

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM ESCOAMENTOS BIFÁSICOS PARTE I: CONFIGURAÇÃO ANULAR

Lázara Silveira Castrillo¹, Fernando Roberto Andrade Lima², Jorge Luis Baliño³

¹ Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Energia Nuclear
Av. Prof. Luiz Freire, 1000 - Cidade Universitária, CEP 50740-540, Recife, PE, Brasil
lazara@ufpe.br

² Centro Regional de Ciências Nucleares - CRCN-CNEN
Rua Cônego Barata, 999 - Tamarineira, CEP 52110-120, Recife, PE, Brasil
falima@cnen.gov.br

³ Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares - IPEN-CNEN/SP
Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 - Cidade Universitária, CEP 05508-000 - São Paulo, SP - Brasil
jbalino@ipen.br

RESUMO

A análise de sensibilidade pelos métodos: direto e perturbativo diferencial é aplicada ao modelo matemático unidimensional, incompressível e adiabático, de um escoamento de duas fases. Neste trabalho estuda-se o comportamento de um escoamento bifásico anular, onde o líquido ocupa a parte central do tubo e o gás se mantém próximo às paredes. Os coeficientes de sensibilidade são calculados para parâmetros que influem nas propriedades físicas das fases, nas condições de contorno e iniciais. Os resultados obtidos por diferentes métodos mostram excelente concordância.

Descritores: escoamento bifásico, métodos perturbativos, simulação numérica.

1. INTRODUÇÃO

O comportamento de escoamentos através da solução das equações que descrevem o fenômeno físico é de vital importância para predições, assim como também é importante conhecer *a priori* como os parâmetros do sistema influenciam no comportamento do escoamento. Em geral o estudo de sensibilidade para diferentes parâmetros é realizado traçando superfícies de resposta, obtidas mediante a execução de um código direto repetidas vezes. A teoria de perturbações, entretanto, tem se mostrado sumamente eficiente para efetuar estes estudos. Esta eficiência, amplamente mostrada na área de Física de Reatores por Gandini [1], tem motivado a aplicação de métodos perturbativos para análises de sensibilidade em outras áreas [2], incluindo a Termo-hidráulica. Porém, muitas das aplicações têm sido limitadas a estudos de

ABSTRACT

A sensitivity analysis using the direct and the differential perturbative method is performed for the mathematical model of a one-dimensional, incompressible and adiabatic two-phase flow. In this paper it is studied the behavior of an annular two-phase flow, in which the liquid phase occupies the inner part of the tube and the gas phase is located close to the wall. The sensitivity coefficients are calculated for parameters influencing the thermophysical properties of the phases and the initial and boundary conditions. The results obtained with different methods show excellent agreement.

Keywords: two-phase flow, perturbative methods, numerical simulation.

escoamentos monofásicos [3, 4]. O fato que tem motivado o uso dos métodos perturbativos baseia-se em que, para uma resposta dada, obtêm-se as sensibilidades desejadas com relação às variações dos parâmetros com apenas uma execução do código direto e uma execução de um código adjunto. Neste trabalho aplicam-se os conceitos da teoria de perturbações às equações da conservação usando um modelo de escoamento bifásico. A análise de sensibilidade servirá para determinar o efeito de cada parâmetro do sistema numa resposta particular.

Os objetivos do trabalho são: a simulação hidrodinâmica do problema, a aplicação da teoria das perturbações ao modelo e a determinação dos coeficientes de sensibilidades pela via direta e pelo formalismo diferencial.

2. CÁLCULO DE SENSIBILIDADE

Neste trabalho, o cálculo dos coeficientes de sensibilidade foi realizado mediante três métodos diferentes: o analítico, o direto e o perturbativo diferencial.

No método analítico, o coeficiente de sensibilidade é calculado pela derivação da solução analítica, quando existir, em relação ao parâmetro de interesse.

No método direto executa-se o código, cujo modelo contém o sistema direto, tantas vezes quantas perturbações dos parâmetros sejam necessárias estudar. Aqui o parâmetro p é perturbado no mínimo duas vezes e duas respostas $R(p + \Delta p)$ e $R(p - \Delta p)$ são calculadas. O coeficiente de sensibilidade é dado pela relação:

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = \frac{R(p + \Delta p) - R(p - \Delta p)}{2\Delta p} \quad (1)$$

No método perturbativo diferencial, realizam-se os seguintes passos:

1. Formula-se um sistema de equações direto, que fornecerá a solução das variáveis de estado.
2. Formula-se um sistema de equações derivado e seu correspondente sistema de equações adjunto, que fornecerá a solução das variáveis adjuntas.
3. Obtêm-se os coeficientes de sensibilidade por meio de operações envolvendo as soluções direta e adjunta.

