-sônica pulsátil coerente, introduzindo uma extensão ao critério da amostragem de

Shannon, aplicada em ultra-som. Basicamente o critério apresentado estabelece que a largura do espectro do sinal Doppler deve ser menor que f_c . Não há restrições quanto à frequência máxima do espectro (correspondendo à velocidade máxima mensurável), estendendo o limite da frequência máxima mensurável expressa na inequação (1.2). A técnica é baseada no rastreamento do espectro do sinal. Mas a técnica exige o prévio conhecimento do regime do fluxo [99]. Portanto, não é possível aplicá-la quando o regime do fluxo é desconhecido. Como exemplo, a técnica falha se ocorrer fluxo reverso quando não é esperado.

1.3. Objetivos e conteúdo

A partir do trabalho de Hartley, vários estudos confirmaram a validade da sua técnica em algumas condições de fluxo. Os esforços foram dirigidos para diminuir a necessidade do prévio conhecimento do regime de fluxo [3, 5, 46, 92 e 93]. No entanto, a técnica falha quando existe fluxo direto e reverso simultaneamente ou mesmo na presença de elevado gradiente de velocidades no volume de amostragem (região em que o velocímetro é sensível). Nestas situações, a técnica de Hartley é inadequada para a velocimetria de refrigerantes em reatores e de forma análoga, para sistemas hemodinâmicos em que não haja o prévio conhecimento do regime de fluxo. Quando o fluxo é desconhecido, a faixa de velocidades (que corresponde à largura do espectro do sinal Doppler) é mais importante que a máxima velocidade mensurável. Estas situações serão tratadas nos capítulos II e III.

No capítulo III discutiremos as principais técnicas existentes, destinadas a aumentar a velocidade máxima mensurável. Mostraremos que são aplicáveis somente em algumas condições de fluxo. Antes porém, este trabalho analisa no capítulo II a técnica Doppler ultra-sônica pulsátil de emissão coerente para expor os principais fatores que determinam as limitações da técnica convencional e a de Hartley, de forma mais apropriada que a clássica relação (1.4). Discutiremos também os principais fatores que influenciam na escolha da frequência de emissão ultra-sônica, em função da resolução e precisão do velocímetro.

Uma vez estabelecido um critério para a escolha dos parâmetros distância máxima mensurável e frequência de emissão, nosso objetivo foi buscar uma alternativa para aumentar a faixa de velocidades mensuráveis. Para este propósito, considerou-se sobretudo a simplicidade da solução, visando uma técnica de baixo custo e aplicável em sistemas comerciais.

No capítulo IV discutiremos as idéias que originaram este trabalho, e as considerações físicas necessárias para apresentar uma técnica aplicada à velocimetria ultra-sônica Doppler pulsátil, destinada a aumentar a faixa de velocidades mensuráveis. A solução encontrada requer a amostragem do fluxo em intervalos temporais não igualmente espaçados. Para a reconstrução do sinal do eco amostrado em intervalos desiguais de tempo, houve a necessidade de elaborar uma forma eficiente de interpolação. O critério de amostragem (e reconstrução) desenvolvido independe de qualquer suposição quanto ao regime do fluxo. Ainda, o critério da amostragem pode ser aplicado em sistemas de radar de navegação e meteorológico, cristalografia, astronomia, tomografia e outras áreas. Para generalizar o critério, o apresentaremos como uma extensão ao da amostragem de ordem superior, que trata de seqüências de amostras em intervalos desiguais no tempo. Neste trabalho usamos um caso particular do critério da amostragem de ordem superior, que denominamos critério da amostragem de segunda ordem, segundo o critério da nulidade do espectro original. O critério, teoricamente, duplica a faixa de velocidades mensuráveis.

Para demonstrar a viabilidade da implementação do novo método, foi construído um velocímetro ultra-sônico Doppler pulsátil de alta resolução espacial, no qual adaptamos a nova técnica. No capítulo V mostraremos as soluções encontradas para a implementação da nova técnica. Os resultados obtidos são mostrados no capítulo VI, confirmando as expectativas teóricas.

CAPÍTULO II

VELOCIMETRIA DOPPLER ULTRA-SÔNICA PULSÁTIL

II.1. Introdução

No capítulo anterior foi apontado que a frequência de desvio Doppler deve ser menor que a metade da frequência de repetição dos pulsos ultra-sônicos. Mas, uma vez que a frequência de desvio Doppler depende da frequência de emissão, a alternativa mais imediata para aumentar a velocidade (ou a distância) máxima mensurável, seria diminuir a frequência de emissão. No entanto, existem muitos fatores que influenciam na escolha da frequência de emissão. Os principais fatores são: a resolução espacial, a resolução na medição da frequência Doppler, e as ambigüidades na medição da frequência Doppler e na seleção da distância. Não foi o objetivo deste trabalho otimizar tais fatores. Mas, para compreender os limites da técnica ultra-sônica pulsátil, descreveremos qualitativamente os principais fatores.

Discutiremos na seção II.3 a dependência das resoluções: em frequência (Doppler) e espacial, em função da frequência de emissão. Na seção II.4 discutiremos as ambigüidades: na medição da frequência Doppler em função da frequência de emissão, e na seleção da distância, em função da frequência de repetição de pulsos. Estes fatores são os principais para a escolha da frequência de emissão, quando o meio de propagação da onda acústica apresenta pouca atenuação, ou não existem restrições quanto à potência ultra-sônica máxima, como é o caso do fluido refrigerante dos reatores (água). Quando a atenuação da onda no meio não pode ser compensada com o acréscimo da potência ultra-sônica, como é o caso dos tecidos biológicos, a escolha da frequência de emissão também está condicionada à distância máxima mensurável (seção II.5). Antes porém, na seção II.2

apresentaremos os princípios de funcionamento do velocímetro Doppler ultra-sônico pulsátil. Apresentaremos também o processo de amostragem da velocidade de um alvo isolado em movimento, para evidenciar o critério da amostragem como um dos limites do velocímetro. Após, descreveremos a relação entre o espectro do sinal do eco e as amostras do processo físico, mostrando os principais métodos usados para a extração e para a interpretação das informações do sinal Doppler.

II.2. Velocimetria ultra-sônica Doppler pulsátil

Apresentaremos nessa seção os princípios de funcionamento do velocímetro Doppler pulsátil (VDP) de emissão coerente. Classificamos a configuração que será apresentada como convencional.

Para discutir o critério da amostragem, quando aplicado ao VDP, analisaremos o processo da amostragem da trajetória de um alvo isolado. Denominamos esse processo como amostragem do processo físico, que é efetuada por pulsos ultra-sônicos. A seleção de uma região ao longo do feixe acústico é outro processo de amostragem. Os dois processos estão relacionados. Ambos devem obedecer ao critério da amostragem, mas veremos que os parâmetros aplicáveis a cada processo dependem do método de extração das informações contidas no sinal do eco.

A análise das informações contidas no sinal dos ecos de vários alvos próximos será efetuada com o auxílio de um modelo que descreve o sinal Doppler, em função do deslocamento dos refletores em suspensão no fluido. Veremos que o sinal do eco não só contém a informação da velocidade média do fluido, como também contém informações sobre a faixa de velocidades dos alvos, que podem ser utilizadas para medir parâmetros da turbulência.

II.2.1 Princípios de funcionamento do velocímetro Doppler pulsátil

Processo de seleção de alvos isolados

A figura (II.1) mostra o diagrama de blocos simplificado de um sistema Doppler ultra-sônico pulsátil convencional.

O oscilador local gera a frequência de emissão f_0 , geralmente na faixa de 1 a 20 MHz. Uma janela temporal é usada para selecionar um número inteiro de ciclos do sinal

do gerador. O número de ciclos selecionados normalmente é de 4 a 16. Denomina-se pulso cada conjunto de ciclos de senóide. Os pulsos são selecionados periodicamente em intervalos de tempo T_r . A frequência (ou taxa) de repetição dos pulsos $f_r = 1/T_r$, normalmente é de 1 kHz a 100 kHz. A seqüência de pulsos é mostrada graficamente na figura (II.2). A frequência de repetição de pulsos é determinada pela divisão da frequência f_0 por um número inteiro, de forma que cada pulso se inicie com a mesma fase. Desde que se verifique a coerência de fase entre os pulsos, o sistema é denominado coerente.

Os pulsos gerados são entregues a um transdutor piezoelétrico, que converte o sinal elétrico em pulsos ultra-sônicos. Normalmente o mesmo elemento transdutor usado na transmissão é utilizado para a recepção dos ecos.

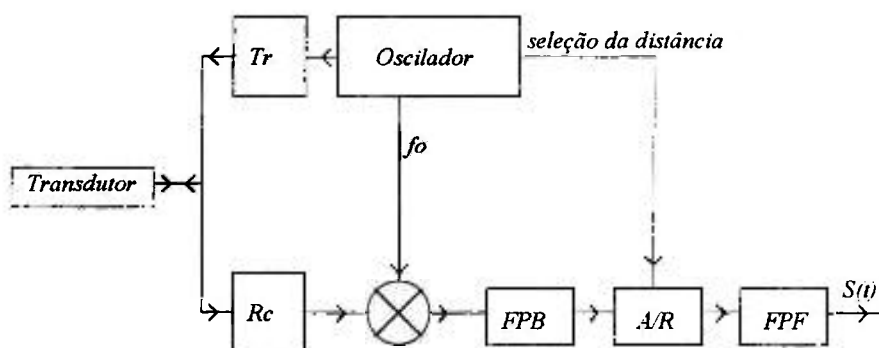


Figura II.1: Diagrama de blocos de um velocímetro ultra-sônico Doppler pulsátil. Tr é o transmissor, Rc é o receptor, FPB é um filtro passa baixas, A/R é o bloco de amostragem/retenção do sinal e FPF é um filtro passa faixas. O sinal $S(t)$ contém a informação da velocidade.

Os pulsos emitidos propagam-se através do meio e ao encontrarem estruturas fixas e móveis são refletidos e retornam ao transdutor. Para cada pulso emitido, o tempo decorrido entre o pulso e o eco é proporcional à distância do elemento transdutor ao refletor. Se existir mais que um refletor em posições diferentes, os ecos correspondentes ocorrem em instantes diferentes. Desta forma é possível selecionar o eco de apenas um refletor, efetuando-se a discriminação temporal. Mas todos os ecos devem retornar ao transdutor antes que ocorra o próximo pulso.

Processo de seleção de uma região espacial

Para a medição da velocidade de um fluido líquido, é necessária a adição de uma elevada quantidade de partículas, que agem como refletoras acústicas. Quando o fluido é o plasma sanguíneo, as células sanguíneas atuam como refletoras. Em ambas as situações

a concentração dos agentes refletores é elevada. É admitido que os agentes refletores possuem a mesma velocidade do fluido. Para as concentrações envolvidas, as distâncias entre as partículas são muito menores que o comprimento de onda acústica incidente. Como decorrência, o velocímetro não resolve espacialmente uma partícula isolada. Efetua-se então a seleção de uma região espacial.

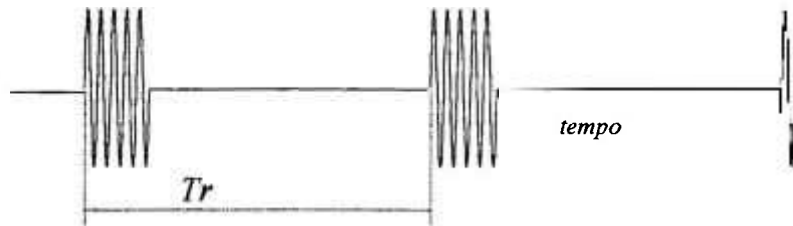


Figura II.2: Gráfico de um segmento do sinal pulsátil coerente. O sinal tem frequência f_0 e é repetido periodicamente (período Tr). O sinal é entregue a um transdutor ultra-sônico que converte os pulsos elétricos em pulsos ultra-sônicos.

A seleção de uma região espacial ao longo do feixe ultra-sônico (em que o velocímetro é sensível) é efetuada pela abertura de uma janela temporal de amostragem. Em condições ideais, o atraso entre o pulso transmitido e o início da janela de amostragem determina o início da região selecionada e a duração temporal da janela determina o comprimento da região. Assim, para cada pulso emitido, obtém-se o eco de todas as estruturas que estejam na direção do feixe ultra-sônico. E para cada janela temporal que seleciona uma região espacial, obtém-se os ecos correspondentes a uma faixa de distâncias selecionadas. O sinal do eco resultante é o somatório das contribuições dos ecos de todas as partículas contidas na região selecionada. O processo de seleção da região é repetido após cada pulso emitido. Portanto é um processo periódico de amostragem.

A região espacial à qual o VDP é sensível (a região selecionada) é denominada volume de amostragem. A forma geométrica do volume de amostragem efetivo depende de vários fatores, tais como: a forma do feixe acústico, a função de transferência do transdutor e a janela temporal de seleção da distância. Mas para um feixe cuja intensidade radial seja gaussiana, o volume de amostragem tem a forma semelhante à de uma gota [53], como ilustrado na figura (II.3). O comprimento axial do volume de amostragem é determinado principalmente pelas janelas temporais de transmissão e recepção e pela função de transferência do transdutor. A largura máxima do volume de amostragem é determinada pelo diâmetro do feixe acústico na região, ou seja, pela característica de direcionalidade do transdutor.

A associação de várias janelas seqüenciais [14 e 58], ou o uso de uma janela contínua [76], é utilizada para a medição do perfil das velocidades do fluido ao longo do feixe ultra-sônico em tempo real. O velocímetro dotado de apenas uma janela de seleção da região sensível é conhecido na literatura por "Single Gate".

No velocímetro "Single Gate", o perfil das velocidades do fluido é obtido após uma série de medições. Cada medição corresponde a uma região selecionada. Quando a velocidade do fluxo é função do tempo, efetua-se a média temporal das velocidades instantâneas¹ e o perfil das velocidades médias é obtido. O perfil das velocidades instantâneas é obtido com o uso de janelas seqüenciais, como já citado. Quando o volume de amostragem for maior que o diâmetro do tubo que confina o fluido, a velocidade medida é correspondente à média espacial das velocidades das partículas em suspensão no fluido. Quando o fluxo é laminar e se forem conhecidos o volume de amostragem e a área que confina o fluido, o fluxo é obtido pela relação: $F = V \cdot A$, onde F é o fluxo ou vazão do fluido, V é a velocidade média do fluxo e A é a área da secção do vaso que confina o fluido.

A figura (II.4) ilustra o processo de medição da velocidade de um fluido confinado em um vaso distante do transdutor. Na figura, o transdutor está em contato com uma superfície sólida que determina a distância de acesso entre o transdutor e o vaso. Na parte superior da figura é representado o gráfico das amplitudes dos ecos recebidos após a emissão de um pulso. Os ecos das interfaces entre o vaso e os meios interno e externo são agudos e os ecos da região em que existe fluxo ocupam todo o intervalo temporal entre os ecos das paredes internas do vaso. Na parte inferior da figura é representado um gráfico do perfil das velocidades no interior do vaso. O perfil mostrado é parabólico, admitindo-se que o fluxo seja laminar.

A distância mínima de acesso entre o transdutor e o vaso depende da estrutura física que circunda a região de estudo. Para aplicações médicas não invasivas, a distância de acesso é determinada pela profundidade do vaso sanguíneo ou órgão (distância da superfície corpórea).

Para a velocimetria do refrigerante de um reator, a distância de acesso é determinada pela estrutura que confina o fluido. Não discutiremos os detalhes da estrutura, pois é complexa e existem várias regiões em que é de interesse a velocimetria. Mas para o exemplo citado no capítulo I (vaso de combustão), a distância de acesso é a espessura da parede do vaso de queima do combustível.

Quando for possível posicionar o transdutor diretamente no fluido (medição invasiva), a distância de acesso é nula e em toda a faixa de distâncias mensuráveis existem partículas móveis. É importante notar que quando existe uma estrutura que

¹ Para o VDP, considera-se velocidade instantânea a velocidade medida durante um intervalo finito de tempo, em que seja possível considerar a velocidade aproximadamente constante.

impede o posicionamento do transdutor diretamente ao vaso, a faixa correspondente à distância de acesso não é útil, no sentido de que não é ocupada por estruturas móveis. Mas compromete a velocidade máxima mensurável, pois $D_{\text{máx}}$ de (1.3) deve ser atendida. Na prática, o posicionamento do transdutor diretamente no fluido não é comum.

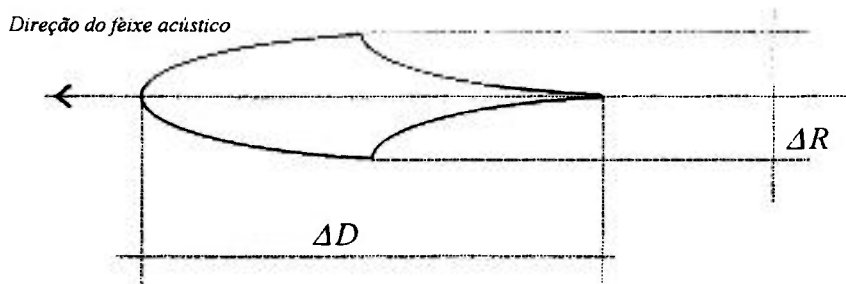


Figura II.3: Forma aproximada do volume de amostragem em duas dimensões. O comprimento axial ΔD depende principalmente das janelas de amostragem (transmissão e recepção) e da função de transferência do transdutor. O comprimento radial ΔR depende do diâmetro do feixe acústico na região selecionada.

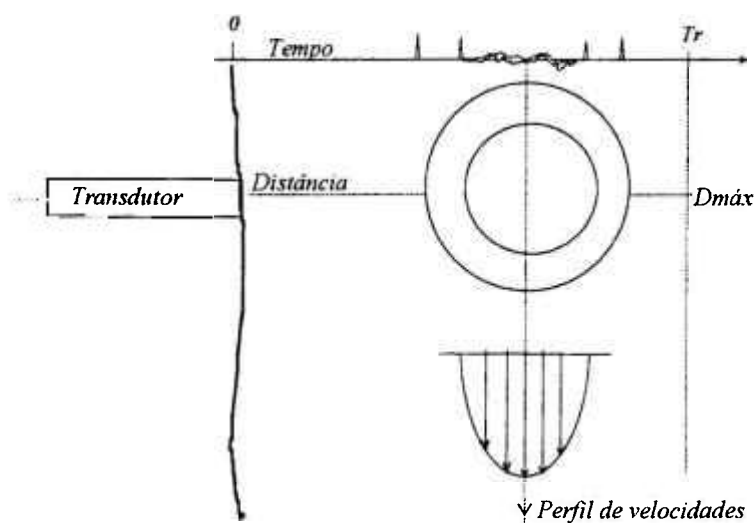


Figura II.4: Desenho ilustrativo do processo de velocimetria ultra-sônica. O transdutor é posicionado na superfície de acesso mais próxima ao tubo (ou vaso), cuja secção é mostrada. Na parte superior da figura é mostrado o gráfico do sinal dos ecos. Na parte inferior é mostrado o perfil das velocidades do fluxo.

Detecção do sinal do eco

O sinal resultante da seleção espacial contém um número pequeno (depende da largura da janela de seleção) de ciclos de senóide, cuja frequência é função da velocidade das partículas, mas próxima à emitida. O desvio em frequência é muito pequeno,

dificultando sua medição no intervalo temporal disponível. O procedimento usual é medir a diferença entre a frequência do oscilador local e a do sinal do eco. A diferença entre as frequências é obtida efetuando-se o produto do sinal do eco pelo sinal do oscilador local (detector do produto mostrado da figura II.1). Após o produto, seleciona-se o sinal resultante da diferença das frequências, que normalmente tem o espectro localizado na faixa audível. Somente após o produto é efetuada a seleção espacial (amostragem e retenção da figura II.1).

A frequência resultante da diferença é muito pequena comparada com a transmitida. Durante a janela de seleção, o sinal da diferença é apenas um segmento de uma senóide, muito menor que seu período, e que pode ser considerado apenas uma amostra pontual. São necessárias muitas amostras (janelas temporais de seleção) para que seja possível interpolar o sinal, cuja frequência corresponde à velocidade do fluido.

A figura (II.5) mostra os gráficos do sinal transmitido, do sinal do eco e da sequência de amostras. No gráfico, o sinal recebido contém o eco de dois alvos isolados. A janela de seleção seleciona apenas o segundo eco. Note que foi admitido que o sinal do eco selecionado é senoidal. Ressalte-se que o sinal do eco selecionado somente pode ser considerado uma senóide durante um intervalo finito de tempo. Este assunto será tratado na seção (II.2.2). A análise simplificada do sinal do eco será efetuada a seguir.

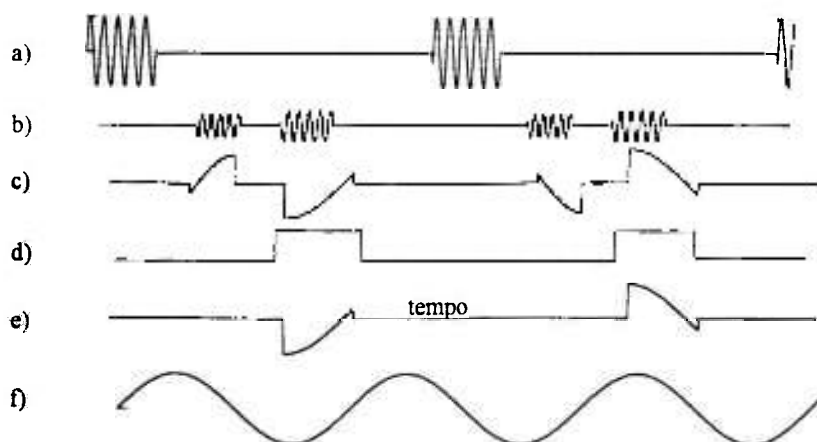


Figura II.5: Gráficos das seqüências: do sinal de emissão (a); do sinal dos ecos de dois alvos (b); do sinal do eco detectado (c); da janela de seleção da distância (d); do sinal detectado e amostrado (e) e do sinal amostrado e interpolado (f).

Extração da informação da velocidade: análise simplificada

Consideremos a presença de apenas um alvo. Consideremos ainda que o alvo possua a velocidade constante $V \ll c$. Nestas condições, o sinal do eco pode ser descrito

por um segmento de uma senóide que apresenta um deslocamento na frequência, denominada frequência Doppler f_d , que é dada pela relação:

$$f_d = f_o \cdot \left(1 \pm \frac{2V \cos \phi}{c} \right)$$

onde o sinal \pm depende do sentido do deslocamento com relação ao transdutor e ϕ é o ângulo entre a direção do feixe acústico e a direção de deslocamento do alvo. A frequência Doppler pode ser superior ou inferior à de emissão. Assim, a técnica permite discriminar o sentido do deslocamento, desde que utilizada uma detecção adequada.

A detecção é efetuada pelo produto do sinal de retorno com o sinal do oscilador local. Ainda, para simplificar a exposição, consideremos que o sinal do eco seja contínuo. Assim a detecção pode ser expressa na forma:

$$S_d = \cos(2\pi f_o t) \cdot \cos(2\pi f_d t) = \frac{1}{2} \left\{ \cos(2\pi \Delta f_d t) + \cos[2\pi(f_o + f_d)t] \right\}.$$

A componente de alta frequência é facilmente eliminada por um filtro passa baixas, e o sinal resultante, freqüentemente denominado sinal de desvio Doppler, tem a frequência determinada pela relação:

$$\Delta f_d = f_o - f_d = \mp \frac{2 \cdot V \cdot f_o \cdot \cos \phi}{c}, \quad (2.1)$$

Normalmente, adicionada ao sinal do eco existe a interferência local com frequência f_o . Com a detecção do produto, o sinal interferente é deslocado para a origem do espectro e é facilmente filtrado.

Após a detecção, o sinal de desvio Doppler é amostrado para a seleção da distância. As amostras do sinal do eco são interpoladas para recompor o sinal de desvio Doppler. A frequência do sinal interpolado está associada com a velocidade do alvo pela relação (2.1). No processo de interpolação, o critério da amostragem deve ser obedecido.

Analisando (2.1), verifica-se que a detecção do produto provoca ambigüidade na discriminação do sentido do deslocamento, pois velocidades iguais em sentidos opostos produzem a mesma frequência de desvio Doppler. Apresentaremos a seguir o processo de detecção em quadratura, que permite a discriminação do sentido do fluxo.

Velocímetro Doppler direcional

A figura (II.6) mostra o diagrama de blocos simplificado de um VDP direcional. Os blocos de transmissão, recepção e oscilador local são correspondentes aos do sistema não-direcional mostrado na figura (II.1). A discriminação do sentido do fluxo é efetuada pela detecção do sinal do eco em quadratura. O sinal do oscilador local com frequência f_0 é aplicado em fase e em quadratura a dois detectores de produto. Os sinais em fase e em quadratura de fase são filtrados para remover as componentes de alta frequência (transladados para $2f_0$). Após a filtragem efetua-se a seleção da distância (amostragem e retenção) e filtragem das réplicas originadas pela amostragem. Os sinais resultantes são denominados I e Q ("In fase" e "Quadrature"). A separação dos sinais correspondentes às parcelas de fluxo direto (Dir) e reverso (Rev) pode ser efetuada por uma rede que provoca a defasagem do sinal Q em 90 graus e posterior combinação com o sinal I [72]. Os sinais resultantes da separação, Dir e Rev, possuem as informações correspondentes ao fluxo direto e reverso, com relação as transdutor.

A extração da informação da velocidade pode ser efetuada por um conversor frequência-tensão, como o contador de passagens por zero [60]. No diagrama apresentado, é necessário usar dois conversores. Os sinais de tensão de cada conversor são combinados, para ser obtido um único sinal. Por convenção, tensões positivas representam fluxo direto e tensões negativas representam fluxo reverso.

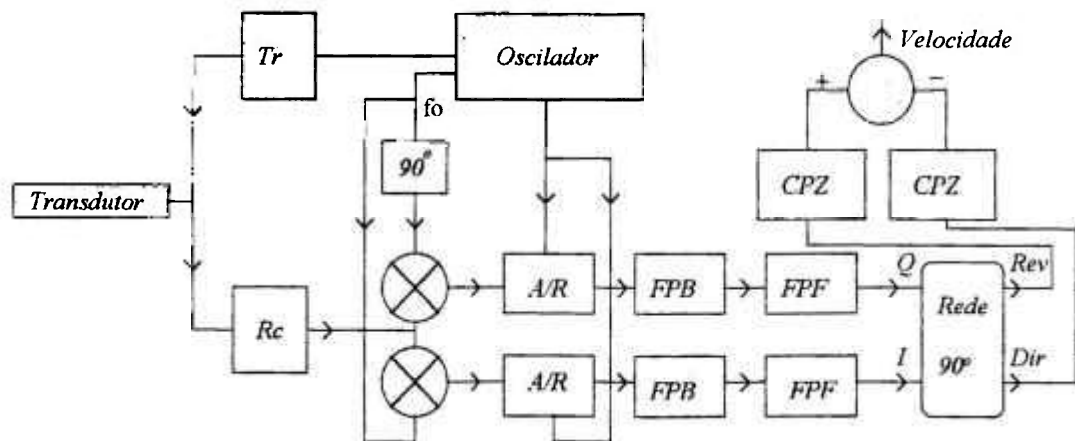


Figura II.6: Diagrama de blocos de um VDP direcional convencional. Tr é o transmissor, Rc é o receptor, FPB são filtros passa baixas, A/R são blocos de amostragem e retenção, FPF são filtros passa faixas. O sinal Dir contém a informação do fluxo direto e Rev, do fluxo reverso, CPZ são contadores de passagens por zero.

Quando o processamento é digital, os sinais I e Q são representados na forma analítica : $S(t) = I(t) + j \cdot Q(t)$ [36, 61, 62 e 80], para efetuar a separação dos espectros correspondentes ao fluxo direto e reverso. Com a representação analítica do sinal, no intervalo $(-f_r/2, +f_r/2)$, o espectro da parcela do fluxo direto ocupa somente o eixo positivo da frequência e a parcela do fluxo reverso ocupa somente o eixo negativo da frequência, como mostrado na figura (II.7.b). Essa forma representativa do espectro dos sinais de desvio Doppler em quadratura deve ser distinguida do espectro de Fourier de um único sinal, cujo significado de frequências negativas é outro.

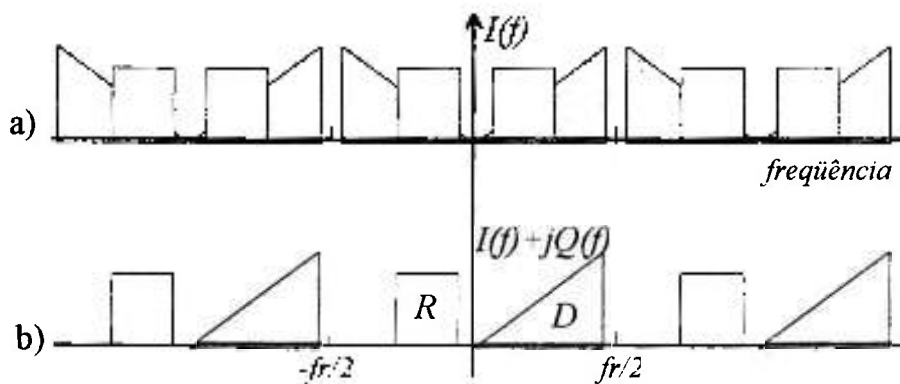


Figura II.7: Espectro do sinal $I(t)$ amostrado em (a). O espectro é a sobreposição das parcelas de fluxo direto (D) e reverso (R). O espectro de $I(t) + jQ(t)$ é representado em (b). Note que no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$, o espectro da parcela correspondente ao fluxo direto ocupa apenas o eixo positivo da frequência. A parcela correspondente ao fluxo reverso ocupa apenas o eixo negativo da frequência.

II.2.2. Amostragem do processo físico: critério da amostragem

O processo de emissão, reflexão e recepção de pulsos ultra-sônicos efetua a amostragem do processo físico. A amostragem da trajetória de um alvo móvel deve ser distinguida do processo de amostragem descrito anteriormente (seleção da distância), que é efetuado após a detecção do produto, para interpolar o sinal de desvio Doppler. Discutiremos a seguir, a amostragem do processo físico e as informações contidas no sinal de eco. Verifica-se que a taxa de amostragem do processo físico por pulsos ultra-sônicos pode ser relaxada com relação à expressão (1.2). No entanto, fatores como ruídos e interferências aditivas ao sinal do eco, determinam os limites práticos da técnica. Para simplificar a análise, consideramos ainda a presença de um alvo isolado no volume de amostragem.

Modelo do sinal emitido

O processo de reflexão de um pulso de onda eletromagnética incidindo em um alvo em movimento é discutido em detalhes por Rihaczek [80], para sistemas de radar de navegação. Para nossos propósitos, vamos discutir brevemente o processo de reflexão de apenas um pulso ultra-sônico, incidindo em um alvo móvel.

Consideremos o sinal emitido:

$$S_e(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_r) * P(t) \right] \cdot \sin(2\pi f_o t), \quad (2.2)$$

onde f_o é a frequência da onda acústica (que denominamos portadora), T_r é o intervalo de tempo entre pulsos e $P(t)$ é a envoltória do sinal, que em condições ideais pode ser descrito como:

$$P(t) = \begin{cases} 1, & \text{para } 0 \leq t \leq T_d \\ 0 & \text{fora do intervalo.} \end{cases}$$

e T_d é a duração do pulso. Para manter coerência de fase entre pulsos, $T_d = N/f_o$, sendo N o número inteiro de ciclos de senóide por pulso.

Sensibilidade da portadora ao deslocamento do alvo

Consideremos apenas um pulso emitido, iniciando em $t = 0$ e terminando em $t = T_d$. A posição de fase constante da onda acústica pode ser descrita como: $P(t) = ct$, sendo c a velocidade de propagação da onda no meio. O alvo tem uma trajetória, cuja distância do emissor é $D(t)$. A frente de onda acústica começa a incidir no alvo a partir do instante $t_o/2$, quando $P(t_o/2) = D(t_o/2)$, inverte o sentido de propagação (inicia a reflexão) e retorna ao emissor no instante t_o . Esta interação ocorre durante o intervalo T_d , ou seja, a onda continua incidindo no alvo em instantes $t_i/2$ e retorna ao emissor em instantes t_i . Os instantes t_i podem ser expressos como: $t_i(t) = 2/c D(t - t_i/2)$. Os atrasos t_i são função do tempo, pois dependem da posição do alvo nos instantes em que ocorrem as reflexões. Assim, o sinal recebido é expresso como:

$$S_r(t) = P \cdot \left[t - \frac{2D(t - t_i/2)}{c} \right] \cdot \sin \left[2\pi f_o \left(t - \frac{2D(t - t_i/2)}{c} \right) \right] \quad (2.3)$$

Analisando o sinal do eco (2.3), verifica-se que tanto a portadora quanto a envoltória contêm a informação da posição do alvo. Note que o instante em que a frente de onda incide no alvo (instante $t_o/2$), pode ser precisamente medido, pois a onda retorna no instante t_o . Assim, o intervalo de tempo entre a emissão e o eco é proporcional à distância do alvo. Se um segundo pulso é emitido, o intervalo temporal entre os dois ecos é proporcional ao deslocamento do alvo. Este processo é utilizado nos sistemas de radar de navegação, onde os alvos podem ser discriminados espacialmente.

Para a velocimetria de um fluido, as partículas em suspensão estão muito próximas entre si, e os ecos não são discriminados individualmente. Assim, a informação contida na envoltória do sinal do eco não é utilizada no VDP. Mas existem alternativas para estimar o deslocamento das partículas, durante o intervalo entre pulsos [28, 35, 47 e 49]. Voltaremos a discutir brevemente este tópico no capítulo III. Destacamos que esta técnica não é baseada no efeito Doppler.

Nesta tese, restringimo-nos à análise da informação contida na portadora, sempre relacionando o deslocamento do alvo com a frequência do eco (efeito Doppler).

O sinal do eco (2.3) é uma complexa função do tempo. Para que o processo de extração da informação do deslocamento do alvo seja prático, são necessárias algumas considerações e restrições com o propósito de obter um modelo matemático simples que descreva o deslocamento do alvo em função da frequência do sinal do eco.

Segundo Rihaczec, o atraso t_i pode ser expandido por uma série de Taylor. Por conveniência, expressamos a série nas proximidades do instante $t_o = 2D(t_o/2)/c$, quando a frente de onda do eco retorna ao emissor. Expandindo t_i tem-se:

$$t_i = t_o + (t - t_o) \left[\frac{dt_i(t_o)}{dt} \right] + (t - t_o)^2 \frac{1}{2} \left[\frac{d^2 t_i(t_o)}{dt^2} \right] + (t - t_o)^3 \frac{1}{6} \left[\frac{d^3 t_i(t_o)}{dt^3} \right] + \dots \quad (2.4)$$

recordando que $t_i = 2D(t-t_i/2)/c$, tem-se:

$$\left[\frac{dt_i(t_o)}{dt} \right] = \frac{2}{c} \frac{dD(t_o/2)}{dt} \cdot \left(1 + \frac{1}{c} \frac{dD(t_o/2)}{dt} \right)^{-1} \approx \frac{2}{c} \frac{dD(t_o/2)}{dt}, \text{ para } c \gg dD/dt$$

$$\left[\frac{d^2 t_i(t_o)}{dt^2} \right] = \frac{1}{c} \frac{d^2 D(t_o/2)}{dt^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{c} \frac{dD(t_o/2)}{dt} \right)^{-3} \approx \frac{1}{c} \frac{d^2 D(t_o/2)}{dt^2}, \text{ para } c \gg dD/dt$$

• • •

Esta breve exposição evidencia que mesmo para um único alvo, sua velocidade somente pode ser associada com a simples mudança da frequência do sinal emitido se for possível admitir sua velocidade $v = dD(t_o/2)/dt$ constante. Se a velocidade do alvo mudar

rapidamente, o sinal do eco torna-se uma complexa função do tempo. A associação da velocidade do alvo com o sinal do eco, igualmente torna-se complexa.

Para nossos propósitos, vamos admitir que durante a duração do pulso (T_d) a velocidade do alvo possa ser considerada constante e igual a V e pequena comparada a c . Nestas condições podemos considerar apenas os dois primeiros termos de (2.4) na portadora do eco. A envoltória do sinal do eco também é sensível ao deslocamento do alvo. Mas, sendo L a largura eficaz do espectro da envoltória, a envoltória é f_0/L vezes menos sensível ao deslocamento do alvo, com relação à portadora. Normalmente, no VDP $f_0/L \approx 10$. Nestas condições podemos considerar apenas o primeiro termo da expansão do atraso na envoltória [80]. Assim, o pulso recebido pode ser expresso como:

$$S_r(t) = [P(t - t_0)] \cdot \sin \left[2\pi f_0 t \left(1 - \frac{2V}{c} \right) + \Phi \right] \quad (2.5)$$

onde Φ é uma fase constante e a frequência do sinal recebido é:

$$f_d = f_0 \cdot \left(1 - \frac{2V}{c} \right) \quad (2.6)$$

Devemos observar em (2.5) e (2.6) que para um único pulso, teoricamente é possível medir a velocidade do alvo. Se a velocidade do alvo mudar lentamente, outras amostras do processo físico são necessárias, mas a taxa de amostragem está condicionada ao espectro da função que descreve a velocidade e não ao espectro do sinal de desvio Doppler interpolado. Para quantificar a análise, a frequência máxima do espectro da função que descreve a velocidade sanguínea é tipicamente 20 Hz. O espectro do sinal de desvio Doppler é superior a 5000 Hz (depende de f_0). Portanto, para o exemplo, a frequência mínima de amostragem é 40 Hz quando a velocidade é medida a cada pulso. No entanto, a frequência de amostragem mínima é 10 kHz, quando a velocidade é obtida pela medição da frequência de desvio Doppler.

A velocidade do alvo pode ser obtida, por exemplo, medindo-se o período do sinal recebido (2.5) e usando a relação (2.6). Ressalte-se que a medição do período é apenas um exemplo, pois não é usual e não foram considerados outros fatores como ruído e interferências.

Na prática existem muitos fatores que dificultam a medição da frequência Doppler de um único pulso. Na ocorrência de interferência de ecos de estruturas fixas próximas às móveis, o sinal Doppler pode ter a amplitude várias ordens de magnitude menor que a do eco estacionário. Ainda, o ruído intrínseco do sistema introduz erros nas medições. Portanto, é necessário considerar a sensibilidade da portadora ao deslocamento do alvo, a relação sinal/ruído e interferências.

Para analisar a sensibilidade da portadora com relação ao deslocamento do alvo, consideremos um pulso com frequência $f_0 = 20$ MHz (período 50 ns) propagando-se em um meio com $c = 1500$ m/s e um alvo com velocidade $V = 1$ m/s. Nestas condições $1/f_d = 50,067$ ns. Portanto é necessário medir o desvio de 0,067 ns. Somente considerando o ruído intrínseco do sistema, o erro cometido na medição do desvio em frequência de um único pulso pode ser intolerável [19]. Mesmo assim, muitos esforços foram efetuados para estimar a velocidade do alvo a cada pulso, em sistemas de radar [31]. Mas não encontramos dados conclusivos dos resultados obtidos.

No VDP convencional, a alternativa utilizada é medir o desvio total de vários períodos. No entanto, o número de ciclos do sinal do eco, dentro da janela de seleção é pequeno (4 a 16 ciclos de senóide). Para aumentar o intervalo temporal disponível para a medição é efetuada a interpolação do sinal de desvio Doppler no intervalo entre as amostras. Este processo consiste na detecção do produto, amostragem e interpolação. Assim, para o exemplo anterior usando (2.1) com $\phi=0$, a frequência de desvio Doppler é 26.700 Hz e o período é 37,5 μ s. Na prática, o desvio é medido em intervalos de tempo ainda maiores. Infelizmente, se a fase relativa entre dois ecos for maior que $\pm\pi$, não é possível associá-la a uma única velocidade (critério da amostragem).

II.2.3. Informações contidas no sinal de desvio Doppler

O sinal do eco após transladado para a origem do espectro contém a informação do deslocamento das partículas em suspensão no fluido. No entanto, a velocidade do fluido não é a única informação disponível. Para poder interpretar as informações do sinal do eco, apresentaremos um modelo que descreve a relação entre o deslocamento do fluido e o espectro de potência do sinal do eco.

Processo de reflexão de um número elevado de alvos: um modelo estocástico

Como já anteriormente mencionado, a velocimetria ultra-sônica de fluidos requer a inserção de partículas refletoras. A concentração de partículas refletoras normalmente é elevada. Quando os refletores são células sanguíneas, a concentração é da ordem de 10^6 partículas/mm³ [41].

Existem vários modelos que descrevem o processo físico da reflexão de uma onda acústica incidindo em um número elevado de partículas [68]. Os modelos que descrevem

o processo físico da reflexão dividem-se em duas classes quanto às origens do processo, que são: i) reflexão das partículas; ii) e reflexão de um meio contínuo. Nos modelos que descrevem o processo de reflexão das partículas, admite-se que os alvos são pequenos refletores acústicos, e a teoria da acústica geométrica pode ser aplicada. Nos modelos que descrevem a reflexão de um meio contínuo, admite-se que um pequeno número de partículas, que ocupa um volume muito menor que o comprimento de onda acústico, não é resolvido espacialmente pelo transdutor. Assim, é suposto que o meio seja contínuo e as flutuações da densidade provocam as reflexões acústicas. Uma série de outros fatores como: forma geométrica das partículas, coexistência das partículas no fluxo, movimentos rotacionais das partículas, e outros [11, 20, 21, 94 e 103], fazem com que o processo físico da reflexão ainda não seja satisfatoriamente descrito por um único modelo, em diferentes condições de fluxo [68].

Descreveremos a seguir as informações contidas no sinal do eco, com o auxílio de um modelo que representa o fluxo laminar e turbulento. O modelo escolhido assume que: i) o sinal do eco é a soma das contribuições das reflexões de cada partícula; ii) a reflexão possa ser descrita por um processo de Rayleigh de primeira ordem; iii) que haja coexistência das partículas no meio; iv) que o valor médio das velocidades das partículas contidas no volume de amostragem seja muito maior que as flutuações da velocidade; iv) que as diferenças das velocidades das partículas com relação a velocidade média sejam pequenas.

No modelo estocástico do processo de reflexão de alvos múltiplos desenvolvido por Garbini [37], o sinal recebido após a detecção do produto e seleção da distância é descrito como:

$$S_r(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_r - t_0) \right] \cdot \left[\sum_{i=1}^m k_i \cdot H(D_i) \cdot \cos \left[2\pi f_0 \frac{2D_i(t)}{c} - \gamma_i \right] \right], \quad (2.8)$$

onde: k_i e γ_i são as amplitudes e fases (consideradas aleatórias) do eco de cada uma das m partículas contidas no volume de amostragem, D_i é a distância de cada partícula, H é uma função que descreve o volume de amostragem efetivo e t_0 é o intervalo de tempo correspondente à distância do início do volume de amostragem. No modelo, o sinal do eco de todas as partículas contidas no volume de amostragem é descrito como:

$$S_r(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_r - t_0) \right] \cdot A(t) \cdot \cos \left[2\pi f_0 \frac{2\langle D(t) \rangle}{c} + \Phi \right], \quad (2.9)$$

onde $A(t)$ e Φ são funções de H e D (portanto, das variáveis aleatórias k_i e γ_i) e $\langle D(t) \rangle$ é a média espacial das distâncias das partículas em função do tempo. Com uma série de

considerações sobre o processo físico da reflexão e do campo acústico, Garbini mostrou que o espectro de potência $G(f)$ do sinal de desvio Doppler (2.9) é:

$$G(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\exp - \left(\frac{f - \frac{2f_0}{c} \langle v_1 \rangle - nf_r}{\Delta L_d} \right)^2 \right] + \exp - \left(\frac{f + \frac{2f_0}{c} \langle v_1 \rangle - nf_r}{\Delta L_d} \right)^2 \right], \quad (2.10)$$

onde $\langle v_1 \rangle$ é a média temporal da média espacial das velocidades das partículas na direção de propagação da onda acústica e ΔL_d é um fator de alargamento espectral, que depende dos seguintes fatores: i) de flutuações da variância da média espacial das velocidades das partículas na direção da onda acústica; ii) da variância dos desvios das velocidades com relação à velocidade média espacial; iii) e do tempo de trânsito das partículas no volume de amostragem (tempo de trânsito das partículas em todas as direções).

Analisando (2.10), verifica-se que o espectro é centrado em uma frequência que corresponde à média temporal da média espacial das velocidades das partículas, é aproximadamente gaussiano na forma e repetido periodicamente (efeito decorrente do processo da amostragem). O alargamento ΔL_d está relacionado com as flutuações da velocidade e com o tempo de trânsito das partículas no volume de amostragem. Para expor os fatores que provocam o alargamento, é mais fácil efetuar a análise de suas origens no domínio do tempo.

No volume de amostragem, em um determinado instante, existe um número elevado de partículas. A cada pulso, algumas partículas saem do volume de amostragem e outras entram. O tempo necessário para que uma distribuição de partículas seja totalmente substituída é denominado tempo de coerência (na literatura de radar) ou tempo de trânsito (na literatura de ultra-som). Se duas amostras são tomadas em um intervalo de tempo maior que o intervalo de coerência, não existe correlação entre as amostras e não é possível obter informação sobre o fluxo. O intervalo temporal de coerência depende da velocidade das partículas e do volume de amostragem. Para uma única partícula deslocando-se com velocidade constante igual a V , o tempo de coerência é $\tau_c \cong d / V$ [52], onde d é a distância que a partícula percorre no volume de amostragem.

A distribuição espacial das partículas no fluido em um determinado instante é considerada aleatória [1, 15, 37 e 68]. O sinal do eco é o somatório das contribuições dos ecos de todas as partículas. Assim, mesmo que o intervalo entre as amostras seja muito menor que o intervalo de coerência, e que todas as partículas possuam a mesma

velocidade V (constante), para cada amostra a fase do sinal do eco é diferente. Para analisar o sinal resultante no domínio do tempo, consideremos a análise da frequência instantânea do sinal do eco expresso em (2.9), admitindo que a envoltória varie lentamente no tempo.

A derivada do argumento da portadora de (2.9) é considerada a frequência "instantânea" [22 e 62] do sinal, ou seja:

$$\Delta f_{di} = \frac{d}{dt} \left[\frac{2f_0 \langle D(t) \rangle}{c} + \Phi(t) \right]. \quad (2.11)$$

O primeiro termo de (2.11) corresponde à média espacial "instantânea" das velocidades das partículas. O segundo termo não é desejado e provoca uma incerteza no processo de medição da velocidade, conhecida como ambigüidade Doppler (ver seção IV.4.2). As duas parcelas são estatisticamente independentes e o espectro $G(f)$ de (2.10) é a soma das duas parcelas:

$$G(f) = G_v(f) + G_\phi(f)$$

onde $G_v(f)$ é o espectro correspondente à média espacial das velocidades das partículas e $G_\phi(f)$ é conhecido como o espectro Doppler-ambíguo.