3. MODELO MATEMÁTICO

Foi utilizado um modelo unidimensional para um escoamento bifásico e adiabático em um sistema formado por água e ar, considerados incompressíveis. O conjunto de equações diretas é representado pelos balanços de massa e de momento para cada fase [5]:

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_k v_k) = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho_k \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k v_k) + \rho_k \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_k v_k^2) + \alpha_k \frac{\partial P_k}{\partial x} - \Delta P_{ki} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x} \\ = \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{ki}^{Re} \alpha_k) + \alpha_k \rho_k g \cos \theta - M_{ki} + 4 \frac{\tau_{gk}}{D_h} \end{aligned} \quad (3)$$

onde t ($0 \leq t \leq T$) é o tempo e x ($0 \leq x \leq L$) a posição axial; ρ_k , P_k , ΔP_{ki} e τ_{ki}^{Re} são, respectivamente, a massa específica, a pressão, a diferença de pressão com a

interface e o tensor de tensões turbulentas de Reynolds para a fase k . O termo M_{ki} representa as forças interfaciais por unidade de volume devido às diferentes contribuições tais como massa virtual e arrasto, enquanto τ_{kw} é a força devida ao atrito da fase com a parede. A aceleração da gravidade e o ângulo de inclinação com a vertical são g e θ . As simplificações adicionais consideradas no modelo são:

- (i) τ_{kw} e τ_{ki}^{Re} são desprezíveis e
- (ii) a diferença de pressão interfacial com a fase gasosa ΔP_{gi} é nula, resultando numa seção do tubo uma única pressão para as fases.

Para um escoamento anular o termo de diferença de pressão interfacial no líquido é também desprezível. O termo de transferência interfacial é dado pela força de arraste. Para simplificar este problema e para permitir uma comparação com uma solução analítica o termo de arraste será desprezado. Entretanto, na representação de outros escoamentos, como os de configuração em bolhas, estes termos são importantes; um estudo para esta configuração será apresentado numa outra contribuição: parte II deste trabalho.

4. FORMALISMO DIFERENCIAL

Os fundamentos teóricos do método diferencial na teoria de perturbações podem ser amplamente revisados em [6]. Para o modelo matemático apresentado, o vetor de estado é dado por:

$$f = [\alpha, v_g, v_l, P]^T \quad (4)$$

enquanto o vetor adjunto é dado por:

$$f^* = [\alpha^*, v_g^*, v_l^*, P^*]^T \quad (5)$$

O sistema direto pode ser representado por:

$$[A] \frac{\partial f}{\partial t} + [B] \frac{\partial f}{\partial x} = c \quad (6)$$

com as correspondentes condições de contorno.

De forma genérica o sistema direto pode ser escrito como:

$$m(f, p) = 0 \quad (7)$$

onde m pode ser um operador não linear e $p = [p_1, \dots, p_i, \dots, p_I]^T$ é o vetor formado

pelos I parâmetros independentes. O sistema adjunto resulta:

$$-[A]^T \frac{\partial f^*}{\partial t} - [B]^T \frac{\partial f^*}{\partial x} = S^+ + d \quad (8)$$

As matrizes A e B e o vetor c são:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\rho_l v_l & 0 & \rho_l (1-\alpha) & 0 \\ \rho_g v_g & \rho_g \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} v_l & 0 & -(1-\alpha) & 0 \\ v_g & \alpha & 0 & 0 \\ -\rho_l v_l^2 & 0 & 2\rho_l v_l (1-\alpha) & (1-\alpha) \\ \rho_g v_g^2 & 2\rho_g \alpha v_g & 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(1-\alpha)\rho_l g \cos \theta \\ -\alpha\rho_g g \cos \theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

O vetor d é calculado mediante a seguinte expressão:

$$d_i = \sum_{j=1}^4 f_j^* \left(\frac{\partial a_{ji}}{\partial t} + \frac{\partial b_{ji}}{\partial x} + \frac{\partial c_j}{\partial f_i} - \sum_{k=1}^4 \frac{\partial a_{jk}}{\partial f_i} \frac{\partial f_k}{\partial t} + \frac{\partial b_{jk}}{\partial f_i} \frac{\partial f_k}{\partial x} \right) \quad (12)$$

onde a_{ij} e b_{ij} são respectivamente os coeficientes das matrizes A e B . O vetor de funções de peso S^+ é dado por:

$$S^+ = [S_\alpha^+, S_{v_g}^+, S_{v_l}^+, S_p^+]^T \quad (13)$$

Considerando respostas dadas pela seguinte expressão:

$$R = \langle S^+ \cdot f \rangle = \int_0^L \int_0^T S^+ \cdot f \, dx \, dt \quad (14)$$

o coeficiente de sensibilidade resulta:

$$\frac{\partial R}{\partial p_i} = \sum_{i=1}^I \langle S_{\tilde{a}}^+ \cdot f \rangle + \langle S_{(i)} \cdot f^* \rangle + P \quad (15)$$

onde:

$$S_{\tilde{a}}^+ = \frac{\partial S^+}{\partial p_i} \quad (16)$$

$$S_{(i)} = -\frac{\partial m}{\partial p_i} \quad (17)$$

A Eq. (15) permite avaliar o coeficiente de sensibilidade a partir da solução do sistema direto e adjunto.

O termo P , chamado concomitante bilinear, é função de f^* e a derivada do vetor de estado em relação ao parâmetro $f_{\tilde{a}}$ avaliados nos limites de integração. A forma particular do concomitante bilinear é determinada para cada problema particular considerando que $f_{\tilde{a}}$ é avaliado apenas na condição inicial, onde é conhecido. As condições de contorno do sistema adjunto determinam-se considerando que não devem depender de $f_{\tilde{a}}$. Disto resulta que o sistema adjunto possui a condição final:

$$f^*(x, T) = 0 \quad (18)$$

5. ESCOAMENTO ANULAR

5.1. Problema direto

Este problema, proposto em [7], consiste em um escoamento anular num tubo vertical de comprimento $L = 12 \text{ m}$, como é mostrado na Fig. 1.

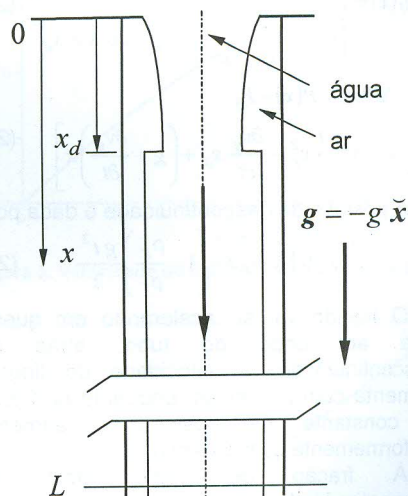


Figura 1. Escoamento anular.

O gás, acumulado próximo das paredes, permanece inicialmente imóvel, isto é, $v_g(x, 0) = v_{gin} = 0$, com uma fração de vazio $\alpha(x, 0) = \alpha_{in} = 0,2$ enquanto o líquido, que ocupa a parte central, entra pelo topo com uma velocidade uniforme e condição inicial $v_l(x, 0) = v_{lin} = 10 \text{ m s}^{-1}$. As condições de contorno são: $\alpha(0, t) = \alpha_0 = 0,2$,

$v_i(0,t) = v_{i0} = 10 \text{ m.s}^{-1}$ e $v_g(0,t) = 0$. A pressão no topo é $P(0,t) = P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (atmosférica).

Para este problema, com as suposições feitas, é possível obter a solução analítica, na qual forma-se uma frente descontínua na posição $x_d(t)$; para $x < x_d$, a frente deixa as variáveis em estado estacionário.