O espectro $G_\phi(f)$ depende de dois fatores identificados pelo autor. O primeiro é o tempo de trânsito: o decréscimo do tempo de trânsito provoca o alargamento do espectro Doppler-ambíguo. O segundo fator decorre dos desvios quadráticos médios das velocidades das partículas, com relação à média espacial das velocidades: o acréscimo da turbulência provoca o alargamento do espectro Doppler-ambíguo.

A diminuição do volume de amostragem minimiza as variâncias das velocidades das partículas. Mas, também provoca o aumento do tempo de trânsito. A dependência de cada um dos fatores que provocam o alargamento espectral com relação ao volume de amostragem e escalas espaciais das variações é complexa. Mas de forma geral, para aumentar a razão entre as componentes de velocidade e as de ambigüidade, devem ser consideradas as seguintes alternativas: o aumento do volume de amostragem e/ou o aumento da frequência de emissão. Discutiremos as duas alternativas nas próximas seções.

Extração das informações contidas no sinal Doppler

Para extrair a informação da velocidade contida no sinal do eco, existem vários métodos. O processamento do sinal pode ser efetuado nos domínios do tempo e da frequência. Os parâmetros de interesse podem ser: a frequência instantânea [40, 46, 77 e 83], a frequência média [2, 3, 8, 45, 54, 58, 84, 85, 95 e 99], a frequência eficaz [16, 37, e 38], a frequência máxima [2, 67 e 90], ou ainda a mínima, a modal, etc., dependendo da área de aplicação. O assunto é extenso, mas uma síntese dos principais métodos atualmente empregados pode ser obtida em [99], e as tendências de novos métodos em [29 e 30]. Discutiremos apenas os princípios da análise do sinal do eco.

Vários modelos do processo de reflexão sugerem que em condições de regularidade do fluxo, a frequência média do espectro do sinal de desvio Doppler (2.10) corresponde à velocidade média das partículas contidas no volume de amostragem. Assim, freqüentemente tem sido empregada a associação da velocidade média do fluxo com a frequência média do espectro de potência do sinal do eco. A frequência média $\overline{\Delta f_d}$ é definida [13, 36 e 38] como o primeiro momento condicional do espectro de potência $G(f)$ do sinal do eco:

$$\overline{\Delta f_d} = \frac{\int_0^{f_{\max}} f \cdot G(f) \cdot df}{\int_0^{f_{\max}} G(f) \cdot df} \quad (2.12)$$

onde os limites das integrais foram estabelecidos admitindo-se que o espectro seja limitado no intervalo. Quando o fluxo é laminar e na ausência de elevado gradiente de velocidades no volume de amostragem, o espectro é aproximadamente gaussiano. Nestas condições, o alargamento do espectro decorrente da ambigüidade Doppler é pequeno e aproximadamente simétrico, pouco afetando a estimativa do espectro. No entanto, em condições reais de acesso ao fluxo, a interpretação do espectro não é trivial. Contudo, é possível medir a velocidade média de um vaso cilíndrico com um erro menor que 4% [102].

Quando o fluxo é turbulento, a interpretação do espectro é mais complexa. Neste sentido, muitos esforços estão dirigidos para associar o espectro Doppler com o fluxo. Na área médica, uma série de situações patológicas já são relacionáveis com a interpretação do espectro. Como já apontado, é um assunto extenso e não entraremos em detalhes.

Mas, para interpretar o espectro da turbulência, um critério comum nas áreas de hidrodinâmica e hemodinâmica é medir a intensidade da turbulência do fluxo.

A intensidade da turbulência é definida como a razão entre a largura eficaz das flutuações da velocidade pela velocidade média local [38]. Garbini sugere uma forma de medir a intensidade da turbulência com o VDP, como segue:

$$I = \left[\left(\frac{\Delta L_d}{\Delta f_d} \right)^2 \cdot \cos^2 \phi - \left(\frac{c}{f_0 \cdot 4\sqrt{2}\pi d_v} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.13)$$

onde d_v é a largura do volume de amostragem na direção do fluxo e ΔL_d é a largura eficaz do espectro estimado, definida como o segundo momento condicional do espectro:

$$\Delta L_d = \frac{\int_0^{f_{\max}} (f - \overline{\Delta f_d})^2 \cdot G(f) \cdot df}{\int_0^{f_{\max}} G(f) \cdot df}$$

Para aplicações nas áreas da clínica médica, critérios similares tem sido utilizados, pois o alargamento do espectro é uma indicador sensível da porcentagem de obstrução arterial (estenose arterial) [16].

II.3. Resoluções no velocímetro Doppler Pulsátil

A capacidade do VDP resolver espacialmente regiões próximas é determinada pela sua resolução temporal. A capacidade do sistema resolver velocidades diferentes próximas é determinada pela sua resolução em frequência.

As resoluções espacial e em frequência, bem como ambigüidades na medição da frequência e na seleção da distância, podem ser obtidas simultaneamente pela análise da função ambigüidade do sinal [88]. Mas para um trem de pulsos periódicos, sabe-se que as resoluções espacial e em frequência são independentes [88]. Desta forma, para simplificar a exposição, apresentaremos a seguir os principais fatores que determinam as resoluções espacial e em frequência separadamente. Optamos também por tratar das ambigüidades separadamente. Ressaltamos porém, que o tratamento rigoroso das resoluções depende do critério adotado para a medição do tempo (correspondendo à

distância) e da frequência (correspondendo à velocidade). Uma exposição sobre a função ambigüidade é encontrada em [80 e 88].

Para as medições do tempo e da frequência, o critério usualmente empregado é baseado nos momentos condicionais da função, descrita nos domínios do tempo ou da frequência [13, 36 e 80].

II.3.1. Resolução espacial

A resolução espacial do VDP é determinada pelo volume de amostragem efetivo. O volume de amostragem é determinado pelos seguintes fatores: função de transferência do transdutor (na emissão e recepção); direcionalidade do transdutor; largura das janelas temporais de emissão e de seleção da distância; função de transferência do detector e característica do extrator da velocidade. A forma geométrica do volume de amostragem depende de todos os fatores apontados. Mas para simplificar a exposição, consideramos que o volume de amostragem seja cilíndrico. Esta consideração é sustentada quando o comprimento axial do volume de amostragem é muito maior que o diâmetro do feixe. A figura (II.8) mostra o volume de amostragem cilíndrico, interceptado pelo fluxo. O ângulo entre a direção do feixe e a direção do fluxo é o ângulo Doppler (ϕ). No gráfico, a maior dimensão do volume de amostragem é a faixa de distâncias selecionada (ΔD), que depende principalmente da janela temporal de seleção e da duração do pulso emitido. Para esta geometria, o diâmetro do feixe (ΔR) é predominante no alargamento espectral, pois determina o menor tempo de trânsito das partículas. Quando ΔD é da ordem (ou menor) que o diâmetro do feixe, o tempo de trânsito é determinado principalmente pelo comprimento do volume de amostragem.

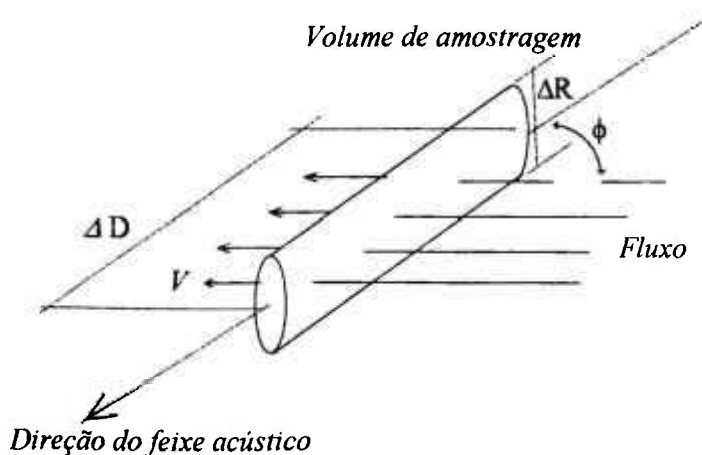


Figura II.8: Desenho ilustrativo do volume de amostragem efetivo, considerado cilíndrico. O fluxo intercepta o volume de amostragem, formando o ângulo ϕ com relação ao feixe acústico.

Mencionou-se anteriormente que o aumento do volume de amostragem é uma alternativa para diminuir o alargamento espectral do eco. O volume de amostragem pode ser aumentado nas direções axial e radial. Para estabelecer o limite superior do volume de amostragem, lembremos que deve ser pequeno o suficiente para que as variações das velocidades sejam pequenas. Esta condição foi estabelecida quando discutimos o modelo de Garbini. Caso contrário, a frequência média do espectro pode não representar as velocidades envolvidas. Para exemplificar, discutiremos uma situação extrema. A figura (II.9) mostra um segmento de um tubo com um estrangulamento na secção. Após o estrangulamento, existe um jato do fluido com diâmetro aproximadamente igual ao do estrangulamento. Após o jato existe uma região onde ocorrem vórtices. Na região entre os vórtices e o jato ocorre a recirculação do fluido. Entre o jato e a recirculação existe uma lamina de separação, com velocidades baixas.

Se no volume de amostragem existirem vórtices ou recirculações, o espectro Doppler (antes da translação em frequência) apresenta duas bandas laterais à frequência de emissão. Se a detecção não for efetuada em quadratura, o espectro resultante da translação é a soma das duas bandas. A frequência (velocidade) média pode não ser nula, mesmo que as contribuições dos deslocamentos opostos sejam iguais. Se a detecção for efetuada em quadratura, os espectros podem ser separados. Mas, a faixa de velocidades

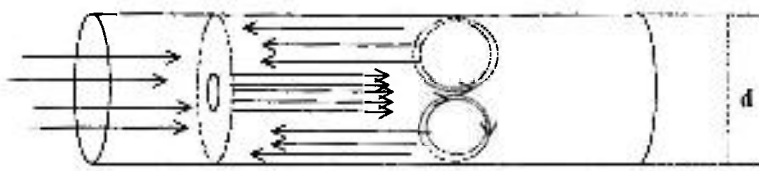


Figura II.9: Tubo confinando um fluido. No interior do tubo existe um estrangulamento. Após o estrangulamento ocorre um jato confinado. Após o jato ocorrem vórtices e a recirculação do fluido.

envolvidas pode ser grande, alargando o espectro à partir da origem, pois sempre existem deslocamentos ortogonais à direção do feixe. Nestas situações, a interpretação do espectro é difícil. Para evitar essas situações, o volume de amostragem deve ser pequeno comparado com as escalas espaciais das variações das velocidades.

No entanto, não existe um critério único para o ajuste da resolução espacial e do posicionamento do volume de amostragem. Para evidenciar o problema, apresentaremos a seguir alguns critérios de ajuste.

Para evitar grandes variações espaciais da velocidade no volume de amostragem, e conseqüente alargamento espectral, Campbell *et alii* [17] sugerem que o volume de amostragem não seja posicionado na superfície que separa o jato do fluido e a região de

recirculação, que ocorre após um estrangulamento do fluxo. No arranjo experimental usado, o diâmetro do tubo é 5 mm e o volume de amostragem foi ajustado em $0,7 \times 1,0$ mm (axial e radial). Para um índice de estenose de 90%, o diâmetro do jato é aproximadamente 1,6 mm. Foi considerado o modelo simétrico para a estenose. No entanto, pode ocorrer estenose assimétrica [9]. Para que este procedimento seja realizável, o volume de amostragem deve ser pequeno, comparado com as escalas espaciais das variações das velocidades. Os autores salientam que a técnica pulsátil é mais apropriada para a interpretação do espectro, uma vez que os sistemas de emissão contínua são incapazes de resolver as variações espaciais das velocidades.

Recentemente, foi sugerida a interpretação do espectro resultante do posicionamento do volume de amostragem na região de recirculação próxima às paredes do vaso, para a detecção precoce da estenose [81]. A técnica é baseada na observação do refluxo na área de recirculação. Os autores afirmam que nessa região as mudanças no espectro são mais pronunciadas e é possível detectar estenose de apenas 5%. O comprimento axial do volume de amostragem empregado foi de 0,6 mm e o diâmetro do vaso investigado foi de 6 mm.

Quando o fluxo é laminar, para a medição da velocidade média do fluido na secção de um tubo, Willink e Evans [102] sugerem que o volume de amostragem ideal é o ilustrado na figura (II.8), para $\Delta D \gg \Delta R > d$, onde d é o diâmetro do vaso.

Assim, com base nos exemplos citados, a interpretação do espectro é facilitada quando o volume de amostragem é pequeno comparado com as escalas das variações espaciais da velocidade (quando o fluxo é turbulento). No entanto, nem sempre é indesejável a ocorrência de fluxo e refluxo simultâneos no volume de amostragem, desde que a separação das parcelas (do fluxo e refluxo) seja efetuada.

Para ajustar o volume de amostragem ideal a uma determinada condição de fluxo, iniciemos pelo diâmetro do feixe. Este pode ser facilmente alterado, pois é possível focalizar o feixe ou usar transdutores com diâmetros apropriados. Fixando o menor diâmetro do feixe em função da velocidade máxima local (em função do tempo de trânsito) e das máximas variações das velocidades, analisaremos a dependência do menor comprimento do volume da amostragem, em função de outros fatores. A dependência do comprimento e do diâmetro do volume de amostragem em função do espectro Doppler-ambíguo será discutida na próxima secção.

No VDP, a resolução axial é aproximadamente [70]:

$$\Delta D \cong \frac{c \cdot (T_d + T_s)}{2}, \quad (2.14)$$

onde T_s é o intervalo temporal da janela de seleção da faixa de distâncias e T_d é a duração do pulso emitido. A largura espectral do sinal emitido (e do sinal recebido), antes da seleção da profundidade é $L \cong 1/T_d$ [10]. Quando $T_d = T_s$, a relação (2.14) fica:

$$\Delta D \cong \frac{c}{L}. \quad (2.15)$$

A relação (2.15) mostra que a resolução axial do VDP depende apenas da duração temporal do pulso. No entanto existem alguns problemas associados com a diminuição da largura temporal do sinal emitido. Os principais estão associados com a potência e a largura espectral do sinal.

Com a diminuição da largura temporal do sinal transmitido, a potência média do sinal emitido (e do eco) decresce. Para manter a mesma potência média é necessário aumentar a potência instantânea. Mas existem dificuldades na geração, transdução e propagação de potências instantâneas elevadas [51]. Ainda, o fator de mérito do transdutor tem que ser diminuído, aumentando as perdas na transmissão e na recepção. Desta forma, associado com o acréscimo da resolução axial ocorre o decréscimo da potência do sinal recebido.

Veremos no capítulo V que após a amostragem do sinal do eco (seleção da distância), a potência do ruído térmico intrínseco do sistema, que está distribuído na faixa de frequência L de (2.15), fica concentrada na faixa $1/2T_s$. Na relação (2.15), verifica-se que o acréscimo da resolução axial provoca o aumento da faixa L . Assim, o ruído adicionado ao sinal cresce com a resolução axial. Portanto, o acréscimo da resolução axial provoca o decréscimo da potência do sinal recebido e o acréscimo do ruído associado. Como consequência, o decréscimo da máxima distância mensurável.

É conhecido que a intensidade da onda refletida pelas partículas aumenta com a quarta potência da frequência de emissão [6 e 97]. Desta forma, o acréscimo da frequência de emissão é uma alternativa que pode ser empregada para compensar as perdas causadas pelo aumento da resolução axial. Outros fatores que apontam para o acréscimo da frequência de emissão como forma de compensar os problemas ocasionados com o decréscimo da largura do pulso emitido são: i) manutenção da fração L/f_0 pequena, para que não ocorram efeitos significativos da dispersão da onda no meio [32, 43 e 99]; ii) distorções do sinal do eco, provocadas por variações rápidas do fluxo [80]. O fator (i) é particularmente importante em meios biológicos e o fator (ii) é aplicável sempre que as velocidades e acelerações sejam grandes, comparadas a c .

II.3.2. Resolução em frequência

Para o exemplo em que consideramos a velocidade do alvo constante, o sinal de desvio Doppler interpolado é uma senóide. A análise de Fourier do espectro do sinal revela um impulso em Δf_d . Mas normalmente a velocidade do alvo muda em função do tempo. Nestas condições, para que o processo de extração da informação da velocidade do alvo contida no sinal do eco seja realizável, é necessário que efetuemos a análise durante um intervalo finito de tempo, no qual seja possível considerar a velocidade constante. Desta forma, o sinal do eco pode ser considerado uma senóide, cuja frequência é função da velocidade do alvo. Mas mesmo que o efeito do deslocamento do alvo possa ser considerado como um simples desvio em frequência no sinal recebido, a senóide tem duração finita, e o espectro do segmento da senóide torna-se contínuo. A largura do espectro ΔL_d depende do intervalo temporal do segmento. A figura (II.10) mostra o espectro de uma senóide e de um segmento da senóide.

A resolução em frequência é entendida como a capacidade do VDP discriminar duas frequências próximas (velocidades próximas). Se o critério de discriminação for a largura eficaz do espectro, é desejável que o alargamento ΔL_d seja o menor possível. Mas, para o critério adotado, o alargamento do espectro do sinal do eco depende da aceleração do alvo. No entanto é possível minimizar o erro da medição, minimizando $\Delta L_d / \Delta f_d$. Isto pode ser obtido aumentando a frequência de emissão f_0 .

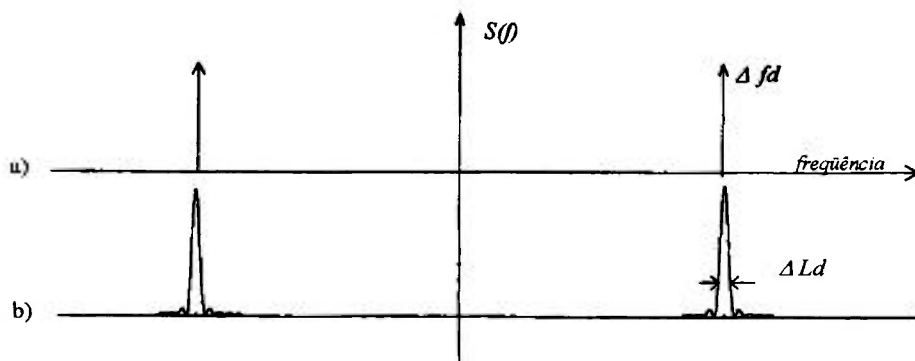


Figura II.10: Gráficos do espectro de uma senóide (a) e de um segmento de senóide (b). A resolução em frequência ΔL_d depende da duração da senóide.

É conveniente comentar que a resolução em frequência, na forma como foi exposta, é limitada pela janela temporal da análise. O critério adotado para estabelecer a

janela máxima permissível foi o intervalo de tempo em que a velocidade do alvo possa ser considerada constante. Caso contrário, o sinal do eco seria uma complexa função do tempo, dificultando o processamento para a extração ou a interpretação dos resultados obtidos. No entanto, uma expressão simples para a velocidade, como a (2.1), somente pode ser aplicada em sistemas de radar de navegação, onde os alvos podem ser discriminados individualmente. Quando existe uma quantidade elevada de alvos próximos, mesmo com velocidades constantes e iguais, a frequência do eco não é única. Nestas condições o espectro do eco é contínuo. Ainda, para que a análise do espectro seja compreensível, normalmente é utilizada a suposição de um intervalo de tempo em que o sinal possa ser considerado estacionário. Assim, deve ser considerado o intervalo de tempo com estacionariedade do fluxo ou o de velocidade constante, dependendo do método de processamento empregado e do parâmetro desejado, isto é, velocidade instantânea, velocidade média, velocidade máxima, etc. Normalmente, o intervalo de tempo considerado é insuficiente para condições reais de fluxo [68 e 84], mas o erro já foi apontado [33].

Considerando um intervalo de tempo apropriado para a análise, uma forma de aumentar a resolução em frequência é o uso de técnicas de análise do espectro baseadas na modelagem do sinal [55]. A técnica auto-regressiva tem sido largamente utilizada para este propósito [68 e 85]. Mas como a técnica é baseada em um modelo do processo de reflexão, o modelo deve ser consistente. O fato é que até o presente não existe um modelo único que descreva de forma consistente várias condições do fluxo [68]. Atualmente muitos esforços estão dirigidos para a análise de sinais, usando distribuições tempo-frequência [22]. A distribuição de Wigner tem sido largamente testada em ultrassom. A principal vantagem desta análise decorre do fato de que não é necessária qualquer suposição sobre a estacionariedade do fluxo durante o intervalo de análise, no qual a frequência instantânea pode ser obtida. A frequência instantânea, por definição (uma dentre várias [25]), não depende do passado ou futuro do sinal. No entanto, ainda é necessário que sejam resolvidos muitos problemas [29 e 30].

II.4. Ambigüidades em frequência e distância

O VDP apresenta ambigüidades nas medições da frequência e da distância. A ambigüidade em frequência depende de dois fatores conhecidos. O primeiro, refere-se à sobreposição espectral, quando o sinal do eco é sub-amostrado, efeito conhecido por "aliasing". O segundo, também já comentado, é a ambigüidade Doppler. A ambigüidade em distância refere-se aos ecos de alvos que estejam localizados em distâncias múltiplas à

selecionada. Discutiremos a seguir os principais fatores que causam as ambigüidades nas medições da velocidade e na seleção das distâncias, no VDP.

II.4.1. Ambigüidade em freqüência

A ambigüidade em freqüência está diretamente relacionada com o critério da amostragem, conhecido como teorema de Shannon, que estabelece o intervalo de tempo mínimo entre as amostras de uma função, para que seja possível sua reconstrução. O critério utilizado (de Shannon) exige que a função tenha espectro limitado. Para um sinal real com espectro variante no tempo, um critério possível de ser estabelecido é a suposição de que o intervalo de freqüências reservado para o sinal seja suficiente em qualquer intervalo do tempo. Se em algum instante o espectro é maior que o esperado, o critério deixa de ser atendido e não é possível a reconstrução do sinal.

Para expor o problema, consideremos ainda o caso do eco de um alvo deslocando-se com velocidade constante. O sinal amostrado S_a pode ser expresso na forma:

$$S_a(t) = \sum_n \delta(t - nT_r) \cdot \cos(2\pi\Delta f_d t), \quad (2.16)$$

onde o somatório de impulsos é a função de amostragem ideal. A Transformada de Fourier de (2.16) é:

$$\begin{aligned} S_a(f) &= \frac{1}{T_r} \cdot \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_r}\right) * \left\{ \frac{1}{2} \cdot [\delta(f - \Delta f_d) + \delta(f + \Delta f_d)] \right\} = \\ &= \frac{f_r}{2} \cdot \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(f - \Delta f_d - nf_r) + \delta(f + \Delta f_d - nf_r) \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde $f_r = 1/T_r$. O gráfico do espectro (2.17) é mostrado na figura (II.11), onde foi imposto que $\Delta f_d < f_r/2$. No gráfico é fácil verificar que as réplicas do espectro original estão centradas em nf_r . No intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$ somente existe o espectro original. Se aplicarmos o sinal amostrado a um filtro ideal com função de transferência $F(f) = 1/f_r$ no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$ e zero fora, o espectro resultante é:

$$S_a(f) \cdot F(f) = \frac{1}{2} \cdot [\delta(f - \Delta f_d) + \delta(f + \Delta f_d)], \quad (2.18)$$

e a Transformada Inversa de Fourier de (2.18) é o sinal original.

Supondo agora que $f_r/2 < \Delta f_d < f_r$, as linhas espectrais originais saem do intervalo do filtro e a linha inferior da primeira réplica entra no intervalo. O sinal resultante da filtragem é agora:

$$S_a(f) \cdot F(f) = \frac{1}{2} \cdot [\delta(f - f_r + \Delta f_d) + \delta(f + f_r - \Delta f_d)], \quad (2.19)$$

e a Transformada inversa de Fourier de (2.19) é:

$$S_a(t) \cdot F(t) = \cos[2\pi(f_r - \Delta f_d)t],$$

e o sinal interpolado não é mais igual ao original.

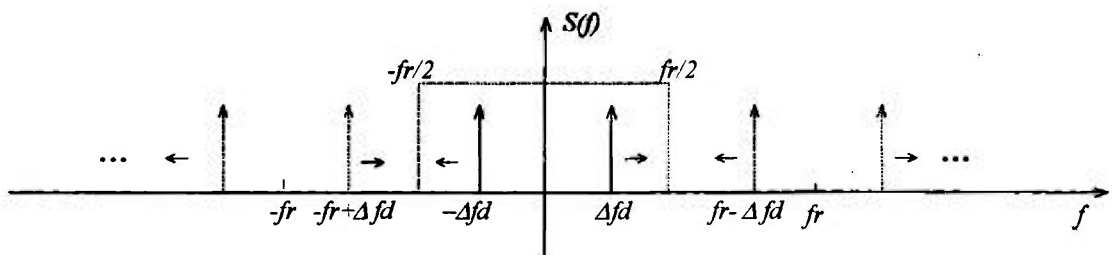


Figura II.11: Gráfico do espectro do sinal Doppler amostrado. O espectro original é mostrado em linhas sólidas, e as réplicas originadas pela amostragem, por linhas pontilhadas. As setas verticais indicam a localização das linhas espectrais para velocidades crescentes. A filtragem ideal (linhas pontilhadas delimitando a banda passante do filtro) é utilizada para recuperar o sinal original.

II.4.2. Ambigüidade Doppler

Consideremos que: i) o diâmetro do feixe acústico seja menor que o comprimento do volume de amostragem ($\Delta R < \Delta D$ na figura II.8); ii) que o fluxo seja laminar; e que a região seleccionada seja distante do transdutor (distância muito maior que o diâmetro do feixe). Nestas condições, a razão entre o alargamento espectral ΔL_d provocado pela ambigüidade Doppler e a frequência de desvio Doppler, é descrita como [70]:

$$\frac{\Delta L_d}{\Delta f_d} \cong k \cdot \frac{c}{f_0 \cdot d} \cdot \text{tg}\phi, \quad (2.20)$$

onde k é uma constante próxima a um, d é o diâmetro do transdutor, e ϕ o ângulo entre o feixe e a direção do deslocamento. A expressão (2.20) mostra que o erro na medição da frequência Doppler é tanto menor, quanto maior a frequência de desvio Doppler. Portanto, uma alternativa para minimizar o erro é aumentar a frequência de emissão. Quando o fluxo é turbulento, a relação entre os parâmetros de (2.20) é mais complexa, mas a conclusão apontada é a mesma [37].

II.4.3. Ambigüidade em distância

Consideremos dois alvos, com posições iniciais $D1$ e $D2$ em relação ao emissor. Consideremos ainda uma seqüência de pulsos emitidos, iniciando em $t = 0$ e repetidos em intervalos T_r , propagando-se em um meio com velocidade de propagação c . A posição da frente de onda é $P(t) = c \cdot t$, também em relação ao emissor. A distância do alvo é $D(t)$, que em um intervalo curto de tempo é considerada constante. Quando o primeiro pulso intercepta o primeiro alvo, $P(t) = D(t)$.

A figura (II.12) mostra os gráficos da posição normalizada da frente de onda acústica de cada pulso: $P(t)/c = t$ e da distância normalizada de cada alvo: $D(t)/c$. Assim, no gráfico, cada pulso tem a trajetória com inclinação de 45 graus. Ao interceptar um alvo, inverte o sentido de propagação e retorna.

O primeiro pulso intercepta o alvo na posição $D1$ e retorna no instante $T1 = 2 \cdot D1/c$, que é denominado o instante do primeiro eco. O primeiro pulso intercepta o segundo alvo na posição $D2 > D_{\max}$ e retorna no instante $T2 = 2 \cdot D2/c$, que é denominado o instante do segundo eco. O segundo pulso intercepta o primeiro alvo na posição $D1$ e retorna no instante $T3 = 2D1/c + T_r$. Se $D2 = D1 + D_{\max}$, resulta $T3 = T2$. Assim, os ecos dos alvos localizados em regiões múltiplas à selecionada não podem ser discriminados e as distâncias múltiplas da selecionada são distâncias ambíguas [48].

Veremos a seguir que a intensidade dos ecos depende da distância. Para que a intensidade dos ecos das distâncias ambíguas seja pequena, comparada com os "primeiros ecos", o intervalo de repetição de pulsos deve ser o maior possível. Este procedimento limita a frequência máxima mensurável.

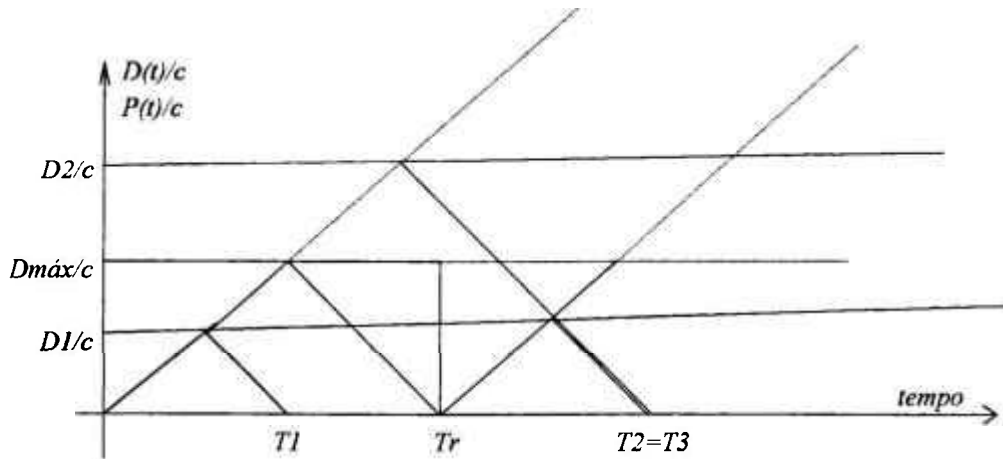


Figura II.12: Gráfico da posição normalizada de frente de onda acústica $P(t)/c$ e da distância normalizada de dois alvos $D(t)/c$. O primeiro pulso intercepta os dois alvos. O eco do alvo mais distante retorna no mesmo instante que o eco do segundo pulso.

II.5. Atenuação da onda no meio

A dependência da amplitude do eco com relação a distância decorre de dois principais fatores. O primeiro é a absorção da onda acústica no meio. Para tecidos biológicos moles, a absorção da amplitude da onda de pressão é aproximadamente $2 \text{ dB} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$ [6]. Para a água, é desprezível [97]. O segundo decorre do processo de reflexão da onda acústica nas partículas. Como as partículas normalmente têm diâmetros muito menores que o comprimento de onda acústico, o processo de espalhamento pode ser modelado com sendo um processo de Rayleigh de primeira ordem [1, 15, 37 e 41]. Cada partícula se torna uma fonte secundária de irradiação isotrópica. Assim, a intensidade decresce com a distância, atenuando o problema da ambigüidade em distância.

Para aplicações médicas, o meio de propagação da onda acústica apresenta vários mecanismos de atenuação, além da absorção. Como consequência a intensidade do eco pode ser insuficiente para ser processado, dependendo da distância. Para compensar as perdas ocasionadas pela atenuação da onda, a primeira alternativa seria aumentar a potência ultra-sônica. No entanto, a potência média e a instantânea são limitadas pela tolerância dos tecidos ao ultra-som. Muitos estudos apontam os limites seguros da intensidade acústica, para que não ocorram danos biológicos [97]. Desta forma, uma vez determinada a potência máxima permissível, a frequência de emissão ótima (considerando-se apenas maximizar a intensidade do eco) é função da distância máxima mensurável. A frequência ótima é decorrente do compromisso entre a atenuação da

intensidade da onda no meio ($\approx f^2$ para tecidos moles) e intensidade da onda refletida $\approx f^4$ [6].

II.6. Conclusões

No VDP, o intervalo temporal entre os pulsos deve ser maior que o intervalo de tempo necessário para que o último eco (distância) de interesse retorne ao transdutor. O intervalo deve ser o maior possível para evitar a ambigüidade na seleção da distância. Mas o intervalo entre os pulsos é limitado por duas razões principais: i) o intervalo máximo deve ser menor que o inverso do dobro da frequência máxima do espectro do sinal do eco (critério da amostragem de Shannon); ii) o intervalo entre pulsos deve ser menor que o intervalo de coerência entre as amostras. Normalmente prevalece o critério de Shannon.

Quando o número de partículas é elevado, o sinal do eco de uma região selecionada não contém uma frequência única. Se o fluxo for laminar, e as flutuações das velocidades das partículas forem pequenas, o espectro é aproximadamente gaussiano e a frequência média corresponde à média espacial das velocidades das partículas contidas no volume de amostragem.

Quando o fluxo é turbulento, a interpretação do espectro do sinal do eco não é trivial. A frequência média pode não corresponder à velocidade média das partículas. Para minimizar o espectro Doppler-ambíguo, pode ser considerado o aumento do volume de amostragem. Mas o aumento do volume de amostragem provoca a diminuição da resolução espacial. Outra alternativa é aumentar a frequência de emissão.

Para caracterizar a turbulência, pode-se medir a sua intensidade. A intensidade da turbulência é definida como a razão entre as flutuações da velocidade e a velocidade média local. A intensidade da turbulência pode ser medida no VDP, efetuando-se a razão entre a largura eficaz e a frequência média do espectro do sinal do eco, desde que sejam conhecidos os fatores que provocam o alargamento do espectro. Uma alternativa para melhorar a precisão da medição do índice da turbulência, é escolher um volume de amostragem apropriado para as escalas espaciais das velocidades envolvidas e aumentar a frequência de emissão.

Para aumentar a resolução em frequência deve ser considerado o acréscimo da frequência de emissão, pois a resolução em frequência somente depende do intervalo temporal em que é possível efetuar a medição (tempo em que é possível admitir velocidade constante). Assim, o acréscimo da frequência de emissão minimiza a razão entre o alargamento provocado pelo intervalo finito da análise e a frequência de desvio Doppler.

Concluindo, o incremento da resolução espacial e a minimização dos erros na medição da velocidade são objetivos que somente podem ser obtidos com o acréscimo da frequência de emissão. Como consequência, os parâmetros distância máxima e velocidade máxima mensuráveis decorrem da resolução e da precisão do sistema. Contudo, os fatores apontados para a escolha da frequência de emissão são os principais. Existem outros como custo/benefício, realização prática de amplificadores com baixo ruído, método de análise do sinal, etc. Dada a diversidade dos fatores, é difícil estabelecer um procedimento para a determinação da frequência de emissão ótima. Mas, não foi nosso objetivo otimizar os parâmetros frequência de emissão, precisão e resolução do VDP. O nosso objetivo é aumentar a faixa de velocidades mensuráveis, partindo dos parâmetros: frequência de emissão, precisão e resolução otimizados. Para este propósito, foram tomados como referência os velocímetros comerciais existentes, para aplicações em hidrodinâmica e hemodinâmica, que foram otimizados durante as duas últimas décadas.

Sabe-se que para estudos cárdio-vasculares, a frequência de emissão em torno de 5 MHz apresenta um bom compromisso entre a resolução espacial e distância máxima mensurável [93]. Para o estudo de fenômenos hidrodinâmicos ou para a velocimetria invasiva de alta resolução utilizados na área de fisiologia, a frequência de 20 MHz tem sido largamente utilizada, como sendo um bom compromisso entre resolução espacial e distância máxima mensurável [16 e 44]. Porém, os resultados práticos nas mesmas áreas citadas mostram que tais sistemas frequentemente apresentam limitações quanto à máxima velocidade mensurável [93] e [44].

CAPÍTULO III

EXTENSÃO DA VELOCIDADE MÁXIMA MENSURÁVEL: TÉCNICAS EXISTENTES

III.1. Introdução

No capítulo anterior apresentamos os principais fatores que influenciam na determinação da frequência de emissão ultra-sônica, bem como a distância máxima mensurável. Uma vez determinados estes parâmetros, discutiremos neste capítulo as principais técnicas destinadas a aumentar a velocidade máxima mensurável com o velocímetro Doppler pulsátil (VDP) de emissão coerente. Veremos que as técnicas existentes são baseadas na extração de parâmetros do sinal Doppler sub-amostrado, mediante a adição de informações, e essas técnicas podem ser vistas como casos particulares de extensões do critério da amostragem de Shannon. Mostraremos que além de necessitarem de informações adicionais sobre o regime do fluxo, as técnicas existentes não são aplicáveis em situações muito comuns, como por exemplo, quando ocorre turbulência do fluido.

III.2. Amostragem com seqüências alternadas

Após os resultados não promissores obtidos com a emissão ultra-sônica não coerente (citados no capítulo I), Newhouse [69] foi o primeiro a retomar o interesse pelo VDP de emissão coerente, na tentativa de aumentar a velocidade máxima mensurável

com o sistema. Newhouse descreveu a possibilidade de implementar no VDP a técnica de emissão e amostragem de duas seqüências alternadas de pulsos. A técnica já era conhecida na literatura de sistemas de radar, originalmente desenvolvida para resolver ambigüidades na localização espacial do alvo[88].

A técnica consiste na emissão de uma seqüência de pulsos com freqüência f_0 e período T_1 , durante σ segundos, seguida de outra seqüência de pulsos com a mesma freqüência, durante o mesmo intervalo de tempo, mas com período $T_2 \neq T_1$, como mostra o gráfico da figura (III.1).

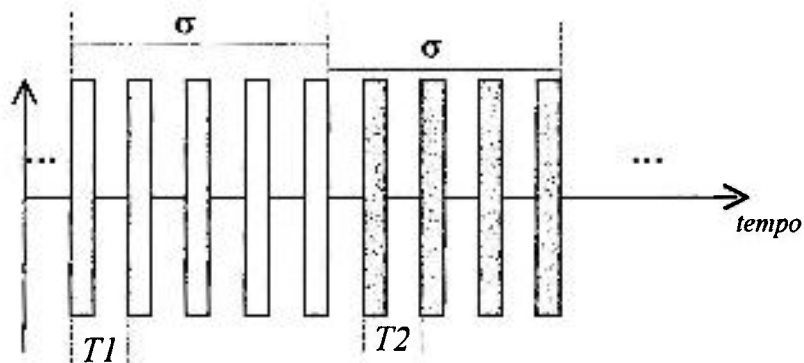


Figura III.1: Gráfico do sinal de emissão, utilizado na técnica de seqüências alternadas. Duas seqüências são alternadas em intervalos iguais de tempo (σ).

O espectro do sinal do eco é obtido durante os intervalos de tempo σ . Assim, cada seqüência gera um espectro. Para resolver o espectro do sinal sub-amostrado, a técnica baseia-se na observação de que as réplicas do espectro do sinal amostrado estão afastadas em intervalos regulares e iguais ao inverso do período de amostragem. Assim, como o sinal foi amostrado com duas freqüências diferentes, o espaçamento das réplicas do espectro de cada seqüência será diferente. No entanto o espectro original permanece inalterado no espectro das duas seqüências e é possível identificá-lo. A figura (III.2) mostra o gráfico do espectro de duas seqüências de um sinal amostrado $S(t)$, que para o nosso exemplo tem o espectro original conhecido $S(f)$, como indicado no gráfico.

Newhouse somente descreveu o procedimento visual para distinguir o espectro original entre os espectros das réplicas. Para a distinção o autor mencionou que o espectro deve ser "estrito", sem quantificar. De fato, é possível visualmente identificar o espectro original, dentre as réplicas, em algumas condições. Mas, o gráfico da figura (III.3) mostra uma situação comum em que ainda é possível discriminar visualmente a posição do espectro original, mas o espectro resultante é a sobreposição do espectro

original e a primeira réplica. Assim, não é possível determinar parâmetros como frequência média ou largura eficaz. Sem um procedimento simples para discriminação dos espectros, a técnica não permite a análise quantitativa de parâmetros do sinal. Por fim, o intervalo em que as seqüências são alternadas deve ser apropriado para as condições de fluxo. Se a velocidade se altera mais rápido que o intervalo σ , não é possível distinguir os espectros. Assim, para alta aceleração, σ deve ser pequeno. Mas para σ pequeno, a resolução em frequência pode ser insuficiente para resolver as alterações do espectro.

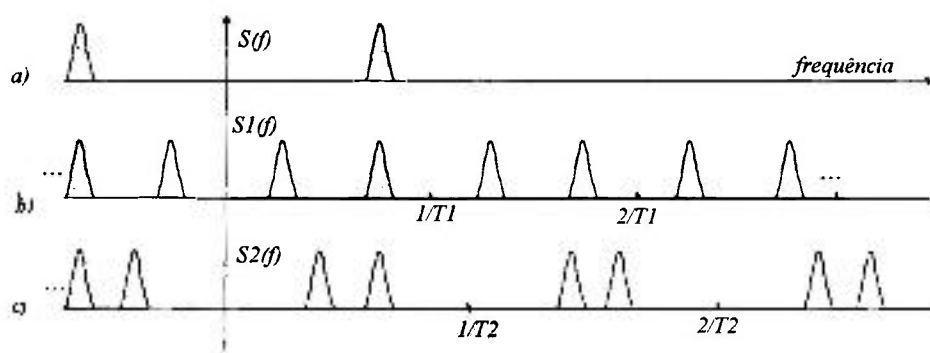


Figura III.2: Gráficos do espectro de duas seqüências de amostragem de um sinal, com frequência de amostragem $1/T1$ (b) e $1/T2$ (c). O espectro original é mostrado em (a). Note que as réplicas têm espaçamentos diferentes. No entanto, o espectro original (em cinza) não é alterado pela frequência de amostragem.

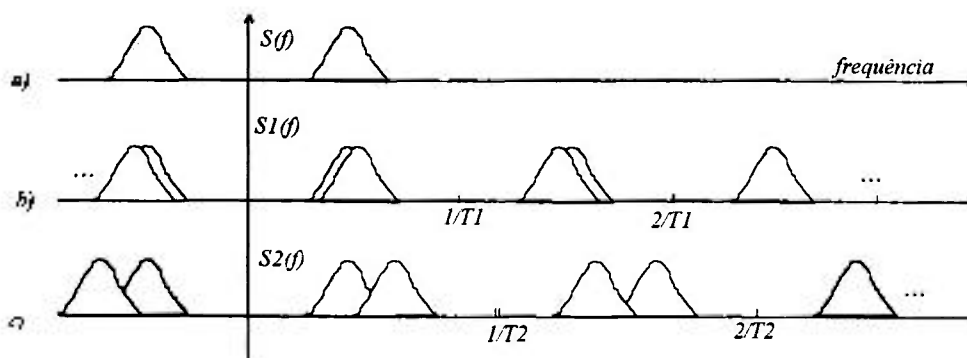


Figura III.3: gráficos dos espectros de duas seqüências de amostragem. O espectro original é apresentado em (a). Os espectros das seqüências são mostrados nos gráficos (b) e (c)

III.3. Extensão do critério da amostragem aplicado em ultra-som

Hartley [44] apresentou uma extensão ao critério da amostragem de Shannon, aplicado ao velocímetro Doppler ultra-sônico pulsátil, quando operando com detecção em quadratura. Hartley estabeleceu que a velocidade pode ser determinada sem ambigüidade se a frequência do sinal de desvio Doppler Δf_d for absolutamente limitada no intervalo:

$$f_x < \Delta f_d < f_x + f_r, \quad (3.1)$$

sendo que f_x pode ser qualquer frequência, positiva ou negativa (correspondendo a fluxo direto e reverso).

Hartley estabeleceu o intervalo (3.1) de forma descritiva, sem o emprego de ferramentas matemáticas apropriadas. Mostraremos os princípios da técnica, de forma análoga à que foi exposta por Hartley.

A técnica baseia-se na observação de que a indicação da velocidade sofre uma descontinuidade quando a frequência do sinal Doppler ultrapassa o limite $f_r/2$. A descontinuidade depende do processo de extração da informação de velocidade. Hartley utilizou um detector de passagem por zero, atuando como conversor frequência/tensão, operando no modo não-direcional e pseudo-direcional [72].

A figura (III.4) mostra o diagrama de blocos do sistema de detecção não-direcional. Note que o sinal é amostrado e filtrado. Analisaremos duas situações: quando o espectro do sinal de desvio Doppler é menor que a faixa do filtro; e quando o espectro é maior que a faixa do filtro. A figura (III.5) mostra o gráfico do sinal de saída do conversor operando neste modo. No gráfico podemos observar que quando a frequência do sinal Doppler é maior que a metade da frequência de amostragem, ocorre uma inflexão no sinal de saída e a velocidade indicada é errônea.

A detecção pseudo-direcional é efetuada pela comparação dos sinais em fase e em quadratura, como mostra o diagrama de blocos da figura (III.6). A detecção do sentido é efetuada pela discriminação temporal da passagem ascendente do sinal em fase por zero, que ocorre antes da passagem do sinal em quadratura. Quando o sentido do fluxo é invertido, o sinal em fase tem a passagem ascendente por zero após a do sinal em quadratura. O processo de detecção é pseudo-direcional, uma vez que na ocorrência de fluxo e refluxo simultâneo, o sinal de saída é proporcional à diferença das velocidades [72]. A figura (III.7) mostra o gráfico do sinal de saída do conversor operando no modo pseudo-direcional. Em $f = f_r/2$ existe uma descontinuidade na indicação da velocidade, mostrando reversão instantânea do fluxo.

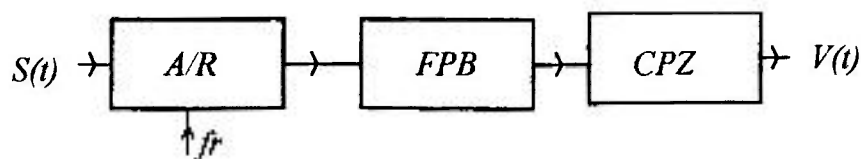


Figura III.4: Diagrama de blocos de um sistema destinado à estimativa da frequência Doppler, operando no modo não-direcional. O sinal $S(t)$ é amostrado e retido (A/R), interpolado por um filtro passa baixas (FPB) e um contador de passagens por zero (CPZ) efetua a conversão da frequência do sinal para uma tensão.

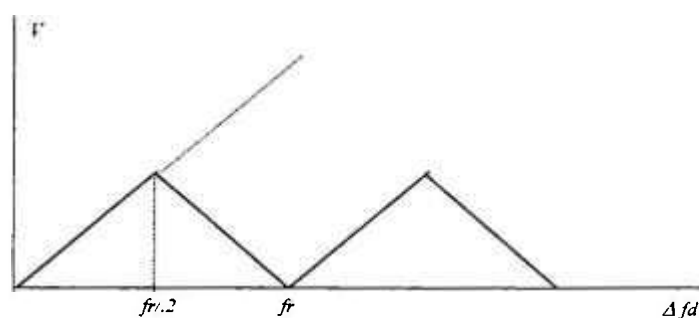


Figura III.5: Gráfico da tensão de saída em função da frequência do sinal de entrada do conversor da figura III.4.

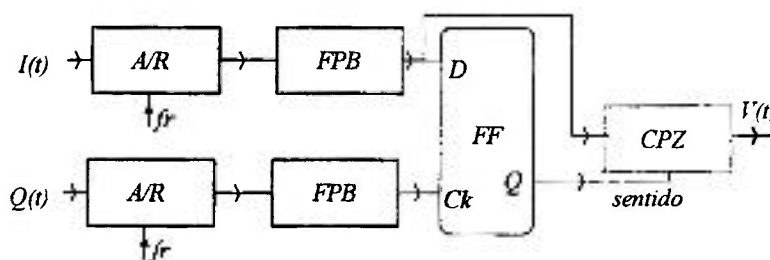


Figura III.6: Diagrama de blocos de um sistema destinado à estimativa da frequência do sinal Doppler, operando no modo direcional. A/R é a amostragem e retenção do sinal, FPB é um filtro passa baixas, CPZ é um contador de passagens por zero e FF um "flip flop" tipo D.