A solução analítica é:

$$\alpha(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1 - \alpha_0}{\sqrt{1 - \frac{2g}{v_{i0}^2} \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right)}} & \text{se } x < x_d \\ \alpha_{in} & \text{se } x > x_d \end{cases} \quad (19)$$

$$v_g(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < x_d \\ \left[1 - \frac{\alpha(x_d)}{\alpha_0}\right] v_i(x_d) & \text{se } x > x_d \end{cases} \quad (20)$$

$$v_i(x) = \begin{cases} v_{i0} - 2 \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right) g x & \text{se } x < x_d \\ v_{i0} - 2 \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right) g x_d & \text{se } x > x_d \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Delta P(x) &= P(x) - P_0 \\ &= -\rho_g \left[\frac{1}{2} v_g^2 - \frac{\partial v_g}{\partial t} x_d + \left(g + \frac{\partial v_g}{\partial t} \right) x \right] \end{aligned} \quad (22)$$

A posição da descontinuidade é dada por:

$$x_d(t) = v_{i0} t - \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right) \frac{g t^2}{2} \quad (23)$$

O líquido vai se acelerando em queda livre ao longo do tubo; atrás da descontinuidade, a velocidade do líquido aumenta com a posição, enquanto na frente é constante na posição e aumenta uniformemente com o tempo.

A fração de vazio atrás da descontinuidade aumenta, enquanto na frente permanece constante com o valor original α_{in} . A velocidade do gás é nula atrás da descontinuidade, enquanto na frente é constante na posição e aumenta uniformemente seu módulo com o tempo, de maneira de ocupar o volume que se cria à medida que a descontinuidade se desloca.

A pressão atrás da descontinuidade aumenta levemente devido à coluna de ar, enquanto na frente aumenta com uma inclinação diferente, função do tempo, devido aos efeitos transitórios.

O estado estacionário é atingido quando a descontinuidade alcança o comprimento do tubo.

5.2. Problema adjunto

A condição de contorno do sistema adjunto, com as considerações explicadas na seção 4, resulta:

$$f^*(L,t) = 0 \quad (24)$$

Para resolver o sistema de equações adjunto é necessário conhecer o vetor de funções de peso, e este por sua vez depende da resposta a analisar. Têm-se dois tipos de respostas: as contínuas e as discretas.

As respostas contínuas são caracterizadas por valores médios no espaço de fase. Por exemplo, para a componente j do vetor de estado, o valor médio na posição e no tempo \bar{f}_j é:

$$\bar{f}_j = \frac{1}{LT} \int_0^L \int_0^T f_j dx dt \quad (25)$$

Com a definição de resposta vista na Eq. (14), a expressão para o vetor de funções de peso resulta:

$$S^+ = \left[0, \dots, \frac{1}{LT}, \dots, 0 \right]^T \quad (26)$$

isto é, todas as componentes do vetor são nulas exceto a j .

As respostas discretas são caracterizadas por valores locais em alguma componente (posição, tempo ou ambas) do espaço de fase. Ao selecionar respostas deste tipo, estaremos introduzindo funções delta de Dirac. Por exemplo, para a componente j do vetor de estado, o valor no ponto (x_0, t_0) , $f_j(x_0, t_0)$ é:

$$f_j(x_0, t_0) = \int_0^L \int_0^T f_j \delta(t - t_0) \delta(x - x_0) dt dz \quad (27)$$

Desta forma o vetor de funções de peso resulta:

$$S^+ = \left[0, \dots, \delta(t - t_0) \delta(x - x_0), \dots, 0 \right]^T \quad (28)$$

onde novamente todas as componentes do vetor são nulas exceto a j .

O tratamento das funções do tipo delta deve ser realizado de maneira cuidadosa, já que no ponto onde estas atuam haverá uma descontinuidade. O tratamento escolhido consistiu em resolver o problema adjunto

excluindo os pontos onde atuam as funções deltas e levando em conta seu efeito através da modificação das condições de contorno [4].

Uma vez determinadas as soluções do sistema direto e adjunto, o coeficiente de sensibilidade pode ser calculado em função do parâmetro de interesse. Foram calculados os coeficientes de sensibilidade considerando o seguinte vetor de parâmetros:

$$p = [\rho_g, \rho_l, \alpha_0, v_{g0}, v_{l0}, \alpha_{in}, v_{gin}, v_{lin}, P_0, g]^T \quad (29)$$

A título de exemplo, são mostrados os correspondentes coeficientes de sensibilidade para os parâmetros gravidade e velocidade do líquido na entrada, os quais resultam:

$$\frac{\partial R}{\partial g} = -\langle v_l^* (1-\alpha) \rho_l \rangle - \langle P^* \alpha \rho_g \rangle \quad (30)$$

$$\frac{\partial R}{\partial v_{l0}} = \int_0^T [- (1-\alpha) \alpha^*(0,t) + 2\rho_l (1-\alpha) v_l v_l^*(0,t)] dt \quad (31)$$

6. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

As distribuições dos vetores de estado direto e adjunto foram obtidas usando um esquema implícito de diferenças finitas. O método LU [8] foi usado para a inversão das matrizes resultantes.

Os termos não lineares do sistema direto foram tratados usando um método preditor-corretor, até que a convergência foi atingida para um número finito de iterações.

O sistema adjunto mantém a mesma discretização; porém, por possuir condições finais, evolui desde o tempo $t = T$ até $t = 0$. Este sistema de equações é linear e pode ser resolvido sem o uso de iterações.

7. RESULTADOS

Adotou-se $g = -9,8 m s^{-2}$, e para as densidades da água e do ar $\rho_l = 1000 kg m^{-3}$ e $\rho_g = 1 kg m^{-3}$.

7.1. Problema direto estacionário

Numa primeira etapa resolveram-se as equações de balanço, Eq. (2) e (3), sem os termos transitórios. Depois de vários testes, escolheu-se um passo espacial $\Delta x = 0,1 m$, valor no qual alcançou-se a convergência

numérica. Nas Fig. 2 a 4 mostram-se os resultados do vetor de estado notando que, para o estado estacionário, resulta $v_g = 0$.

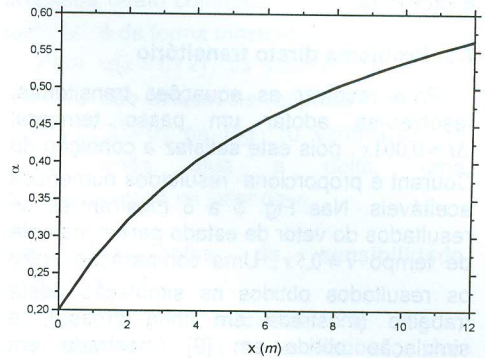


Figura 2. Fração de vazio, estado estacionário.

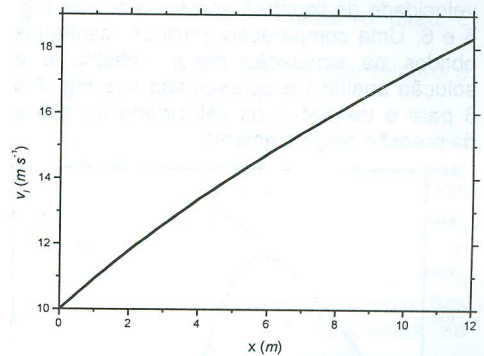


Figura 3. Velocidade do líquido, estado estacionário.

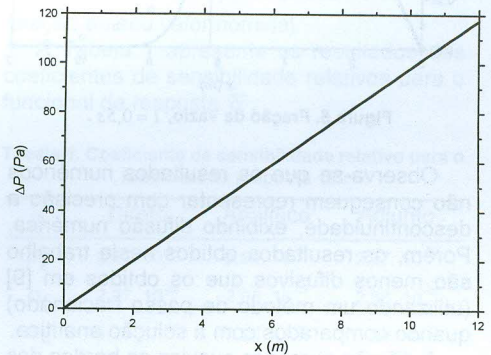


Figura 4. Pressão, estado estacionário.

Os perfis das componentes do vetor de estado apresentam um aumento gradual, desde a entrada até a saída. A fração de vazio e a velocidade do líquido atingem o valor máximo na saída. O leve aumento na

diferença de pressão ΔP entre o ponto e a entrada do tubo deve-se à coluna de gás. O acordo com a solução analítica estacionária é excelente.

7.2. Problema direto transitório

Para resolver as equações transitórias, resolveu-se adotar um passo temporal $\Delta t = 0,001s$, pois este satisfaz a condição de Courant e proporciona resultados numéricos aceitáveis. Nas Fig. 5 a 8 mostram-se os resultados do vetor de estado para o instante de tempo $t = 0,5s$. Uma comparação entre os resultados obtidos na simulação deste trabalho (mostrada em linha grossa), a simulação obtida em [9] (mostrada em círculos) e a solução analítica (mostrada em linha fina) para a fração de vazio e a velocidade do líquido é apresentada nas Fig. 5 e 6. Uma comparação entre os resultados obtidos na simulação deste trabalho e a solução analítica é apresentada nas Fig. 7 e 8 para o transitório da velocidade do gás e da pressão respectivamente.