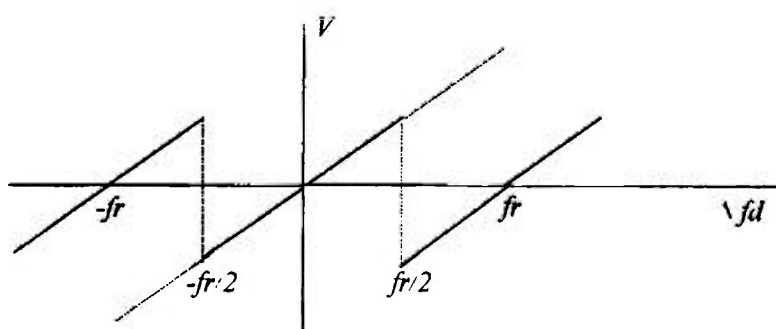


Figura III.7: Gráfico do sinal de saída do conversor frequência/tensão operando no modo direcional, descrito na figura III.6. Note que para frequência maior que $fr/2$ ocorre a indicação errônea de fluxo reverso. A translação do sinal de saída restabelece a indicação correta (linhas pontilhadas).

Para analisar as indicações errôneas das frequências (velocidades) acima de $f_r/2$, Hartley considerou o sinal Doppler senoidal com frequência Δf_d , que amostrado pode ser expresso como:

$$I(t) = \left[\cos(2\pi\Delta f_d t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_r) \right] * f(t) \quad (3.2)$$

onde $f(t)$ é um filtro ideal passa baixas com frequência de corte $f_r/2$. A transformada de Fourier de (3.2) é:

$$I(f) = \left[f_r \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - nf_r \pm \Delta f_d) \right] \cdot F(f). \quad (3.3)$$

A figura (III.8) mostra o gráfico de (3.3). Podemos observar que para $0 < \Delta f_d < f_r/2$, o sinal de saída do filtro passa baixas é idêntico ao original. Quando $f_r/2 < \Delta f_d < f_r$, o sinal de saída do filtro tem frequência $f = f_r - \Delta f_d$.

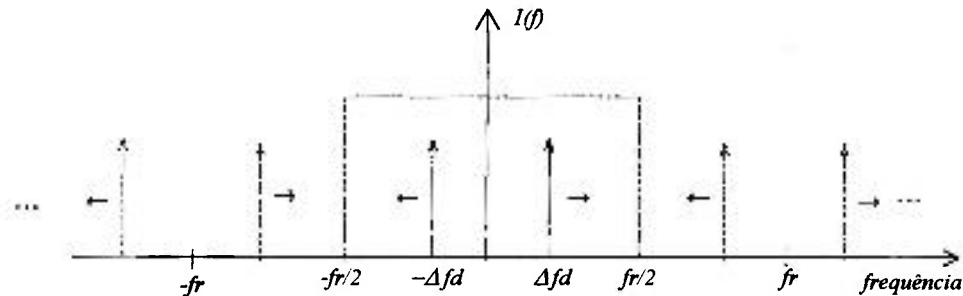


Figura III.8: Gráfico do espectro do sinal Doppler amostrado. As setas verticais indicam a posição das linhas espectrais para frequências crescentes.

O sinal Doppler em quadratura é:

$$Q(t) = \left[\sin(2\pi\Delta f_d t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_r) \right] * f(t). \quad (3.4)$$

A transformada integral de Fourier de (3.4) é:

$$Q(f) = \left\{ \frac{f_r}{2j} \cdot \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - nf_r - \Delta f_d) - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - nf_r + \Delta f_d) \right] \right\} \cdot F(f) \quad (3.5)$$

A figura (III.9) mostra o gráfico de (3.5). Para $0 < \Delta f_d < f_r/2$ o sinal de saída do filtro tem a mesma frequência que o original, e a fase é $\pi/2, f > 0$ e $-\pi/2, f < 0$. Para $f_r/2 < \Delta f_d < f_r$, verifica-se que o sinal de saída do filtro tem frequência $f = f_r - \Delta f_d$, mas apresenta a fase $\pi/2, f < 0$ e $-\pi/2, f > 0$. Portanto, no domínio do tempo, quando o sinal de desvio Doppler tem frequência maior que $f_r/2$, ocorre a inversão da fase entre os sinais I e Q.

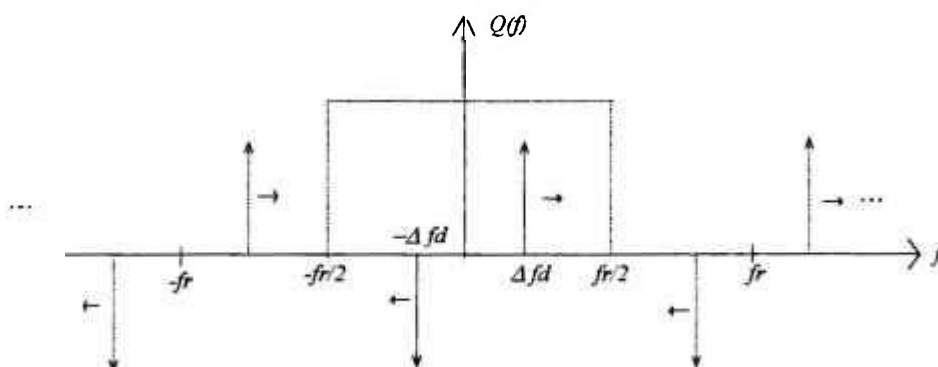


Figura III.9: Gráfico do sinal Doppler em quadratura (em relação ao espectro da figura III.8) amostrado. As linhas espectrais negativas indicam a magnitude e fase (-j).

O método apresentado para resolver o sinal quando sub-amostrado baseia-se em algumas informações adicionais sobre o regime do fluxo. As possibilidades que podem ocorrer são:

- a) a velocidade é sempre baixa de forma que $|\Delta f_d| < f_r/2$;
- b) a velocidade em uma determinada região nunca é reversa, $\Delta f_d \geq 0$;
- c) a velocidade é contínua e nunca muda de magnitude ou direção instantaneamente;
- d) a velocidade é zero ou se aproxima de zero durante um intervalo de tempo conhecido;
- e) a faixa de velocidades presente no volume de amostragem é limitada. Assim o espectro do sinal Doppler é limitado.

A condição (a) define a faixa aceitável para o VDP convencional, operando no modo direcional. Se as condições (a) e (b) são encontradas, o VDP convencional não-direcional é suficiente.

Se a condição (b) é encontrada, é possível resolver frequências até f_r adicionando esta informação ao conversor. A informação é automaticamente adicionada quando ocorre a indicação errada de fluxo reverso. O erro é detectado, assumindo-se que o fluxo

nunca pode ser reverso. A correção é efetuada pela translação do sinal de saída do conversor, como mostra o gráfico da figura (III.7). Neste modo de operação a faixa de frequências mensuráveis é $(0, f_r)$ e a largura do espectro do sinal de desvio Doppler deve ser: $\Delta L_d < f_r$.

Se a largura do espectro do sinal de desvio Doppler for menor que $f_r/2$ [condição (e)], assegura-se que não ocorrem ambigüidades na determinação do sentido e da frequência no mesmo instante. Aplicando a condição (c), quando ocorre indicação da reversão do fluxo e a tensão do conversor indica frequência próxima a $f_r/2$, a indicação de reversão é entendida como errada. Esta informação é usada para corrigir a tensão de saída do conversor. Este processo envolve a memória da frequência (velocidade) imediatamente anterior a cada indicação do sentido do fluxo. A velocidade tem que ser zero em algum instante, para que seja possível identificar a posição do espectro (condição d). Esse modo de operação estende a faixa de frequências mensuráveis para $(-f_r/2, f_r)$. Para velocidades crescentes ($\Delta f_d > f_r$), ocorrem várias descontinuidades na indicação da velocidade. Cada descontinuidade pode ser corrigida, assumindo-se que a velocidade nunca muda de magnitude instantaneamente (condição c). A mesma correção pode ser efetuada para frequências negativas. Nesse modo de operação, o intervalo de frequências mensuráveis é $(f_x, f_x + f_r)$, lembrando que a largura do espectro do sinal de desvio Doppler deve ser: $\Delta L_d < f_r/2$.

Note que a técnica que Hartley apresentou para corrigir as indicações errôneas da velocidade, quando operando no modo pseudo-direcional, somente é aplicável se a largura do espectro do sinal for menor que $f_r/2$. O intervalo (3.1) foi proposto, analisando o gráfico da figura (III.7), mas não foi testado por Hartley, pois o detector pseudo-direcional não permite a detecção de fluxo direto e reverso simultâneos. Assim, para o modo de operação pseudo-direcional, o intervalo mensurável é $(f_x, f_x + f_r)$, desde que a largura do espectro seja absolutamente limitada em $\Delta L_d < f_r/2$. Note também que a técnica somente recupera a informação da velocidade. O espectro original não é obtido. Assim, não é possível ser obtido a largura eficaz do espectro do sinal Doppler.

Após Hartley, vários trabalhos foram efetuados, no sentido de diminuir as restrições da técnica. Todos são baseados na extensão de Hartley, e se diferenciam apenas na forma de localizar o espectro original, quando sub-amostrado. Assim descreveremos a seguir, apenas as características mais importantes das técnicas sucessoras à de Hartley.

Hoeks *et alii* [46] apresentaram uma técnica para estimar a frequência do sinal de desvio Doppler amostrado, baseada na estimativa da frequência instantânea, definida como:

$$\Delta f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \varphi(t),$$

onde $\varphi(t) = \arctg[I(t)/Q(t)]$

Quando a frequência instantânea do sinal Doppler é maior que $f_r / 2$, com relação à média das frequências instantâneas imediatamente anteriores, os autores consideraram como uma frequência ambígua. Para corrigir o erro, um número inteiro de f_r é adicionado (ou subtraído) à frequência instantânea estimada, de forma que a frequência instantânea resultante desvie menos que $f_r / 2$ da média. O número múltiplo de f_r adicionado (ou subtraído) determina a localização do espectro original. O rastreamento é obtido quando a velocidade passa por um zero, de forma similar à que Hartley utilizou.

A técnica de Hoeks *et alii* é semelhante à de Hartley. Os autores não apresentaram resultados quantitativos quanto ao ganho na faixa de frequências mensuráveis, mas mencionaram que a frequência instantânea média do sinal de desvio Doppler pode ocupar o intervalo $(0, f_r)$.

Tortoli [92] apresentou outra forma de rastreamento do espectro, seguindo os mesmos princípios da técnica de Hartley. O procedimento é baseado na estimativa da frequência média \bar{f} da densidade espectral de potência $G(f)$ do sinal Doppler, definida como:

$$\bar{f} = \frac{\int_{-f_r/2}^{+f_r/2} f \cdot G(f) \cdot df}{\int_{-f_r/2}^{+f_r/2} G(f) \cdot df}.$$

A correção é efetuada com a imposição de que o espectro fique "centrado" no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$. A figura (III.10) mostra o espectro de um sinal sub-amostrado e a recomposição do espectro no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$. No VDP comercial que Tortoli utilizou, apenas o intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$ é disponível, pois os filtros passa baixas

suprimem as réplicas, como pode ser visto no gráfico (a). No gráfico (b), representamos algumas réplicas do espectro original da parcela correspondente ao fluxo direto, assumindo que não existe fluxo reverso. Note que as bandas inferiores do espectro das réplicas da parcela de fluxo direto são suprimidas pela combinação dos sinais em quadratura. A parcela do espectro original que ocupa frequências negativas também é suprimida. O espectro original tem a frequência média indicada por uma seta. Para posicionar o espectro no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$, Tortoli sugeriu transladar o espectro, de forma que a frequência média fique na origem, supondo que o espectro transladado sempre fique no intervalo de Shannon (gráfico c). O deslocamento informa a posição correta do espectro original. O rastreamento é obtido quando a velocidade é próxima a zero (quando o espectro original é conhecido), ou seja, esteja no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$.

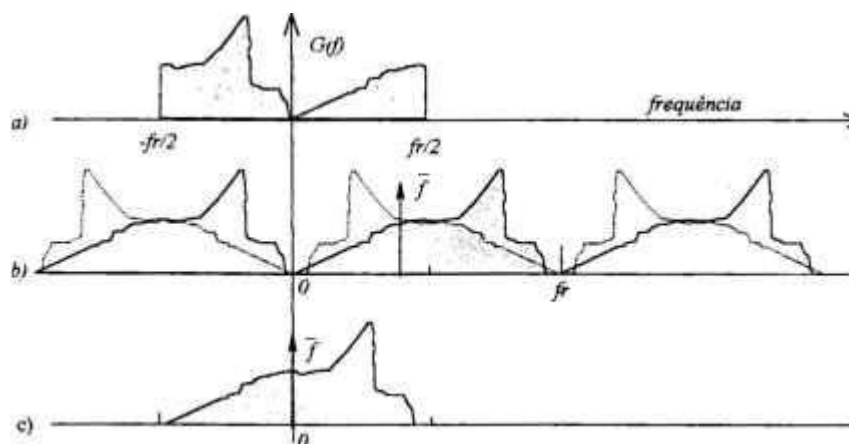


Figura III.10: Gráfico da densidade de potência do sinal Doppler sub-amostrado (a). No gráfico (b) é mostrado o espectro do sinal Doppler amostrado, em um intervalo superior ao dos filtros usados para a supressão das réplicas. Note que o espectro de frequências negativas e as correspondentes réplicas geradas pela amostragem foram suprimidas pelas amostras em quadratura (linhas pontilhadas). O espectro original é forçado a ocupar o intervalo $(0, fr/2)$ (c).

Para que o espectro fique centrado no intervalo de Shannon, é necessário que seja simétrico, ou aproximadamente simétrico. Ainda, para que o rastreamento seja correto, a forma do espectro deve ser inalterada durante o intervalo de rastreamento. Mas, as variâncias nas estimativas de cada frequência média podem propagar-se e o erro na determinação da localização do espectro original pode ser grande. Lembremos que a localização do espectro original é tão importante quanto a largura do espectro, para determinar parâmetros da turbulência. Em outro trabalho [93], o mesmo autor apresentou resultados experimentais da técnica, onde mostrou que o espectro pode ocupar a faixa

$(0, f_r)$, mas não comentou o erro cometido na estimativa da localização do espectro original.

Como aspecto positivo, a técnica de Tortoli admite a medição de fluxo direto e reverso simultâneos, desde que o espectro ocupe o intervalo proposto por Hartley $(f_x, f_x + f_r)$. Este fato pode ser facilmente observado no gráfico (b) da figura (III.10). Note que o espectro original pode ocupar qualquer posição no eixo das frequências, sem a ocorrência de sobreposição. Mas, se o limite superior do intervalo $(f_x, f_x + f_r)$ for pouco superior a f_r , o limite inferior deve ser maior que zero. Portanto, a técnica não é aplicável quando ocorre fluxo e refluxo simultâneos, quando o limite superior do intervalo de Hartley for superior a f_r .

Note que se o filtro do VDP for deslocado do intervalo $(-f_r/2, +f_r/2)$ para $(-f_r, +f_r)$, para o exemplo do gráfico (III.10.b), verifica-se que o sinal não é sub-amostrado. Assim, uma técnica alternativa para estender o intervalo de frequências mensuráveis é estender a frequência de corte do VDP convencional. O intervalo mensurável é $(0, f_r)$.

Baek *et alii* [5] apresentaram outra extensão da técnica de Hartley, com uma diferença fundamental com relação às técnicas citadas anteriormente. O rastreamento da frequência é efetuado ao longo do feixe acústico, ao invés de ao longo do eixo do tempo, baseado na suposição da continuidade do perfil da velocidade na direção do feixe, assumindo que seja zero em alguma posição. Esta técnica oferece a vantagem de não requerer "memória" das frequências anteriores, minimizando a propagação de um erro. Ainda, é mais fácil de iniciar o rastreamento, uma vez que cada seqüência de amostragem contém toda informação do perfil (utilizando o VDP com janelas seqüenciais).

No entanto, para altas velocidades, o perfil das velocidades do fluido tende a ser "plano", apresentando alta variação nas proximidades da parede do vaso [9, 24 e 60]. Quando o regime é turbulento, as velocidades podem não ser contínuas ao longo do feixe acústico, aparecendo lâminas divisórias entre o fluxo e refluxo [9 e 6 e 24]. A técnica falha na ocorrência de vórtices com escalas próximas às do volume de amostragem.

III.4. Comentários sobre outras técnicas

III.4.1 Amostragem interlaçada

Em sistemas de radar a amostragem interlaçada foi aplicada [25] e é conhecida na literatura de radar como emissão de pares de pulsos (quando apresenta diversidade da

polarização da onda eletromagnética) e "staggered", para pares de pulsos espaçados. Apesar de não ter sido aplicada em sistemas ultra-sônicos, a descreveremos brevemente, uma vez que o termo interlaçado será largamente utilizado no capítulo IV.

Os pulsos são emitidos em pares. Cada pulso de cada par apresenta polarizações ortogonais (Vertical e Horizontal), como mostra a figura (III.11).

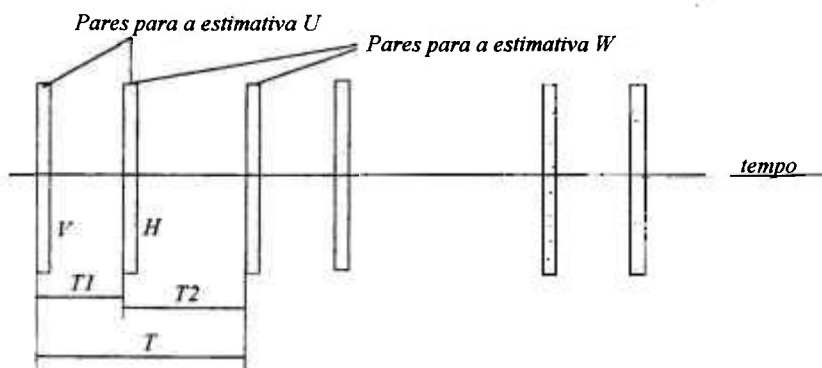


Figura III.11: Seqüência de emissão de pares espaçados. Cada par apresenta diversidade de polarização da onda eletromagnética (H é horizontal e V é vertical).

A técnica de processamento é baseada na estimativa da frequência média do sinal Doppler através da derivada da covariância complexa entre os pares, como indicado na figura (III.11). Para diminuir a variância das estimativas, é efetuada a média das estimativas de pares consecutivos. Os pares possuem intervalos temporais diferentes. Conseqüentemente, a frequência de Shannon é diferente para cada seqüência de pares. As estimativas das frequências ambíguas de cada par são diferentes. Argumenta-se que $E[u - w]$ permanece sem ambigüidade, onde E é o valor esperado da diferença entre a estimativa da velocidade u (estimada dos pares U) e estimativa da velocidade w (estimada dos pares W). Esta técnica, também denominada algoritmo do par de pulsos (PP), baseia-se no caso especial do método da máxima entropia de Burg [discutido em 23], no qual o sinal é modelado como um processo auto regressivo de primeira ordem. A técnica PP foi originalmente idealizada com a diversidade de polarização da onda eletromagnética entre as seqüências de pulsos, portanto, não aplicável em ultra-som. Cambell e Strauch [17] construíram um sistema de radar operando com PP sem diversidade de polarização simplesmente fazendo T longo o suficiente para que não exista correlação entre pares consecutivos (T excedendo o tempo de correlação entre as amostras). Como

desvantagem, o tempo de coleção das amostras tem que ser aumentado para uma boa razão sinal/ruído, o que restringe o uso da técnica para fluxos cujas variações sejam rápidas com relação ao tempo de coleção das amostras. Zrnic [104] mostrou que a técnica PP somente apresenta valores toleráveis de desvio na estimativa da frequência média quando aplicada a sinais cuja largura espectral não exceda $f_r/4$.

III.4.2. Método da correlação entre amostras

A alternativa encontrada por Jensen [49] para contornar a ambigüidade em frequência do VDP convencional, gerada pelo processo de amostragem igualmente espaçada, foi a correlação entre dois pulsos de eco consecutivos. A idéia é baseada na suposição de que dois pulsos consecutivos podem ser considerados idênticos, exceto que o segundo tem um atraso com relação ao primeiro. O máximo da correlação entre os pulsos corresponde ao atraso entre os pulsos e, portanto, à velocidade dos alvos.

Cabem apenas algumas observações com relação à técnica de Jensen. Desde que é admitido que dois pulsos consecutivos sejam idênticos, a técnica não é baseada na mudança da escala temporal do eco. Mesmo não sendo uma técnica Doppler, ocorre a mudança de escala temporal do eco. Adicionalmente, o sinal do eco é descrito como sendo um processo estocástico de média móvel, cicloestacionário, com período próximo ao inverso da frequência Doppler [68]. Portanto, muito cuidado deve ser tomado com a interpretação da correlação de dois pulsos consecutivos. Jensen não obteve resultado melhor que limite $(DV)_{m\acute{a}x}$.

III.3. Discussões e Conclusões

A técnica de emissão de seqüências alternadas com frequências de repetição distintas, apresentada por Newhouse, não é consistente, uma vez que não é possível eliminar as réplicas originadas pela amostragem. Somente em condições particulares é possível distinguir visualmente o espectro original do espectro do sinal sub-amostrado. As condições em que é possível a distinção devem ser tais que o espectro seja estreito, como citado pelo autor. No entanto, na ocorrência de turbulência, quando ocorrem altas velocidades, o espectro é fortemente alargado.

A técnica PP pode ser aplicada em ultra-som, se o espaçamento entre as amostras for maior que o intervalo de coerência entre as amostras. No entanto, Zrnic apontou que a técnica requer tempo maior de coleção das amostras e somente apresenta erros toleráveis para sinais com espectros limitados no intervalo $(0, f_r/4)$. No entanto, o limite da faixa é pequeno quando ocorre turbulência.

A técnica de Hartley não admite fluxo e refluxo simultâneos, em qualquer modo de operação. A técnica de Tortoli admite fluxo e refluxo simultâneos, mas somente se o limite superior do intervalo de Hartley for menor que f_r e o inferior deve ser menor que a diferença entre o limite superior e f_r .

Quando o fluxo é contínuo, como é o caso do fluxo do refrigerante de reatores nucleares, o principal problema encontrado na técnica de Hartley é a iniciação do rastreamento, quando a velocidade deve ser necessariamente zero em algum instante. O rastreamento da frequência Doppler ao longo do feixe acústico pode solucionar o problema. Para cada seqüência de amostragem é possível determinar a localização do espectro original. No entanto, a determinação do perfil de velocidades de toda região é necessária, aumentando o tempo de processamento. Ainda, na ocorrência de grandes variações da velocidade ao longo do feixe acústico, a técnica pode falhar. Como exemplo, a lâmina que separa o fluxo da recirculação, em uma região pós-estrangulamento provoca descontinuidade da velocidade, como visto no capítulo II. Generalizando, a técnica de Hatley e sucessoras são baseadas na continuidade do espectro, que deve ser limitado no intervalo $(f_x, f_x + f_r)$. Mesmo quando o rastreamento é baseado na continuidade do perfil de velocidades, esta afirmação ainda é válida. A localização do espectro original deve ser obtida através de informações adicionais sobre o fluxo. No entanto, a ocorrência de altas velocidades está associada com a existência de turbulências em sistemas hemodinâmicos e hidrodinâmicos, dependendo dos parâmetros do fluxo (número de Reynolds). Nestas condições deve ser verificado se o intervalo $(f_x, f_x + f_r)$ é suficiente.

No capítulo II foi visto que a ocorrência de vórtices ou recirculação dentro do volume de amostragem provoca a existência de fluxo direto e reverso simultâneos. Nessas condições, o espectro do sinal de desvio Doppler, em fase e em quadratura, expresso na forma analítica, ocupa a faixa: $(-f_{\max}, f_{\max})$, onde $-f_{\max}$ e f_{\max} são as frequências máximas dos espectros dos sinais correspondentes ao fluxo reverso e direto. O volume de amostragem pode ser diminuído, para evitar o refluxo simultâneo. Mas este procedimento é limitado pelo alargamento do espectro Doppler-ambíguo e por perdas da potência do

sinal do eco, que somente podem ser compensados com o acréscimo da frequência de emissão. Como resultado, os valores típicos para os volumes de amostragem de velocímetros comerciais são de 1 a 10 mm (comprimento axial) e 1 a 5 mm (radial) para aplicações cárdio-vasculares e 0,35 a 1 mm (comprimento axial) e 0,25 a 1 mm (radial) para aplicações em hidrodinâmica.

No caso do reator nuclear, a distância que confina o fluxo é da ordem de 3 mm. A faixa de distâncias ao longo do feixe acústico em que ocorrem turbulências ou recirculações é da ordem da distância que confina o fluxo. Assim, pode ocorrer fluxo e refluxo simultâneos. Nestas condições, a técnica de Hartley (e sucessoras) não é aplicável à velocimetria do refrigerante do reator.

Para aplicações em hemodinâmica, em condições de regularidade do fluxo¹, normalmente não existem fluxo e refluxo simultâneos. No entanto, na ocorrência de estrangulamento arterial, o fluxo pós-estrangulamento é turbulento. Nestas condições ocorrem altas velocidades na região pós-estrangulamento, turbulência e uma região de recirculação. As escalas da turbulência podem ser uma fração do diâmetro dos vasos. Os diâmetros dos vasos de interesse estão na faixa de 1 a 3 cm. Nestas condições é esperada a ocorrência de deslocamentos opostos no volume de amostragem, a menos que o volume de amostragem seja uma fração da escala da turbulência, e devidamente posicionado. Assim, deve ser verificado se a faixa ($f_x, f_x + f_r$) é suficiente e deve ser considerada a atenuação do sinal do eco decorrente da diminuição do volume de amostragem. Portanto, a técnica de Hartley e sucessoras somente são aplicáveis em condições de regularidade de fluxo ou quando o volume de amostragem é corretamente posicionado, desde que o volume mínimo necessário para evitar refluxo não provoque um alargamento do espectro Doppler-ambíguo maior que o intervalo de Hartley. Quando o fluxo é desconhecido, tais restrições não podem ser verificadas "a priori" pelo operador do velocímetro.

¹ Fluxo regular refere-se à não ocorrência de lesões arteriais.

CAPÍTULO IV

EXTENSÃO DA FAIXA DE VELOCIDADES MENSURÁVEIS: UM NOVO MÉTODO

IV.1. Introdução

No capítulo anterior apontamos que mesmo empregando a técnica de Tortoli, o intervalo de frequências mensuráveis (segundo o intervalo de Hartley) pode não ser suficiente, quando o fluxo é desconhecido.

A solução que encontramos para ampliar a faixa de velocidades mensuráveis baseia-se na inclusão de amostras adicionais do processo físico. O processo escolhido para a detecção do sinal do eco é a detecção do produto. Esta técnica apresenta, assim, a vantagem de ser semelhante à técnica ultra-sônica Doppler pulsátil convencional, apresentada no capítulo II.

Na seção IV.2 trataremos das considerações físicas necessárias para apresentar o método de amostras adicionais, cujo tratamento matemático é efetuado na seção IV.3. Na seção IV.4 mostraremos o processo de emissão e seleção da distância, quando efetuado com amostras adicionais. Demonstraremos que é possível dobrar a faixa de velocidades mensuráveis com relação à técnica convencional, ou alternativamente, a faixa também é dobrada quando comparada com a técnica de Hartley.

IV.2. Amostragem interlaçada do processo físico

O produto $(DV)_{\text{máx}}$ apresentado no capítulo I é aplicável ao VDP não-direcional. Quando a detecção é efetuada em quadratura, é possível estender a faixa de frequências mensuráveis para $(-f_r/2, +f_r/2)$, ou com o uso da técnica de Hartley, para $(f_x, f_x + f_r)$, como visto no capítulo III.

Podemos alternativamente dizer que a faixa de velocidades mensuráveis no VDP não direcional é F_v correspondendo ao intervalo de velocidades $(0, V_{\text{máx}})$. Ainda, a faixa de velocidades mensuráveis com técnica convencional direcional é $(-V_{\text{máx}}, +V_{\text{máx}})$ e o intervalo de velocidades mensuráveis é $2 \cdot V_{\text{máx}}$, correspondendo a uma faixa contínua de velocidades $2 \cdot F_v$.

Quanto a técnica de Hartley é utilizada, a faixa de velocidades mensuráveis é $(V_{\text{mín}}, V_{\text{mín}} + 2 \cdot V_{\text{máx}})$, correspondendo a uma faixa contínua de velocidades mensuráveis igual a $2 \cdot F_v$. Portanto, a faixa de velocidades mensuráveis não é alterada com relação ao VDP direcional convencional, mas sim móvel.

Apontamos no capítulo III que a faixa móvel de frequências mensuráveis (técnica de Hartley) não atende às condições de fluxo à que pretendemos investigar. Quando ocorre turbulência, é necessário que a faixa de velocidades seja contínua, e não móvel. O objetivo é obter-se uma faixa contínua de frequências mensuráveis no intervalo $(-f_r, +f_r)$, que corresponde à uma faixa contínua de velocidades no intervalo $(-2 \cdot V_{\text{máx}}, +2 \cdot V_{\text{máx}})$ e a uma largura da faixa das velocidades mensuráveis $4 \cdot F_v$. Para este propósito, analisaremos a seguir a amostragem interlaçada do processo físico, já mencionada no capítulo anterior.

Faixa de distâncias mensuráveis

No capítulo II, mencionamos que normalmente existe uma distância entre o transdutor e o tubo (ou vaso), que denominamos distância de acesso à região da medição. Mencionamos ainda, que a faixa de distâncias correspondente à distância de acesso não é útil, pois não existem alvos móveis. Existem muitas situações em que a distância de acesso é muito maior que a faixa de distâncias em que existe o fluxo. Para generalizar

estas situações, consideremos as seguintes condições físicas: Que exista uma faixa contínua de distâncias em que somente existam estruturas fixas, e que esta faixa seja maior que a faixa de estruturas móveis que desejamos estudar. Quando estas condições são verificadas, o que ocorre frequentemente na velocimetria Doppler não invasiva, podemos posicionar uma amostra adicional na região de estruturas fixas, interlaçada com as amostras convencionais sem a ocorrência de ambigüidade adicional em distância. A figura (IV.1) ilustra tal situação. Na figura, o transdutor é posicionado na superfície de acesso mais próxima ao vaso. Na porção inferior da figura é mostrado o gráfico dos ecos em função do tempo. No eixo do tempo, é mostrado o primeiro eco do vaso, que ocorre no intervalo de tempo correspondente à distância do vaso. A distância máxima mensurável é determinada pela posição do segundo pulso emitido. No gráfico, foi adicionada uma seqüência de pulsos emitidos, interlaçada com a seqüência convencional. Os ecos dos pulsos interlaçados ocorrem após os ecos da seqüência convencional. Deve ser observado que foi escolhida uma posição espacial para os pulsos interlaçados tal que não provoque ambigüidade adicional na seleção da distância.

O posicionamento da amostra interlaçada pode ser melhor compreendido no gráfico da figura (IV.2), onde são mostradas as trajetórias normalizadas de um alvo, com posição inicial $D1$, e das frentes de ondas acústicas em função do tempo. No gráfico são mostrados dois pulsos de uma seqüência do VDP convencional. Os ecos ocorrem nos instantes $T1+nT_r$. A seqüência interlaçada é σ segundos atrasada com relação à primeira. Os ecos da segunda seqüência ocorrem nos instantes $T2+nT_r$. Não deve existir uma estrutura móvel na região próxima a $D2$, pois os ecos do primeiro pulso ocorreriam no mesmo instante que os ecos da segunda seqüência. As distâncias $D1 + D_{max}$ e $D2 + D_{max}$ são distâncias ambíguas das duas seqüências, como exposto no capítulo II (seção II.4.3, pag. 35). A introdução de uma amostra adicional no intervalo entre pulsos da seqüência convencional introduz uma distância ambígua dentro do intervalo não ambíguo do VDP convencional.

Contudo, a localização das estruturas móveis e fixas é facilmente verificada, analisando os sinais dos ecos, no intervalo entre pulsos. Os sinais dos ecos em função do tempo (equivalente às distâncias) são disponíveis no VDP, após a amplificação dos ecos e detecção do produto. O sinal resultante da detecção do produto, antes da seleção da distância é um indicador preciso de toda a faixa de distâncias mensuráveis. A análise deste sinal indica a melhor região para posicionar a seqüência interlaçada. Verifica-se no gráfico (IV.2), que devem ser evitadas as estruturas móveis nas regiões próximas a $D2$, $D1+D_{max}$ e $D2+D_{max}$ e múltiplas.

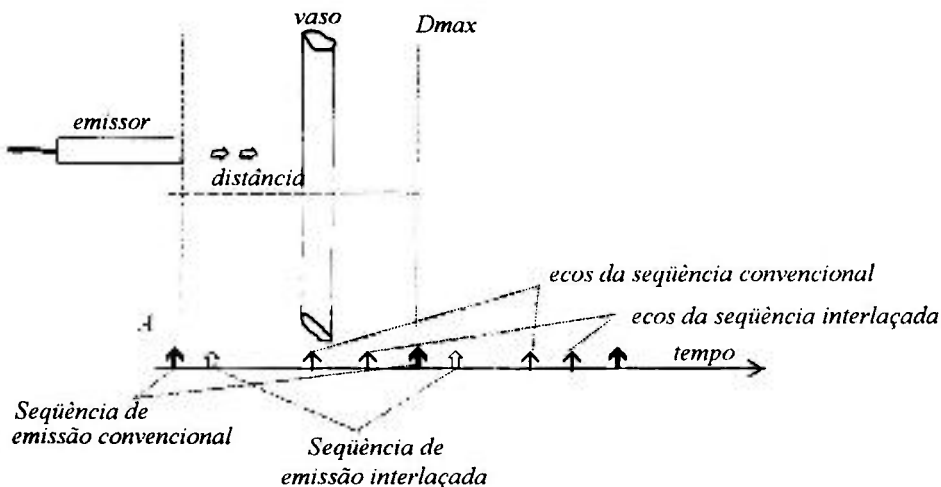


Figura IV.1: Ilustração do processo de amostragem interlaçada. A seqüência de amostras adicionais é posicionada de forma que não introduza ambigüidade em distância.

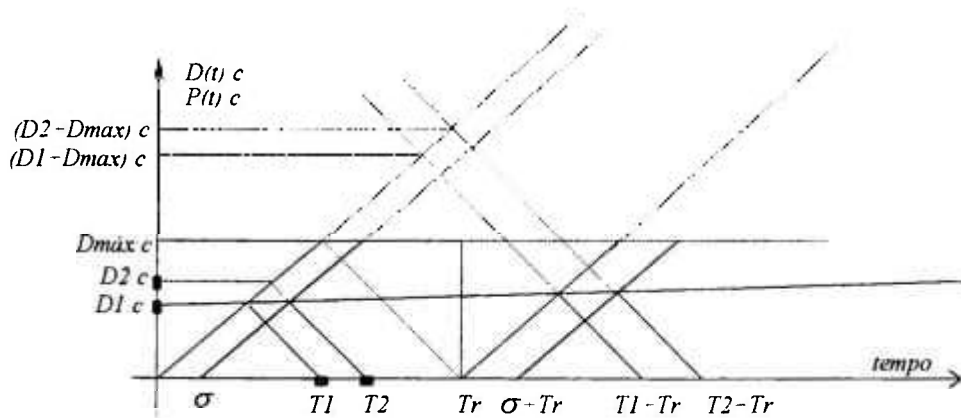


Figura IV.2: Gráfico das trajetórias normalizadas da posição do alvo e das frentes de onda da seqüência convencional, nos instantes nTr e das frentes de onda interlaçadas nos instantes $nTr + \sigma$.

A amostragem interlaçada do processo físico não é uma técnica nova. É utilizada em sistemas de radar e já foi citada no capítulo III. No entanto, como já discutido, a técnica de extração da velocidade (processamento) é complexa e os resultados não são satisfatórios quando a largura do espectro Doppler é superior a $fr/4$. Neste sentido, a maior contribuição desta tese é mostrar uma forma simples e eficiente de recuperar o sinal correspondente às amostras não igualmente espaçadas, e que atenda ao enunciado desta seção. Mostraremos na próxima seção o tratamento teórico da interpolação das amostras interlaçadas que desenvolvemos.

IV.3 Amostragem de segunda ordem e reconstrução do sinal

A amostragem e reconstrução de uma função em intervalos irregulares de tempo pode ser vista como uma extensão ao critério da amostragem apresentado por Shannon. De forma geral, para que seja possível a reconstrução do sinal original, a taxa média de amostragem deve ser igual ou superior ao dobro da frequência máxima do sinal. Em algumas aplicações práticas, a taxa de amostragem deve ser o dobro da de Shannon [63 e 64]. O assunto é extenso, mas uma revisão detalhada das técnicas existentes pode ser encontrada em [50]. Trataremos apenas da amostragem em intervalos de tempo desiguais, mas ainda periódicos. Antes porém, vamos discutir o critério da amostragem de Shannon, aplicado à classe de funções que utilizaremos.

IV.3.1. Amostragem de um sinal em intervalos iguais do tempo

Consideremos a classe de sinais $S(t)$ de valores reais e finitos, contínuos no tempo, definidos de forma que a integral de Fourier $\int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = S(f)$ exista, que o suporte¹ de $S(f)$ seja limitado ao intervalo $(-f_{\text{máx}}, f_{\text{máx}})$ e que $S(f)$ seja invertível, ou seja:

$$S(t) = \int_{-f_{\text{máx}}}^{+f_{\text{máx}}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \right] \cdot e^{j2\pi ft} \cdot df. \quad (4.1)$$

Incluem-se na classe definida os sinais de amplitude finita, de energia finita e periódicos de potência finita, com auxílio da teoria de distribuições [4].

A amostragem ideal do sinal $S(t)$ em intervalos regulares de tempo T_r , produz o sinal discreto no tempo $S_s(t)$, que pode ser descrito na forma:

$$S_s(t) = S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r), \quad (4.2)$$

onde $n = \pm 1, \pm 2, \dots$

onde $\delta(t)$ é a função delta Dirac [82]. Da filtragem do sinal amostrado por um filtro ideal com função de transferência $F(f) = 1/f_r$ no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$ e zero fora, tem-se:

¹ O termo *suporte* (utilizado nas literaturas americana e francesa) é o menor domínio fora do qual $f(x)$ (x indicando frequência ou tempo) se anula [4].

$$S(t) = \left[S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r) \right] * \frac{\sin(\pi f_r t)}{(\pi f_r t)} = \sum_n S(nT_r) \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - nT_r)}{\pi f_r (t - nT_r)}. \quad (4.3)$$

O resultado (4.3) é o mesmo que Shannon apresentou, utilizando a expansão de $S(f)$ em (4.1) por Séries de Fourier. Preferimos tratar o processo de amostragem usando a teoria de distribuições, e as razões mostraremos a seguir.

A Transformada de Fourier de $S_a(t)$ é:

$$S_a(f) = S(f) * f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) = f_r \cdot \sum_n S(f - nf_r), \quad (4.4)$$

A função de amostragem periódica $a(t) = \sum_n \delta(t - nT_r)$, no domínio das frequências também é periódica e com intervalos igualmente espaçados ($1/T_r$). Denominamos $a(f)$ geratriz de $S_a(f)$ pois as "réplicas" de $S(f)$ estão centradas nas linhas espectrais da geratriz. A série (4.4) é uma forma representativa e funcional do sinal amostrado. Dizemos funcional porque qualquer réplica contém toda a informação do sinal original. Assim, a recuperação do sinal original pode ser efetuada pela remoção das réplicas de $S_a(f)$, ou a seleção de qualquer réplica e posterior translação em frequência.

Shannon observou que o espectro do sinal amostrado periodicamente também é periódico e usou a representação do espectro por uma Série de Fourier. Quando o sinal não é amostrado em intervalos regulares de tempo, espectro pode não ser periódico (trataremos a seguir). O tratamento da amostragem em intervalos de tempo irregulares é possível com o uso das Séries de Fourier não-harmônicas [26 e 75]. Mas o emprego da teoria de séries não-harmônicas está, aparentemente, restrito aos casos em que a taxa de amostragem seja o dobro da de Shannon [63, 64 e 101].

Para a simplicidade da exposição, mostraremos a seguir apenas um caso particular da função de amostragem de ordem superior, que denominamos amostragem interlaçada de segunda ordem, segundo o critério da nulidade do espectro original. O processo de amostragem e reconstrução do sinal, segundo o critério da nulidade do espectro original, é uma solução que encontramos, buscando uma forma simples de interpolação do sinal amostrado. A generalização da amostragem de ordem superior, segundo o critério da interpolação única das seqüências amostradas é uma contribuição secundária desta tese, e será tratada na seção IV.5, onde mostraremos o critério que utilizamos para encontrar a solução particular que usamos.

IV.3.2. Função de amostragem interlaçada de segunda ordem: critério da nulidade do espectro na origem

Consideremos novamente a função de amostragem $a(t)$ e outra seqüência de amostragem, atrasada σ segundos com relação à primeira:

$$a_2(t) = \sum_n \delta(t - nT_r) - \sum_n \delta(t - nT_r - \sigma). \quad (4.5)$$

A Transformada de Fourier de (4.5) é:

$$\begin{aligned} a_2(f) &= f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) - f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) \cdot \exp(-j2\pi nf_r \sigma) = \\ &= f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) \cdot [1 - \exp(-j2\pi nf_r \sigma)] \end{aligned} \quad (4.6)$$

A geratriz (4.6) pode deixar de ser harmônica. Existem infinitas possibilidades de anular alguns de seus termos, que ocorrem nos zeros de $[1 - \exp(2\pi nf_r \sigma)]$. Mas, particularmente, na origem do espectro ocorre uma nulidade na geratriz. A nulidade na origem independe do atraso σ . Esta característica é desejável, como veremos no decorrer desta seção.

IV.3.3. Funções amostradas segundo o critério de nulidade do espectro original

A amostragem de segunda ordem do sinal $S(t)$, segundo o critério da nulidade do espectro original, é:

$$S_2(t) = S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r) - S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r - \sigma) = S(t) \cdot a_2(t) \quad (4.7)$$

Para a reconstrução do sinal original é necessário encontrar uma função de interpolação $g(t)$, tal que:

$$S(t) = S_2(t) * g(t). \quad (4.8)$$

A convolução (4.8) sempre tem significado se $g(f)$ possuir suporte limitado [4 e 42].

Antes de discutir um critério para encontrar $g(t)$, analisaremos a geratriz da função amostrada. Mencionamos que ocorre um zero na função de amostragem de segunda ordem expressa em (4.6) na origem do espectro, qualquer que seja o atraso da seqüência interlaçada. A função amostrada, segundo o critério da nulidade do espectro original tem o espectro:

$$S_2(f) = S(f) * a_2(f). \quad (4.9)$$

Analisando (4.9), uma vez ocorrendo a nulidade em um termo da geratriz, aparece uma correspondente lacuna no espectro do sinal amostrado. A lacuna pode ser ocupada por "réplicas" adjacentes. Assim o intervalo local entre réplicas é aumentado.

Os resultados das convoluções de:

$$S_1(f) = S(f) * f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) \text{ e}$$

$$S_2(f) = S(f) * \left\{ f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) \cdot [1 - \exp(-j2\pi nf_r \sigma)] \right\}$$

são mostrados graficamente na figura (IV.3) onde o espectro de $S(t)$ foi dividido em duas componentes: a superior $S^+(f)$ e inferior $S^-(f)$, correspondendo às parcelas positiva e negativa do espectro de $S(t)$. Podemos observar no gráfico (c) da figura (IV.3.c) que no intervalo $(-f_r, f_r)$ existem apenas $S^+(f)$ e $S^-(f)$, porém transladados.

A análise gráfica de $S_2(f)$ indica que toda a informação do sinal original está contida no intervalo $(-f_r, f_r)$. Aplicando o sinal amostrado a um filtro passa baixas ideal com frequência de corte em f_c , tem-se como saída:

$$S_2^F = \{ S^-(f - f_r) \cdot [1 - \exp(-j2\pi f_r \sigma)] + S^-(f + f_r) \cdot [1 - \exp(+j2\pi f_r \sigma)] \}.$$

Ainda, sendo:

$$\bar{f}_1 = \frac{\int_0^{-\infty} f |S(f)|^2 df}{\int_0^{\infty} |S(f)|^2 df} \quad \text{e} \quad \bar{f}_2 = \frac{\int_0^{-f_r} f |S_2(f)|^2 df}{\int_0^0 |S_2(f)|^2 df}, \quad (4.10)$$

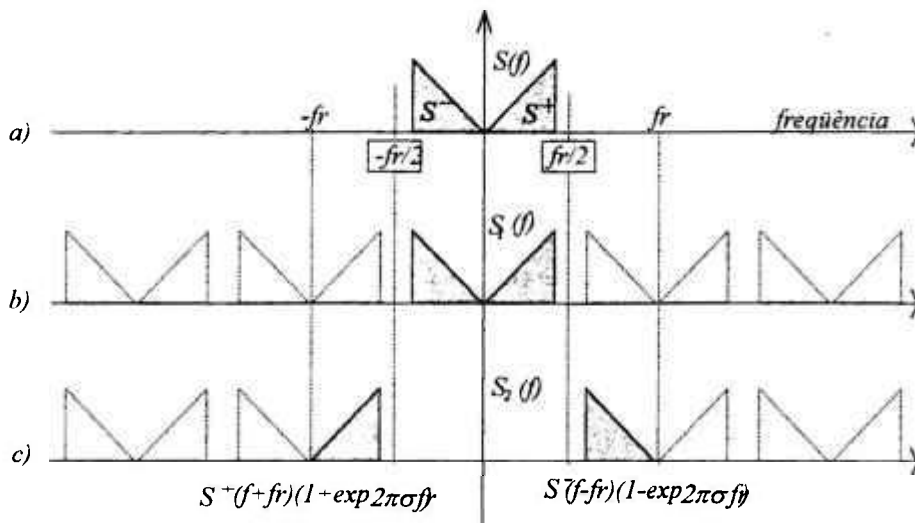


Figura IV.3: Espectros das funções: a) $S(f)$ função original; b) função amostrada (amostragem de primeira ordem); c) função amostrada (amostragem de segunda ordem, segundo o critério da nulidade do espectro original)

onde \bar{f}_1 e \bar{f}_2 são as frequências médias do sinal original e amostrado, respectivamente, então (prova no Apêndice A):

$$\bar{f}_1 = \bar{f}_r - \bar{f}_2. \quad (4.11)$$

Portanto, a frequência média pode ser obtida diretamente do sinal amostrado seguido de um filtro passa-baixas. De forma análoga, outros parâmetros como a largura do espectro, a frequência máxima e mínima, etc., podem ser obtidas diretamente. Adicionalmente, não é necessária qualquer informação do atraso σ , de forma que a amostra adicional pode ser continuamente ajustada no intervalo $(0, T_r)$.