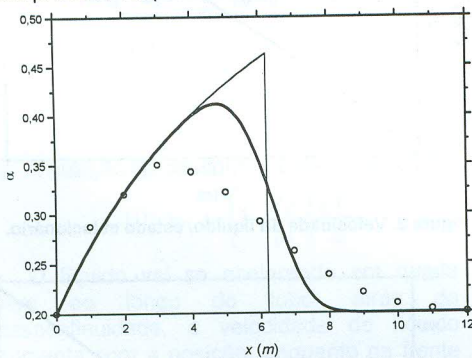


Figura 5. Fração de vazio, $t = 0,5s$.

Observa-se que os resultados numéricos não conseguem representar com precisão a descontinuidade, exibindo difusão numérica. Porém, os resultados obtidos neste trabalho são menos difusivos que os obtidos em [9] (utilizando um método de passo fracionado) quando comparados com a solução analítica.

A difusão numérica suaviza os bordos das descontinuidades e amplia a sua influência espacial a uma faixa ao redor de x_d . Assim, a fração de vazio numérica aumenta desde a entrada, atingindo o máximo numa posição e valor menores que os analíticos.

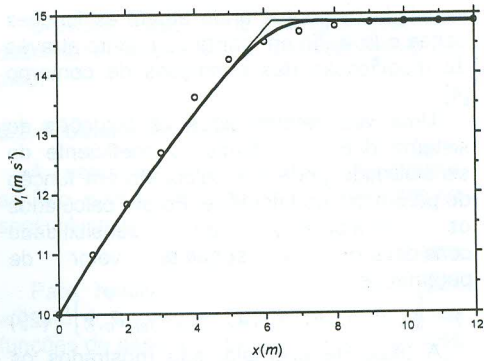


Figura 6. Velocidade do líquido, $t = 0,5s$.

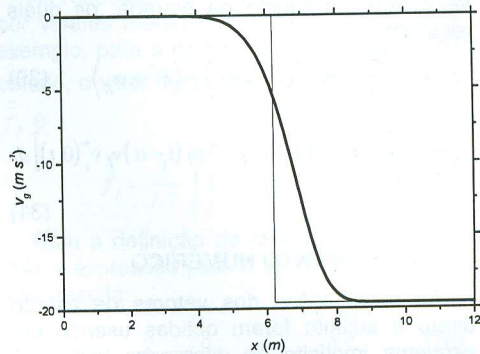


Figura 7. Velocidade do gás, $t = 0,5s$.

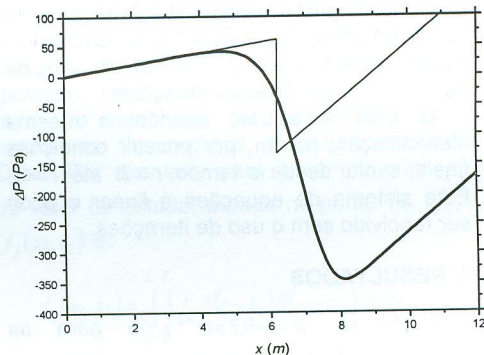


Figura 8. Pressão, $t = 0,5s$.

A discrepância obtida entre a solução numérica e a analítica para o incremento de pressão (ver Fig. 8) pode ser explicada fazendo uma análise baseada na equação de Bernoulli, onde a integral do termo transitório é diferente para as duas soluções.

7.3. Problema adjunto estacionário

Foram resolvidas as equações adjuntas (8), sem os termos transitórios, para diferentes respostas contínuas e discretas. Como exemplo são apresentados, na Fig. 9, a distribuição da variável α^* para o funcional de resposta contínuo $\bar{\alpha}$, enquanto na Fig. 10 é mostrado o resultado da mesma variável adjunta para o funcional de resposta discreto $\alpha(x=L/2)$.

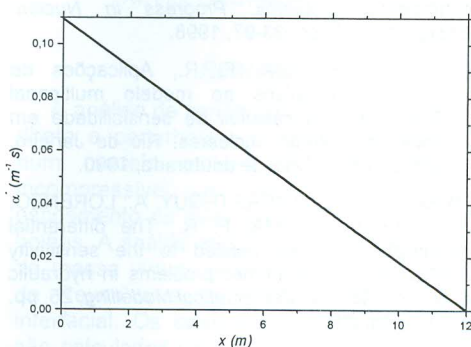


Figura 9. Fração de vazio adjunta para a resposta $\bar{\alpha}$.