IV.3.4. Reconstrução do sinal amostrado segundo o critério da nulidade do espectro original

A translação do sinal remanescente da filtragem para a origem do espectro recompõe o sinal original, como segue:

$$S(t) = \left\{ \left[S_2(t) * F(t) \right] \cdot A \cdot \cos(2\pi f_r t + \phi) \right\} * F(t) \quad (4.12)$$

onde $F(t)$ é a função de transferência do filtro ideal com corte em f_c , e A e ϕ dependem do atraso entre as seqüências. A prova pode ser verificada no Apêndice (B), mas a solução de (4.8) pode ser facilmente visualizada graficamente com o auxílio da figura (IV.3). Se a amplitude e a fase do sinal reconstruído não forem importantes, A e ϕ podem ser constantes arbitrárias.

IV.4. Critério da amostragem de segunda ordem aplicado ao velocímetro Doppler pulsátil

No VDP, a amostragem de segunda ordem é efetuada pela emissão de duas seqüências de pulsos ultra-sônicos. A primeira seqüência é a convencional, como descrita no capítulo II. A segunda seqüência, é igual à convencional, mas σ segundos atrasada com relação à primeira. Cada seqüência de pulsos ultra-sônicos tem uma seqüência de ecos correspondentes, que são somados no transdutor. Assim, o sinal do eco é único. Discutiremos a seguir, o processo de emissão das duas seqüências e a discriminação temporal do sinal do eco. Esta discriminação efetua a seleção da distância e ao mesmo tempo, a separação das duas seqüências. Após, mostraremos o processo de detecção em quadratura e reconstrução do sinal de desvio Doppler.

IV.4.1. Amostragem do processo físico e seleção da distância

Para descrever o processo de emissão e seleção da distância, segundo o critério da amostragem de segunda ordem, é conveniente usar um modelo que descreva o sinal de desvio Doppler. Se o número de alvos é pequeno, o modelo discutido na seção (II.2) pode ser utilizado. Quando o número de alvos é elevado, um modelo estocástico do processo é mais conveniente. No entanto, o tratamento estocástico de todo o processo de amostragem do fluxo, seleção da distância e recuperação do sinal é extenso e muitas considerações sobre a interação do feixe acústico com os alvos e suposições sobre o regime do fluxo são necessárias. As suposições restringem a validade do modelo e resultados práticos como o (2.1) somente são possíveis para condições muito específicas de fluxo. Ainda, se o espectro de potência (2.10) descreve alguns parâmetros do sinal

original, infelizmente vários sinais possuem a mesma autocorrelação. Mesmo que seja conhecido o espectro de potência do sinal, a sua reconstrução no domínio do tempo não pode ser efetuada. Assim, o tratamento estocástico do processo de amostragem não proporciona a facilidade da análise da função amostrada no domínio da frequência, com o propósito da reconstrução do sinal original. Desta forma, preferimos usar um modelo determinístico para alvos múltiplos. O objetivo do modelo é tratar o processo de reflexão em sua forma qualitativa, sem restrições quanto a parâmetros físicos como compressibilidade do fluido, direcionalidade do feixe ultra-sônico e outros. Mas o modelo deve ser descrito quantitativamente quanto ao suporte da Transformada de Fourier do sinal.

Construção do modelo

Uma vez que o critério da amostragem de segunda ordem é baseado na descrição da classe de sinais (4.1) no domínio da frequência, é desejável um modelo que descreva a densidade espectral de amplitude e fase do sinal. No entanto, no modelo estocástico do processo, somente a densidade espectral de potência do sinal do eco pode ser facilmente obtida. Assim, necessitamos de um elo entre a função densidade espectral de amplitude e a função densidade espectral de potência do sinal do eco.

Consideremos as amostras discretas $S(nT_r)$ de um processo estacionário ("wide sense") [79] contínuo no tempo $S(t)$, possuindo a função densidade espectral de potência limitada no intervalo de frequências $(-f_r/2, f_r/2)$. Segundo Balakrishnan [7]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \left[\left| S(t) - \sum_{n=-N}^{+N} S(nT_r) \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - nT_r)}{\pi f_r (t - nT_r)} \right|^2 \right] \right\} = 0 \quad (4.13)$$

onde $E\{\cdot\}$ de (4.13) significa valor esperado. O sinal resultante das amostras interpoladas em (4.13) é a melhor estimativa (erro zero) do processo $S(t)$, usando o critério do erro quadrático médio. No limite, quando $N \rightarrow \infty$, a função interpoladora de (4.13) é idêntica à apresentada por Shannon. Ainda, o intervalo temporal entre as amostras (T_r) deve ser, no máximo, o dobro do inverso da máxima frequência do espectro de potência do processo. Com as considerações efetuadas, podemos associar a frequência de Shannon com o intervalo temporal máximo das amostras do processo estocástico, para que seja possível sua reconstrução contínua no tempo, com erro zero. Assim, continuaremos a discutir o espectro do sinal do eco, sem distinção entre o critério de Shannon e o de

Balakrishnan, no sentido de que o intervalo mínimo (T_r) entre as amostras de um processo estocástico com suporte limitado em $(-1/2T_r, +1/2T_r)$ deve ser igual ao intervalo de uma função pertencente a classe (4.1) que tenham suportes limitados em $(-1/2T_r, +1/2T_r)$.

Tomando o espectro de potência do sinal do eco transladado para a origem e amostrado, expresso em (2.10, pag. 23), verifica-se que o suporte é limitado nos intervalos $(nf_r - f_{\max}, nf_r + f_{\max})$, onde f_{\max} é a máxima freqüência significativa do espectro (por exemplo, a largura eficaz do espectro em cada intervalo). Analisando o espectro, é necessário que $f_{\max} < f_r/2$, para que não ocorra a sobreposição entre os espectros.

Usando a classe de funções definida em (4.1), um modelo que descreve o suporte do espectro de um segmento do sinal do eco amostrado, antes da translação em freqüência é:

$$S_r(f) = \left[P(f) \cdot f_r \cdot \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(f - nf_r) \right] * \left[S_s^+(f - f_0) + S_s^-(f + f_0) + S_I^+(f - f_0) + S_I^-(f + f_0) \right] \quad (4.14)$$

onde os índices (S) e (I) indicam banda superior e inferior a f_0 (fluxo direto e fluxo reverso), e (+) e (-) indicam espectros nos eixos positivo e negativo da freqüência. $P(f)$ é a Transformada de Fourier da janela retangular de seleção $P(t) = 1, -t_s < t < +t_s$ e zero fora. Os intervalos de existência dos espectros são definidos como segue:

$$\begin{aligned} S_s^+(f) &\text{ existe no intervalo } (0, f_{\max}), \text{ zero fora} \\ S_I^+(f) &\text{ existe no intervalo } (0, -f_{\max}), \text{ zero fora} \\ S_s^-(f) &\text{ existe no intervalo } (0, -f_{\max}), \text{ zero fora} \\ S_I^-(f) &\text{ existe no intervalo } (0, f_{\max}), \text{ zero fora} \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde $S_s^+(f) + S_s^-(f) = S_s(f)$ é o espectro correspondente a fluxo direto e de forma análoga $S_I^+(f) + S_I^-(f) = S_I(f)$ corresponde a fluxo reverso. A Transformada Inversa de Fourier de (4.14) é:

$$S_r(t) = \left[\sum_n P(t - nT_r) \right] \cdot \left\{ \left[S_s^+(t) + S_I^+(t) \right] \cdot e^{-j2\pi f_0 t} + \left[S_s^-(t) + S_I^-(t) \right] \cdot e^{+j2\pi f_0 t} \right\} \quad (4.16)$$

e $S_s^+(t) + S_s^-(t) = S_s(t)$ e $S_r^+(t) + S_r^-(t) = S_r(t)$ são sinais reais que descrevem respectivamente as parcelas de fluxo direto e reverso do sinal Doppler composto. Ainda:

$$\begin{aligned} 2 \cdot S_s^+(t) &= S_s(t) + j \cdot \hat{S}_s(t) \\ 2 \cdot S_s^-(t) &= S_s(t) - j \cdot \hat{S}_s(t) \end{aligned} \quad (4.17)$$

e de forma análoga, os outros sinais que estão relacionados pela Transformada de Hilbert indicada por (^).

O sinal (4.16) representa as amostras do processo físico nos instantes nT_r . A seqüência interlaçada, após amostrada (seleção da distância), é representada por $S_r(t - \sigma)$.

IV.4.2. Detecção em quadratura e reconstrução do sinal de desvio Doppler

Mostraremos agora um processo de detecção em quadratura de duas seqüências interlaçadas e a reconstrução do sinal amostrado no domínio do tempo, aplicado ao VDP. O diagrama de blocos da figura (IV.4) mostra os blocos funcionais do processo de recuperação do sinal, cuja descrição matemática será tratada a seguir.

Como mencionado, no transdutor, o sinal do eco é a soma das duas seqüências. O sinal resultante é:

$$S_r(t) = S_1(t) + S_2(t),$$

onde $S_1(t)$ é o sinal correspondente à primeira seqüência, descrito pelo modelo (4.14), e $S_2(t)$ é o sinal correspondente à segunda seqüência, descrita pelo mesmo modelo, mas σ segundos atrasada. No diagrama de blocos, cada seqüência é discriminada no tempo, o que no modelo é efetuado pela janela temporal periódica $P(t - nT_r)$. Após a discriminação das seqüências, cada seqüência é detectada em quadratura e combinada com a outra. Os sinais combinados são filtrados, para remoção das réplicas originadas pelo processo de amostragem. Os sinais filtrados contêm as informações do fluxo direto e reverso. A separação dos sinais é efetuada por uma rede que provoca o atraso constante de fase (em todo o espectro) de um dos sinais. A posterior combinação finaliza a separação dos sinais correspondentes ao fluxo direto e reverso. Descreveremos a seguir o

processo efetuado em cada bloco funcional. Lembremos que no processo descrito, a seleção da distância é efetuada antes da detecção. No VDP convencional a seleção é efetuada após a detecção. Funcionalmente não existe diferença entre os dois procedimentos.

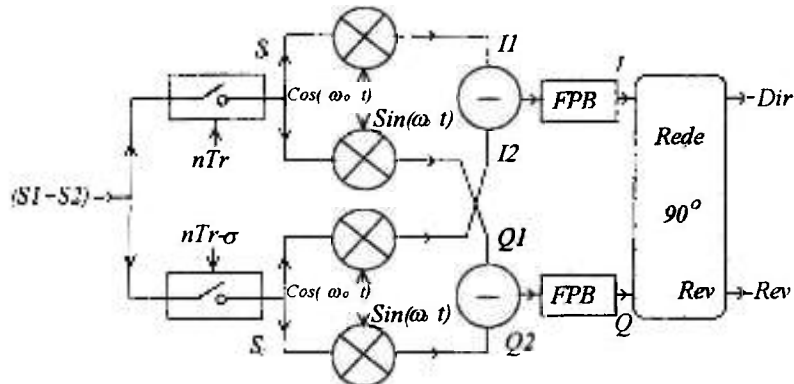


Figura IV.4: Diagrama de blocos do processo de discriminação temporal da seqüência interlaçada. Na discriminação, as duas seqüências são separadas. Cada seqüência é transladada em quadratura e combinada com a outra seqüência para ocorrer a nulidade do espectro original. Os filtros passa baixas (FPB) efetuam a interpolação das amostras e a rede de defasagem (90 graus) efetua a separação dos sinais correspondentes a fluxo direto (Dir) e reverso (Rev).

Usando o modelo do sinal do eco expresso em (4.16) para expressar uma das seqüências de amostras, e efetuando a detecção em quadratura, tem-se:

$$I_1(t) = S_r(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t)$$

$$Q_1(t) = S_r(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t)$$

As componentes de I e Q deslocadas para $2f_0$ são facilmente filtradas, de forma que os sinais resultantes são:

$$I_1(t) = \left\{ P(t) * \left[\sum_n \delta(t - nT_r) \right] \right\} \cdot \{ [S_s^+(t) + S_i^-(t)] + [S_s^-(t) + S_i^+(t)] \}$$

$$Q_1(t) = \left\{ P(t) * \left[\sum_n \delta(t - nT_r) \right] \right\} \cdot \{ j[S_s^-(t) + S_i^+(t)] - j[S_s^+(t) + S_i^-(t)] \}$$

Para o trem de pulsos transmitido σ segundos atrasado, e considerando que $\sigma \in (0, T_r)$, tem-se de forma similar:

$$I_2(t) = \left\{ P(t) * \left[\sum_n \delta(t - nT_r - \sigma) \right] \right\} \cdot \left\{ [S_s^+(t) + S_I^+(t)] + [S_s^-(t) + S_I^-(t)] \right\}$$

$$Q_2(t) = \left\{ P(t) * \left[\sum_n \delta(t - nT_r - \sigma) \right] \right\} \cdot \left\{ j \cdot [S_s^+(t) + S_I^+(t)] - j \cdot [S_s^-(t) + S_I^-(t)] \right\}$$

onde o índice (2) indica a segunda seqüência de amostras.

Aplicando o critério de nulidade do espectro original (4.7), tem-se:

$$I(t) = I_1(t) - I_2(t)$$

$$Q(t) = Q_1(t) - Q_2(t)$$

Tomando a Transformada de Fourier dos sinais I e Q, e filtrando com um filtro ideal passa-baixas, com freqüência de corte f_r e função de transferência $H(f) = 1/f_r$, tem-se:

$$I(f) = P(f_r) \left\{ \begin{aligned} & [S_s^-(f - f_r) + S_I^-(f - f_r)] \cdot (1 - e^{-j\alpha}) + \\ & + [S_s^+(f + f_r) + S_I^+(f + f_r)] \cdot (1 - e^{j\alpha}) \end{aligned} \right\}$$

$$Q(f) = P(f_r) \left\{ \begin{aligned} & [-j \cdot S_s^-(f - f_r) + j \cdot S_I^-(f - f_r)] \cdot (1 - e^{-j\alpha}) + \\ & + [j \cdot S_s^+(f + f_r) - j \cdot S_I^+(f + f_r)] \cdot (1 - e^{j\alpha}) \end{aligned} \right\}$$

onde $\alpha = 2\pi f_r \sigma$.

Para separar as parcelas correspondentes ao fluxo reverso e direto, o sinal $Q(f)$ pode ser processado por uma rede que provoca a rotação da fase do sinal de 90 graus. A representação matemática do sinal defasado pode ser efetuada pela Transformada de Hilbert de $Q(t)$. A Transformada de Hilbert de $Q(t)$ no domínio das freqüências é [27]:

$$\hat{Q}(f) = \begin{cases} -j \cdot Q(f), & f > 0 \\ 0 & f = 0 \\ +j \cdot Q(f), & f < 0 \end{cases}$$

onde

$$Q(f) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \quad \text{e} \quad \hat{Q}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{Q}(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

Portanto:

$$\hat{Q}(f) = P(f_r) \left\{ \begin{aligned} & [-S_s^-(f - f_r) + S_s^+(f - f_r)] \cdot (1 - e^{-j\alpha}) + \\ & + [-S_s^+(f + f_r) + S_s^-(f + f_r)] \cdot (1 - e^{j\alpha}) \end{aligned} \right\}$$

Por fim, a separação é obtida fazendo:

$$I(f) + Q(f) = P(f_r) \left\{ \begin{aligned} & [S_s^+(f - f_r)] \cdot (1 - e^{-j\alpha}) + \\ & + [S_s^-(f + f_r)] \cdot (1 - e^{j\alpha}) \end{aligned} \right\} = S_s^F(f)$$

e

$$I(f) - Q(f) = P(f_r) \left\{ \begin{aligned} & [S_s^-(f - f_r)] \cdot (1 - e^{-j\alpha}) + \\ & + [S_s^+(f + f_r)] \cdot (1 - e^{j\alpha}) \end{aligned} \right\} = S_s^F(f)$$

(4.18)

De (4.15, pag. 65), $S_s^F(f)$ e $S_s^F(f)$ podem ocupar simultaneamente o intervalo $(-f_r, f_r)$. No VDP convencional o intervalo é $(-f_r/2, +f_r/2)$.

A Transformada Inversa de Fourier de S_s^F de (4.18) é:

$$S_s^F(t) = P(f_r) \cdot M \cdot \{ S_s^+(t) \cdot e^{-j(2\pi f_r t + \phi)} + S_s^-(t) \cdot e^{j(2\pi f_r t + \phi)} \} \quad (4.19)$$

onde $(1 - e^{-j\alpha}) = M \cdot e^{-j\phi}$. Usando as relações (4.17) em (4.19) tem-se:

$$S_s^F(t) = \text{Dir}(t) = P(f_r) \cdot M \cdot \left[S_s(t) \cdot \cos(2\pi f_r t + \phi) + \hat{S}_s(t) \cdot \sin(2\pi f_r t + \phi) \right] \quad (4.20)$$

onde o sinal $Dir(t)$, mostrado no diagrama de blocos da figura (IV.4), é o sinal correspondente ao fluxo direto. O sinal $Dir(t)$ tem toda a informação do sinal original do fluxo direto. A translação do sinal resultante para a origem recupera o sinal original (Apêndice B). Da mesma forma, o sinal $S_1^F(t) = Rev(t)$ tem toda a informação do fluxo reverso. Ficou demonstrado, assim, a extensão por um fator de dois da faixa de frequências mensuráveis, e portanto, da velocidade máxima mensurável, o que corresponde ao objetivo central deste trabalho.

IV.5. Amostragem de ordem superior

Descreveremos nesta seção a teoria da amostragem de ordem superior, acrescentando o critério da nulidade do espectro original, introduzido nesta tese, generalizando assim o tratamento anterior. Ressalta-se que esta teoria também pode ser útil em diversas outras áreas, como cristalografia, astronomia, processamento de imagens, radar e outras [57].

IV.5.1. Funções amostradas de ordem superior

Kohlenberg [56] explorou a amostragem de funções com espectros deslocados da origem, isto é, espectros limitados ao intervalo $[f_o, f_o + f_{\max}]^2$, lembrando que para o critério de Nyquist o intervalo é $(0, f_{\max})$. Para este propósito, Kohlenberg definiu a amostragem de p -ésima ordem como a função:

$$S_p(t) = \sum_{i=1}^p \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(nT_{ri} + \sigma_i) \cdot g_i(t - nT_{ri} - \sigma_i) \right], \quad (4.21)$$

onde $g(t)$ é uma função de amostragem, σ é real, $T_r = 1/(f_o + f_{\max} - f_o) = 1/f_{\max}^3$ e mostrou que a Transformada de Fourier de (4.21) é:

² Representamos apenas o intervalo de frequências positivas, pois $S(-f) = S(f)$.

³ Kohlenberg utilizou a largura espectral do sinal (f_{\max}) para definir o espaçamento entre as amostras, ou seja o caso limite em que $1/f_{\max} = T_r$. Preferimos colocar de forma mais geral em que $f_{\max} < 1/T_r$.

$$S_p(f) = \sum_{i=1}^p f_{r_i} \cdot G_i(f) \cdot \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(f + nf_{r_i}) \cdot \exp(-j2\pi\sigma_i f_{r_i} n) \right] \quad (4.22)$$

Kohlenberg introduziu ainda o operador de amostragem Z , de forma que (4.21) pode ser escrita como

$$S_p(t) = \sum_{i=1}^p Z_i \cdot S(t) = Z \cdot S(t), \quad (4.23)$$

e equacionou o problema da interpolação de forma que $S_p(t) = S(t) = Z \cdot S(t)$. Assim, o operador Z (de amostragem e de interpolação) é equivalente ao operador identidade para uma classe de sinais, ou seja, é uma função de amostragem e de interpolação.

A função amostrada de segunda ordem para $T_{r1} = T_{r2} = T_r$, $\sigma_1 = 0$ e $\sigma_2 = \sigma$ fica:

$$S_2(t) = \sum_n [S(nT_r) \cdot g_1(t - nT_r)] + [S(nT_r + \sigma) \cdot g_2(t - nT_r - \sigma)], \quad (4.24)$$

e de acordo com (4.22),

$$S_2(f) = [f_r G_1(f) \sum_n S(f + nf_r)] + [f_r G_2(f) \sum_n S(f + nf_r) \cdot \exp(2\pi f_r \sigma n)]. \quad (4.25)$$

Foi mostrado que é possível a recuperação do sinal original $S_2(t) = S(t)$, e a solução é

$G_1(f) = G_2(-f)$, $g_1(t) = g_2(-t)$ na forma:

$$G_1(t) = \frac{\text{Cos}[2\pi(f_o + f_r)t - (r+1)\pi f_r \sigma] - \text{Cos}[2\pi(rf_r - f_o)t - (r+1)\pi f_r \sigma]}{2\pi f_r t \cdot \text{Sin}(r+1)\pi f_r \sigma} + \frac{\text{Cos}[2\pi(rf_r - f_o)t - r\pi f_r \sigma] - \text{Cos}[2\pi f_o - r\pi f_r \sigma]}{2\pi f_r t \cdot \text{Sin}(r\pi f_r \sigma)} \quad (4.26)$$

sendo que r foi definido de forma que os termos $S(f \pm rf_r)$ e $S[f \pm (r+1)f_r]$ de (4.26) onde ocorre a sobreposição das réplicas de $S(f)$, estejam no intervalo $(f_o \leq |f| \leq f_o + f_{\max})$.

Kohlenberg salientou que cada seqüência, para recuperar o sinal original, deve ter espaçamento $1/f_r$ (e não $1/2f_r$) mas não observou que seus resultados são também aplicáveis para $f_0 = 0$, o que teria antecipado o trabalho de Linden [59], conforme veremos.

IV.5.2. Amostragem interlaçada

A amostragem do sinal $S(t)$ com espectro limitado no intervalo $(-f_{\max}, f_{\max})$, e a amostragem do mesmo sinal atrasada σ segundos, gerando duas seqüências:

$$S_a(t) = S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r) \text{ e}$$

$$S_b(t) = S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r - \sigma).$$

foi denominada por Linden de amostragem interlaçada. Ele demonstrou ser possível recuperar o sinal original sem ambigüidade se $f_{\max} < f_r$, processando os sinais amostrados na forma:

$$S(t) = S_a(t) * g(t) + S_b(t) * g(-t), \quad (4.27)$$

$$g(t) = \frac{\cos(2\pi f_r t - \pi f_r \sigma) - \cos(\pi f_r \sigma)}{2\pi f_r t \cdot \sin(\pi f_r \sigma)}$$

onde $g(t)$ é a função de interpolação, cuja Transformada de Fourier é $G(f) = k^{-1} e^{-j(\pi f \sigma - \pi/2)}$, sendo $G(f)$ definido para $0 < f < f_r$, zero fora do intervalo, $G(-f) = G^*(f)$ para $0 > f > -f_r$, zero fora do intervalo e $k = 2f_r \sin(\pi f_r \sigma)$.

Bracewell [13] discutindo o mesmo problema apontou a função solução (4.27) na forma:

$$G(f) = \frac{e^{j\pi f_r \sigma}}{1 - e^{j2\pi f_r \sigma}} \quad (4.28)$$

que é equivalente à Transformada de Fourier de (4.27), e comentou negativamente a possibilidade de aplicação prática da teoria de amostragem interlaçada.

IV.5.3. Amostragem de ordem superior

Podemos observar em (4.27) que a amostragem interlaçada é a amostragem de segunda ordem na forma expressa em (4.24) (Kohlenberg), que pode ser escrita na forma:

$$S_2(t) = \left[S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r) \right] * g_1(t) + \left[S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r - \sigma) \right] * g_2(t). \quad (4.29)$$

De fato a função de interpolação (4.26), para $f_0 = 0$, $r = 0$, é idêntica à mostrada por Linden (4.27).

Com o resultado de (4.29) e pela forma como Kohlenberg tratou o problema da interpolação, expresso em (4.23), preferimos chamar $S_p(t)$ de (4.23) como função amostrada e interpolada de p -ésima ordem. De (4.29), podemos rescrever (4.23) na forma:

$$S_p(t) = \sum_{i=1}^p \left[S(t) \sum_n \delta(t - nT_{ri} - \sigma_i) \right] * g_i(t), \quad (4.30)$$

e chamar $S(t) \cdot \sum_i \sum_n \delta(t - nT_{ri} - \sigma_i)$ como função amostrada de p -ésima ordem e finalmente $\sum_i \sum_n \delta(t - nT_{ri} - \sigma_i)$, a função de amostragem de p -ésima ordem. Na verdade essas definições não são funcionais sob o ponto de vista operacional pela forma que Kohlenberg e Linden buscaram as funções de interpolação $g_i(t)$, o que é equivalente ao processamento do sinal em **p canais distintos**.

Vamos definir agora uma nova classe de funções de amostragem de q -ésima ordem como a função:

$$a_q(t) = \sum_{i=1}^q E_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_{ri} - \sigma_i), \quad (4.31)$$

onde E_i é um número real e σ é $\text{Re} \in (0, T_r)$. Vamos denominar função amostrada de q -ésima ordem como

$$S_q(t) = S(t) \cdot a_q(t). \quad (4.32)$$

Equaciona-se agora o problema da interpolação na forma:

$$S(t) = S_q(t) * g(t). \quad (4.33)$$

Note que a função de interpolação é única para a seqüência $S_q(t)$. Nos casos anteriores, existia a necessidade de uma função de interpolação $[g_i(t)]$ para cada seqüência $[S_p(t)]$, ou seja, maior dificuldade de implementação prática e maior sensibilidade a erros.

A Transformada de Fourier de (4.31) é

$$a_q(f) = \sum_{i=1}^q E_i f_{r_i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - n f_{r_i}) \cdot \exp(-j n 2 \pi f_{r_i} \sigma_i) \quad (4.34)$$

A prova é imediata: $\sum \delta(t - n T_r - \sigma) \xrightarrow{F} f_r \sum \delta(f - n f_r) \cdot \exp(-j 2 \pi f \sigma)$, e a exponencial complexa pode ser somente expressa em $n f_r$. Com este resultado, a Transformada de Fourier de (4.32) é

$$S_q(f) = S(f) * a_q(f) = \sum_i E_i f_{r_i} \sum_n S(f - n f_{r_i}) \cdot \exp(-j 2 n \pi f_{r_i} \sigma_i). \quad (4.35)$$

Analisando (4.35) verifica-se que as réplicas de $S(f)$ estão centradas nas linhas espectrais da geratriz $a_q(f)$. Para os propósitos deste trabalho é de interesse que os espaçamentos entre as réplicas sejam iguais. Isto é obtido fazendo $T_{r_i} = T_r$, nessas condições (4.34) fica

$$a_q(f) = f_r \sum_i E_i \sum_n \delta(f - n f_r) \cdot \exp(-j 2 n \pi f_r \sigma_i). \quad (4.36)$$

Os impulsos em (4.36) somente existem nas linhas $n f_r$ e o termo exponencial também é periódico. Se algum termo da geratriz for nulo, aparecerá uma correspondente lacuna em (4.35). Consequentemente a lacuna local resultante pode ser ocupada pelas réplicas

adjacentes, aumentando o intervalo (local) em que não ocorre sobreposição espectral. As condições de nulidade de alguns termos da geratriz são infinitas. Exploraremos a seguir algumas condições em que ocorrem lacunas no espectro.

IV.5.4. Exemplos de funções de amostragem de ordem superior

Amostragem interlaçada de segunda ordem

A função de amostragem de (4.36) para $q=2$, $E_1 = 1$, $\sigma_1 = 0$ e $\sigma_2 = \sigma$ real $\in (0, T_r)$ fica:

$$a_2(f) = f_r \sum_n \delta(f - nf_r) \cdot [1 + \exp(-j2n\pi f_r \sigma)]. \quad (4.37)$$

A nulidade de alguns termos de $a_2(f)$ de (4.37) pode ser obtida fazendo com que os zeros de $[1 + \exp(-j2n\pi f_r \sigma)]$ coincidam com as linhas espectrais em nf_r . Uma solução particular é

$$2nf_r \sigma = m,$$

$$m = 1, 3, 5, \dots$$

Se $f_r \sigma = 1/2$, $n = m$, então a função $a_2(t)$ é equivalente à função $a_1(t)$, com o intervalo de amostragem diminuído pela metade. Para $\sigma = T_r/4$, os zeros ocorrem em $n = \pm 2m$. Verifica-se que o espectro da função $S_2(t) = S(t) a_2(t)$, desaparece em $f = 2mf_r$. As lacunas que ocorrem nesses intervalos podem ser ocupadas pelas réplicas de $S(f)$ imediatamente inferiores e superiores, sem a ocorrência local de sobreposição dos espectros, desde que $f_{\max} < f_r$, como pode ser visto pelo gráfico da geratriz $a_2(f)$ e de $S_2(f)$ na figura (IV.5).

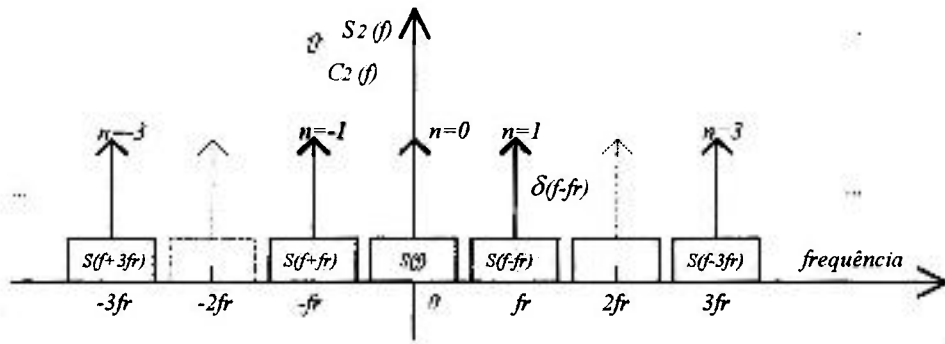


Figura IV.5: Gráfico da geratriz $C_2(f)$ e do espectro da função amostrada $S_2(f)$. Podemos observar as lacunas em $n = \pm 2$, onde as réplicas do espectro $S(f)$ adjacentes à lacuna podem ocupar a largura de faixa fr sem sobreposição.

Para $E_i = -1$, temos o critério da amostragem com nulidade do espectro original.

Amostragem interlaçada de terceira ordem

A amostragem interlaçada de terceira ordem, para $q = 3$ e fazendo $\sigma_1 = 0$, $E_i = 1$ em (4.36) fica:

$$a_3(f) = f_r \sum \delta(f - nf_r) [1 + \exp(-j2\pi f_r \sigma_1) + \exp(-j2\pi f_r \sigma_2)]. \tag{4.38}$$

Uma solução para que (4.38) tenha dois zeros próximos, em $n = \pm 2$ e $n = \pm 4$, é: $f_r \sigma_1 = 1/3$ e $f_r \sigma_2 = 1/6$. Com esta função de amostragem a recuperação do sinal amostrado é facilmente obtida com um filtro passa faixa centrado em $3f_r$ e largura $2f_r$ e posterior translação do espectro resultante para a origem, como pode ser verificado graficamente na figura (IV.6).

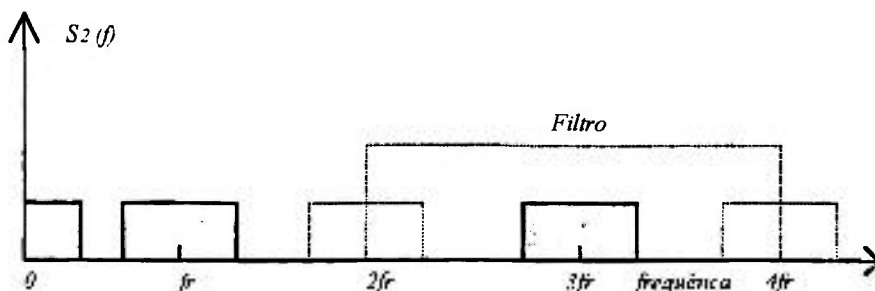


Figura IV.6:- Gráfico da função $Sa(f)$ e de um filtro ideal com faixa passante de $2fr$ a $4fr$. Após a filtragem, o espectro resultante transladado para a origem resulta na recuperação do sinal original.

IV.6. Discussões e conclusões

A amostragem interlaçada (e reconstrução do sinal amostrado) segundo o critério da nulidade do espectro original, pelo que pudemos verificar, nunca foi descrita na literatura. Também não encontramos o relato de qualquer aplicação da amostragem interlaçada descrita por Linden, talvez pela dificuldade de realização prática do processo de interpolação, decorrente da sensibilidade a erros. No entanto, com a facilidade do processamento digital, pode ser verificada sua aplicabilidade.

A interpolação de amostras irregulares no tempo é conhecida, e é tratada por séries não-harmônicas, mas os resultados práticos obtidos mostram que o intervalo de Shannon é reduzido para $(0, f_r/4)$. A técnica PP descrita no capítulo III não é destinada à reconstrução do sinal amostrado e resultados satisfatórios somente foram obtidos quando a largura do espectro for limitada no intervalo $(0, f_r/4)$.

Foi definida uma nova classe de funções de amostragem, denominada amostragem interlaçada de q -ésima ordem. Buscou-se explorar a ocorrência de lacunas no espectro do sinal amostrado, provocadas por nulidades da geratriz. As lacunas podem ser ocupadas pelas réplicas adjacentes, aumentando a faixa local de frequências, sem a ocorrência de sobreposição espectral.

Quando a amostragem é de segunda ordem, a faixa de frequências que o espectro do sinal pode ocupar é duplicada com relação à amostragem de primeira ordem. O sinal resultante da filtragem ideal do sinal amostrado contém toda a informação do sinal original. A translação do sinal interpolado para a origem do espectro recompõe o sinal original na sua forma exata.

A técnica da amostragem de segunda ordem, segundo o critério da nulidade do espectro original, permite a extração da frequência média do sinal Doppler, com um simples filtro passa baixas. As vantagens imediatas da técnica de amostragem interlaçada são: i) ajuste contínuo da posição temporal da amostra interlaçada sem necessidade de modificar a forma de processamento do sinal, ii) implementação simples e de baixo custo. A técnica permite, teoricamente, dobrar a largura da faixa de velocidades mensuráveis com relação à técnica convencional. Desde que o sinal não é recuperado da forma sub-amostrada (como a técnica de Hartley), nenhuma informação adicional sobre o regime de fluxo é requerida. O custo desse ganho é a fragmentação da faixa de distâncias mensuráveis.

CAPÍTULO V

MEIOS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS

V.1. Introdução

O objetivo deste capítulo é mostrar a viabilidade da construção de um velocímetro ultra-sônico Doppler pulsátil coerente, operando com a amostragem interlaçada de segunda ordem, segundo o critério da nulidade do espectro original. O próximo capítulo trata da caracterização do velocímetro.

Na seção (V.2) trataremos da construção de um VDP convencional e das modificações necessárias para a implementação da nova técnica.

A amostragem e reconstrução de um sinal, com nulidade do espectro original, foi demonstrada no capítulo anterior usando a amostragem ideal. Na prática a amostragem realizável introduz severa distorção espectral ao sinal interpolado. Apresentaremos na seção (V.3) a alternativa que usamos para corrigir a distorção espectral.

Na seção (V.4) trataremos dos efeitos do processo de amostragem de segunda ordem na relação sinal/ruído do sistema, comparando com o VDP convencional.

V.2. Construção de um velocímetro ultra-sônico Doppler pulsátil

V.2.1- Construção de um velocímetro Doppler operando com a amostragem de primeira ordem

Foi projetado e construído um velocímetro Doppler pulsátil multicanal¹. Este sistema é destinado à velocimetria sanguínea em pequenos animais para estudos fisiológicos, e portanto, é aplicável a vasos de pequenos diâmetros. Também foi desenvolvida uma série de transdutores ultra-sônicos para aplicação direta em vasos com diâmetros de 0,7 a 3 mm. O elemento transdutor empregado foi cerâmica piezoelétrica² com diâmetro de 1 mm. As principais características do velocímetro são:

- Frequência de emissão: 20 MHz.
- Duração do pulso emitido: programável de 200 ns a 800 ns.
- Frequência de repetição de pulsos: 50 kHz.
- Largura da janela de amostragem: ajustável de 200 a 800 ns (retangular)
- Resolução espacial: (0,4 a 1,6 × 1,0) mm (axial e radial)

O sistema possui até cinco canais independentes, para o acesso de até cinco pontos simultaneamente. Cada canal possui um transmissor, um receptor e um sistema de extração da velocidade do fluxo. Todos os canais são sincronizados por um temporizador digital que gera as frequências de transmissão e de repetição de pulsos. A frequência de repetição de pulsos é derivada da de transmissão por intermédio de divisores digitais programáveis. Desta forma existe coerência de fase entre todos os canais, eliminando interferências mútuas.

A figura (V.1) mostra o diagrama de blocos do sistema multicanal. O oscilador local gera um sinal com frequência de 20 MHz. A frequência de repetição de pulsos é obtida pela divisão (por M inteiro) da frequência do oscilador local por divisores digitais programáveis. Um contador digital seleciona o número (N inteiro) de pulsos a ser transmitido, sendo possível a programação de 4 a 16 pulsos (ciclos completos de 20

¹ O projeto foi financiado pelo (PADCT-I).

² PZT-5A. EBL, 91 Toland Street, Hartford, CT 06108, U.S.A.

MHz). O trem de pulsos gerado é amplificado e entregue ao transdutor ultra-sônico. Durante a transmissão o amplificador de sinal é bloqueado para não sofrer saturação. Após o término de cada pulso transmitido, o amplificador do receptor é habilitado. O amplificador do receptor tem ganho limitado, para que não sofra saturação na ocorrência de fortes ecos provenientes de estruturas fixas próximas às móveis e interferências locais. O ganho do amplificador é de 65 dB.

O sinal do eco amplificado é transladado em frequência por detectores de produto duplamente balanceados, operando na região linear. A detecção é realizada em quadratura para a separação das componentes de fluxo direto e reverso. Os sinais resultantes da detecção em quadratura têm componentes espectrais na origem e em 40 MHz. As componentes de alta frequência não são desejáveis e são facilmente eliminadas por filtros passivos de primeira ordem com frequência de corte em 2 MHz.

Após a detecção e filtragem, é efetuada a amostragem para a seleção da distância desejada. O atraso da janela de amostragem com relação ao pulso transmitido é obtido por *Flip Flops* operando no modo monoestável. A largura da janela de amostragem é ajustada de acordo com a largura do pulso transmitido, previamente programada (0,2 μ s a 0,8 μ s).

Os sinais amostrados (em fase e em quadratura) são filtrados por filtros passa altas, para rejeição de interferências locais, ecos estacionários e componentes de baixas frequências originadas pelo deslocamento das paredes dos vasos durante o ciclo cardíaco, ou vibrações mecânicas. Os sinais resultantes são novamente filtrados para eliminar as réplicas originadas pela amostragem e interferências locais (oscilador e divisor local). Ambos os filtros são do tipo Butterworth de terceira ordem com frequências de corte de 600 Hz e 25 kHz.

Após a filtragem e amplificação, os sinais resultantes, denominados em fase (I) e em quadratura (Q) podem ser processados externamente para a extração das informações contidas no sinal Doppler. O processamento interno é efetuado por conversores de frequência-tensão, do tipo contador de passagem por zero com histerese, pseudo-direcional. O sinal de tensão (proporcional à frequência) é positivo para fluxo direto e negativo para fluxo reverso. Este sinal é integrado para obtenção da velocidade média (constante de 4 s) ou filtrado (por filtros Butterworth de segunda ordem, de 5 Hz e 15 Hz) para indicar a velocidade instantânea.

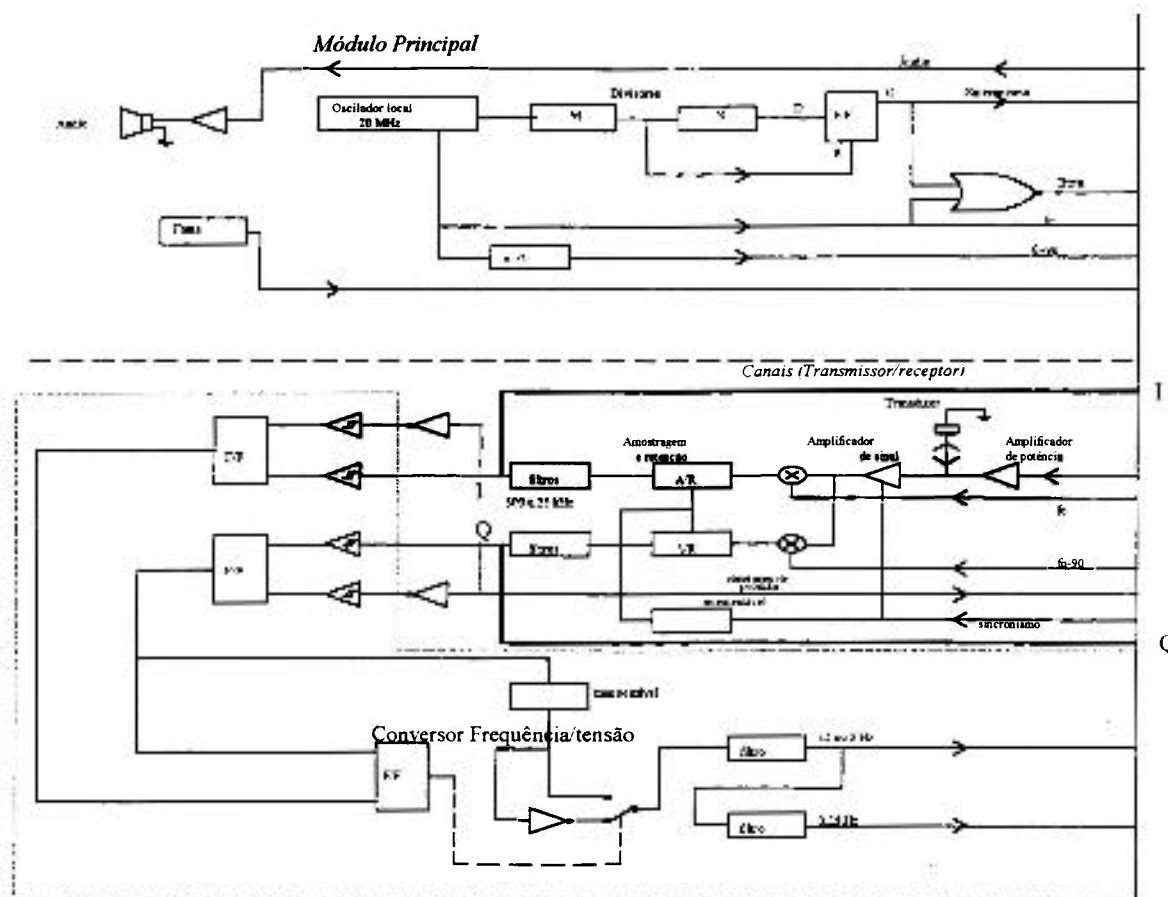


Figura (V.1): Diagrama de blocos do velocímetro construído. Na parte superior é representado o sistema de geração da frequência de transmissão, frequência de repetição e sincronismo, que em conjunto com a fonte de alimentação e sistema de áudio, formam o módulo principal. Associado ao módulo principal, cada conjunto independente de canal dispõe de transmissor, amplificador, seleção da profundidade e conversor frequência/tensão.

V.2.2. Modificações no velocímetro para operar com a seqüência de amostragem interlaçada

O velocímetro Doppler convencional descrito foi modificado para operar no modo interlaçado. A frequência de repetição de pulsos (seqüência convencional) foi alterada para 25 kHz, para manter inalterados os filtros pós-amostragem e possibilitar a comparação do sistema operando no modo convencional e interlaçado. Para gerar a seqüência adicional de pulsos transmitidos, foram introduzidos dois temporizadores, sendo o primeiro síncrono com a seqüência de pulsos de emissão convencional, com atraso ajustável (0 a 40 μ s) e o segundo síncrono com o primeiro, com largura ajustável de acordo com a duração do pulso de emissão (200 a 800 ns). As duas seqüências foram combinadas para compor uma única seqüência, para a transmissão. Outro sistema

idêntico ao descrito (temporizadores) foi introduzido no receptor para efetuar a amostragem do eco adicional. A figura (V.2) mostra os gráficos dos sinais de transmissão e janelas de amostragem do sistema modificado.

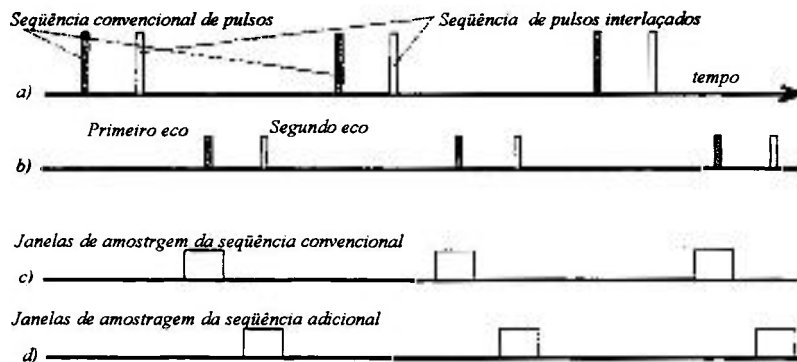


Figura (V.2): Gráficos: das seqüência de pulsos emitidos (a); das seqüências de ecos referentes à seqüência convencional (primeiro eco) e seqüência interlaçada (segundo eco) (b); das janelas de amostragem da seqüência convencional (c); e das janelas de amostragem da seqüência interlaçada (d).

A amostragem da seqüência interlaçada foi efetuada adicionado-se um módulo de amostragem/retenção (A/R), síncrono com a seqüência interlaçada. Os módulos de A/R foram combinados a um subtrator, conforme mostra a figura (V.3). O sinal resultante do subtrator foi filtrado de forma idêntica à do sistema convencional, resultando o sinal $I_2(t)$. O sinal filtrado, $I_1(t)$ da figura (V.3), também foi derivado, para a análise. Assim, os sinais I_1 e I_2 são sinais amostrados, segundo os critérios de primeira ordem e segunda ordem respectivamente. Os sinais I_1 e I_2 foram digitalizados para a obtenção dos espectros.

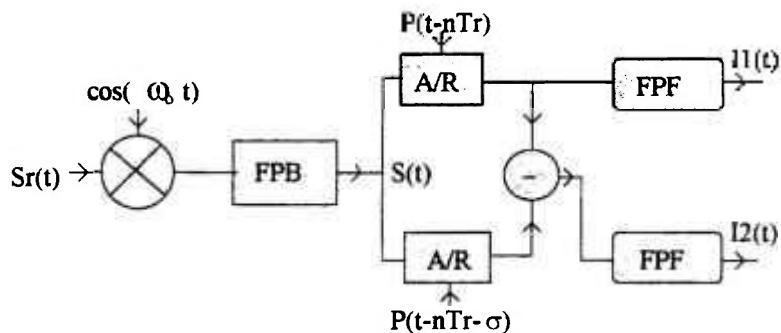


Figura (V.3): Diagrama de blocos das modificações efetuadas no receptor do velocímetro. $S_r(t)$ é o sinal proveniente do transdutor (amplificado). FPB é um filtro passa baixas com frequência de corte em 2 MHz. A/R são módulos de amostragem e retenção do sinal. FPF são filtros passa faixas com banda passante de 600 a 25 kHz. $P(t-nT)$ é a seqüência de pulsos de amostragem. Um módulo de amostragem e retenção (A/R) foi adicionado, síncrono com a seqüência interlaçada [$P(t-nT-\sigma)$]. A nulidade do espectro original do sinal Doppler foi obtida subtraindo as amostras das duas seqüências. Os sinais pós-filtrados, I_1 e I_2 correspondem aos sinais amostrados de primeira e segunda ordem respectivamente.

Para a discriminação do sentido do fluxo, dois módulos de (A/R) deveriam ser adicionados, após a detecção em quadratura. Portanto, o sistema testado não discrimina o sentido do fluxo. O diagrama de blocos da figura (V.4) mostra algumas das possibilidades de construção do sistema de detecção em quadratura. Os sinais I e Q podem ser processados externamente em computador digital, incluindo no algoritmo a discriminação do sentido do fluxo. Se o processamento analógico for desejado, a implementação da rede de defasagem (90 graus) com componentes discretos é facilmente obtida. Foi simulada em computador uma rede de defasagem. O erro de fase obtido é menor que 1° e o erro de amplitude menor que 2%, na faixa de 600 Hz a 50 kHz. O limite superior foi projetado acima da frequência de repetição, visando a posterior modificação do sistema para operar com $f_r = 50$ kHz. A rede foi adaptada a partir do circuito apresentado por Nippa *et al.* [72]. O diagrama de blocos da rede é mostrado na figura (V.5), onde os amplificadores são operacionais comuns. A figura (V.6) mostra os gráficos da amplitude (superior) relativa dos sinais de saída (S1 e S2) e da fase relativa (inferior). Portanto, para a detecção do sentido do fluxo, a extensão da faixa de frequência de $f_r/2$ (do sistema convencional) para f_r (do sistema modificado), não implica em dificuldades adicionais.

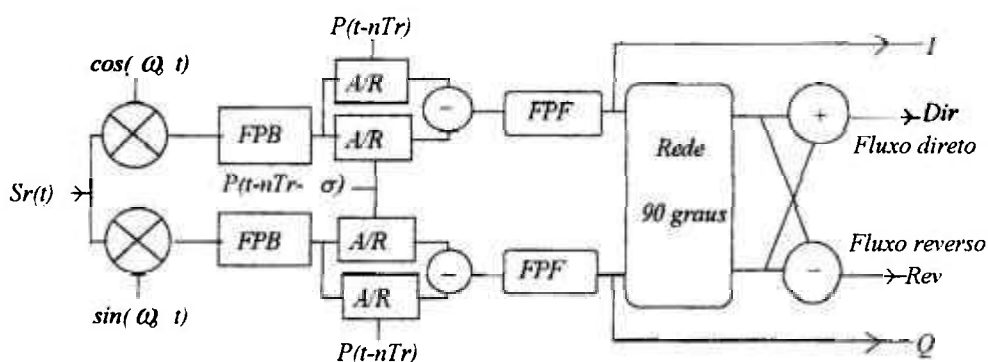


Figura (V.4). Diagrama de blocos do receptor do velocímetro operando no modo direcional e com a amostragem interlaçada. $S_r(t)$ é o sinal do eco proveniente do transdutor (amplificado). FPB são filtros passa baixas com frequência de corte de 2 MHz. A/R são blocos de amostragem e retenção do sinal. FPF são filtros passa faixa com frequências de corte de 600 Hz e 25 kHz. O sinal $P(t-nTr)$ é sincronizado com os pulsos de emissão (frequência de repetição $1/Tr$), com um atraso que corresponde ao tempo de vôo do pulso, entre o emissor e o alvo (ida e volta). O sinal $P(t-nTr-\sigma)$ é idêntico ao anterior, com um atraso adicional. Os sinais Dir e Rev são as parcelas do sinal de desvio Doppler correspondentes ao fluxo direto e reverso.

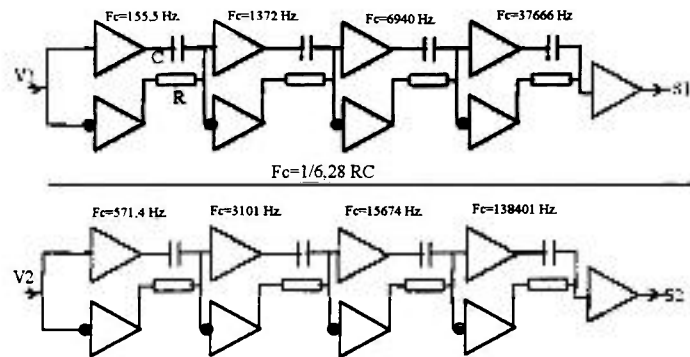


Figura (V.5). Rede de deslocamento de fase de oito pólos. Banda passante: 600 Hz. a 50.000 Hz.

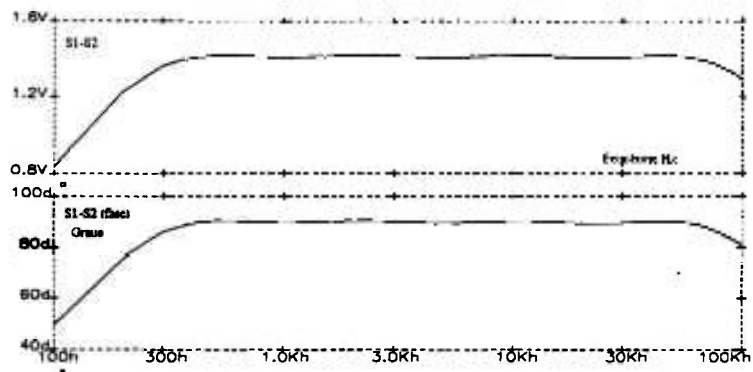


Figura (V.6). Gráficos da amplitude (superior) e fase (inferior) relativas entre os sinais S1 e S2 de saída da rede de deslocamento de fase (90 graus). O erro de fase obtido é menor que 1 grau e o erro de amplitude melhor que 2% para a faixa de frequências de 600 Hz a 50 kHz

V.3. Amostragem e retenção, distorção espectral e correção

Na seção anterior mencionamos que o sistema de discriminação da distância empregado efetua a amostragem/retenção do sinal. Ao contrário da amostragem ideal, a amostragem/retenção introduz uma distorção espectral ao sinal interpolado.

Apresentaremos nesta seção a alternativa que usamos para corrigir a distorção espectral do sinal amostrado/retido e um método de reconstrução do sinal original no domínio do tempo.

V.3.1. Distorção espectral resultante da amostragem e retenção

A amostragem natural [82] de um sinal $S(t)$ pode ser expressa como:

$$S_n(t) = S(t) \left\{ P(t) * \left[\sum_n \delta(t - nT_r) \right] \right\}, \quad (5.1)$$

onde $n = \pm 1, \pm 2, \dots$, $P(t)$ é um pulso com amplitude unitária no intervalo $(-t_a/2, t_a/2)$ e zero fora e $S_n(t)$ é o sinal amostrado. A duração da janela de amostragem (t_a) determina a resolução axial do velocímetro. Pode ser pouco menor que a duração do pulso emitido ou maior, determinando o comprimento axial do volume de amostragem. Para o velocímetro descrito na seção (V.2), t_a é da ordem de $1 \mu\text{s}$. A Transformada de Fourier de $S_n(t)$ é:

$$S_n(f) = S(f) * \left\{ P(f) \cdot \left[f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) \right] \right\}.$$

O pulso de amostragem $P(t)$ tem o espectro:

$$P(f) = \left[t_a \cdot \frac{\sin(\pi \cdot f \cdot t_a)}{(\pi \cdot f \cdot t_a)} \right], \text{ e o resultado da convolução é:}$$

$$S_n(f) = \frac{t_a}{T_r} \cdot \sum_n \frac{\sin(\pi \cdot nf_r \cdot t_a)}{(\pi \cdot nf_r \cdot t_a)} \cdot S(f - nf_r). \quad (5.2)$$

Verifica-se em (5.2) que não existe distorção espectral do sinal amostrado no intervalo $(-f_r, f_r)$. No entanto, t_a / T_r é 0,025 e a energia retida neste processo é pequena.

Uma alternativa para aumentar a energia do sinal amostrado é efetuar a amostragem e retenção do sinal até a próxima amostra. O sinal amostrado/retido $S_a(t)$ pode ser descrito como:

$$S_a(t) = \left[S(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_r) \right] * R(t), \quad (5.3)$$

onde $R(t) = 1$, no intervalo $(-T_r/2, T_r/2)$ e zero fora. A Transformada de Fourier de (5.3) é:

$$S_a(f) = \sum_n S(f - nf_r) \cdot \frac{\sin(\pi f T_r)}{(\pi f T_r)}. \quad (5.4)$$

Podemos verificar em (5.4), que o processo de amostragem e retenção é idêntico à amostragem ideal seguida de um filtro periódico $\sin(f)/f$. No sistema convencional, a filtragem do sinal pós-amostrado é efetuada com frequência de corte na metade da frequência de repetição. A distorção provocada não é considerada, embora seja significativa quando a técnica de Hartley (ou suas sucessoras) é aplicada. Quando aplicamos a técnica da amostragem interlaçada, a frequência de corte dos filtros é deslocada para f_r , onde ocorre um zero do filtro de amostragem/retenção, como pode ser visto no gráfico da figura (V.7). É possível diminuir a distorção espectral diminuindo o intervalo de retenção (T_r). Com este procedimento a energia do sinal amostrado diminui e os zeros do filtro são deslocados. No entanto, o filtro periódico com zeros em nf_r é de grande interesse. Nas frequências nf_r (e próximas), como já anteriormente mencionado, existem fortes componentes espectrais. O filtro $\text{Sin}(f)/f$ é uma forma eficiente de eliminar as interferências. Se não eliminadas, mesmo que os filtros analógicos usados para interpolar o sinal tenham dinâmica de amplitude para comportar o sinal e interferências, no processo de digitalização usado o erro de quantização seria intolerável.

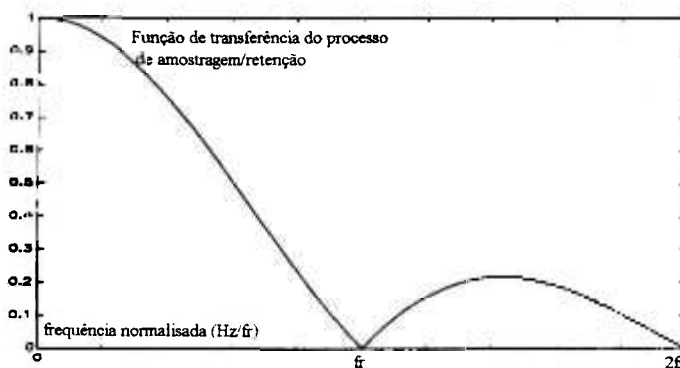


Figura V.7: Gráfico da função de transferência do sistema de amostragem e retenção.

Para corrigir a distorção do espectro resultante, efetuou-se a compensação espectral do sinal pós-amostrado. O filtro de compensação foi implementado no domínio da frequência, como segue:

$$S_a^F(f) = S_a(f) \cdot \frac{\pi f T_r}{\sin(\pi f T_r)}, \quad (5.5)$$

onde o filtro $f/\text{Sin}(f)$ é definido no intervalo aberto $(0, f_r)$.

O filtro de compensação $f/\text{Sin}(f)$ tem ganho infinito em f_r . Como já mencionado, em f_r e próximo existem fortes componentes espectrais provenientes de interferências do

próprio oscilador local (e divisores) e do eco de estruturas fixas, próximas às móveis, sujeitas a vibrações mecânicas ou, no caso de sistemas fisiológicos, da distensão das paredes dos vasos sanguíneos durante o ciclo cardíaco. Para contornar este problema, efetuou-se o corte da função de transferência do filtro de compensação 600 Hz abaixo de f_s . Uma vez que a informação contida no espectro próximo a f_s para a amostragem interlaçada equivale à informação contida no espectro próximo à origem para o sistema convencional, a exclusão desta região não implica perda adicional com relação ao velocímetro convencional. O gráfico da função de transferência do filtro $f/\sin(f)$ e do filtro retangular é mostrado na figura (V.8) onde podemos observar também a função de transferência do sistema após a compensação.

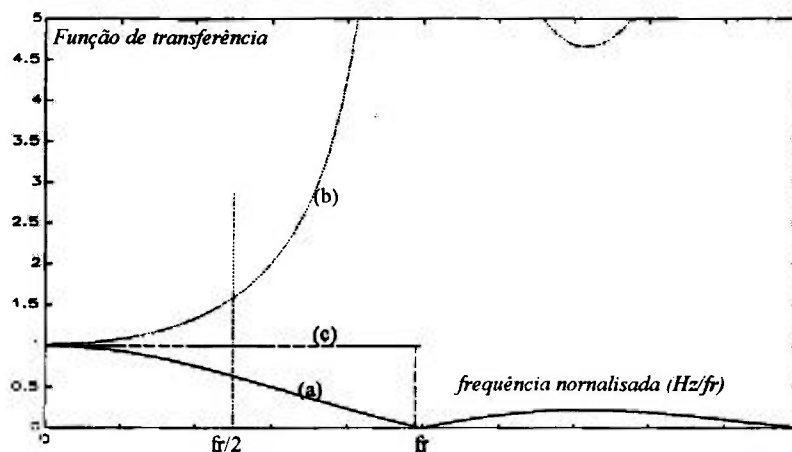


Figura V.8: Gráfico da função de transferência da amostragem/retenção (a), do filtro de compensação usado para corrigir a distorção espectral (b) e do espectro corrigido (c)

Após a correção espectral, o espectro do sinal amostrado/retido e compensado é:

$$S^F(f) = S(f), \quad (5.6)$$

lembrando que o filtro retangular também elimina as réplicas espectrais do sinal amostrado (corte em 24.400 Hz). Portanto, o processo de amostragem/retenção, compensação e filtro retangular empregados, recompõe o sinal original e a energia é mantida. O sinal deve ter o espectro limitado no intervalo (0,24.400) Hz.

V.3.2. Digitalização dos sinais e obtenção do espectro

Os sinais $I_1(t)$ e $I_2(t)$ foram amostrados simultaneamente, nos instantes (nT) , onde T é o intervalo entre as amostras digitalizadas. Não foi utilizado o sincronismo temporal

entre o digitalizador e o velocímetro. Para evitar réplicas do espectro do sinal $I(t)$ no intervalo $(0, f_r)$, originadas pela amostragem do digitalizador, utilizou-se a taxa de amostragem de 100.000 amostras/s. Cada janela de coleção de amostras tem $NT = 1024 \times 1/100.000 = 10,24$ ms. Devemos lembrar que o espectro do sinal $I(t)$ não é limitado ao intervalo $(0, f_r)$, pois os filtros empregados após a amostragem/retenção (discriminação da profundidade) não são ideais. Os sinais amostrados foram armazenados segundo as seqüências:

$$I_1(nT) = I_1(0), I_1(T), I_1(2T) \dots I_1[(N-1)T]$$

$$I_2(nT) = I_2(0), I_2(T), I_2(2T) \dots I_2[(N-1)T]$$

V.3.3 Correção espectral

Os espectros das seqüências $I_1(nT)$ e $I_2(nT)$ foram obtidos com o uso da Transformada Discreta de Fourier (**TDF**), como segue:

$$I_{1,2}(kf) = \text{TDF}[I_{1,2}(nT)] \cdot \frac{\pi n T T_r}{\sin(\pi n T T_r)}$$

V.3.4. Reconstrução do sinal

A reconstrução do sinal original não é necessária para a determinação da freqüência média e largura eficaz do sinal amostrado. Entretanto, com o propósito de mostrar que é possível a reconstrução do sinal amostrado usando a compensação $f/\sin(f)$, utilizou-se o seguinte processamento numérico:

$$S_{1,2}(nT) = \text{parte real de } \left\{ \text{ITDF} \left[I_{1,2}(kf) / (1 - \exp(-j2\pi f_r \sigma)) \cdot J(kf) \right] \cdot \exp(-j2\pi f_r nT) \right\}$$

onde $J(kf)$ é uma janela retangular, definida no intervalo de freqüência $(0, f_r)$, $S(nT)$ são as amostras do sinal recuperado e ITDF é a Transformada Discreta de Fourier inversa.

V.4. Potência do ruído térmico no processo de amostragem e retenção

A potência ultra-sônica transmitida é fortemente atenuada durante processo de transdução, propagação, reflexão e amostragem. Para evitar não linearidades na transdução e propagação, a potência transmitida deve ser mantida baixa. Para fins médicos, a potência é limitada pelo limiar dos danos biológicos. A atenuação da amplitude do sinal do eco pode ser da ordem de 100 dB. Assim, o sinal do eco precisa ser amplificado para que sua amplitude atinja níveis que permitam o processamento.

No processo de amplificação do sinal, o ruído de todo o sistema (transdutor e amplificador) é adicionado ao sinal. Discutiremos a seguir a relação entre o sinal e o ruído do sistema, após o processo de amostragem/retenção e correção espectral que usamos.

V.4.1 Potência do ruído térmico no processo de amostragem/retenção e correção espectral: amostragem de primeira ordem

Para a faixa de freqüências em que opera o amplificador do sinal do eco, o ruído térmico é predominante [71]. O diagrama de blocos da figura (V.9) mostra os blocos funcionais do estágio do receptor de um VDP convencional. A faixa de passagem do amplificador deve ser aproximadamente igual ao inverso da duração temporal do pulso transmitido. O sinal do eco $S_r(t)$ é amplificado e transladado para a origem do espectro e filtrado por um passa baixas (FPB). A faixa de passagem (L_o) deve ser, aproximadamente igual ao inverso da duração temporal do pulso transmitido. Para a análise a seguir, consideramos que o filtro seja ideal com freqüência de corte L_o . Com estas considerações, o ruído térmico $r(t)$ com densidade de potência $R_o/2$ tem potência $R_o L_o$. Após a translação, o sinal é amostrado e retido, para a seleção da profundidade.

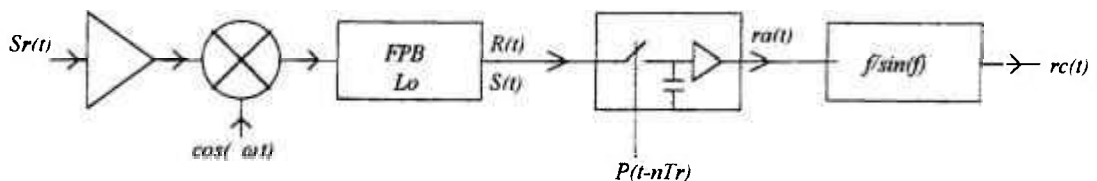


Figura (V.9). Diagrama de blocos do receptor de um velocímetro convencional, operando com a amostragem de primeira ordem.

A autocorrelação $A_a(\tau)$ e o espectro de potência $G_a(f)$ do sinal resultante do processo de amostragem/retenção do ruído térmico, por uma função de amostragem de primeira ordem, são descritos como [71]:

$$A_a(\tau) = R_o L_o \left[1 - \frac{|\tau|}{T_r} \right], \text{ para } |\tau| \leq T_r, \text{ zero fora,} \quad (5.7)$$

$$G_s(f) = R_o L_o T_r \frac{\sin^2(\pi f T_r / 2)}{(\pi f T_r / 2)^2}, \quad (5.8)$$

onde T_r é o intervalo de amostragem. Existe um pequeno erro na expressão (5.8) e a Transformada de Fourier correta de (5.7) é:

$$G_s(f) = R_o L_o T_r \frac{\sin^2(\pi f T_r)}{(\pi f T_r)^2} \quad (5.9)$$

Verifica-se em (5.9) que o processo de amostragem/retenção altera a distribuição de potência do ruído (distribuído na faixa L_o), que fica concentrada na origem do espectro. A introdução do filtro $f/\text{Sin}(f)$ novamente altera a densidade de potência. Após a amostragem/retenção e correção espectral, o espectro de potência do ruído $R_c(f)$, no intervalo aberto $(-f_r, f_r)$, é:

$$R_c(f) = R_o L_o T_r. \quad (5.10)$$

Para a reconstrução de sinais amostrados segundo o critério de primeira ordem é necessária a filtragem do sinal amostrado por filtros com frequência de corte $f_r/2$. Admitindo que o filtro seja ideal, a potência do ruído resultante (R_1) é a integral de (5.10) no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$, ou seja:

$$R_1 = R_o L_o. \quad (5.11)$$

V.4.2. Potência de um sinal no processo de amostragem/retenção e correção espectral: amostragem de primeira ordem

Para um processo aleatório ergódico $S(t)$ com espectro $G(f)$ limitado no intervalo $(-f_r/2, f_r/2)$ e potência P , o sinal amostrado/retido tem a densidade de potência (Apêndice D):

$$G_1(f) = \sum_n G(f - n f_r) \cdot \frac{\sin^2(\pi f T_r)}{(\pi f T_r)^2}$$

Após a compensação $f/\text{Sin}(f)$ e filtragem ideal em $f_r/2$, a potência é P . Desta forma, a relação entre as potências do sinal e do ruído $[S/R]_1$ é:

$$[S/R]_1 = \frac{P}{R_o L_o} \quad (5.12)$$

V.4.3. Potência do ruído térmico no processo de amostragem/retenção e correção espectral: amostragem de segunda ordem

Para a amostragem/retenção de segunda ordem, segundo o processo empregado, mostrado no diagrama de blocos da figura (V.10), as considerações não diferem do caso anterior de primeira ordem. Para a análise do ruído térmico, consideramos que o atraso temporal entre as duas seqüências seja muito maior que o intervalo temporal de correlação do ruído (aproximadamente $1/L_o$). Nestas condições, não existe correlação entre as amostras da primeira seqüência com as da segunda seqüência. O ruído é, portanto, aditivo.

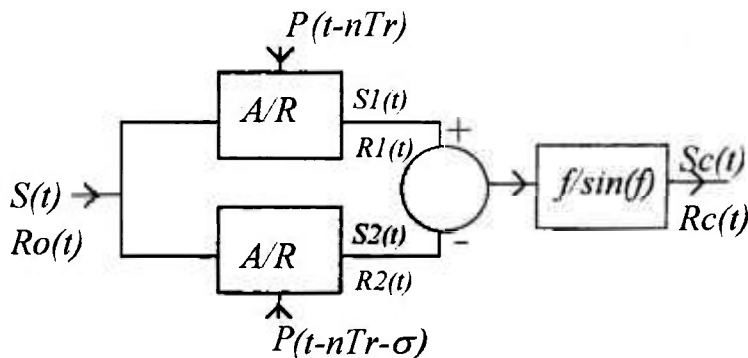


Figura V.10: Diagrama de blocos dos módulos de amostragem e retenção (A/R) seguidos pelo subtrator (que provoca a nulidade do espectro original) e do corretor espectral $f/\sin(f)$. O sinal $S(t)$ tem espectro limitado no intervalo $(-f_r, f_r)$ e tem potência P . O ruído $r(t)$ tem espectro limitado no intervalo $(-L_o, L_o)$ e tem potência $R_o L_o$.

Desta forma, para cada seqüência de amostragem ($S1$ e $S2$) efetuamos as mesmas considerações que para a amostragem de primeira ordem. Para cada seqüência, a densidade de potência do ruído amostrado/retido e compensado é:

$$R_c(f) = R_o L_o T_r \quad (5.13)$$

Integrando (5.13) no intervalo $(-f_r, f_r)$, tem-se a potência do ruído térmico resultante do processo de amostragem de cada seqüência. A potência total é a soma da potência das duas seqüências:

$$R_2 = 4 \cdot R_0 L_0. \quad (5.14)$$

V.4.4. Potência de um sinal no processo de amostragem/retenção e correção: amostragem de segunda ordem

A densidade de potência de um processo estocástico ergódico $S_c(t)$ (referido à figura II.10) amostrado/retido segundo o critério de amostragem de segunda ordem é (Apêndice D):

$$G_2(f) = 2 \cdot \sum_k G(f - kf_r) [1 - \exp(-j2\pi kf_r \sigma)] \cdot \frac{\sin^2(\pi f T_r)}{(\pi f T_r)^2}.$$

Após a correção $f/\text{Sin}(f)$, o espectro de potência é:

$$G_c(f) = 2 \cdot \sum_k G(f - kf_r) [1 - \exp(-j2\pi kf_r \sigma)]. \quad (5.15)$$

A potência do sinal depende do atraso σ . Quando $f_r \cdot \sigma = 1/2$, se a potência do sinal antes da amostragem é P , integrando o espectro de potência resultante (5.15) no intervalo $(-f_r, f_r)$, a potência do sinal é $4P$. Assim a relação entre as potências do sinal e do ruído, após a A/R e compensação, para o processo de amostragem de segunda ordem é:

$$[S/R]_2 = \frac{P}{R_0 L_0}. \quad (5.16)$$

Portanto, para as condições e considerações anteriores, a relação S/R é igual para a amostragem de primeira e segunda ordem.

O gráfico da figura (V.11) mostra a relação sinal/ruído para a amostragem de segunda ordem, em função do atraso temporal relativo entre as duas seqüências de amostragem. Lembremos que consideramos que o ruído entre as seqüências é aditivo, independentemente do atraso relativo entre as seqüências. No gráfico verifica-se que somente não há degradação da relação S/R quando a segunda seqüência está posicionada na região central do intervalo de distâncias mensuráveis. Mas existe uma extensão espacial correspondente em que a degradação sinal/ruído é pequena. Devemos salientar que quando o atraso entre as seqüências é pequeno, ou seja, nos limites do intervalo

$(0, T_r)$, as amostras das duas seqüências não são independentes, como consideramos anteriormente. Nos limites do intervalo existe progressivamente correlação entre as amostras do ruído. É esperado que a potência do ruído resultante diminua. Portanto, é esperado que a relação sinal/ruído apresentada no gráfico seja menos degradada nos limites da intervalo. Este fato indica que é desejável elaborar uma análise mais rigorosa sobre a relação sinal/ruído, para atrasos relativos pequenos. Ainda, este estudo mostra que se a seleção da distância for efetuada antes do primeiro amplificador (de alto ganho), a faixa L_0 é largamente diminuída. Com este procedimento, a potência do ruído é diminuída. Ainda, com a faixa L_0 diminuída, as amostras das duas seqüências apresentam forte correlação, podendo ocorrer a supressão de parte do espectro do ruído. Esta análise é um dos segmentos desta tese que deve ser continuada³.

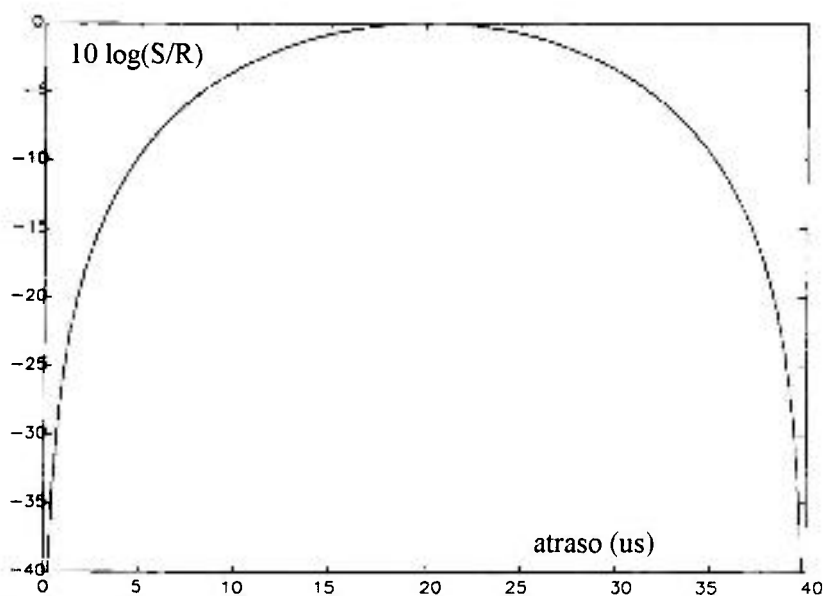


Figura 1.11: Gráfico da relação sinal/ruído para o processo de amostragem/retenção e compensação $f: \text{Sin}(f)$, de segunda ordem.

V.5. Discussões e conclusões

A implementação da técnica de amostragem interlaçada foi efetuada em um velocímetro ultra-sônico Doppler pulsátil de emissão coerente. A implementação foi efetuada partindo de um sistema convencional. No entanto, com o emprego da técnica proposta, os sinais interpolados são processados no intervalo de freqüências $(0, f_r)$, sujeito à severa distorção espectral originada pela amostragem e retenção. A distorção

³ Projeto financiado pelo PADCT-II, em andamento.

espectral foi corrigida por um filtro, implementado no domínio da frequência. Foi mostrado que o processo de correção espectral não degrada sensivelmente a relação sinal/ruído, quando a amostra adicional está afastada da primeira amostra. Não foram observadas dificuldades adicionais na implementação.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS E DISCUSSÕES

VI.1. Introdução

Neste capítulo mostraremos a validação dos resultados teóricos apresentados no capítulo IV, através da análise dos resultados práticos de um velocímetro Doppler pulsátil construído segundo aqueles princípios (de acordo com o capítulo V). Para tanto, recorre-se à simulação por computador e a testes experimentais.

No capítulo IV foi provado que um sinal amostrado segundo o critério da nulidade do espectro na origem e interpolado resulta em um sinal que contém a mesma informação do sinal original. A função de interpolação é idêntica à utilizada por Shannon, supondo uma taxa de amostragem igual à média das taxas de amostragem das duas seqüências. A translação em freqüência do sinal resultante recompõe o sinal original na forma exata. Portanto, podemos afirmar que a seqüência de amostras contém a mesma informação que o sinal original.

No entanto, na prática não é possível recompor o sinal original, mesmo que seja uma seqüência de amostras igualmente espaçadas. A filtragem ideal não é realizável em sistemas causais. Adicionalmente, um sinal real raramente tem o espectro absolutamente limitado. Outros fatores como amostragem não ideal, incerteza na quantização e flutuações do período de amostragem contribuem para que sempre exista um erro na reconstrução do sinal amostrado. A tolerância ao erro depende da aplicação a que se destina. O procedimento para a reconstrução de sinais amostrados segundo o critério de amostragem de segunda ordem é similar ao critério da amostragem de primeira ordem. Como os erros mencionados são bem conhecidos [50] não os discutiremos aqui.

No VDP o sinal original nunca é conhecido. As amostras do sinal Doppler são detectadas e interpoladas. O sinal interpolado é uma aproximação do sinal original. Ainda, o sinal interpolado só é conhecido durante um intervalo finito de tempo. Desta forma, somente é possível ser obtida uma estimativa do espectro do sinal interpolado. Portanto, no VDP, não é possível comparar o sinal amostrado e interpolado com o sinal original. A comparação das freqüências médias dos sinais reconstruídos, segundo os

critérios da amostragem de Shannon e de segunda ordem é uma alternativa. Mas devem ser considerados os erros envolvidos em ambos os processos.

Antes porém, para caracterizar a técnica de amostragem interlaçada, inicialmente usamos a simulação de um sinal de desvio Doppler. Usamos a simulação principalmente para verificar a nulidade do espectro na origem, considerando seqüências finitas de amostras.

Após caracterizado o critério da amostragem e reconstrução de seqüências finitas, apresentaremos os resultados obtidos com o VDP construído, operando com a amostragem de primeira e segunda ordens.

VI.2. Simulações por computador

Uma das vantagens da demonstração do processo de amostragem e reconstrução, através da simulação computacional do sinal de desvio Doppler, é o fato de que o sinal original é conhecido. Assim podemos comparar o sinal reconstruído com o original.

A simulação do sinal de desvio Doppler tem sido largamente utilizada para testar técnicas de análise espectral. Existem vários modelos destinados a este fim. Os modelos que descrevem o processo físico da reflexão são demasiadamente complexos e não são destinados a gerar o sinal no domínio do tempo [1, 15 e 37]. Os modelos baseados na descrição do sinal Doppler por ruído gaussiano podem simular sinais estacionários [86 e 52] e não estacionários [100]. São de fácil implementação e não demandam demasiado tempo computacional. Por estas razões escolhemos um modelo baseado na descrição do sinal por ruído gaussiano para testar o processo de amostragem de segunda ordem, considerando o intervalo temporal disponível (finito) para o processamento.

O modelo utilizado baseia-se na filtragem gaussiana do ruído branco, para simular um sinal estacionário. Os coeficientes do filtro gaussiano são determinados para que se obtenha o espectro desejado do sinal [68].

A densidade espectral de amplitude e fase $S(f)$, do sinal de teste $S(t)$, foi obtida efetuando-se a filtragem do ruído branco no domínio da freqüência. Usando as propriedades da Transformada Discreta de Fourier (TDF), $S(f)$ pode ser expressa como:

$$S(f) = N_i(f) \cdot [H(f)]^{1/2}$$

onde $H(f)$ é a função de transferência do filtro gaussiano:

$$H(f) = \exp \left[-\frac{(f - \bar{f})^2}{2 \cdot (f_{ef})^2} \right]$$

e $N_i(f)$ a DFT de $n_i(t)$, um sinal aleatório com média zero e potência unitária, gerado de acordo com Forystone *et alii* [34]. A largura eficaz é f_{ef} e a frequência média é \bar{f} .

O sinal $S(t)$ foi obtido tomando a Transformada Discreta Inversa de Fourier (ITDF) de $S(f)$:

$$S(nT) = \text{ITDF}[S(kf)].$$

Para comparar os sinais no domínio do tempo, introduzimos restrições na classe de sinais (4.1, pag. 58). Se os sinais: original $S(t)$ e o interpolado $S_1(t)$ atendem às restrições:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |S(t)|^2 \cdot dt < \infty \quad \text{e} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |S_1(t)|^2 \cdot dt < \infty,$$

então, segundo o Teorema de Plancherel :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |S(t) - S_1(t)|^2 \cdot dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f) - S_1(f)|^2 \cdot df \quad (6.1)$$

onde $S(f)$ e $S_1(f)$ são as Transformadas de Fourier dos sinais. A relação (6.1) estabelece que se $S_1(t)$ é uma aproximação de $S(t)$ com um resto r , então $S_1(f)$ é uma aproximação de $S(f)$ com um resto r . Assim utilizamos o critério do erro quadrático entre os sinais, pois um segmento do sinal de desvio Doppler é quadrático-integrável. A comparação pode ser estendida para o critério do erro absoluto. Mas um resto nulo, segundo o critério do erro absoluto, não garante a inexistência de erros localizados (nos dois domínios). O erro absoluto é obtido pela diferença das amplitudes, entre o sinal original e o sinal interpolado, e será mostrado somente para localizar os erros mais pronunciados no domínio do tempo. Não efetuamos a integral (6.1), pois achamos mais informativo apresentar os erros em função do tempo.

No caso do sinal de desvio Doppler é conveniente usar um critério de comparação mais específico, que é a frequência média, pois está relacionada com a velocidade do

fluido. A vantagem deste critério decorre do fato de que a frequência média pode ser obtida sem a reconstrução do sinal original.

A comparação da frequência média da função densidade espectral de energia **DEE** de um segmento do sinal é simples (supondo que o segmento do sinal tenha energia finita), mas deve ser observado que nem sempre pode ser associada com a frequência média da função densidade de potência do sinal **DEP** (supondo que o sinal aleatório tenha potência finita). A associação das frequências médias pode ser efetuada na prática, desde que sejam observadas as restrições [79]. Convém mencionar que os valores resultantes da DEE, partindo da TDF de um segmento do sinal (Periodograma), são proporcionais aos resultados da DEP, usando o estimador de Blackman e Tukey (BT), quando a autocorrelação for estimada pelo método descrito por Parzen (descritos em [55]).

Foi utilizado o método de Welch [55] para diminuir a variância do espectro estimado, mas resultados parcialmente satisfatórios somente foram obtidos com elevada fragmentação do sinal, comprometendo o número de amostras disponíveis do espectro estimado. Métodos indiretos para a estimativa do espectro (modelagem do sinal) podem levar a resultados melhores, mas sempre com alguma informação adicional sobre o sinal [68, 85 e 55].

Para as análises, utilizamos a comparação das frequências médias das densidades espectrais de energia (**DEE**), partindo da TDF de segmentos dos sinais, lembrando que os suportes das funções DEE e DEP (estimada via método BT) são aproximadamente iguais, como mencionado. Quando a estimativa empregada foi a de Welch, a denominamos densidade espectral de potência (**DEP**), para distingui-las. As escalas das ordenadas das DEEs (Joules/Hertz) e DEPs (Watts/Hertz), nas próximas figuras correspondentes, são relativas, pois o conhecimento dos valores absolutos não é relevante para o estudo efetuado. Ressaltamos que o uso do termo DEE foi proposital, pois o critério da amostragem desenvolvido no capítulo IV está diretamente relacionado com o suporte do espectro de amplitudes e fases de sinais determinísticos. Ainda, o critério está diretamente relacionado com os limites do suporte do espectro do sinal. Assim, um procedimento alternativo para comprovar a validade do critério da amostragem interlaçada é a análise do suporte da DEE de um segmento do sinal.

O erro cometido na estimação da frequência média do sinal amostrado foi calculado, tomando como referência a frequência média do sinal simulado, determinada pelo filtro gaussiano. Para o sinal amostrado, o erro na estimativa da frequência média é a somatória de vários fatores comuns aos critérios da amostragem de primeira e segunda ordens, incluindo o erro cometido na estimação do espectro. Outro critério objetivo de comparação é a largura eficaz do espectro. No entanto, a variância da largura do espectro estimado é pronunciada, quando usados os métodos BT e Welch.

VI.2.1 Simulação de um sinal estacionário de banda espectral estreita: amostragem interlaçada de segunda ordem e reconstrução

Foi gerada uma seqüência com 1024 pontos. Cada elemento tem magnitude aleatória e variância unitária. O intervalo temporal entre os pontos é $T=10\mu\text{s}$. Foi aplicado a um filtro gaussiano com freqüência média de **5000 Hz** e largura eficaz de **500 Hz** ao sinal aleatório. Os gráficos do sinal pós-filtrado, $S(nT)$, e de sua densidade espectral de potência são mostrados na figura (VI.1).

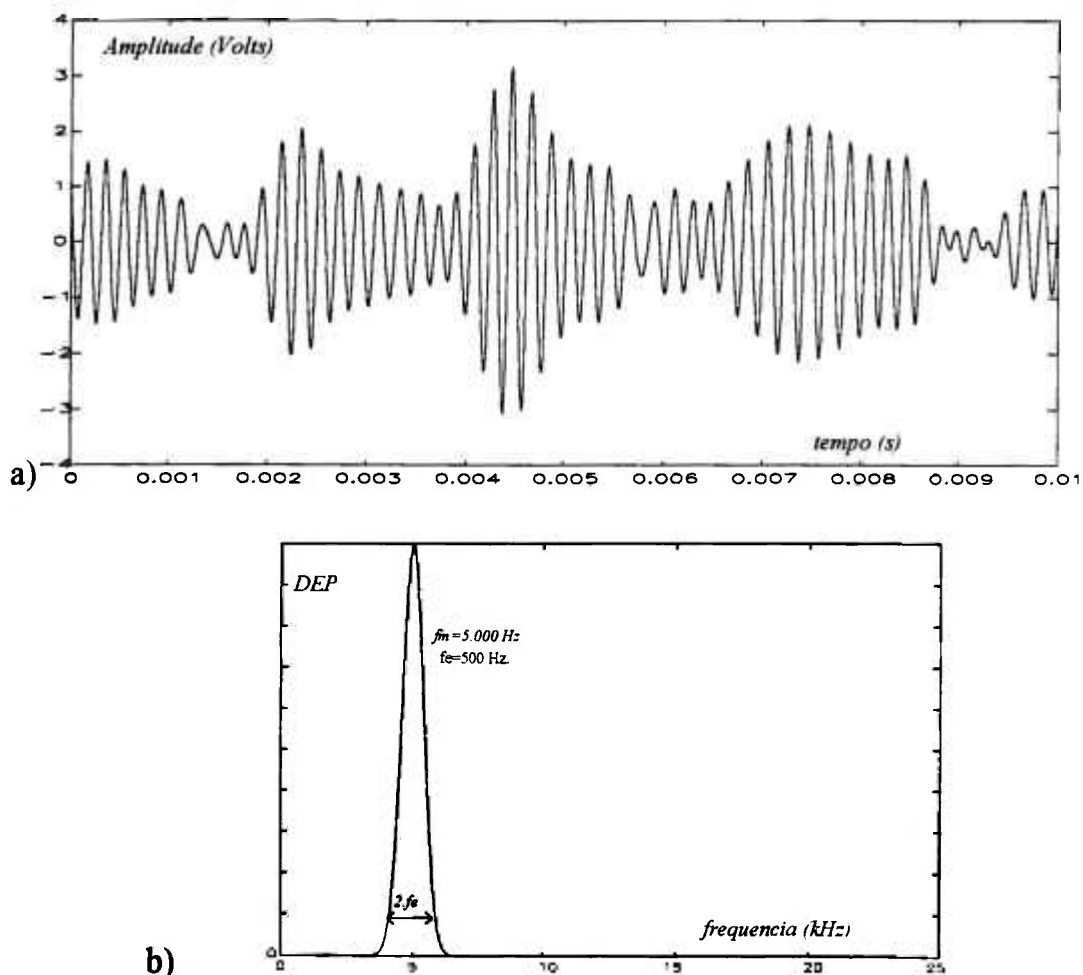


Figura VI.1 : a) Sinal resultante da filtragem gaussiana do sinal aleatório. b) Gráfico da densidade espectral de potência do sinal pós-filtrado.

O sinal de teste $S(nT)$ foi amostrado em intervalos regulares de $40\mu\text{s} = T_r$, gerando a seqüência $S_1(mT) = S(nT)$, para $n = 1, 5, 9, 13 \dots$ e zero o restante, $m = 1, 2, \dots, 1024$. Os gráficos do sinal sub-amostrado e de sua densidade espectral de energia são mostrados

na figura (VI.2), onde podemos observar a réplica gerada pela amostragem, ocupando o mesmo intervalo onde está localizado o espectro original (0, f_r).

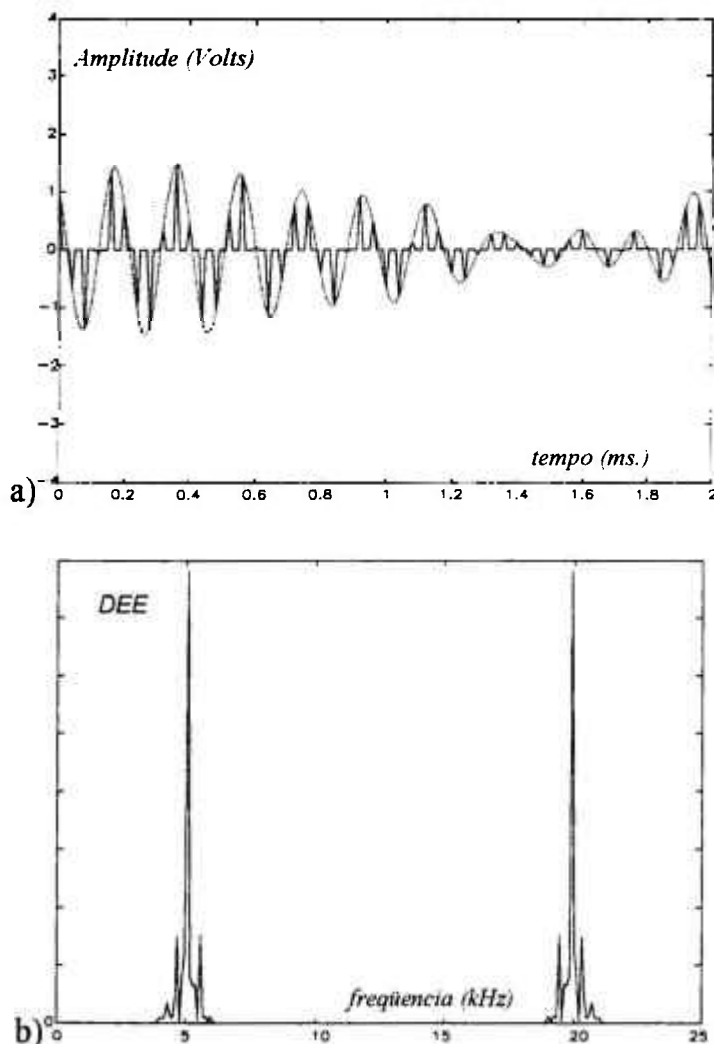


Figura VI.2 : a) Sinal de teste $S(t)$ amostrado em intervalos regulares. b) Densidade espectral de energia do sinal de teste amostrado, onde verificamos os espectros do sinal original e da réplica, gerada pela amostragem.

Uma segunda seqüência de amostras foi gerada, com atraso de $10\mu\text{s}$ com relação à primeira, gerando a seqüência $S_1(pT) = S(nT)$, para $n = 2, 6, 10, 14 \dots$ e zero o restante. Aplicando o critério da nulidade do espectro na origem, o sinal resultante da diferença entre as duas seqüência pode ser expresso como:

$$S_2(qT) = S_1(mT) - S_1[pT], \quad q = 1, 2, \dots, 1024.$$

Os gráficos da figura (VI.3) mostram o sinal $S_2(qT)$ e os espectros correspondentes (DEE e DEP). Na mesma figura é mostrada a DEE em escala logarítmica, onde verifica-se a total supressão do espectro original.

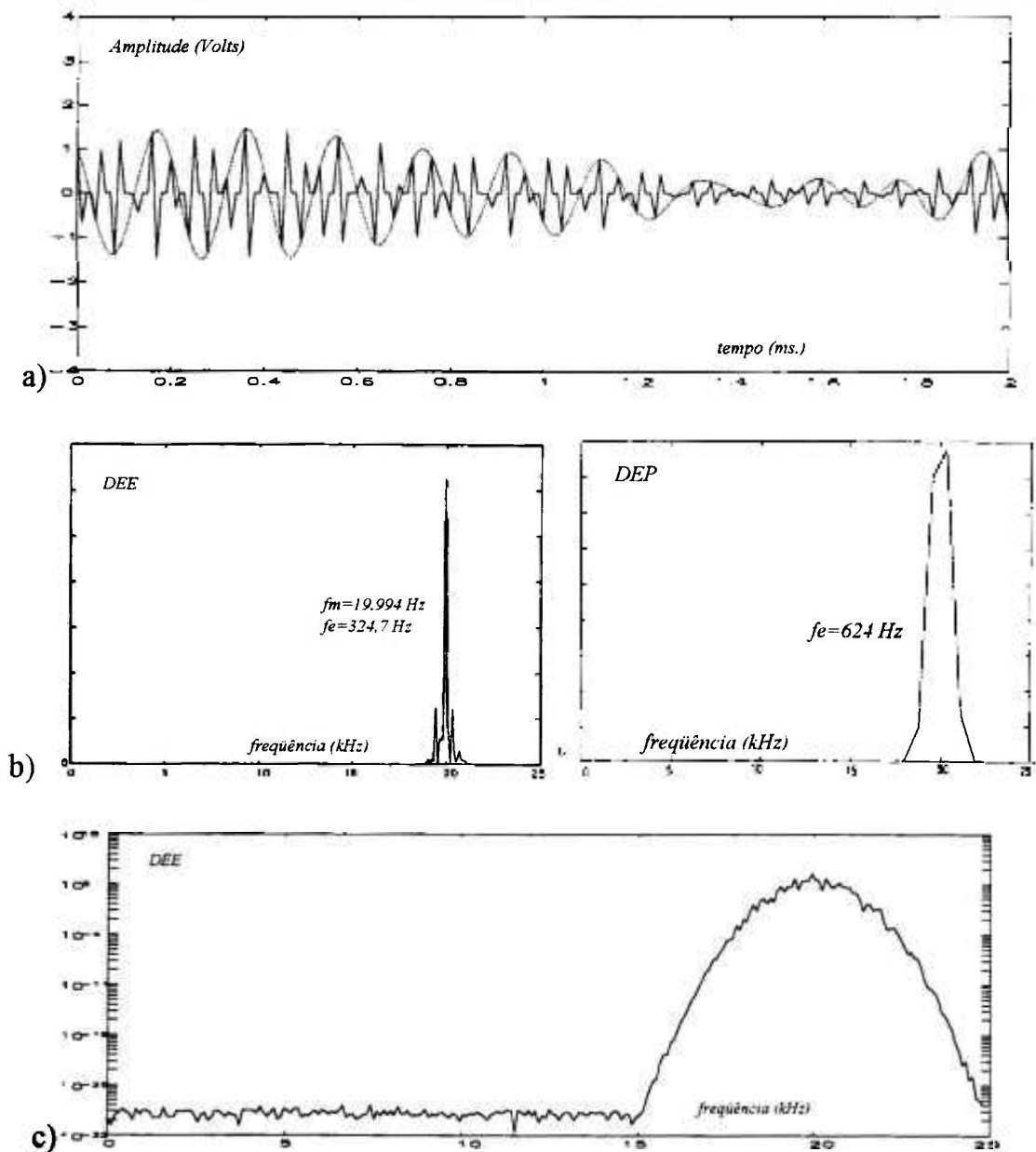


Figura VI.3 : a) Sinal de teste amostrado pela função de segunda ordem e correspondente Densidade espectral de energia em escala linear em (b) e em escala logarítmica em (c). Verifica-se que o espectro original foi totalmente suprimido.