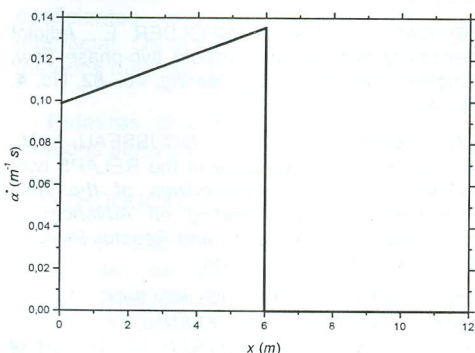


Figura 10. Fração de vazio adjunta para a resposta $\alpha(x=L/2)$.

As funções obtidas para as variáveis adjuntas podem ser interpretadas em base à definição da resposta e à natureza das equações de balanço.

A função adjunta pode ser interpretada, segundo a Eq. (14), como uma função de peso a qual, integrada no espaço das fases como fator da função direta, dá como resultado a resposta procurada.

Por outro lado, as equações de balanço são de natureza parabólica, isto é, a solução é obtida marchando, na posição, do extremo

onde é conhecida a condição de contorno até o ponto de interesse.

Para $\bar{\alpha}$, todos os valores de α no problema direto contribuem na resposta, por tanto α^* é da forma mostrada na Fig. 9.

Para $\alpha(x=L/2)$, os valores de α para $x > L/2$ não influem na resposta, por tanto $\alpha^*(x > L/2) = 0$; na Fig. 10 verifica-se, no ponto onde atua a delta, uma descontinuidade no valor de α^* .

7.4. Coeficientes de sensibilidade estacionários

Nas tabelas mostradas a seguir, apresentam-se os resultados dos coeficientes de sensibilidade relativos para os funcionais de resposta $\bar{\alpha}$ e $\alpha(x=L/2)$ obtidos pelos métodos perturbativo, direto e analítico.

O coeficiente de sensibilidade relativo é dado pela seguinte expressão:

$$S_{R,p_i} = \frac{\partial R}{\partial p_i} \frac{p_i}{R} \quad (32)$$

onde R e p_i representam a resposta não perturbada e o valor nominal do parâmetro respectivamente. Desta maneira, o coeficiente de sensibilidade relativo permite comparar a influencia de perturbações percentuais em diferentes parâmetros na perturbação percentual da resposta.

Para o cálculo pelo método direto, os parâmetros foram perturbados 1% com relação ao seu valor nominal.

A Tabela 1 apresenta os resultados dos coeficientes de sensibilidade relativos para o funcional de resposta $\bar{\alpha}$.

Tabela 1. Coeficiente de sensibilidade relativo para o funcional de resposta $\bar{\alpha}$.

p_i	Direto	Analítico	Adjunto
ρ_g	$2,97 \cdot 10^{-04}$	$2,95 \cdot 10^{-04}$	$2,97 \cdot 10^{-04}$
ρ_I	$2,97 \cdot 10^{-04}$	$2,95 \cdot 10^{-04}$	$2,98 \cdot 10^{-04}$
α_0	$3,24 \cdot 10^{-01}$	$3,25 \cdot 10^{-01}$	$3,24 \cdot 10^{-01}$
v_{g0}	$0,00 \cdot 10^{+00}$	$0,00 \cdot 10^{+00}$	$0,00 \cdot 10^{+00}$
v_{I0}	$-5,94 \cdot 10^{-01}$	$-5,90 \cdot 10^{-01}$	$-5,97 \cdot 10^{-01}$
P_0	$0,00 \cdot 10^{+00}$	$0,00 \cdot 10^{+00}$	$2,62 \cdot 10^{-15}$
g	$2,97 \cdot 10^{-01}$	$2,95 \cdot 10^{-01}$	$2,96 \cdot 10^{-01}$

A Tabela 2 apresenta os resultados dos coeficientes de sensibilidade relativos para a funcional de resposta $\alpha(x=L/2)$.