A frequência média estimada do sinal S_2 foi **19.994 Hz**. Usando a relação (4.11, pag. 62), a frequência média estimada do sinal original é $25.000 - 19.994 = 5.006 \text{ Hz}$. O erro com relação à frequência média do sinal simulado é **0,1 %**. A largura eficaz estimada é **324,7 Hz** e **624 Hz**, e os erros são **18,8%** e **56%**, segundo os métodos BT e Welch respectivamente.

A reconstrução do sinal original foi obtida efetuando-se o procedimento descrito no Apêndice B. A figura (VI.4) mostra o gráfico do sinal reconstruído, sobreposto ao sinal original, e os gráficos dos erros absoluto e quadrático.

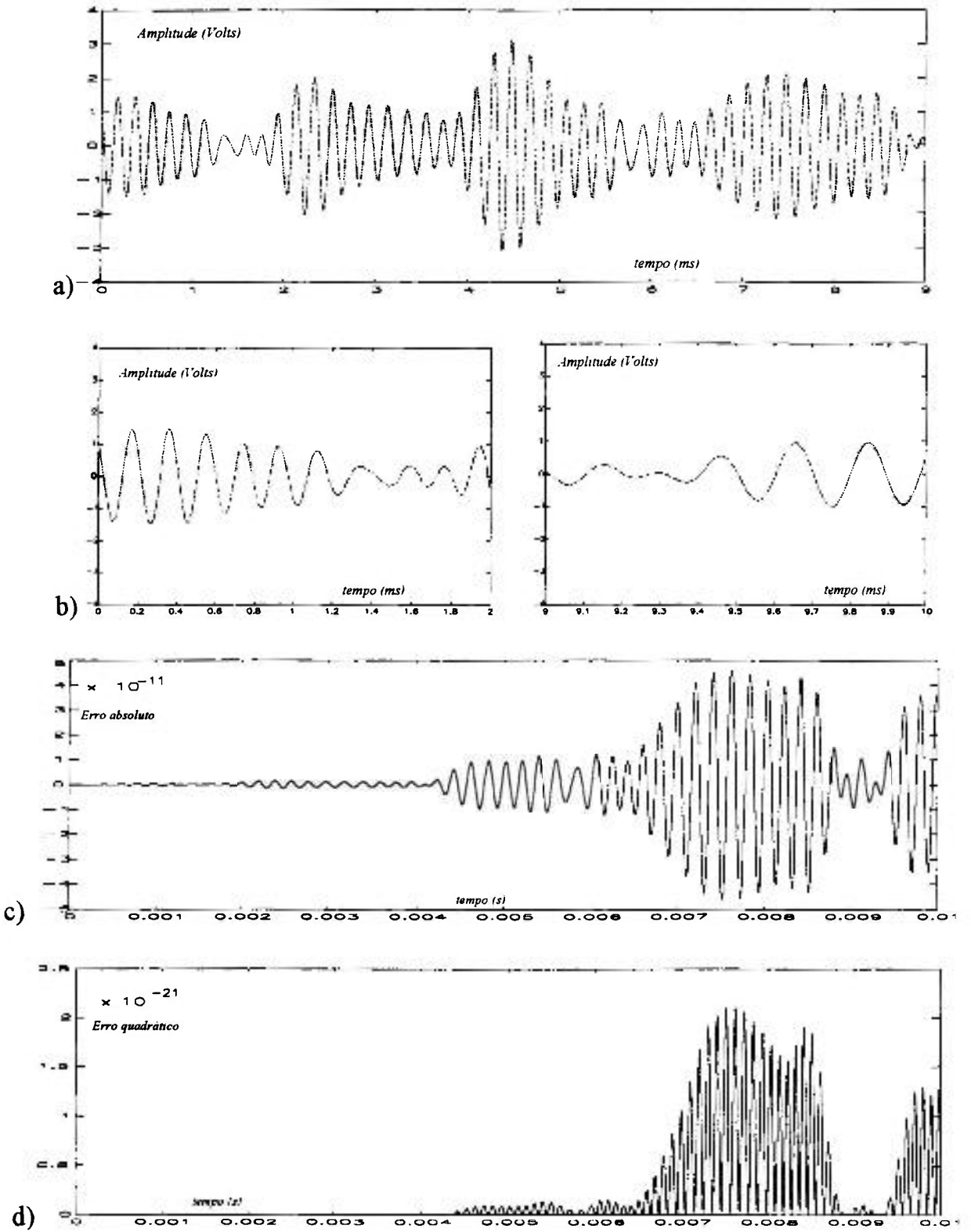


Figura 11.4: Gráficos do sinal simulado amostrado na forma interlaçada e reconstruído (linhas pontilhadas), sobreposto ao sinal original (em linha sólida) em (a); segmentos gráfico (a) em (b); erro absoluto (c) e erro quadrático (d) entre o sinal original e o reconstruído. Eixos verticais em volts (a), (b) e (c) e Volts^2 (c).

VI.2.2. Simulação de um sinal estacionário de banda espectral larga: amostragem interlaçada de segunda ordem e reconstrução

A figura (VI.5) mostra o gráfico de um sinal estacionário simulado. O sinal foi obtido pela filtragem gaussiana de ruído branco. A função de transferência do filtro tem frequência média em **15 kHz** e largura eficaz de **2.000 Hz**. A sequência tem 1024 pontos e o espaçamento entre pontos é de $10\mu\text{s}$.

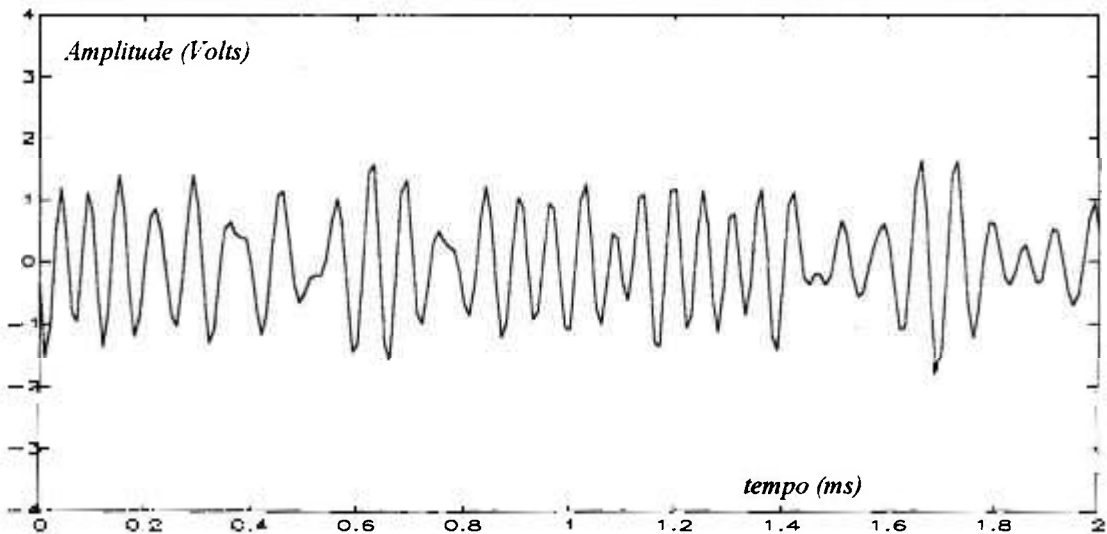


Figura VI.5: Gráfico de um segmento do sinal simulado, construído pela filtragem gaussiana de ruído branco. O filtro tem frequência média de 15 kHz e largura eficaz de 2.000 kHz.

Os espectros dos sinais simulado e do sinal sub-amostrado em intervalos regulares de $40\mu\text{s}$ ($f_s = 25\text{ kHz}$) são mostrados na figura (VI.6). Podemos verificar o espectro original e as réplicas geradas pela amostragem. Na mesma figura é mostrado o gráfico do espectro do sinal amostrado segundo o critério de amostragem de segunda ordem. A segunda sequência foi atrasada $10\mu\text{s}$, com relação à primeira. No gráfico podemos verificar a supressão do espectro original.

A frequência média estimada via DEE do sinal amostrado foi 10.125 Hz. Usando a relação (4.11, pag. 62), a frequência média estimada do sinal original é **14.875 Hz**. O erro com relação à frequência média do sinal simulado é de **0,8 %**. A largura eficaz estimada é **1.975 Hz**, e o erro na estimativa foi de **1,2 %**.

A figura (VI.7) mostra o gráfico do sinal amostrado reconstruído, segundo o método descrito no Apêndice B. O sinal reconstruído é mostrado sobreposto ao sinal

original, para uma análise qualitativa do método. A figura (VI.8) mostra os gráficos do erro absoluto e do erro quadrático entre o sinal original e o reconstruído.

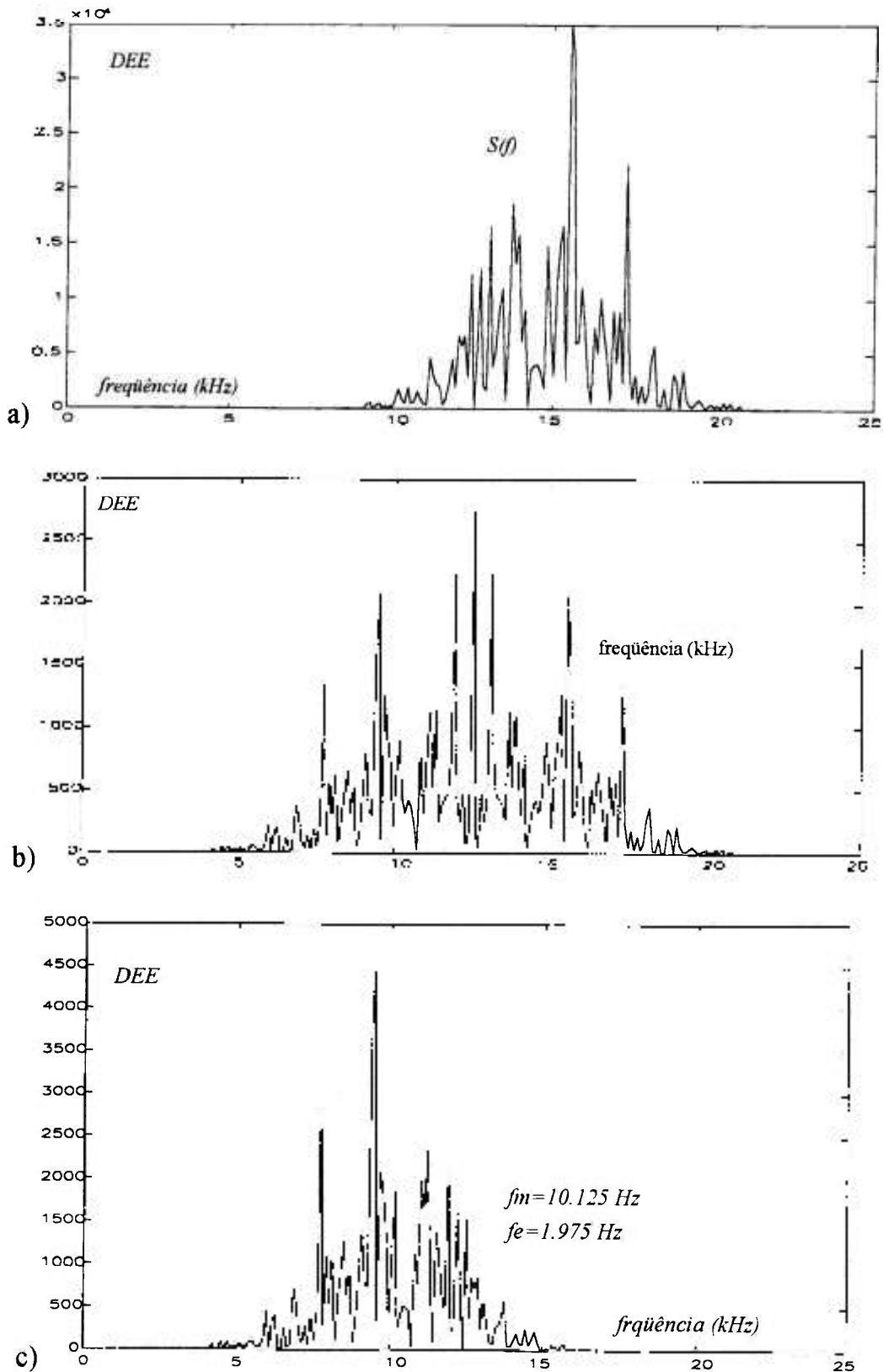


Figura VI.6: Gráficos dos espectros dos sinais: a) simulado; b) amostrado de primeira ordem; c) amostrado de segunda ordem.

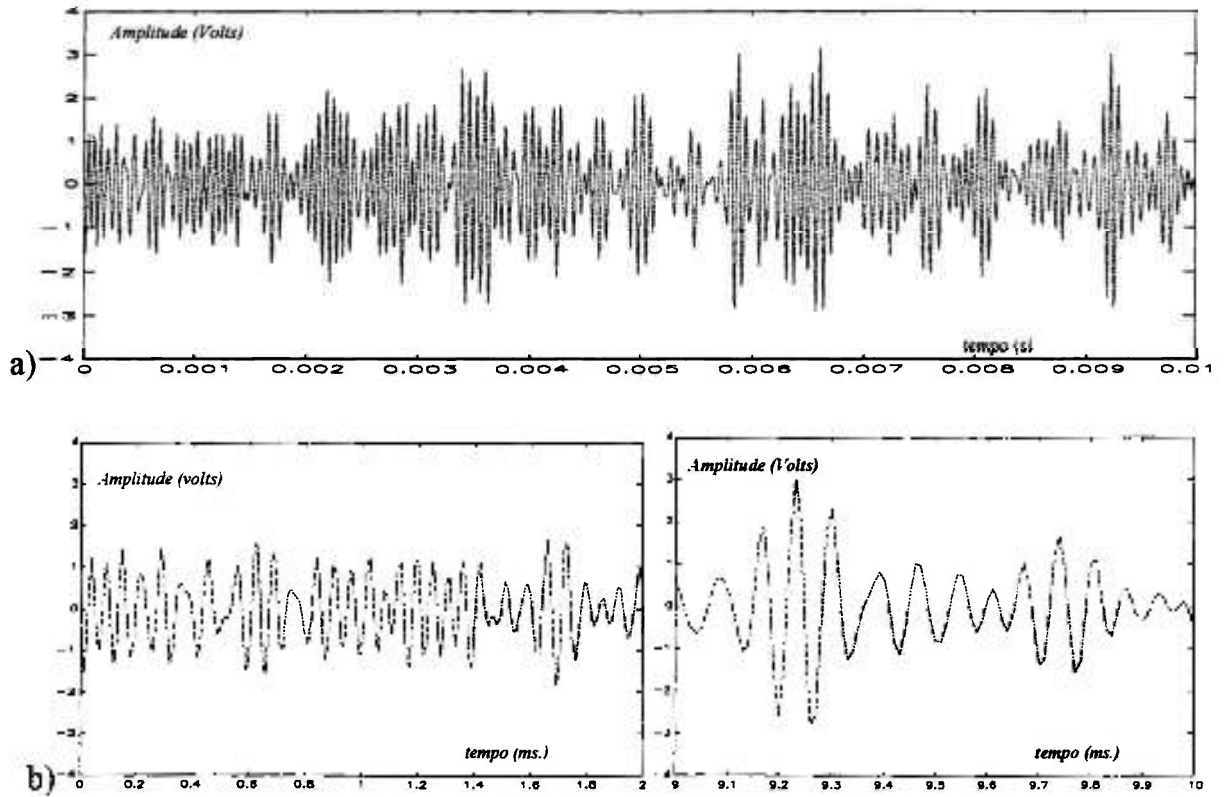


Figura VI.7: Gráficos dos sinais: simulado (linhas sólida) e reconstruído (linhas pontilhadas) em (a). Gráficos de segmentos do gráfico (a) em (b).

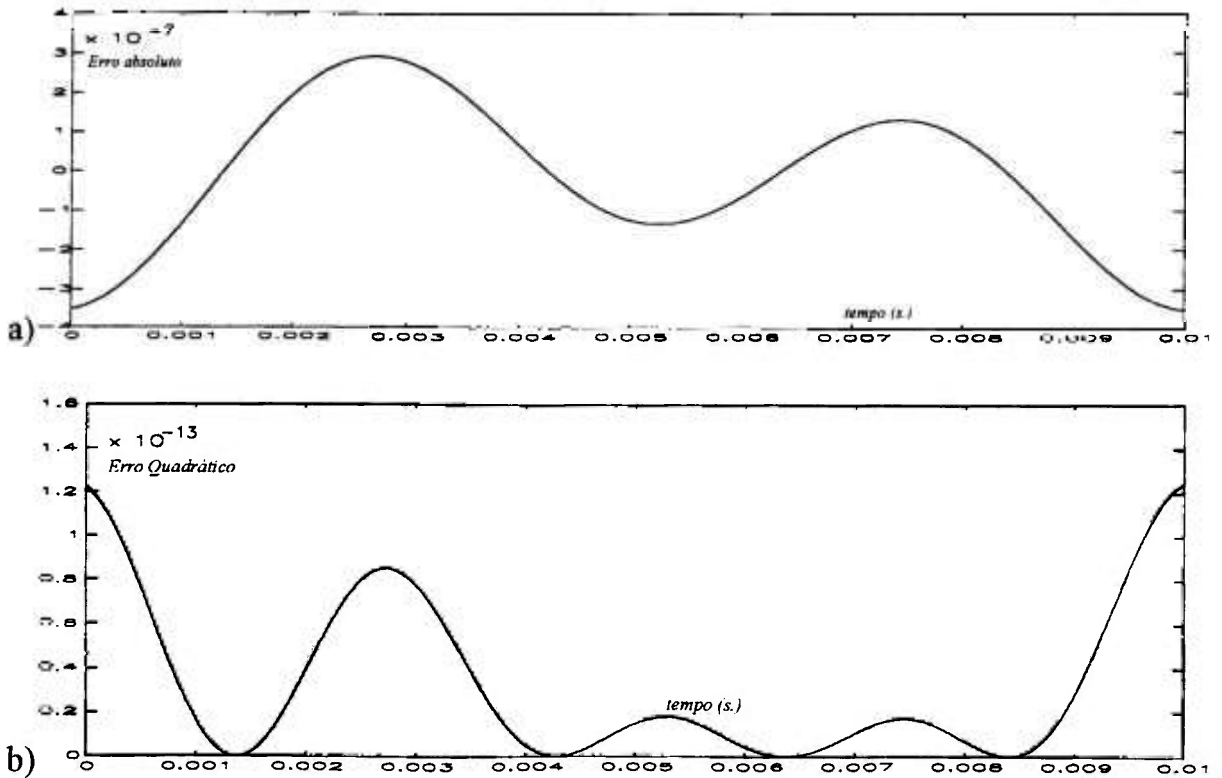


Figura (VI.8). Gráfico do erro absoluto (a) e do erro quadrático (b) entre o sinal original e o sinal reconstruído, em função do tempo. Eixo vertical em Volts (a) e Volts² (b) e horizontal em segundos.

VI.2.3. Discussões sobre os resultados obtidos pelas simulações

A função de interpolação usada para a reconstrução do sinal original (Apêndice B) é aplicável para séries de amostragem infinitas. Para séries finitas a geratriz do espectro do sinal amostrado não é um trem de impulsos. Como consequência a geratriz somente é nula na origem ($f = 0$), mas não próximo à origem. No Apêndice C é discutida a amostragem finita de uma função. No entanto, para as janelas temporais utilizadas nas simulações, o espectro original residual é desprezível. Verifica-se que para os sinais: sobre-amostrado (figura VI.3) e sub-amostrado (figura VI.6) (segundo o critério de Shannon), com e sem sobreposição espectral, ocorre a supressão do espectro original. Assim, na prática (para seqüências finitas), o espectro obtido pelo critério de segunda ordem é equivalente ao espectro obtido pelo critério de primeira ordem. A janela temporal escolhida (10,24 ms) foi em função da possibilidade de processamento em tempo real [84 e 85].

Os erros obtidos nas estimações das freqüências médias foram toleráveis, e decorrem principalmente dos métodos usados para a estimação dos espectros. Os erros obtidos nas estimativas das larguras eficazes foram pronunciados principalmente quando o espectro é estreito. Isto decorre do "vazamento espectral" provocado pela amostra finita do sinal. Como o alargamento espectral provocado pelo vazamento é simétrico, a estimativa da freqüência média não é muito afetada.

Considerando-se que não foi efetuada qualquer otimização da filtragem no domínio da freqüência, os erros obtidos (absolutos e quadráticos) nas amplitudes dos sinais amostrados e interpolados foram desprezíveis. A otimização não foi necessária pois as janelas temporais de amostragem e de filtragem são suficientemente longas para que não haja sobreposição significativa das réplicas do sinal reconstruído no domínio do tempo. Quando as janelas são pequenas, os erros nas extremidades do sinal recomposto é pronunciado. A análise no domínio do tempo confirma que os erros obtidos no domínio da freqüência decorrem dos métodos de análise empregados.

VI.3. Testes com o velocímetro

O sinal de desvio Doppler original contínuo no tempo não pode ser obtido no VDP. Desta forma não é possível comparar o sinal interpolado com o sinal original.

Quando o sinal é apropriadamente amostrado de acordo com o critério de Shannon, após a interpolação, o sinal obtido é uma aproximação do sinal original. Assim, nos experimentos foi assumido como referência o sinal amostrado e reconstruído, segundo o critério da amostragem de primeira ordem.

Para sinais sub-amostrados, segundo o critério de amostragem de primeira ordem, o sinal interpolado não pode ser tomado como referência. Nestas condições, tomamos como referência o sinal amostrado de segunda ordem.

Para a comparação quantitativa das informações contidas nos sinais amostrados, segundo os critérios de amostragem de primeira e segunda ordens, escolhemos a frequência média como critério. Contudo, ressaltamos que as comparações estão sujeitas aos erros cometidos nas estimativas das frequências. Para comprovar a validade do critério da amostragem interlaçada aplicada ao VDP, usamos o critério da supressão do espectro original. Com bases no desenvolvimento teórico efetuado no capítulo IV e nos resultados obtidos por simulação de seqüências finitas de amostragem, mostrados na seção anterior, achamos suficiente indicar a ocorrência da supressão do espectro original.

Para os experimentos com o velocímetro, o fluxo foi mantido em regime estacionário. O gerador de fluxo utilizado foi construído de acordo com Nogueira [73]. Foram utilizadas partículas de alumina com diâmetro médio de $3 \mu\text{m}$ como refletoras. O ângulo entre o feixe ultra-sônico e a direção de deslocamento das partículas foi ajustado em 45 graus. A figura (VI.9) mostra de forma esquemática o arranjo experimental. O tubo utilizado tem o diâmetro de 3 mm. O volume de amostragem do VDP foi ajustado para $(0,8 \times 1,0)$ mm (axial e radial). O volume de amostragem foi posicionado na região central do tubo. A distância de acesso foi de aproximadamente 5 mm. O atraso da seqüência interlaçada foi ajustado para $T_r/4$.

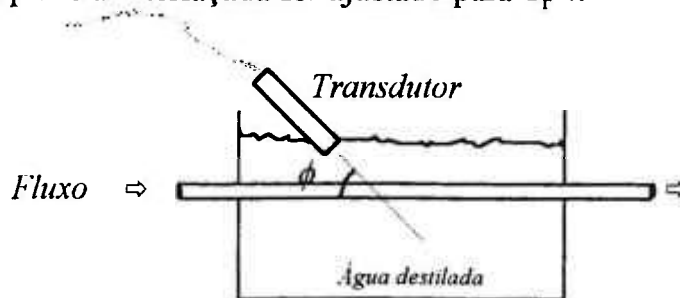


Figura VI.9: Arranjo experimental utilizado para os testes com o velocímetro. Um tubo com diâmetro de 3 mm foi imerso em água destilada e o transdutor ajustado para ângulo $\phi = 45$ graus.

VI.3.1. Sinal permanente senoidal

Antes de apresentar os resultados obtidos com os experimentos, nos quais os sinais originais não são conhecidos, mostraremos os resultados obtidos do velocímetro para um sinal conhecido.

O gráfico da figura (VI.10.a) mostra o sinal $I_1(t)$ (referente à figura V.3, pag. 82) obtido pela injeção de um sinal senoidal com frequência **20 kHz** acima da frequência do oscilador local do velocímetro (20.020 kHz). O sinal foi injetado no amplificador de alto ganho, com amplitude de 100 μ Volts. A densidade espectral de energia de $I_1(t)$, é mostrada no gráfico da figura (VI.10.b), onde podemos observar a réplica superior do sinal sub-amostrado no intervalo $(0, f_r)$.

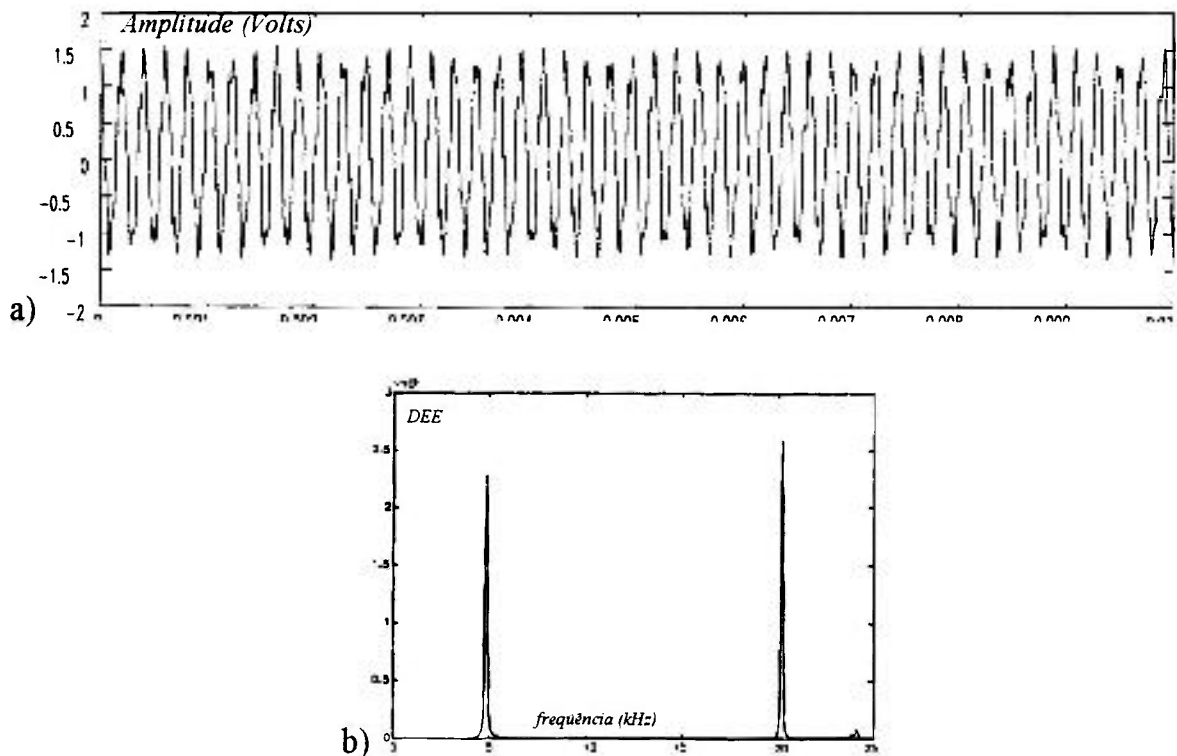


Figura VI.10: Sinal $I_1(t)$ obtido com a injeção de uma senóide, 20 kHz acima do oscilador local do velocímetro, amostrado em 25 kHz (a). Densidade espectral de $I_1(t)$, onde se verifica o espectro original (20 kHz) e a réplica superior (5 kHz) (b).

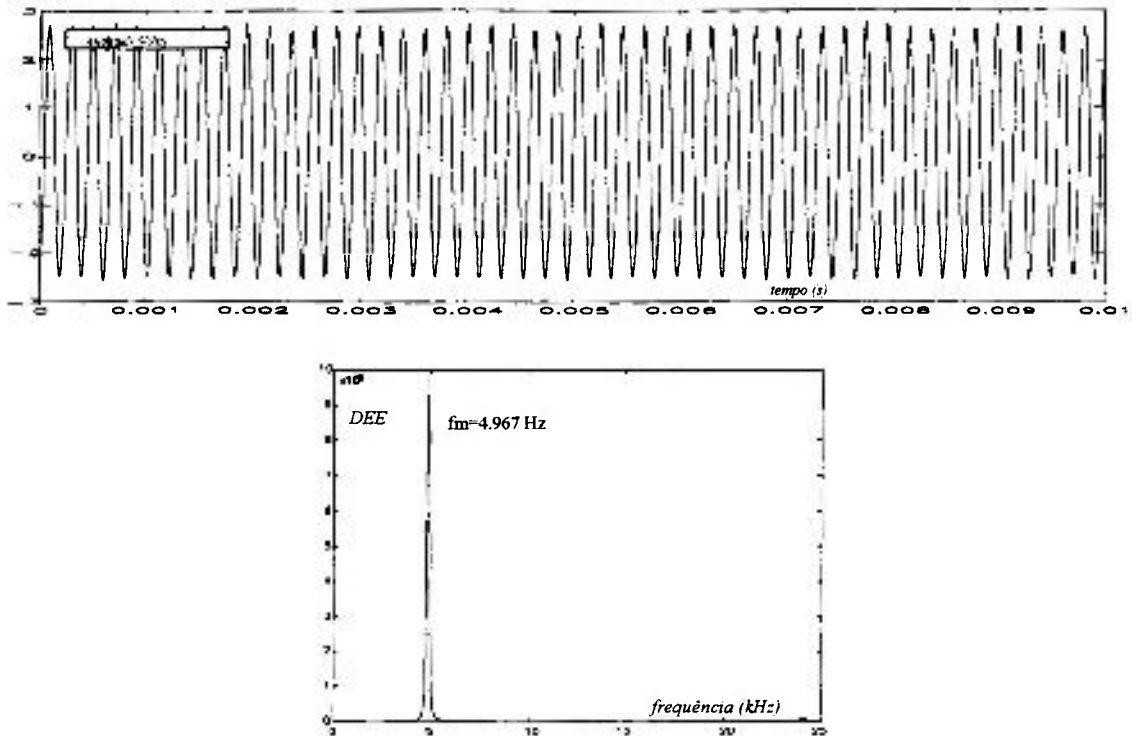


Figura V.11: Gráfico do sinal $I_2(t)$, resultante da injeção de um sinal senoidal com frequência 20 kHz superior ao oscilador local (a). A densidade espectral de energia de $I_2(t)$ é mostrada em (b).

O sinal $I_2(t)$ e sua DEE são mostrados nos gráficos da figura (V.11). Podemos observar somente a linha espectral da réplica superior, com frequência média de 4.967 Hz. Usando a relação (4.11, pag. 62), a frequência média do sinal é $f_m = 25.000 - 4.967 = 20.033$ Hz. O erro cometido na estimativa é 0,16%. O gráfico da figura (VI.12) mostra a DEE de $I_2(t)$ em escala logarítmica, com e sem a correção espectral $f/\text{Sin}(f)$. Verifica-se a atenuação do pico do espectro original, na ordem de 600 vezes com relação ao pico do espectro remanescente.

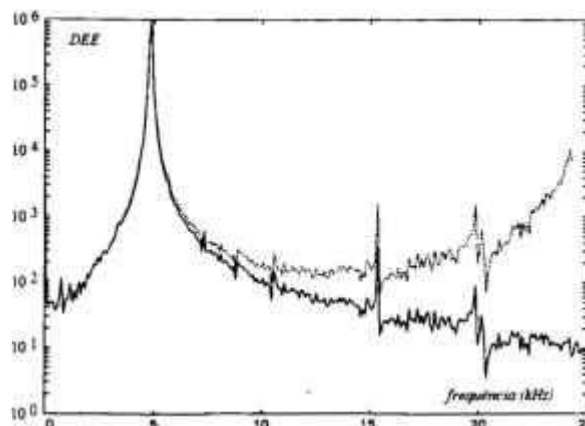


Figura VI.12: Densidade espectral de energia de $I_2(t)$ em escala logarítmica sem a correção $f/\text{Sin}(f)$ (linha sólida) e com correção (linha pontilhada). Mesmo com a correção espectral, o espectro original foi atenuado aproximadamente 600 vezes com relação a réplica remanescente.

VI.3.2. Sinal com frequência máxima menor que a frequência de Shannon

Para este experimento o fluxo foi ajustado de forma que a frequência máxima do espectro do sinal de desvio Doppler não ultrapasse $f_s/2$.

O gráfico da figura (VI.13) mostra um segmento do sinal $I_1(t)$ e a DEE correspondente. Verifica-se o espectro original no intervalo $(0, f_s/2)$ e a réplica superior, no intervalo $(f_s/2, f_s)$. Na figura (VI.14) é mostrado o gráfico do sinal $I_2(t)$ e o gráfico da DEE. A frequência média estimada da DEE do sinal $I_1(t)$, no intervalo $(0, f_s/2)$ foi **1.787 Hz**. Do sinal $I_2(t)$, no intervalo $(0, f_s)$ foi 23.220 Hz. Usando a relação (4.11, pag. 62), a frequência média é $f_m = 25.000 - 23.220 = 1.780$ Hz. O erro entre as frequências médias estimadas foi portanto de **0,4 %**.

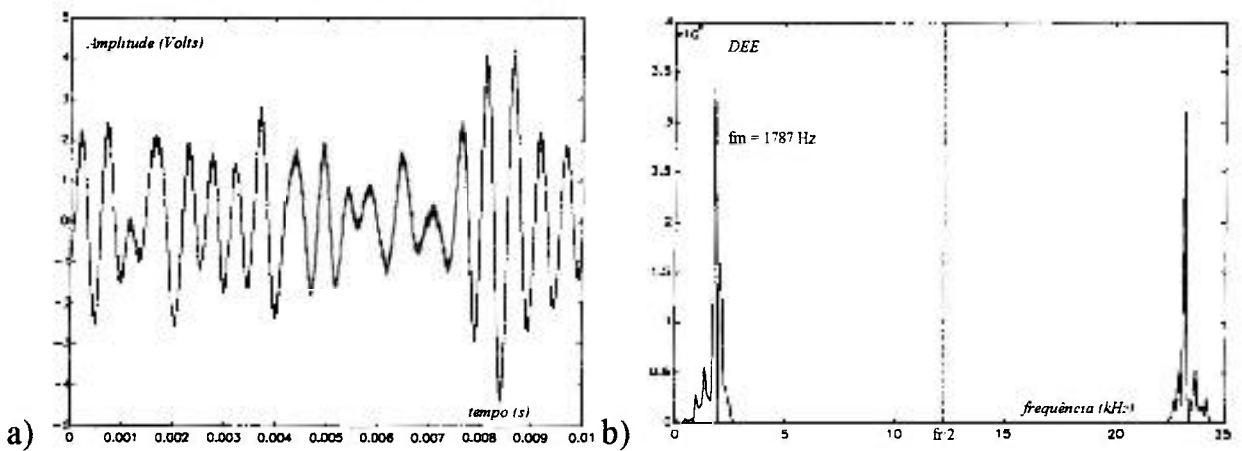


Figura VI.13: Gráfico do sinal Doppler amostrado retido em intervalos regulares de tempo (a) e densidade espectral de energia após a correção do espectro(b).

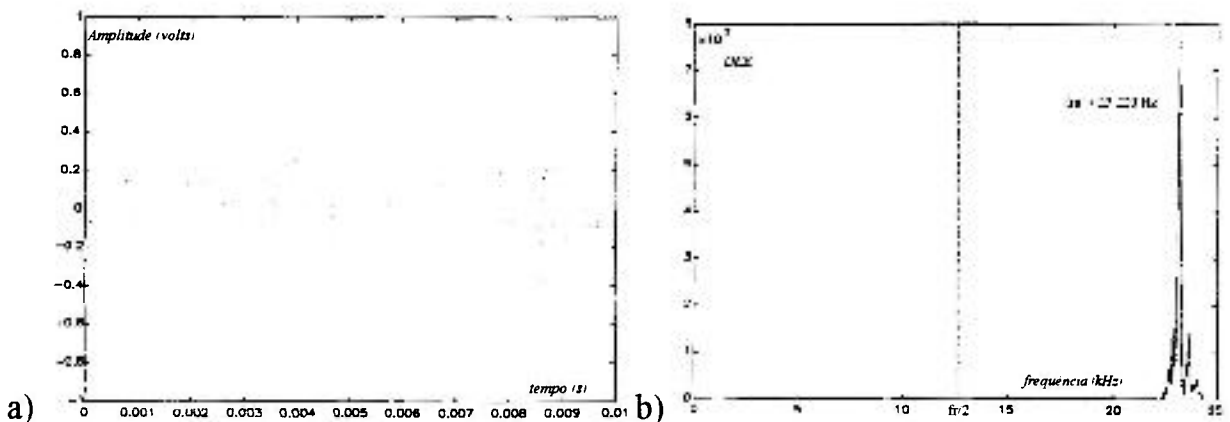


Figura VI.14: Gráfico do sinal Doppler amostrado retido na forma interlaçada (a) e DDE do sinal após correção do espectro.

A figura (VI.15) mostra o gráfico da DEP do sinal I_2 em escala linear e logarítmica e da DEE em escala logarítmica. A atenuação do pico do espectro original foi de aproximadamente 1000 vezes, com relação ao pico do espectro da réplica.

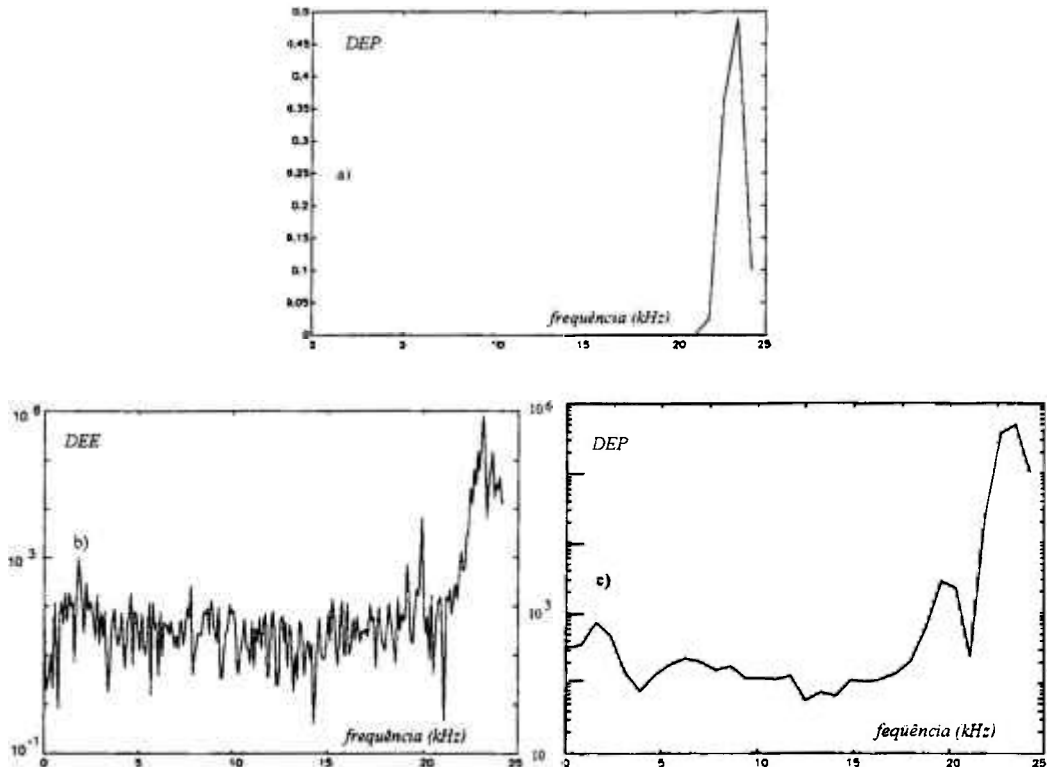


Figura VI.15: Densidade de potência do sinal Doppler amostrado na forma interlaçada (a) e (c) e densidade de energia (b).

O gráfico da figura (VI.16) mostra os espectros dos sinais I_1 e I_2 no intervalo (20 kHz, 30 kHz) sem a compensação $f/\sin(f)$. Note que no espectro de I_1 existe uma forte componente em 25 kHz. Esta componente é proveniente de interferências do oscilador (e divisor) local. Verificamos que após a supressão do espectro em nf_r , provocada pela amostragem/retenção, ocorrem interferências significativas principalmente no circuito elétrico de armazenamento do sinal amostrado, decorrente da alta impedância do circuito. O conhecido "vazamento" espectral que ocorre na TDF, provocado pela janela de amostragem temporal finita, pode obscurecer o intervalo próximo a f_r . O espectro de I_2 mostra a atenuação da interferência. A atenuação é decorrente do fato de que a interferência ocorre com coerência de fase entre os dois canais. A subtração das duas seqüências suprime sinais em fase. Os gráficos da figura (VI.17) mostram os espectros dos sinais I_1 e I_2 compensados pelo filtro $f/\sin(f)$. O corte do filtro foi efetuado 97 Hz abaixo de f_r . Este resultado mostra outra característica favorável da amostragem de segunda ordem com nulidade do espectro na origem.

Os gráficos da figura (VI.18) mostram o sinal $I_1(t)$, filtrado em f_r e o sinal $I_2(t)$ reconstruído. A reconstrução foi efetuada sem observar o atraso entre as seqüências, ou seja, somente efetuou-se a translação do espectro de I_2 para a origem, sem observar a amplitude e fase na translação. Este procedimento confirma outra característica útil da técnica: que as condições de detecção descritas no Apêndice B podem ser relaxadas quando a amplitude e fase do sinal recomposto não forem importantes.

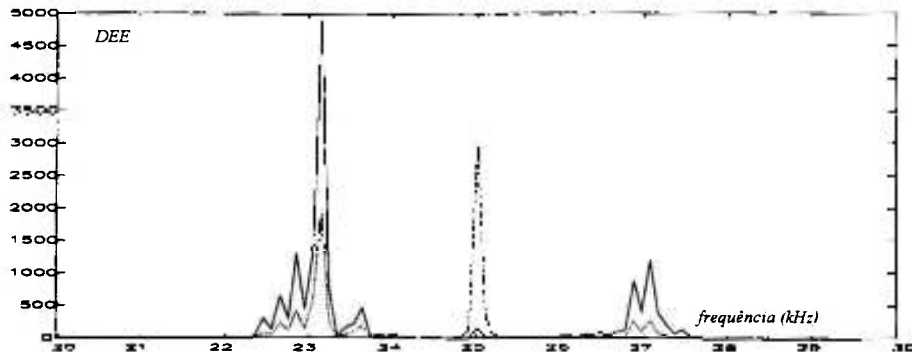


Figura VI.16: Gráficos do espectros dos sinais: amostrado de primeira ordem, em linha pontilhada e amostrado de segunda ordem, em linha sólida. Os espectros não foram compensados pelo filtro $f/\sin(f)$.

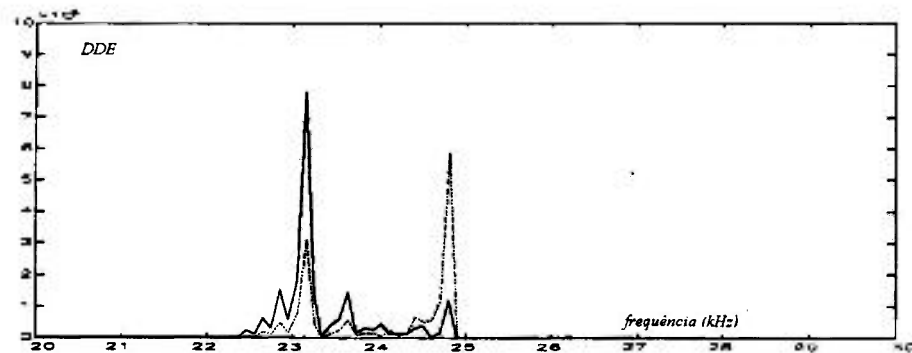


Figura VI.17: Gráficos dos espectros dos sinais: amostrado de primeira ordem, em linha pontilhada e amostrado de segunda ordem, em linha sólida. Os espectros foram corrigidos pelo filtro $f/\sin(f)$.

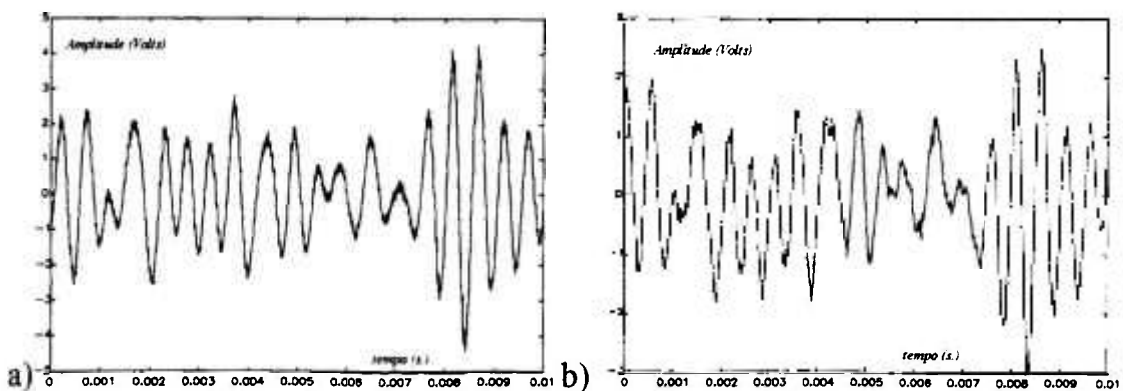


Figura VI.18: Gráficos do sinal Doppler amostrado e interpolado de primeira ordem (a) e sinal amostrado e interpolado, conforme o critério de segunda ordem (b).

VI.3.3. Sinal com frequência máxima igual à frequência de Shannon

Neste experimento, a velocidade de fluxo foi progressivamente aumentada, pouco além da velocidade máxima mensurável do VDP, quando operando com amostragem convencional. A figura (VI.19) mostra os gráficos dos sinais $I_1(t)$, $I_2(t)$ e do sinal reconstruído. A reconstrução apresentada indica amplitude e fase arbitrárias.

Os gráficos da figura (VI.20) mostram os espectros dos sinais $I_1(t)$ e $I_2(t)$. A frequência média estimada de I_1 foi **8.833 Hz** [no intervalo $(0, f_r/2)$], e a frequência média de I_2 foi 15.625 Hz. Usando a relação (4.11, pag. 62), a frequência média estimada do sinal original foi **9.375 Hz**. Nestas condições o VDP convencional indica uma frequência média **5,8 %** menor, mesmo sendo pequena a sobreposição espectral entre as réplicas.

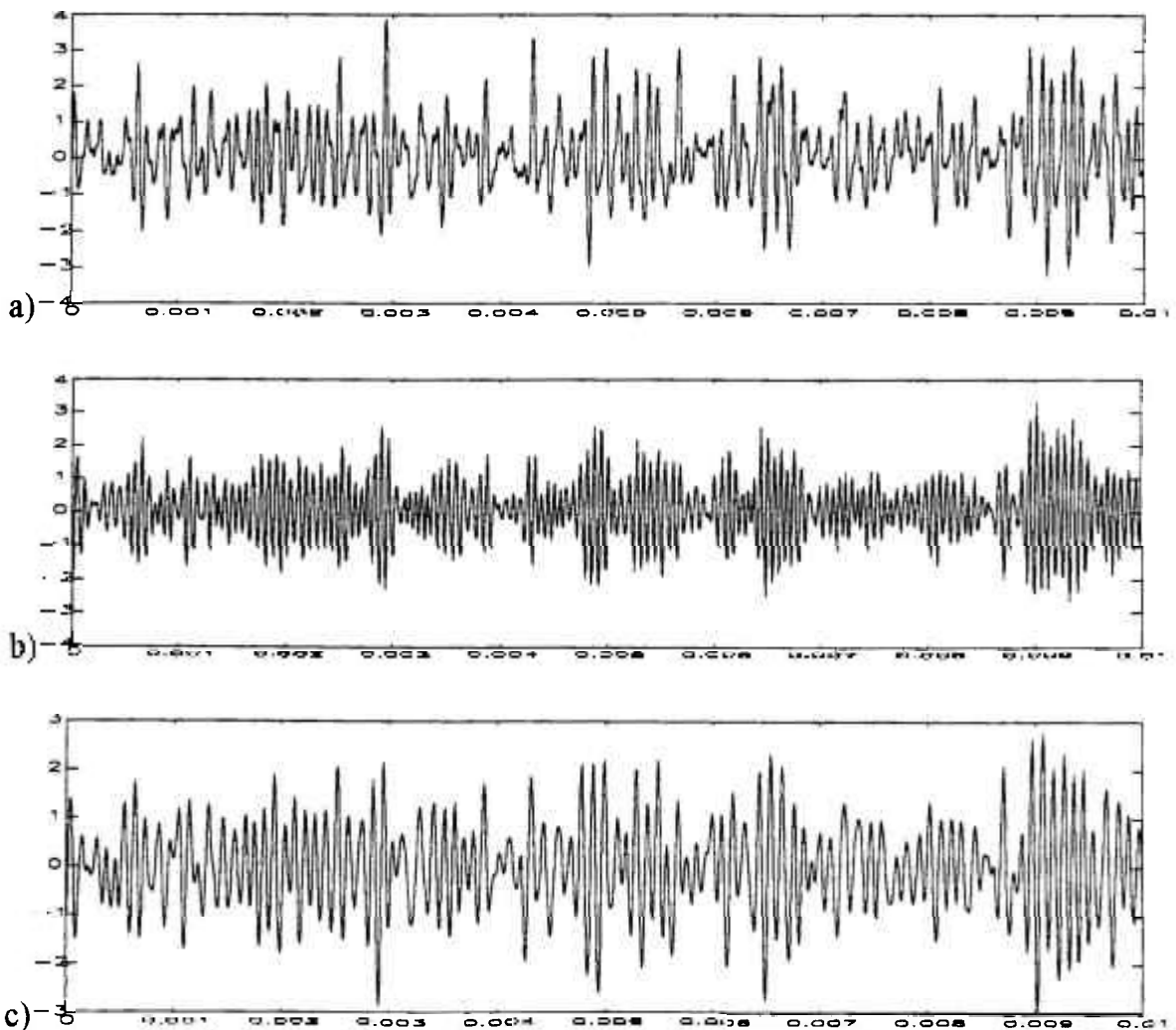


Figura VI.19: Gráficos do sinal Doppler: amostrado de primeira ordem (a); amostrado de segunda ordem (b) e reconstruído (c). Eixos verticais em Volts e horizontais em segundos.

A DEE do sinal I_1 , mostrada na figura (VI.20.a), aparentemente não apresenta simetria entre o espectro original e a primeira réplica, tendo $f_r/2$ como referência. O problema decorre do fato de que a TDF do sinal I_1 (limitado pela janela temporal) gera uma seqüência que corresponde às amostras do espectro nas frequências múltiplas de $1/NT$, sendo N o número de amostras e T o intervalo entre as amostras digitalizadas. Desde que o espectro do sinal I_1 é periódico, com período f_r , se $k/NT = f_r$ (k inteiro) não for observado, as amostras não são simétricas. Foi verificado que $k/NT \neq f_r$, e como o espectro apresenta largas variações de amplitude, aparentemente os espectros não apresentam simetria.

O espectro mostrado na figura (VI.21.a) foi obtido adicionando uma seqüência de 1024 zeros no fim da seqüência I_1 ("zero padding"). Podemos verificar que as amostras adicionais do espectro mostram mais claramente a simetria, pois foram adicionados 1024 pontos no espectro, melhorando a interpolação linear (usada para mostrar os gráficos). Ressaltamos que este procedimento não melhora a resolução em frequência do espectro e para nossos propósitos não apresenta ganho, exceto para o propósito de comparação visual das réplicas do espectro.

A figura (V.22) mostra a DEE e a DEP do sinal I_2 em escala logarítmica, onde pode ser verificada a supressão do espectro original. Não é possível identificar o pico do espectro original atenuado.

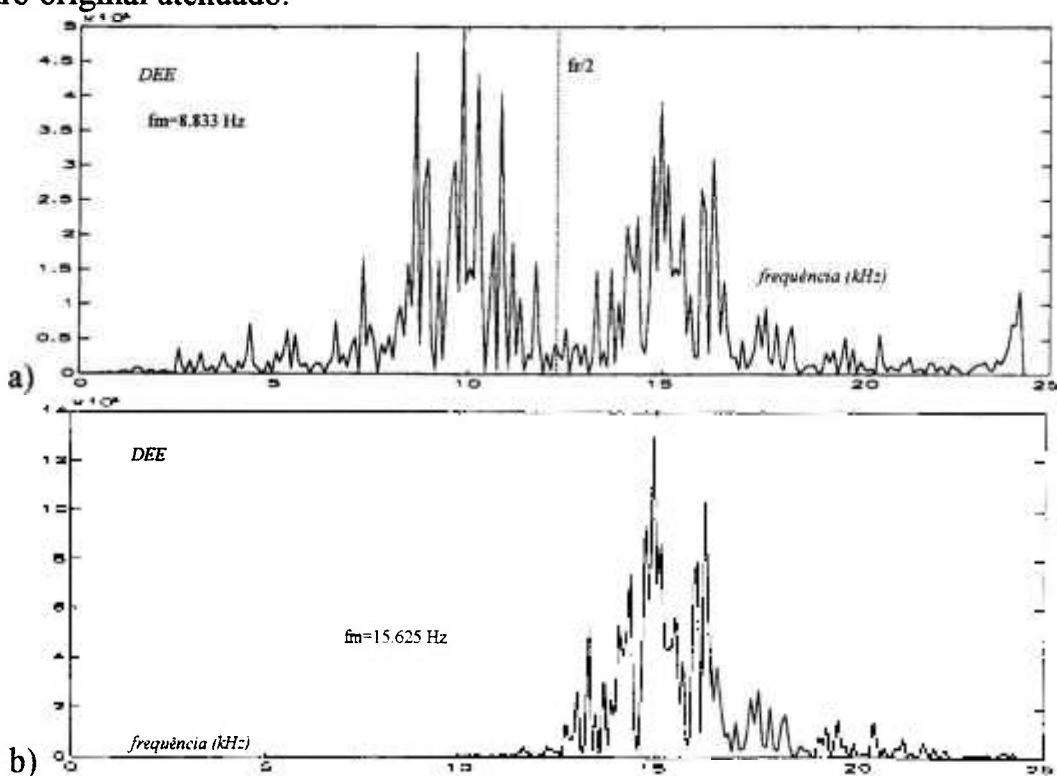


Figura VI.20: Gráficos da densidade espectral de energia do sinal Doppler amostrado segundo os critérios de primeira ordem (a) e de segunda ordem (b).

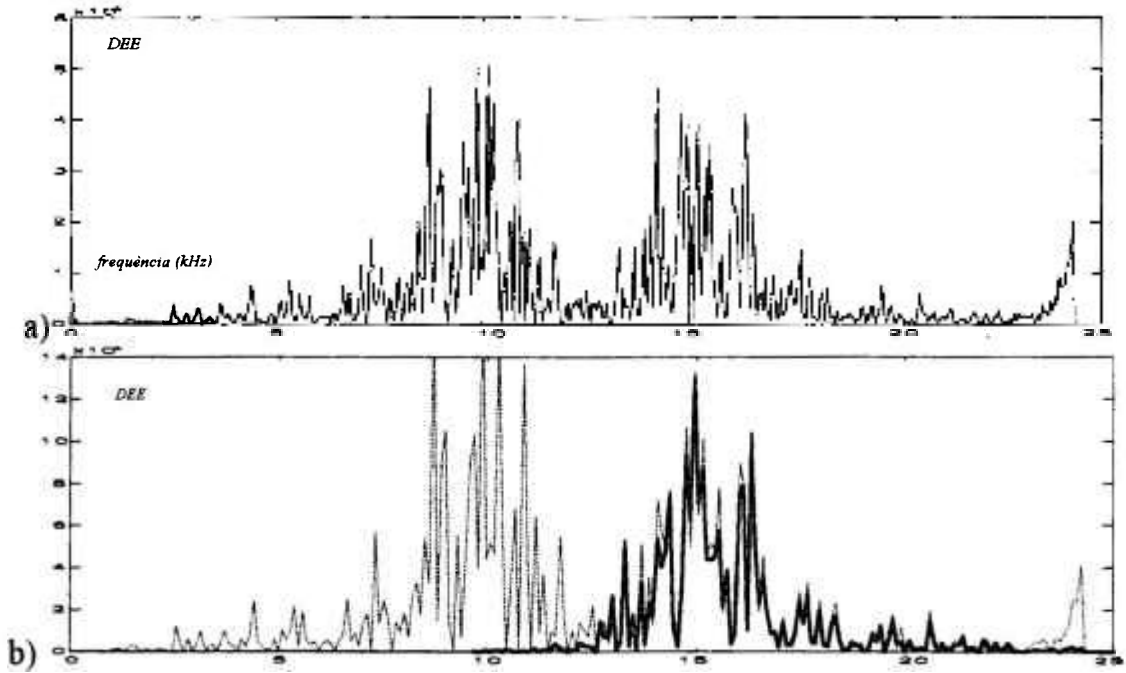


Figura VI.21: Gráficos das densidades espectrais de energia do sinal Doppler amostrado segundo o critério de primeira ordem (a). A seqüência digitalizada foi "zero padded" para aumentar o número de amostras do espectro. Em (b), gráfico da DEE do sinal amostrado de primeira ordem e sobreposto a DEE do sinal amostrado de segunda ordem (b).

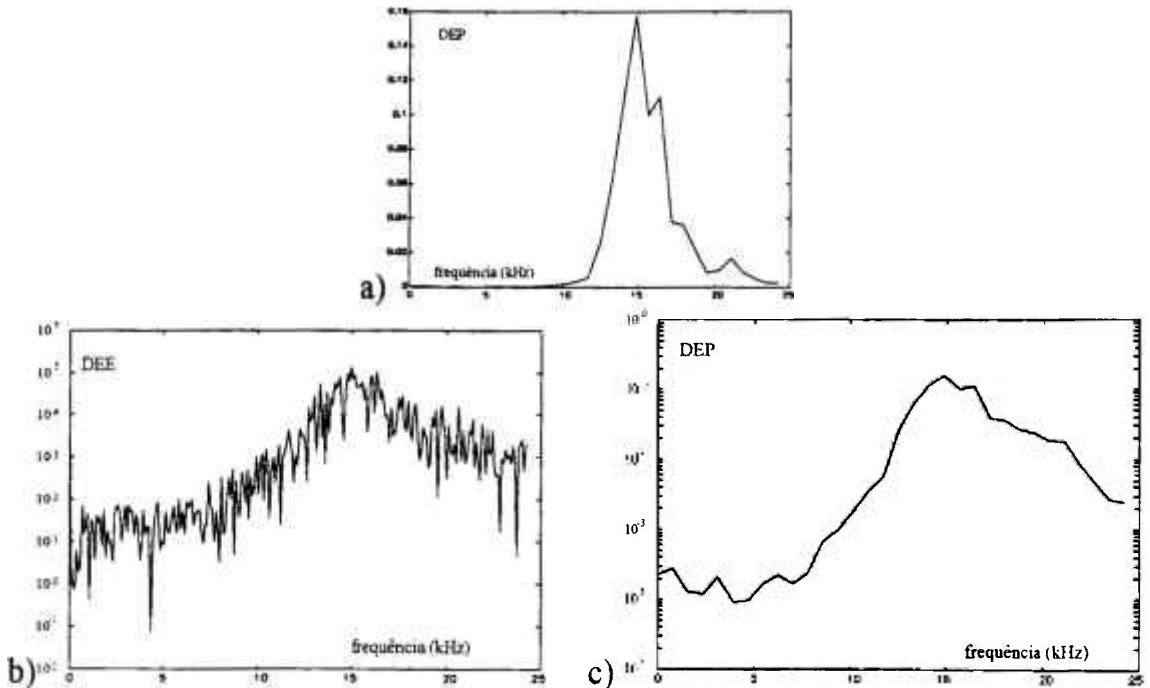


Figura V.22: Gráfico da densidade de potência do sinal amostrado de segunda ordem (a) e em (c) com escala logarítmica e DEE do mesmo sinal, em escala logarítmica (b).

VI.3.4. Sinais com as larguras espectrais maiores que a frequência de Shannon

Nas mesmas condições experimentais, o fluxo foi progressivamente aumentado, de forma que a frequência máxima e a largura do espectro do sinal Doppler ultrapassaram $f_s/2$. Nestas condições, os sinais I_1 e I_2 de duas seqüências S_1 e S_2 são mostrados nos gráficos da figura (VI.23). A seqüência S_1 foi obtida para a velocidade do fluxo menor que S_2 .

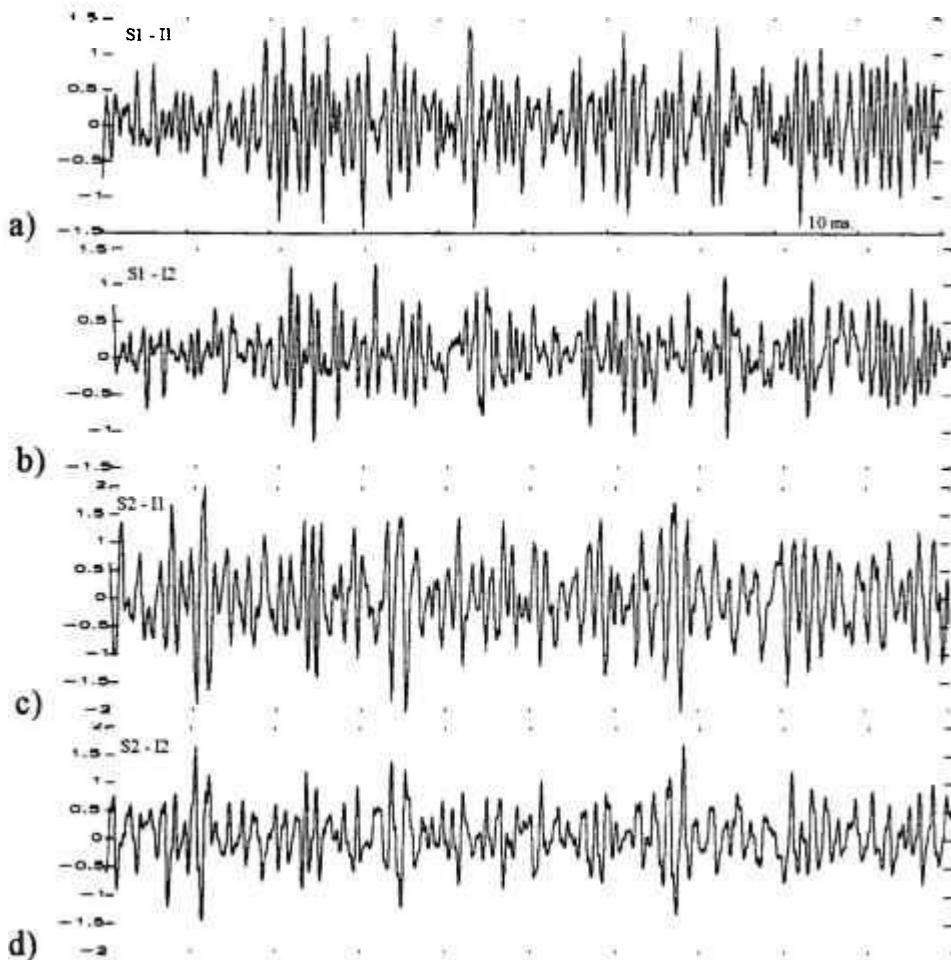


Figura VI.23: Gráficos dos sinais Doppler amostrados de primeira ordem (I_1) e amostrados de segunda ordem (I_2) de duas seqüências (S_1 e S_2). Cada seqüência foi obtida em condições diferentes de fluxo.

As DEEs das duas seqüências são mostradas nos gráficos da figura (VI.24), com as correspondentes frequências médias. As frequências médias referentes às seqüências amostradas de primeira ordem foram obtidas no intervalo $(0, f_s/2)$. Podemos observar os

espectros das seqüências amostradas segundo o critério de segunda ordem totalmente resolvidos no intervalo $(0, f_r)$. No espectro da segunda seqüência é possível distinguir visualmente os espectros de I_1 sobrepostos, quando comparado com o espectro de I_2 . Desde que os sinais amostrados de primeira ordem não obedecem ao critério de Shannon, não é possível comparar as freqüências médias de I_1 e I_2 nas condições do experimento. Na figura (VI.25) é mostrada a DEE e a DEP em escala logarítmica das seqüências amostradas segundo o critério de segunda ordem. Não é possível identificar precisamente o espectro original na DEP de S1-I2. Mas a DEP de S2-I2, aparentemente, indica a supressão de aproximadamente 100 vezes.

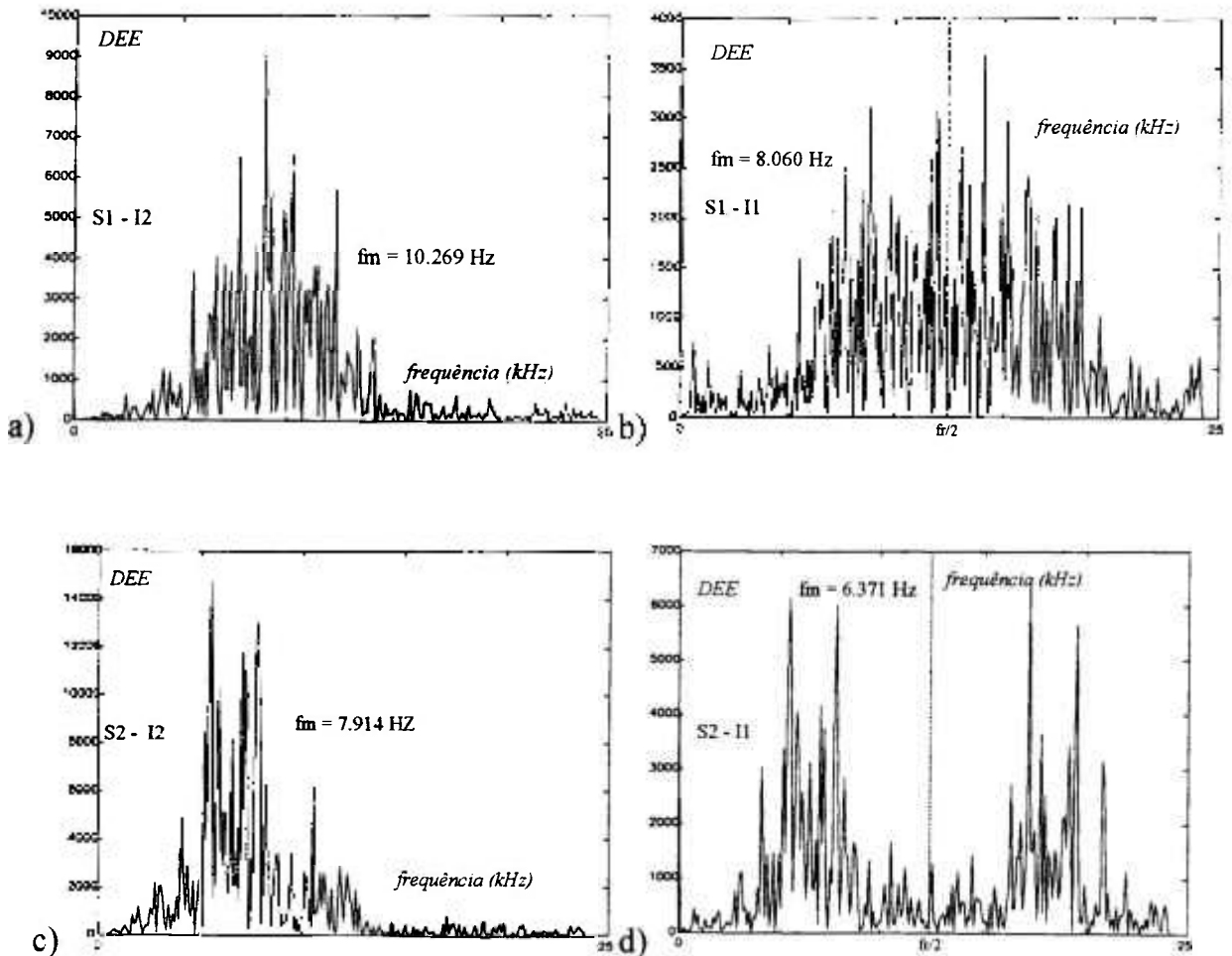


Figura VI.24: Gráficos da DEE do sinal Doppler (I_1 e I_2) obtido de duas seqüências (S_1 e S_2), para velocidade de fluxo progressivamente maior.

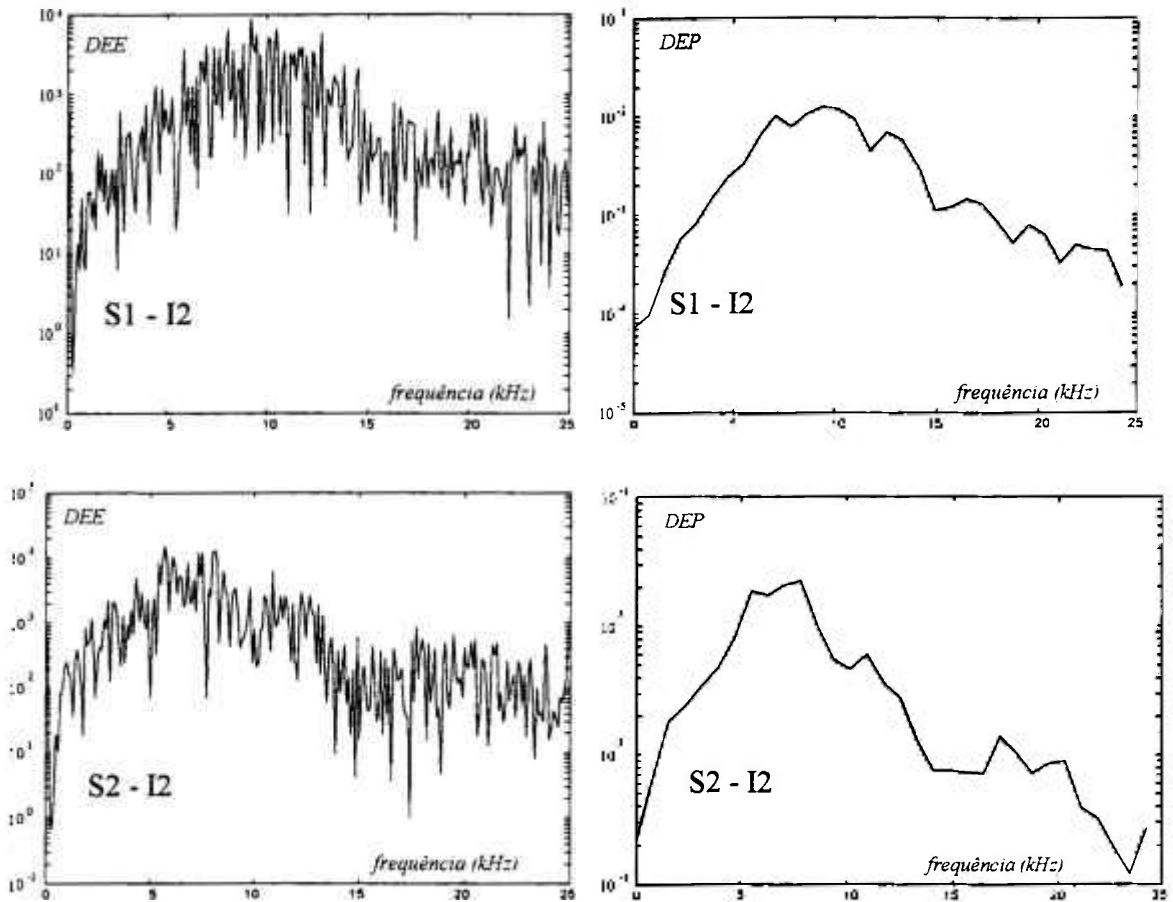


Figura VI.25: Gráficos em escala logarítmica da DEE e DEP do sinal Doppler amostrado de segunda ordem, obtidos em duas seqüências (S_1 e S_2), para velocidade de fluxo progressivamente maior.

VI.3.5. Análise do ruído térmico

Para estudar o ruído do sistema, interrompeu-se o fluxo do arranjo experimental em que foram obtidos os sinais anteriormente descritos. O atraso da seqüência interlaçada foi ajustado para $T_r/2$. Nestas condições, os sinais $I_1(t)$ e $I_2(t)$ são compostos de ruído intrínseco do velocímetro e de interferências locais e de radiodifusão. O ruído intrínseco é predominantemente térmico.

Os gráficos da figura (VI.26) mostram as densidades de energia de um segmento do sinal $I_1(t)$ e $I_2(t)$, com e sem a compensação $f/\text{Sin}(f)$. Sem a compensação observa-se a distorção do espectro causada pela amostragem/retenção. Com a compensação, observa-se a correção espectral. Mesmo que a DEE apresente resultados estatisticamente inconsistentes, é possível observar que a amplitude média da DEE de I_2 é o dobro da de

I_1 , quando compensadas em frequência. A figura (VI.27) mostra as autocorrelações dos sinais I_1 e I_2 compensados e filtrados. O filtro do sinal I_1 tem frequência de corte em f_c e o de I_2 , em $f_c/2$. O máximo da autocorrelação mostra que a potência de I_1 é aproximadamente o quádruplo da potência de I_2 , confirmando o esperado na seção V.4.

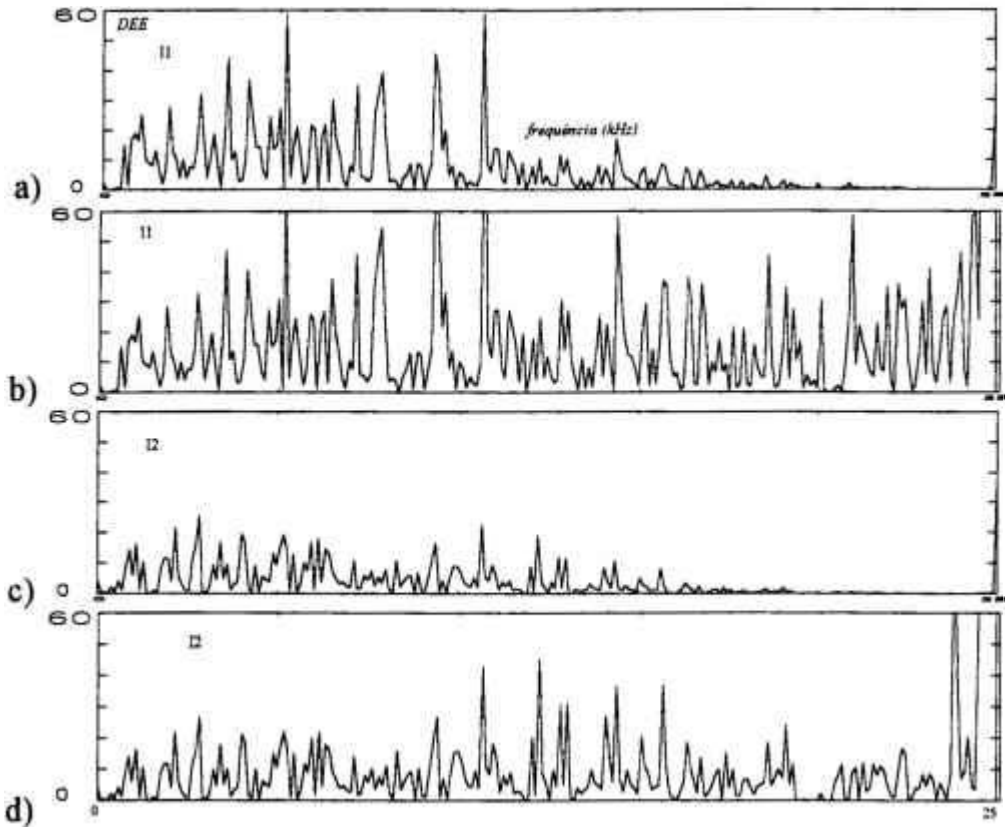


Figura VI.26: Gráficos da DEE dos sinais: I_2 sem compensação $f/\text{Sin}(f)$ (a) e com compensação (b); I_1 sem compensação (c) e com compensação (d). Os sinais foram obtidos com fluxo interrompido.

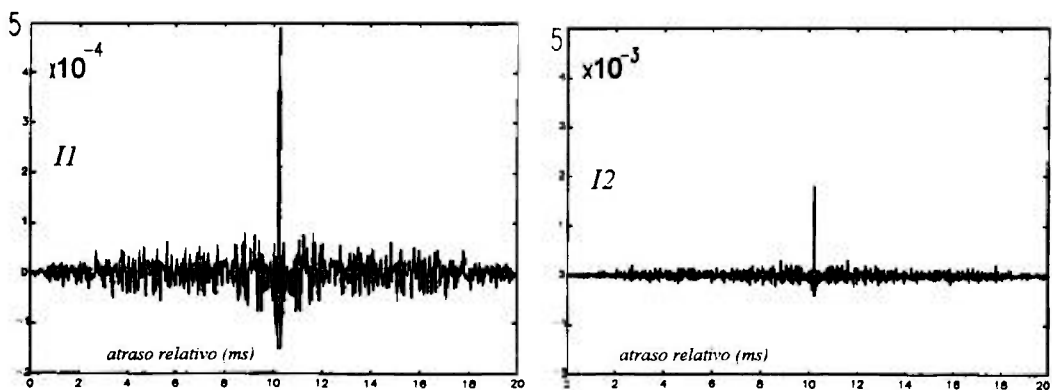


Figura VI.27: Gráfico da autocorrelação dos sinais I_2 e I_1 com correção espectral $f/\text{Sin}(f)$. Os sinais foram obtidos com o fluxo interrompido. O pico da autocorrelação foi transladado para $t = 10.24$ ms.

Para verificar a capacidade do VDP detectar velocidades muito baixas, foi injetado, no amplificador de alto ganho do receptor do velocímetro, um sinal senoidal 1

kHz acima da frequência do oscilador local (20.001 kHz). O atraso relativo entre as seqüências foi ajustado para $T_r/4$ e a amplitude da senóide para uma relação sinal/ruído do sinal I_2 de 0 dB. O gráfico da figura (VI.28) mostra a DEE (com correção espectral $f/\sin(f)$) do sinal I_2 . Podemos observar a DEE do ruído corrigida no intervalo $(0, f_c)$ e a primeira réplica do espectro original. Verifica-se que o pico do espectro original foi atenuado aproximadamente 600 vezes, com relação ao pico da réplica.

A figura (VI.29) mostra os gráficos do sinal I_1 , I_2 e do sinal recuperado, indicando que nestas condições o sinal I_2 não é degradado pelo processo de correção espectral.

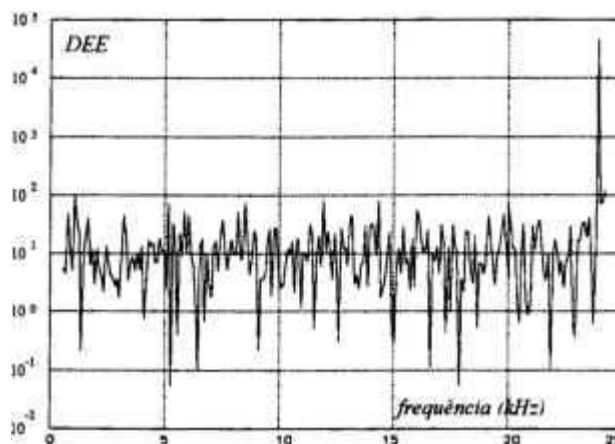


Figura VI.28: Gráfico da DEE do sinal I_2 obtido pela injeção de uma senóide 1 kHz acima da frequência o oscilador local do velocímetro.

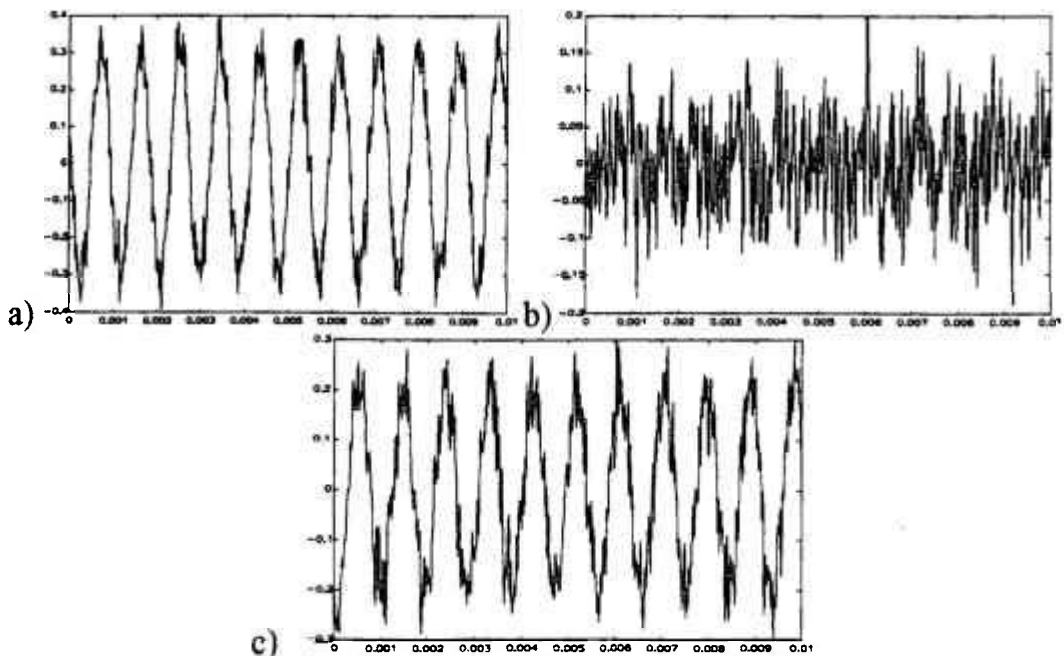


Figura VI.29: Gráficos do sinal I_1 (a) I_2 (b) e do sinal reconstruído de I_2 (c). Os sinais foram obtidos pela injeção de um sinal senoidal 1 kHz acima da frequência do oscilador local do velocímetro.

VI.3.6. Discussões sobre os resultados obtidos com o velocímetro

A subtração da seqüência interlaçada com a seqüência convencional de amostras provoca a supressão do espectro do sinal original. A supressão do espectro original depende de vários fatores. Os resultados obtidos com a simulação do processo de supressão (seção VI.2) indicaram que, para as janelas temporais utilizadas, o termo não nulo da geratriz na origem é desprezível.

No velocímetro, a subtração das duas seqüências é efetuada após a amostragem e retenção do sinal detectado. Assim, a supressão do espectro original não depende dos filtros analógicos pós- amostragem/retenção. Os resultados obtidos nos experimentos mostram que o espectro original residual é desprezível.

Se existir erro nos atrasos temporais entre a seqüência interlaçada transmitida e a seqüência interlaçada de amostragem, o sinal resultante não representa o volume de amostragem em estudo. Quando o erro é pronunciado, o espectro original não é suprimido. Foi verificado nos experimentos que o ajuste entre as seqüências (de amostragem e de transmissão) não é crítico. Contudo, espera-se que, minimizando o erro entre os atrasos das seqüências, a atenuação do espectro original seja maior. A atenuação do espectro original, para o sinal descrito em (VI.3.4), aparentemente menor que os anteriores, pode ser decorrente de dois fatores: i) o espectro é largo e a DEE e a DEP não podem resolver os picos; ii) erro no atraso entre as seqüências amostradas. Para o sinal em questão, a velocidade média estimada é 1,2 m/s. O tempo de trânsito é aproximadamente 650 μ s. Como o intervalo entre as seqüências é de 10 μ s, descartamos a possibilidade de que tenha ocorrido pronunciada incoerência entre as amostras das duas seqüências.

Para o sinal descrito em (VI.3.2), o erro na estimativa da freqüência média do sinal I_2 foi pequeno, tomando como referência a estimativa da freqüência média do sinal I_1 . Assim, os resultados da subseção (VI.3.3) mostram que, quando o sinal I_1 é sub-amostrado, mesmo sendo pequena a sobreposição espectral, o erro cometido na estimativa da freqüência média é grande.

O espectro do ruído térmico do velocímetro, mostrado na figura (VI.26), após corrigido, apresentou-se uniforme no intervalo $(0, f_r)$. A potência do ruído de I_2 quadruplicou com relação a de I_1 , confirmando o esperado. Nestas condições não há degradação na relação sinal/ruído. Não foi possível efetuarmos testes para atrasos relativos próximos ao intervalo $(0, T_r)$. Nestas condições o sinal I_1 (antes de digitalizado) é fortemente atenuado. O ruído e interferências são muito maiores e os erros de quantização são intoleráveis para o digitalizador empregado (8 bits).

Uma alternativa para melhorar o VDP, quando operando com atrasos relativos entre as seqüências próximos aos limites do intervalo, é a seleção da distância antes da amplificação de alto ganho, como apontado no capítulo V. Atualmente está sendo verificado o ganho deste procedimento.

VI.4. Conclusões

Os resultados obtidos por simulações e dos experimentos mostram que o espectro original remanescente da supressão é desprezível. Assim, o espectro resultante contém toda a informação do espectro original e pode ocupar toda a faixa $(0, f_r)$, que portanto é o dobro da faixa que o VDP convencional pode ocupar.

A correção do espectro, efetuada pelo filtro $f/\sin(f)$, não implica a degradação da relação sinal/ruído, se o atraso entre as seqüências de amostragem for $T_r/2$. Os resultados obtidos para o atraso relativo de $T_r/4$ indicam que a degradação é tolerável. Deve ser considerada a alternativa de efetuar a seleção da distância antes da amplificação de alto ganho, para otimizar a relação sinal/ruído do VDP. Contudo, a importância da degradação da relação sinal/ruído depende da existência de uma região em que ocorram somente estruturas fixas na porção central do intervalo de distâncias mensuráveis. Nestas condições, não existe degradação pronunciada.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

VII.1. Conclusões

O sinal de desvio Doppler, obtido de um velocímetro ultra-sônico Doppler pulsátil de emissão e detecção coerentes, contém informações que podem ser relacionadas com o deslocamento de partículas refletoras acústicas em suspensão em um fluido líquido.

A velocidade média das partículas em suspensão contidas no volume de amostragem do velocímetro pode ser relacionada com a frequência média do sinal de desvio Doppler. A frequência média do sinal é proporcional à média temporal da média espacial das velocidades das partículas. Quando o fluxo é laminar, a velocidade média do deslocamento de um fluido confinado em um vaso cilíndrico pode ser medida com um erro menor que 4%.

No entanto, quando ocorrem grandes variações das velocidades das partículas contidas no volume de amostragem, a interpretação do sinal de desvio Doppler não é trivial. Na ocorrência de deslocamentos em sentidos opostos no interior do volume de amostragem, torna-se difícil a interpretação do sinal de desvio Doppler. A detecção em quadratura resolve o sentido do fluxo, facilitando a interpretação do sinal de desvio Doppler. Quando ocorrem descontinuidades das velocidades ou vórtices ao longo do feixe acústico, mesmo que seja empregada a detecção em quadratura, a interpretação do

sinal ainda é complexa. A ocorrência de tais condições de fluxo é de grande interesse, como no caso das turbulências provocadas para a troca de calor do combustível nuclear no interior de um reator, ou após estrangulamentos em artérias.

Em condições apropriadas é possível medir a intensidade da turbulência. A medição da intensidade da turbulência pode ser efetuada, partindo das estimativas da frequência média e da largura eficaz do espectro do sinal de desvio Doppler. As condições apropriadas são tais que minimizam as variações das velocidades no volume de amostragem. Para evitar grandes variações das velocidades, o volume de amostragem deve ser pequeno comparado com as variações espaciais das velocidades da turbulência.

A diminuição do volume de amostragem provoca a diminuição do tempo de trânsito das partículas no mesmo. A diminuição do tempo de trânsito provoca o alargamento do espectro Doppler-ambíguo, aumentando o erro na medição da velocidade de um fluxo turbulento e da intensidade da turbulência.

Para minimizar os efeitos indesejáveis provocados pelo espectro Doppler-ambíguo, a frequência ultra-sônica deve ser aumentada. Este procedimento melhora a relação entre a frequência média e a largura do espectro Doppler-ambíguo e também compensa a diminuição da potência do sinal de desvio Doppler, decorrente da diminuição do volume de amostragem. Outros fatores, tais como atenuação da onda acústica, limiar de danos em materiais e não linearidades, provocam o decréscimo da distância mensurável e o aumento no erro na medições da velocidade e do espectro de velocidades. A alternativa para minimizar os erros e compensar as perdas de potência do sinal do eco também é o aumento da frequência de emissão. Como consequência, não é possível medir grandes velocidades em regiões distantes do emissor, com uma resolução espacial tolerável.

No velocímetro Doppler pulsátil, o produto entre a velocidade e distância máximas mensuráveis é uma constante que depende da frequência de emissão. Para medir as velocidades de um fluxo turbulento, é necessário que o velocímetro apresente alta resolução espacial, alta resolução em frequência e que o produto $(DV)_{\max}$ atenda às condições de acesso e às velocidades envolvidas. Os velocímetros comerciais nem sempre atendem às condições de fluxo em sistemas hidrodinâmicos e hemodinâmicos. Em particular, são largamente reportadas situações de relevância em sistemas hemodinâmicos, em que os velocímetros comerciais falham.

A técnica de Tortoli resolve velocidades além do produto $(DV)_{\max}$, usando a faixa de frequências negativas (correspondente ao fluxo reverso) para deslocar a faixa de frequências positivas (correspondendo ao fluxo direto). O deslocamento da faixa é efetuado com a adição das amostras em quadratura, duplicando a faixa de frequências positivas, e com o rastreamento do espectro do sinal do eco. O rastreamento é iniciado em um instante em que o espectro seja absolutamente limitado no intervalo de Shannon. Assim, a técnica somente pode ser aplicada quando não ocorrerem altas velocidades em sentidos opostos simultaneamente. Esta condição somente pode ser atendida se o volume de amostragem for pequeno e corretamente posicionado, ou se houver o prévio conhecimento do fluxo investigado. Quando o fluxo é contínuo e turbulento, não existe um intervalo de tempo em que o espectro esteja no intervalo de Shannon, para que o rastreamento seja iniciado. A técnica de Baek usa o eixo das distâncias para rastrear o espectro. Mas, na ocorrência de vórtices ou descontinuidades do fluxo, é esperado que a técnica falhe.

No capítulo III, apontamos que uma variante da técnica de Tortoli é a extensão da frequência de corte, de $f_c/2$ para f_c , dos filtros usados para eliminar as réplicas. Com a extensão, a faixa de frequências positivas é duplicada. Este procedimento resolve a indeterminação da velocidade, sem a necessidade do rastreamento. No entanto, é uma situação particular na qual não deve ocorrer refluxo simultâneo.

Quando o fluxo é desconhecido, como é o caso do reator ou das estenoses arteriais morfológicamente desconhecidas, concluímos que é melhor aumentar a faixa de frequências positivas e negativas simultaneamente. Este procedimento evita interpretações errôneas quanto ao posicionamento do volume de amostragem e não requer informações adicionais sobre o fluxo.

Para ampliar a faixa de frequências mensuráveis utilizamos uma seqüência de amostragem interlaçada com a amostragem convencional do velocímetro. A amostra adicional somente pode ser usada quando houver uma região em que somente existam estruturas fixas entre o transdutor e o fluxo. Ainda, a região de estruturas fixas deve ser igual ou maior que a região em que exista fluxo. Esta situação ocorre no vaso do reator nuclear a que se pretende aplicar a técnica. Ocorre também nos sistemas fisiológicos, quando a medição não for invasiva.

Para extrair informações das amostras interlaçadas, houve a necessidade de desenvolver um procedimento simples de interpolação. Para este propósito, introduzimos uma extensão ao critério da amostragem de Shannon. O critério é baseado na supressão

de uma parcela do espectro do sinal amostrado interlaçado. Observamos que a supressão do espectro na origem é a melhor solução para o nosso propósito, pois independe do conhecimento do atraso relativo entre as seqüências.

Foi demonstrado teoricamente que a amostragem interlaçada, com o uso do critério da nulidade do espectro na origem, possibilita dobrar a faixa de frequências positivas e negativas, com relação ao velocímetro convencional.

Com o propósito de contribuir com outras áreas e dar continuidade a este trabalho, foi elaborada a extensão da amostragem de ordem superior, segundo o critério da interpolação única das seqüências. O critério da amostragem interlaçada que aplicamos é um caso particular do critério da amostragem de ordem superior.