Tabela 2. Coeficientes de sensibilidade relativos para o funcional de resposta $\alpha(x=L/2)$.

p_i	Direto	Análítico	Adjunto
ρ_g	$-3,22 \cdot 10^{-04}$	$-3,21 \cdot 10^{-04}$	$-3,18 \cdot 10^{-04}$
ρ_l	$3,22 \cdot 10^{-04}$	$3,21 \cdot 10^{-04}$	$3,24 \cdot 10^{-04}$
α_0	$2,95 \cdot 10^{-01}$	$2,96 \cdot 10^{-01}$	$2,95 \cdot 10^{-01}$
v_{g0}	$0,00 \cdot 10^{+00}$	$0,00 \cdot 10^{+00}$	$0,00 \cdot 10^{+00}$
v_{l0}	$-6,44 \cdot 10^{-01}$	$-6,40 \cdot 10^{-01}$	$-6,39 \cdot 10^{-01}$
P_0	$0,00 \cdot 10^{+00}$	$0,00 \cdot 10^{+00}$	$-2,62 \cdot 10^{-15}$
g	$3,22 \cdot 10^{-01}$	$3,20 \cdot 10^{-01}$	$3,18 \cdot 10^{-01}$

Das tabelas 1 e 2, observa-se que para as duas respostas analisadas, α_0 , v_{l0} e g têm maior importância na sensibilidade. Os parâmetros menos importantes na sensibilidade são ρ_g e ρ_l , enquanto as respostas são, praticamente, insensíveis a v_{g0} e P_0 . Aliás, a comparação entre os coeficientes de sensibilidade: analítico, direto e perturbativo mostram um excelente acordo.

8. CONCLUSÕES

O método perturbativo diferencial foi aplicado a um escoamento bifásico em configuração anular. O maior interesse neste trabalho refere-se ao cálculo dos coeficientes de sensibilidade. Dois tipos de respostas foram mostradas: a fração de vazio média ao longo do canal e o valor da fração de vazio no ponto meio. A comparação entre os respectivos coeficientes de sensibilidade obtidos mediante os métodos: analítico, direto e perturbativo mostram excelente acordo.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro e ao IPEN/CNEN pela infra-estrutura disponibilizada.

REFERÊNCIAS

- [1] GANDINI, A., Generalized perturbation theory (GPT) methods. A heuristic approach, *Advances in Nuclear Science and Technology*, 19, pp. 205-380, 1987.
- [2] ANDRADE LIMA, F. R.; GANDINI, A.; BLANCO, A.; LIRA, C. A. B. O.; MACIEL, E. S. G.; ALVIM, A. C. M.; SILVA, F. C.; MELO, P. F. F.; FRANÇA, W. F. L.; BALIÑO, J. L.; LARRETEGUY, A.; LORENZO, A., Recent advances in perturbative methods applied to nuclear engineering problems, *Progress in Nuclear Energy*, 33, 1/2, pp. 23-97, 1998.
- [3] ANDRADE LIMA, F. R., Aplicações de métodos perturbativos ao modelo multicanal COBRA-IV-I para cálculos de sensibilidade em núcleos de reatores nucleares, Rio de Janeiro, (COPPE/UFRJ), Tese de doutorado, 1990.
- [4] BALIÑO, J. L.; LARRETEGUY, A.; LORENZO, A.; ANDRADE LIMA, F. R., The differential perturbative method applied to the sensitivity analysis for waterhammer problems in hydraulic networks, *Applied Mathematical Modelling*, 25, pp. 1117-1138, 2001.
- [5] DREW, A. D.; PASSMAN L. S., *Theory of multicomponent fluids*, Springer-Verlag New York, Inc., 1999.
- [6] CACUCI, D.G.; WACHOLDER E., Adjoint sensitivity analysis for transient two-phase flow, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 82, No. 4, pp. 461-468, 1982.
- [7] RANSOM, V.H.; MOUSSEAU, V., Convergence and accuracy of the RELAP5 two-phase flow model, *Proceedings of the ANS International Topical Meeting on Advances in Mathematics, Computation and Reactor Physics*, Pittsburgh, Pennsylvania, 1991.
- [8] PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P., *Numerical recipes in FORTRAN 77. The art of scientific computing*, 2a. Ed., Press Syndicate of the University of Cambridge (disponível on line em www.library.cornell.edu/nr/bookpdf.html), 2001.
- [9] COQUEL, F.; EL AMINE, K.; GODLEWSKI E.; PERTHAME, B.; RASCLE, P., A numerical method using upwind schemes for the resolution of two-phase flows, *Journal of Computational Physics*, 136, pp. 272-288, 1997.