Os resultados obtidos por simulação em computador mostram que a atenuação do espectro na origem é obtida e o espectro original residual é desprezível. Foram consideradas seqüências finitas, com intervalos compatíveis com o processamento do sinal em tempo real. Foi efetuada a reconstrução do sinal original e os erros obtidos foram desprezíveis, para nossos propósitos.

Construiu-se um velocímetro não direcional, operando com a amostragem interlaçada. Os resultados obtidos mostram que a atenuação do espectro original é satisfatória para nossos propósitos. Com a atenuação do espectro original, a faixa de frequências é dobrada. Foi mostrado, teoricamente e por experimentos, que a relação sinal/ruído do sinal interpolado é pouco degradada, se o atraso entre as seqüências for próximo à metade do intervalo entre pulsos. Assim, a amostra adicional deve ser posicionada nas proximidades da porção central do intervalo entre as seqüências.

A duplicação da faixa de frequências mensuráveis amplia as aplicações do velocímetro. Para o exemplo do reator experimental do IPEN citado no capítulo I, a duplicação da faixa é suficiente para resolver as velocidades esperadas. Para aplicações em sistemas hemodinâmicos, a duplicação da faixa de velocidades é igualmente suficiente para resolver as velocidades esperadas.

VII.2. Propostas de continuidade do trabalho

No capítulo IV foi apresentada uma generalização do critério da amostragem de ordem superior. Usamos neste trabalho apenas o caso da amostragem de segunda ordem. Não foram procuradas as funções de interpolação para a amostragem de ordem superior a dois, em que ocorra o aumento da faixa de frequências mensuráveis em um fator maior que dois. Achamos que pode ser de interesse em diversas áreas a aplicação da amostragem de ordem superior a dois.

Para a amostragem de segunda ordem, segundo o critério da nulidade do espectro na origem, não foi estudada a relação entre o sinal interpolado e o ruído intrínseco do sistema, para pequenos atrasos entre as seqüências. Como mencionado no capítulo V, espera-se que a relação sinal/ruído seja melhor que a apontada neste trabalho. Assim, é necessário o estudo desta situação.

A técnica apresentada neste trabalho é apropriada para o estudo de lesões arteriais cuja distância de acesso impede seu estudo com a técnica pulsátil convencional. Como mencionado no capítulo II, Campbell citou que a técnica pulsátil é mais apropriada para esse estudo. No entanto, dadas as limitações do VDP convencional, existem poucos dados sobre lesões arteriais, usando um sistema de alta resolução espacial. É de interesse que sejam efetuados estudos "in vivo" com um VDP de alta resolução, para compreender a morfologia das lesões e o perfil do fluxo após a estenose, para que seja possível dimensionar corretamente o volume de amostragem e facilitar a interpretação do espectro do sinal de desvio Doppler.

APÊNDICE A

Freqüência média do sinal amostrado de segunda ordem, com nulidade do espectro original

Podemos descrever um sinal real $S(t)$ na seguinte forma:

$$S(t) = S^+(t) + S^-(t), \quad (\text{A.1})$$

onde $S^+(t)$ e $S^-(t)$ são sinais complexos correspondentes às parcelas positiva e negativa do espectro de $S(t)$, que podem ser descritas analiticamente como [36]:

$$2 \cdot S^+(t) = S(t) + j\hat{S}(t), \quad (\text{A.2})$$

$$2 \cdot S^-(t) = S(t) - j\hat{S}(t),$$

onde $S(t)$ e $\hat{S}(t)$ estão relacionados reciprocamente pela Transformada de Hilbert.

Usando a função de amostragem $a_2(t)$ de (4.5), o sinal amostrado $S_2(t)$ é

$$S_2(t) = [S^+(t) + S^-(t)] \left[\sum_n \delta(t - nT_r) - \sum_n \delta(t - nT_r - \sigma) \right]. \quad (\text{A.3})$$

$$n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

A Transformada de Fourier de (A.3) é

$$S_2(f) = [S^+(f) + S^-(f)] * \left[f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) \cdot (1 - e^{-j2\pi f_r \sigma}) \right]. \quad (\text{A.4})$$

A filtragem do sinal amostrado, por um filtro passa baixas ideal com freqüência de corte f_r e função de transferência $F(f) = 1 / f_r$, para $f \in (-f_r, f_r)$ resulta em:

$$S_r(f) = [S^+(f + f_r)(1 - e^{+j2\pi f_r \sigma}) + S^-(f - f_r)(1 - e^{-j2\pi f_r \sigma})]. \quad (\text{A.5})$$

A freqüência média (\bar{f}_1) da densidade espectral de energia do sinal original $S(t)$, é:

$$\int_0^{\infty} (f - \bar{f}_1) \cdot |S^+(f)|^2 df \equiv 0. \quad (\text{A.6})$$

De forma análoga, para o sinal amostrado $S_r(t)$, tomando as frequências positivas de (A.5), a frequência média (\bar{f}_2) de $S_r(f)$ é:

$$\int_0^{\infty} (f - \bar{f}_2) \cdot |S^-(f - f_r) \cdot (1 - e^{-j2\pi f_r \sigma})|^2 df \equiv 0. \quad (\text{A.7})$$

De (A.2) verifica-se que $S^-(t) = [S^+(t)]^*$ e $S^*(t) \leftrightarrow S^*(-f)$, então $S^-(f) = [S^+(-f)]^*$. Assim, podemos rescrever o quadrado do módulo de S^- de (A.7) na forma:

$$|S^-(f - f_r)(1 - e^{-j2\pi f_r \sigma})|^2 = |[S^+(-f + f_r)]^*(1 - e^{-j2\pi f_r \sigma})|^2 = |(1 - e^{-j2\pi f_r \sigma})|^2 |S^+(-f + f_r)|^2. \quad (\text{A.8})$$

Substituindo a variável f , fazendo $-f + f_r = g$ em (A.8) temos (A.7) na forma:

$$\int_0^{\infty} [g - (f_r - \bar{f}_2)] \cdot |S^+(g)|^2 dg \equiv 0. \quad (\text{A.9})$$

Comparando (A.9) com (A.6) verificamos que

$$\bar{f}_1 = f_r - \bar{f}_2.$$

APÊNDICE B

Reconstrução do sinal amostrado de segunda ordem, com nulidade do espectro original

A translação do sinal $S_r(f)$ de (A.6), efetuada pelo produto do sinal $S_r(t)$ por uma senóide com frequência f_r , fase ϕ e amplitude A , e posterior filtragem por um filtro passa baixas ideal com frequência de corte f_r e função de transferência $F(f) = 1$, para $f \in (-f_r, f_r)$, resulta:

$$S_2(f) = A \left\{ S_r(f) * \frac{1}{2} [e^{-j\phi} \delta(f - f_r) + e^{-j\phi} \delta(f + f_r)] \right\} \cdot F(f). \quad (\text{B.1})$$

O resultado da convolução de (B.1) é

$$S_2(f) = A [S^+(f) \cdot (1 - e^{j\alpha}) \cdot e^{-j\phi} + S^-(f) \cdot (1 - e^{-j\alpha}) \cdot e^{j\phi}]. \quad (\text{B.2})$$

onde $\alpha = 2\pi f_r \sigma$.

Podemos verificar em (B.2) que

$$(1 - e^{j\alpha}) = 4 \cdot \text{Sin}^2(\alpha / 2) \cdot e^{j\beta} = M \cdot e^{j\beta}, \text{ e } (1 - e^{-j\alpha}) = M \cdot e^{-j\beta},$$

$$\text{sendo } \beta = \text{arctg} \left(\frac{-\sin(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} \right).$$

Fazendo com que $\phi = \beta$ e $A = 1/M$, (B.2) fica:

$$S_2(f) = S^+(f) + S^-(f). \quad (\text{B.3})$$

Tomando a integral inversa de Fourier de (B.3) e comparando com (A.1), temos:

$$S_2(t) = S(t).$$

APÊNDICE C

Amostragem em intervalos finitos de tempo

A Transformada de Fourier da função de amostragem ideal de primeira ordem produz um trem de impulsos no domínio da frequência. Isso só é possível quando a amostragem for efetuada no intervalo $(-\infty, +\infty)$. Na prática a janela de amostragem é limitada ao intervalo de estacionariedade do sinal. Assim, para tempos finitos, a função de amostragem de primeira ordem:

$$a(t) = \sum_{n=-m}^m \delta(t - nT_r)$$

no domínio das frequências é:

$$a(f) = \sum_{n=-m}^m \exp(-j2\pi nT_r), \quad (C.1)$$

e uma seqüência com atraso σ , com relação à primeira, no domínio da frequência é:

$$b(f) = \exp(-j2\pi f\sigma) \cdot \sum_{n=-m}^m \exp(-j2\pi nT_r). \quad (C.2)$$

Expandindo o somatório (C.1) e combinando os termos, temos:

$$a(f) = 2 \cdot \sum_{n=0}^m \text{Cos}(2\pi nT_r) = \frac{\sin[2\pi fT_r(m + 1/2)]}{\sin(\pi fT_r)},$$

e de forma similar, (C.2) fica:

$$b(f) = \exp(-j2\pi f\sigma) \cdot \frac{\sin[2\pi fT_r(m + 1/2)]}{\sin(\pi fT_r)}.$$

A função de amostragem interlaçada de segunda ordem com nulidade do espectro na origem pode ser expressa como a diferença das funções de amostragem $[a(t)-b(t)]$, que no domínio da frequência é:

$$a(f) - b(f) = [1 - \exp(-j2\pi f\sigma)] \cdot \frac{\sin[2\pi f T_r (m + 1/2)]}{\sin(\pi f T_r)} \quad (C.3)$$

O espectro do sinal amostrado é a convolução do espectro do sinal original pela geratriz expressa em (C.3). O espectro resultante, no intervalo $(0, f_r)$, sofre distorção e não é mais idêntico ao original. Mas o valor absoluto da densidade espectral de amplitudes da função de amostragem decai rapidamente nos intervalos abertos delimitados pela frequência de amostragem. O gráfico da figura (1) mostra o valor absoluto da função (C.3) para o intervalo de 10,24 ms, onde verifica-se que a função é aproximadamente nula durante quase todo o eixo da frequência, exceto nas frequências nf_r e exceto $n = 0$, onde é nula.

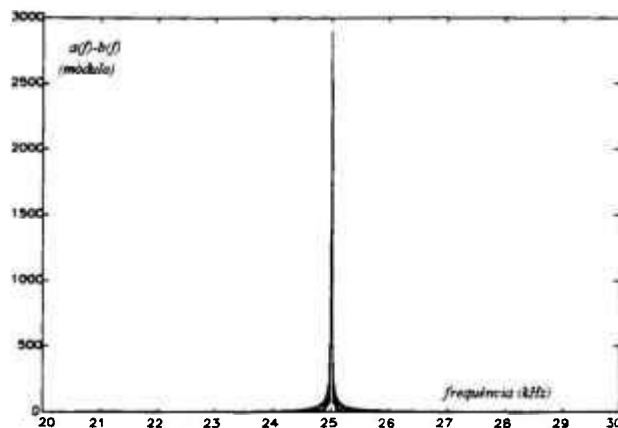


Figura 1: Gráfico do espectro de amplitude de um segmento finito da função de amostragem de segunda ordem. O segmento tem 10,24 ms.

Em (C.3) verifica-se que a geratriz próxima à origem não é nula. Na figura (2) podemos comparar nos gráficos das funções $a(f)$ e $[a(f)-b(f)]$ no intervalo $(-100, 100)$ Hz. O valor absoluto de $[a(f)-b(f)]$ permanece constante até as proximidades de $\pm f_r$, mas tem a magnitude muito menor que $[a(f)-b(f)]$ em f_r . Assim, a magnitude do espectro remanescente na origem pode ser desprezado, quando comparado com o espectro resultante da convolução da função de amostragem (C.3).

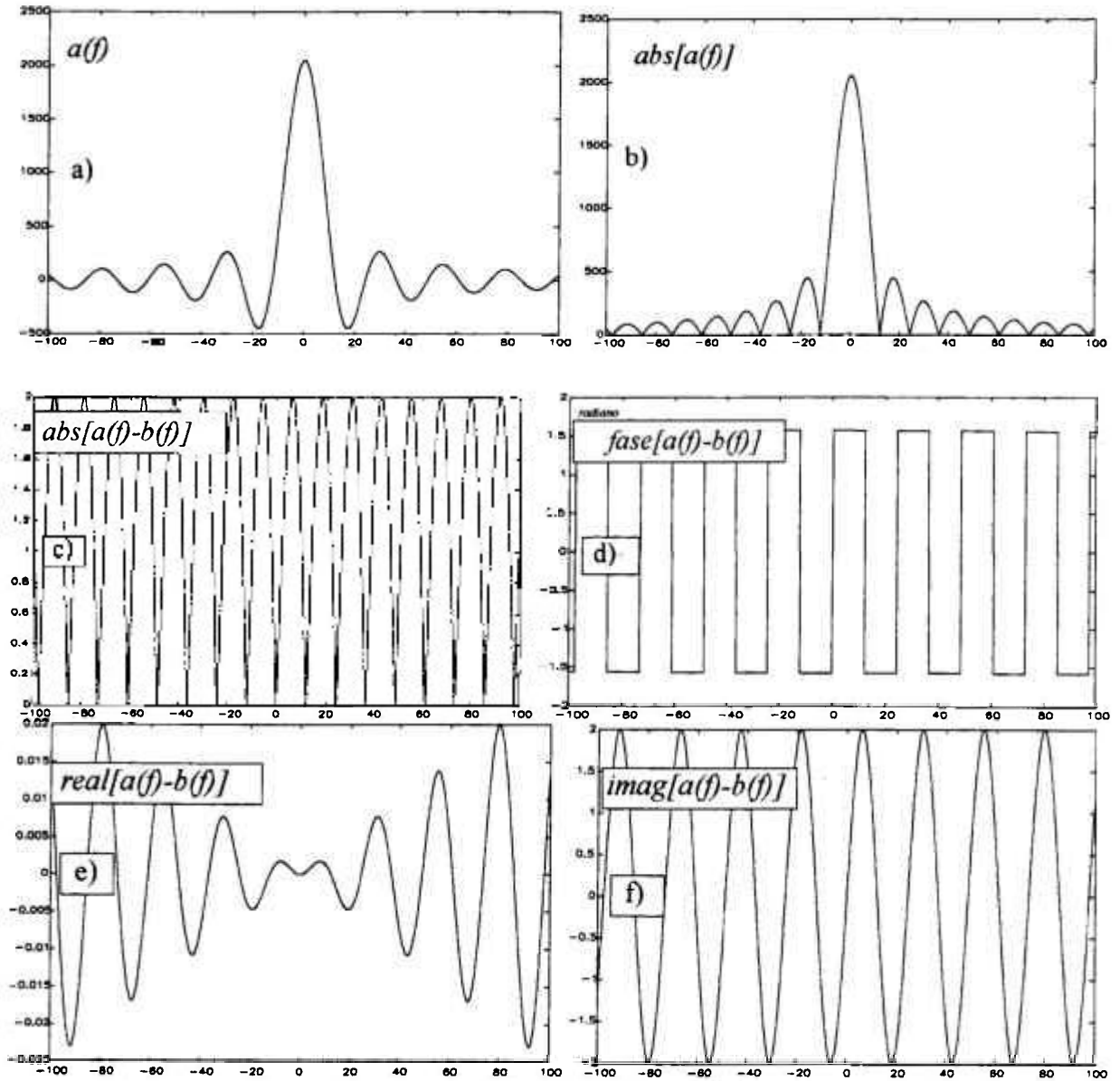


Figura 2: Gráficos da Transformada de Fourier da função de amostragem finita de primeira ordem: valor real em (a), e valor absoluto em (b). Gráficos da Transformada de Fourier da função de amostragem finita de segunda ordem: valor absoluto em (c); fase em (d); valor real em (e); imaginário em (f).

APÊNDICE D

Amostragem de segunda ordem aplicada a processos estocásticos estacionários

Balakrishnan [7] apresentou um teorema, estabelecendo um critério para a amostragem de primeira ordem aplicado a processos estocásticos estacionários. O teorema foi apresentado partindo da prova de que, no limite, a média da diferença quadrática entre o sinal original e o sinal amostrado e interpolado é zero, ou seja:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \left[S(t) - \sum_{n=-N}^N S\left(\frac{n}{2f_{\max}}\right) \frac{\sin \pi(2f_{\max} t - n)}{\pi(2f_{\max} t - n)} \right]^2 \right\} = 0 \quad (D.1)$$

onde $E\{\cdot\}$ significa valores esperados. A restrição é que a densidade espectral de potência do processo seja limitada no intervalo $(-f_{\max}, f_{\max})$.

Para o critério da amostragem de segunda ordem com nulidade do espectro original, nem sempre é necessária a reconstrução do sinal amostrado em sua forma original (ver Apêndice A). Assim mostraremos outra forma, mais conveniente, de tratar o assunto. Desejamos o espectro de potência de uma função amostrada de segunda ordem, segundo o critério da nulidade do espectro original. Ainda, a amostragem é seguida da retenção função (amostragem e retenção).

Consideremos um processo estacionário $S(t)$ $t \in (-\infty, +\infty)$, de valores reais e limitados. Supondo que o processo seja ergódico, ou seja, que:

$$A(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} S(t) \cdot S(t + \tau) \cdot dt, \quad (D.2)$$

e

$$m(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} S(t) \cdot dt, \quad (D.3)$$

sejam válidas, isto é, que a autocorrelação estatística $A(\tau)$ e a média estatística $m(\tau)$ do processo possam ser igualadas às correspondentes no tempo. Para simplificar, simboliza-se aqui (D.2) e (D.3) como:

$$A(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S(t + \tau) \cdot dt \quad (D.4)$$

$$m(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot dt \quad (D.5)$$

Autocorrelação de um processo amostrado

Dadas as amostras $S(nT_r)$ de um processo contínuo $S(t)$, possuindo o suporte da função densidade de potência limitado, desejamos saber qual a autocorrelação do processo $A(\tau)$. Usando (D.1), sendo $S(t)$ a melhor estimativa do sinal original, ou seja:

$$S(t) = \sum_n S(nT_r) \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - nT_r)}{\pi f_r (t - nT_r)},$$

e a autocorrelação de $S(t)$ é:

$$A(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n S(nT_r) \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - nT_r)}{\pi f_r (t - nT_r)} \cdot \sum_m S(mT_r + \tau) \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - mT_r)}{\pi f_r (t - mT_r)} \cdot dt.$$

O valor da autocorrelação nos deslocamentos relativos de tempo $\tau = kT_r$, $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots N$ é:

$$A(kT_r) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n S(nT_r) \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - nT_r)}{\pi f_r (t - nT_r)} \cdot \sum_m S(mT_r + kT_r) \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - mT_r)}{\pi f_r (t - mT_r)} \cdot dt \quad (D.6)$$

A integral (D.6) pode ser calculada no domínio da frequência, usando o teorema da potência (como definido por Bracewell [14]), que é uma generalização do teorema de Plancherel, ou seja, para cada termo da expansão da integral (D.6) tem-se:

$$A(kT_r) = \int S(nT_r) \cdot S(mT_r + kT_r) \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - nT_r)}{\pi f_r (t - nT_r)} \cdot \frac{\sin \pi f_r (t - mT_r)}{\pi f_r (t - mT_r)} \cdot dt =$$

$$T_r \cdot \int_{-1/2T_r}^{1/2T_r} S(nT_r) \cdot S(mT_r + kT_r) \cdot \exp(-j2\pi f n T_r) \cdot \exp(-j2\pi f m T_r) \cdot df$$

onde a integral de Fourier (para a transformação dos domínios) existe no sentido definido por Cauchy (prova pode ser verificada em [4 ou 18]). Calculando a integral, verifica-se a ortogonalidade para $n \neq m$. Assim, o resultado de (D.6), para $m = n$ é:

$$A(kT_r) = T_r \cdot \sum_{n=-N}^{+N} S(nT_r) \cdot S(nT_r + kT_r)$$

Desde que $S(t)$ tem suporte limitado, interpolando as amostras da autocorrelação, a autocorrelação de $S(t)$ é:

$$A(\tau) = \sum_{k=-N}^{+N} A(kT_r) \cdot \frac{\sin \pi f_r (\tau - kT_r)}{\pi f_r (\tau - kT_r)}. \quad (D.7)$$

Amostragem e retenção: amostragem de primeira ordem.

A amostragem e retenção de primeira ordem de um segmento de $S(t)$ pode ser representada como:

$$S_1(t) = [S(t) \cdot \sum_{n=-N}^N \delta(t - nT_r)] * P(t), \quad (D.8)$$

onde $P(t) = 1$ para $t \in (-T_r/2, T_r/2)$ e zero fora. A integral de convolução é:

$$\int_{-N-\varepsilon}^{+N+\varepsilon} P(t-\xi) \cdot \sum_{n=-N}^{+N} S(nT_r) \cdot \delta(\xi - nT_r) \cdot d\xi = \sum_{n=-N}^{+N} S(nT_r) \cdot P(t - nT_r), \quad \varepsilon > 0 \quad (D.9)$$

e a autocorrelação de (D.8) fica:

$$A_1(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2(N\tau_r + \epsilon)} \int_{-N\tau_r}^{+N\tau_r + \epsilon} \sum_{n=-N}^{+N} S(n\tau_r) \cdot P(t - n\tau_r) \cdot \sum_{m=-N}^{+N} S(m\tau_r) \cdot P(t - m\tau_r + \tau) dt, \quad (D.10)$$

e o resultado de (D.10) é:

$$A_1(\tau) = \sum S(n\tau_r) \cdot \sum S(m\tau_r) \cdot \tau_r \cdot \left[1 - \frac{|\tau - (m-n) \cdot \tau_r|}{\tau_r} \right], \text{ para } |\tau - (m-n) \cdot \tau_r| \leq \tau_r \quad (D.11)$$

fazendo $m-n = k$ em (D.11), tem-se:

$$A_1(\tau) = \sum_n S(n\tau_r) \cdot S(n\tau_r + k\tau_r) \cdot \tau_r \cdot \left[1 - \frac{|\tau - k\tau_r|}{\tau_r} \right]$$

Do resultado (D.7),

$$A_1(\tau) = \sum A(k\tau_r) \cdot \left[1 - \frac{|\tau - k\tau_r|}{\tau_r} \right] = [A(\tau) \cdot \sum \delta(\tau - k\tau_r)] * \left[1 - \frac{|\tau|}{\tau_r} \right] \quad (D.12)$$

A Transformada de Fourier de (D.12) é:

$$G_1(f) = \left[G(f) * f_r \cdot \sum_n \delta(f - nf_r) \right] \cdot \tau_r \cdot \frac{\sin^2(\pi f \tau_r)}{(\pi f \tau_r)^2} = \sum_n G(f - nf_r) \cdot \frac{\sin^2(\pi f \tau_r)}{(\pi f \tau_r)^2} \quad (D.13)$$

Amostragem e retenção: amostragem de segunda ordem

Uma segunda seqüência atrasada σ segundos com relação à primeira expressa em (D.8) é $S_{1D}(t) = [S(t) \sum \delta(t - n\tau_r - \sigma)] * P(t)$. A autocorrelação da segunda seqüência é:

$$A_{ID}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2(N\tau_r + \varepsilon)} \cdot \int_{-N\tau_r - \varepsilon}^{+N\tau_r + \varepsilon} \sum_{n=-N}^{+N} S(n\tau_r) \cdot P(t - n\tau_r) \cdot \sum_{m=-N}^{+N} S(m\tau_r + \sigma) \cdot P(t - m\tau_r + \tau) \cdot dt$$

e o resultado é:

$$A_{ID}(\tau) = \sum_k S(n\tau_r) \cdot \sum_m S(m\tau_r + \sigma) \cdot \tau_r \cdot \left[1 - \frac{|\tau - (m + \sigma/\tau_r - n) \cdot \tau_r|}{\tau_r} \right] \quad (D.14)$$

fazendo $m - n + \sigma / \tau_r = k'$, (D.14) fica:

$$A_{ID}(\tau) = \sum_k S(n\tau_r) \cdot S(n\tau_r + k'\tau_r) \cdot \tau_r \cdot \left[1 - \frac{|\tau - k'\tau_r|}{\tau_r} \right]$$

do resultado de (D.7):

$$A_{ID}(\tau) = \sum_{k'} A(k'\tau_r) \cdot \left[1 - \frac{|\tau - k'\tau_r|}{\tau_r} \right]$$

mas $k' = k + \sigma / \tau_r$, então:

$$A_{ID}(\tau) = \sum_k A(k + \sigma) \cdot \left[1 - \frac{|\tau - k\tau_r + \sigma|}{\tau_r} \right] = A(\tau) \cdot \sum_k \delta(\tau - k\tau_r - \sigma) \cdot \left[1 - \frac{|\tau|}{\tau_r} \right] \quad (D.15)$$

A Transformada de Fourier de (D.15) é:

$$G_{ID}(f) = \sum_k G(f - kf_r) \cdot \exp(-j2\pi kf_r \sigma) \cdot \frac{\sin^2(\pi\tau_r f)}{(\pi\tau_r f)^2} \quad (D.16)$$

O sinal resultante do processo de amostragem e retenção, segundo o critério de nulidade do espectro original é: $S_2(t) = S_1(t) - S_{ID}(t)$ e a autocorrelação é:

$$A_2(\tau) = \int \left[\sum S(n\tau_r) \cdot P(t - n\tau_r) - \sum S(m\tau_r + \sigma) \cdot P(t - m\tau_r) \right] \cdot \left[\sum S(q\tau_r) \cdot P(t - q\tau_r + \tau) - \sum S(r\tau_r + \sigma) \cdot P(t - r\tau_r + \tau) \right] \cdot dt \quad (D.17)$$

Expandindo (D.17) e usando os resultados (D.12) e (D.15) para calcular a autocorrelação (D.16) tem-se:

$$A_i = \int \sum S(nT_r) \cdot P(t - nT_r) \cdot \sum S(qT_r) \cdot P(t - qT_r + \tau) = A_1(\tau)$$

$$A_{ii} = -\int \sum S(nT_r) \cdot P(t - nT_r) \cdot \sum S(rT_r + \sigma) \cdot P(t - rT_r + \tau) = -A_{1D}(\tau)$$

$$A_{iii} = -\int \sum S(mT_r + \sigma) \cdot P(t - mT_r) \cdot \sum S(qT_r) \cdot P(t - qT_r + \tau) = -A_{1D}(\tau)$$

$$A_{iv} = \int \sum S(mT_r + \sigma) \cdot P(t - mT_r) \cdot \sum S(rT_r + \sigma) \cdot P(t - rT_r + \tau) = A_1(\tau)$$

e a Transformada de Fourier de (D.17) é:

$$G_2(f) = 2 \cdot \sum_k G(f - kf_r) \cdot [1 - \exp(-j2\pi kf_r \sigma)] \cdot \frac{\sin^2(\pi f T_r)}{(\pi f T_r)^2} \quad (D.18)$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. **ANGELSEN B. A. J.** A theoretical study of the scattering of ultrasound from blood. *IEEE trans. on Biom. Eng.*, v. *BME-27*, n. 2, p. 61-67, 1980.
2. **ANGELSEN B. A. J.** Spectral estimation of a narrow-band Gaussian process from the distribution of the distance between adjacent zeros. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. *BME-27*, n. 2, p. 109-111, 1980.
3. **ANGELSEN B. A. J. ; KRISTOFFERSEN K.** Discrete time estimation of the mean Doppler frequency in ultrasound blood velocity measurements. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. *BME-30*, n. 4, p. 207-214, 1983.
4. **ARSAC J.** Fourier transforms and the theory of distributions. *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.*, 1966.
5. **BAEK K. R.; BAE M. H. ; PARK S. B.** A new aliasing extension method for ultrasonic 2-dimensional pulsed Doppler systems. *Ultrason Imaging*, v. 11, p. 233, 1989.
6. **BAKER D. W.** Pulsed ultrasonic Doppler blood-flow sensing. *IEEE Trans. on Sonics and Ultras.*, v. *SU-17*, n. 3, p. 170-185, 1970.
7. **BALAKRISHNAN A. V.** A note on the sampling principle for continuous signals. *IRE Trans. on Inform. Theory*, p. 143-146, 1957.
8. **BARBER W. D.; EBERHARD J. W.; KARR S. G.** A new time domain technique for velocity measurements using Doppler ultrasound. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. *BME-32*, n. 3, p. 213-229, 1985.
9. **BASCOM P. A. J.; COBBOLD R. S. C.; ROUTH H. F. ; JOHNSTON K. W.** On the Doppler signal from steady flow asymmetrical stenosis model: Effects of turbulence. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 19, n. 3, p. 197-210, 1993.

10. **BENDICK P. J. ; NEWHOUSE V. L.** Ultrasonic random-signal flow measurement system. *Journal of Acoust. Soc. of Am.*, v. 56, n. 3, p. 860-865, 1974.
11. **BERGER N. E.; LUCAS R. J. ; TWERSKY V.** Polydispersive scattering theory and comparison with data for red blood cells. *Journal of Acoust. Soc. of Am.*, v. 89, n. 3, p. 1394-1401, 1991.
12. **BOURKE P. J.; PULLING D. T.; GILL L. E. ; DENTON W. H.** The measurement of turbulent velocity fluctuations and turbulent temperature fluctuations in the supercritical region by a hot-wire anemometer and a cold wire resistance thermometer. *Proc. Symp. Heat Transfer and Fluid Dynamics of Near Critical Fluids, paper 9, Inst. Mech. Engrs., London, 1968.*
13. **BRACEWELL R.** The Fourier Transform and Its Applications. *McGraw-Hill Book Company, p. 201-202, 1965.*
14. **BRANDESTINI M.** Topflow-A digital range Doppler velocity meter. *IEEE Trans. On Son. and Ultras.*, v. SU-25, n. 5, p. 287-293, 1978.
15. **BRODY W. ; MEIDL J. D.** Theoretical analysis of the CW Doppler ultrasonic flowmeter. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. BME- 21, n. 3, p. 183-192, 1974.
16. **CAMPBELL J. D. ; HUTCHISON K. J. ;KARPINSKI E.** Variation of Doppler ultrasound spectral width in the post-stenotic velocity field. *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 15, n. 7, p. 611-619, 1989.
17. **CAMPBELL W. C. ; STRAUCH R. G.** Meteorological Doppler radar with double pulse transmission. *17th Conf. Radar Meteorol., Amer. Meteorol. Soc., Boston, MA 02108, p. 42-44, Oct. 1976.*
18. **CARSLAW H. S.** Introduction to the theory of Fourier's series and integrals. *Dover Publications Inc., 1930.*
19. **CATHIGNOL D. J.; FOURCADE C. ; CHAPELON J. Y.** Transcutaneous blood flow measurement using pseudo random noise Doppler system. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. BME-27, n. 1, p. 30-36, 1980.

20. **CENSOR D. ; NEWHOUSE V. L.** Generalized Doppler effect: Coherent and incoherent spectra. *Journal of Acoust. Soc. of Am.*, v. 83, n. 6, 1988.
21. **CLIFFORD L.; FITZGERALD P. ; JAMES D.** Non-Rayleigh first-order statistics of ultrasonic backscatter from normal myocardium. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 19, n. 6, p. 487-495, 1993.
22. **COHEN L.** Time-frequency distributions- A review. *Proc. of the IEEE*, v. 77, n. 7, p. 941-981, 1989.
23. **DAVID J. Y.; JONES S. A. ; GIDDENS D. P.** Modern spectral analysis techniques for blood flow velocity and spectral measurements with pulsed Doppler ultrasound. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. 38, n. 6, p. 589- 597, 1991.
24. **DENARDO S. J.; TALBOT L.; HARGRAVE V. K.; FITZGERALD P. J.; SELFRIDGE A; R. ; YOCK P. G.** Analysis of pulsed wave Doppler ultrasound spectra obtained from a model intracoronary catheter. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. 41, n. 7, p. 635-647, 1994.
25. **DOVIK R. J.; ZRNIC D. S. ; SIRMANS D. S.** Doppler weather radar. *Proc. of the IEEE*. v. 67, n. 11, p. 1523-1553, 1979.
26. **DUFFIN R. J. ; SCHAEFFER A. C.** A class of nonharmonic Fourier series. *Trans. Am. Math. Soc.*, p. 341-366, 1952.
27. **DUGUNDJI J.** Envelopes and pre-envelopes of real waveforms. *IRE Trans. on Inf. Theory*. p. 53-57, 1958.
28. **EMBREE P. M. ; O' BRIEN W. D.** Volumetric blood flow via time-domain correlation: Experimental verification. *IEEE Trans. on Ultras., Ferroel. and Freq. Control*, v. 37, n. 2, 1990.
29. **FAN L.; EVANS D. H.** Real time and fine resolution Doppler signal analyzers using the Wigner distribution function and FFT. *World congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, 21-26 August 1994, Rio de Janeiro, Brazil*, p. 985.

30. **Fan L. ; Evans D. H.** Extracting instantaneous mean frequency/velocity information from Doppler signals using the Wigner distribution function. *World congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, 21-26 August 1994, Rio de Janeiro, Brazil, p. 967.*
31. **FETTER R. W.** Real time analog Doppler processing (RANDOP). *16th Conf. Radar Meteorol., Amer. Meteorol. Soc., Boston, MA, p. 153-155, 1975.*
32. **FISH P. J. ; COPE J. A.** Effect of frequency dependent process on pulsed Doppler sample volume. *Ultrasonics, v. 29, p. 275-282, 1991.*
33. **FISH P. J.** Nonstationary broadening in pulsed Doppler spectrum measurements. *Ultras. in Med. & Biol., v. 17, n. 2, p. 147-155, 1991.*
34. **FORYSTONE G. E. ; MALCOCOLM M. A. ; MOLER C. B.** Computer Methods for Mathematical Computations. *Prentice-Hall, 1977.*
35. **FOSTER S. G.; EMBREE P. M. ; O' BRIAN W. D.** Flow velocity via time-domain correlation: error analysis and computer simulation. *IEEE Trans. on Ultras. Ferroel. And Freq. Control, v. 37, n. 2, p. 164-175, 1990.*
36. **GABOR D.** Theory of communication. *J. IEE(London), v. 93, p. 429-457, 1946.*
37. **GARBINI J. L.; FORSTER F. K. ; JORGENSEN J. E.** Measurement of fluid turbulence based on pulsed ultrasound techniques. Part 1. Analysis. *J. Fluid Mech., v. 118, p. 445-470, 1982.*
38. **GARBINI J. L.; FORSTER F. K. ; JORGENSEN J. E.** Measurement of fluid turbulence based on pulsed ultrasound techniques. Part 2. Experimental investigation. *Journal of Fluid Mech., v. 118, p. 471-505, 1982.*
39. **GEORGE W. K. ; LUMLEY J. L.** The laser-Doppler velocimeter and its applications to the measurements of turbulence. *Journal of Fluid Mech., v. 60, n. 2, p. 321-362, 1973.*
40. **GIDDENS D. P.** Turbulence measurements with pulsed Doppler ultrasound employing a frequency tracking method. *Ultras. in Med. & Biol., v. 8, n. 4, p. 427-437, 1982.*

41. **HANG N. D.** Cardiovascular flow dynamics and measurements. Chap. 3 Noninvasive Ultrasonic Flowmetry. *Advanced Study Institute on Cardiovascular Flow Dynamics, Huston, Texas, Univ. Press, 1977.*
42. **HANS BREMERMAN.** Distributions, complex variables, and Fourier transforms. *Addison-Wesley Publications Company, Inc., Reading, MA, 1965.*
43. **HARRIS R. A.; FOLLETT D. H.; HALLIWEEL M. ; WELLS P. N. T.** Ultimate limits in ultrasonic imaging resolution. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 17, n. 6, p. 547-557, 1991.
44. **HARTLEY C. J.** Resolution of frequency aliases in ultrasonic pulsed Doppler velocimeters. *IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics.* v. SU-28, n. 2, p.69-74, 1981.
45. **HERMENT A.; DEMOMENT G.; GUGLIELMI J. P.; DUMEE PH. ; PELLOT C.** Adaptive estimation of the mean frequency of a Doppler signal from short data windows. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 17, n. 9, p. 901-919, 1991.
46. **HOEKS A. P. G.; PETERS H. H. P. M.; RUISSEN C. J. ; RENEMAN R. S.** A novel frequency estimator for sampled Doppler signals. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. BME-31, n. 2, p. 212-220, 1984.
47. **HOEKS A. P. G.; ARTS T. G. J.; BRANDS P. J. ; RENEMAN R. S.** Comparison of the performance of the RF cross correlation and Doppler autocorrelation technique to the mean velocity simulated ultrasound signals. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 19, n. 9, p. 727-740, 1993.
48. **JAWARD I. J.; TAYLOR M. L.; PRUITT--HUDSON F. ; SOHN Y. H.** Range ambiguity in pulsed Doppler ultrasound: The ambiguity clarified ?. *Journal of Clin. Ultras.*, v. 13, p. 475-479, 1985.
49. **JENSEN J. A.** Range/velocity limitations for time-domain blood velocity estimation. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 19, n. 9, p. 741-749, 1993.
50. **JERRI A.** The Shannon sampling theorem-its various extensions and applications: A tutorial review. *Proc. of IEEE*, v. 65, n. 11, p. 1565-1599, 1977.

51. **JETHAWA C. P.; KAVEH M.; COOPER G. R. ; SAGGIO F.** Blood flow measurements using ultrasonic pulsed random signal Doppler systems. *IEEE trans. on Son. and Ultras.*, v. SU-22, n. 1, p. 1-11, 1975.
52. **JONES S. A. ; GIDDENS D. P.** Simulation of transit time effects in Doppler ultrasound signals. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 16, n. 6, p. 607-619, 1990.
53. **JORGENSEN J. E.; CAMPAU D. N. ; BAKER D. W.** Physical characteristics and mathematical modeling of the ultrasonic flowmeter. *Medical and Biol. Eng.*, p. 404-420, July 1973.
54. **KASAY C.; NAMEKAWA K.; KOYANO A. ; OMOTO R.** Real-time two-dimensional blood flow imaging using an autocorrelation technique. *IEEE Trans. on Son. Ultras.*, v. SU-32, n. 3, p. 458-464, 1985.
55. **KAY S. M. ; MARPLE, JR. S. L.** Spectrum analysis - A modern perspective. *Proc. of IEEE*, v. 69, n. 11, p. 1381- 1419, 1981.
56. **KOHNENBERG A.** Exact interpolation of band-limited functions. *J. of Ap. Phys.*, v. 24, n. 12, p. 1433-1437, 1953.
57. **KRISHNA V. H. ; READDY D. C.** Design of a active filters for a class of non-uniformly sampled signals. *Signal Processing*, v. 31, pp. 81-89, 1993.
58. **KRISTOFFERSEN K. ; ANGELSEN B. A. J.** A comparison between mean frequency estimators for multigated Doppler systems with serial signal processing. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. BME-32, n. 9, p. 645-657, 1985.
59. **LINDEN D. A.** A discussion of sampling theorems. *Proc. of IRE*, v. 47, pp. 1219-1227, July 1959.
60. **LUNT M. J.** Accuracy and limitations of the ultrasonic Doppler velocimeter and zero crossing detector. *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 2, pp. 1-10, 1975.
61. **MANDEL L.** Complex representation of optical fields in coherent theory. *Journal of Optical Soc. of Am.*, v. 57, n. 5, p. 613-617, 1967.

62. **MANDEL L.** Interpretation on instantaneous frequencies. *App. J. of Phys.*, v. 42, p. 840-846, 1974.
63. **MARVAST F.; ANALOUI M. ; GAMSHADZAH M.** Recovery of signals from nonuniform samples using iterative methods. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, v. 39, n. 4, p. 872-878, 1991.
64. **MARVAST F.; LIU C.** Feedback implementation of signal recovery from nonuniform samples. *Electronics Letters*, v. 29, n. 1, 1993.
65. **McCARTY K. ; WOODCOCK F. P.** The ultrasonic Doppler flowmeter-a new development. *Biom. Eng.*, n.9, p. 336-341, 1974.
66. **Miller K. S. ; Rochwarger,** A covariance approach to spectral moment estimation. *IEEE Trans. on inf. Theory*, v. IT-18, n. 5, 1972.
67. **MO L. Y. L.; YUN L. C. M. ; COBBOLD R. S. C.** Comparison of four digital maximum frequency estimators for Doppler ultrasound. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 14, n. 5, p. 355-363, 1988.
68. **MO L. Y. L. ; COBBOLD R. S. C.** A unified approach to modeling the backscattered Doppler ultrasound from blood. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. 39, n. 5, p. 451-461, 1992.
69. **NEWHOUSE V. L.** On increasing the range of pulsed Doppler systems for blood flow measurement. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 6, p. 233-237, 1980.
70. **NEWHOUSE V. L.; FURGASON E.; JOHNSON G. F. ; WOLF D. A.** The dependence of ultrasound Doppler bandwidth on beam geometry. *IEEE Trans. on Son. and Ultras.*, v. SU-27, n. 2, p. 50-59, 1980.
71. **NEWHOUSE V. N. ; AMIR I.** On the signal-to-noise ratio enhancement of the Doppler process. *Ultrasonics*, p. 231-239, September 1984.
72. **NIPPA J. H.; HOKANSON D. E.; LEE D. R.; SUMNER D. S. ; STRANDNESS Jr D. E.** Phase rotation for separating forward and reverse blood velocity signals. *IEEE Trans. on Son. and Ultras.*, v. SU-22, n. 5, 1975.

73. **NOGUEIRA G. E. C.** Aumentando a faixa de velocidades mensuráveis no sistema Doppler pulsado por ultra-som. *Dissertação submetida para a obtenção do grau de mestre em ciências. Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, 1986.*
74. **NOGUEIRA G. E. C.; VIDAL J. T. ; FERREIRA A.** Extension of the velocity-depth product for pulsed Doppler ultrasonic flowmeter. *World congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, 21-26 August 1994, Rio de Janeiro, Brazil, p. 975*
75. **NORMAN L.** Gap and density theorems. *American Mathematical Society Colloquium Publications: Volume XXVI. Am. Math. Soc. , N Y, 1940.*
76. **NOWICKI A. ; REID J. M.** An infinite gate pulse Doppler. *Ultras. in Med. & Biol., v. 7, p. 41-50, 1980.*
77. **NOWICKI A.; REID J.; PEDERSEN P. C.; SCHMIDT A. W. ; OUNG H.** On the behavior of instantaneous frequency estimators implemented on Doppler flow imagers. *Ultras. in Med. & Biol., v. 16, n. 5, p. 511-518, 1990.*
78. **NYQUIST H.** Certain topics in telegraph transmission theory. *AIEE Trans., v. 47, p. 617-644, 1928.*
79. **PAPOULIS A.** Probability, Random Variables and Stochastic Processes. *McGraw-Hill Book Company, 1965.*
80. **RIHACZEK A. W.** Principles of high-resolution radar. *McGraw-Hill Book Company, 1979.*
81. **ROBINSON T. M.; LEE J. W. ; ROBERTS V. C.** Detection of early atherosclerosis by analysis of ultrasonic Doppler signals produced by mural flow disturbances. *Med. & Biol. Eng. & Comp., November 1994.*
82. **ROWE H. E.** Signals and noise in communications systems. *D. Van Nostrand Company, N.Y., 1965.*
83. **SAINZ A.; ROBERTS V. C. ; PINARDI G.** Phase-locked loop techniques applied to ultrasound Doppler signal processing. *Ultrasonics, p. 128, 132, may 1976.*

84. **SCHLINDWEIN F. S.; SMITH M. J. ; EVANS D. H.** Spectral analysis of Doppler signals and computation of the normalized first moment in real time using a digital signal processor. *Med. & Biol. Eng. & Comp.*, p. 228-233, March 1988.
85. **SCHLINDWEIN F. S. ; EVANS D. H.** A real time autoregressive spectrum analyzer for Doppler ultrasound signals. *Ultras. in Med & Biol.*, v. 15, n. 3, p. 263-272, 1989.
86. **SELDON C. D. ; DUGGEN T. C.** Low-cost Doppler simulation. *Med. & Biol. Eng. & Comp.*, v. 25, p. 226-228, 1987.
87. **SHANNON C. E.** Communication in the presence of noise. *Proc. of the IRE*, v. 37, p. 10-21, Jan. 1949.
88. **SKOLNIC M. I.** Radar Systems. *New York: McGraw-Hill, 1962, p. 482-494.*
89. **SKOLNIC M. I.** Radar Handbook. Chap. 19, section 13. *McGraw-Hill, N. Y., 1970.*
90. **TALHAMI H. E. ; KITNEY R. I.** Maximum likelihood frequency tracking of the audio pulsed Doppler ultrasound signal using a Kalman filter. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 14, n. 7, p. 599-609, 1988.
91. **TAMURA T.; COBBOLD R. S. C. ; JOHNSTON K. W.** Quantitative study of flow using color Doppler ultrasound. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 17, n. 6, p. 595-605, 1991.
92. **TORTOLI P.** A tracking FFT processor for pulsed Doppler analysis beyond Nyquist limit. *IEEE trans. on Biom. Eng.*, v. 36, n. 2, 1989.
93. **TORTOLI P.; VALGIMIGLI F. ; GUIDI G.** Clinical evaluation of a new anti-aliasing technique for ultrasound pulsed Doppler analysis. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 15, n. 8, p. 749-756, 1989.
94. **TWERSKY V.** Low-frequency scattering by correlated distributions of randomly oriented particles. *Journal of Acoust. Soc. of Am.*, v. 81, n. 5, 1987.

95. **VAITKUS P. J.; COBBOLD R. S; C. ; JOHNSTON K. W.** A comparative study assessment of Doppler ultrasound spectral estimation techniques. Part II: Methods and results. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 14, n. 8, p. 673-688, 1988.
96. **WELLS P. N. T.** Range-gated ultrasonic Doppler system. *Med. & Biol. Eng.*, v. 7, p. 641-652, 1969.
97. **WELLS P. N. T.** Biomedical Ultrasonics. *Academic Press Inc., London*, 1977.
98. **WELLS P. N. T.** Doppler developments in the last quinquenium. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 11, n. 4, p. 613-623, 1985.
99. **WELLS P. N. T.** Advances in ultrasound techniques and instrumentation. v. 28, *Churchill Livingstone, Chap. 8*, p. 87 - 107, 1993.
100. **WENDLING F.; JONES S. A. ; GIDDENS D. P.** Simulation of Doppler ultrasound signals for a laminar, pulsatile, nonuniform flow. *Ultras. in Med. & Biol.*, v. 18, n. 2, p. 179-193, 1992.
101. **WILEY R. G.** Recovery of Bandlimited signals from unequally spaced samples. *IEEE Trans. on Communications*, v. COM-26, n. 1, 1978.
102. **WILLINK R. ; EVANS D. H.** A mean blood velocity statistic for the Doppler signal from a narrow ultrasound beam. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, v. 44, n. 4, 1994.
103. **YANG C. C.** On the coexistence of particle and turbulence scattering. *Journal of Acoust. Soc. of Am.*, v. 80, n. 5, 1986.
104. **ZRNIC D. S.** Spectral moment estimates from correlated pulse pairs. *IEEE Trans. on Aeroesp. and Electronic Systems*, v. AES-13, n. 4, 1977.