

Multielasticidade Quantizada em Ensaios de Tração à Temperatura Ambiente

NEY FREITAS DE QUADROS⁽¹⁾

Com base no estudo da propagação de ondas de amplitude finita foi proposta uma teoria segundo a qual ocorreriam transições de segunda ordem nos módulos de elasticidade, cuja distribuição seguiria uma certa ordem. Verificada a validade destas conclusões em ensaios de tração em máquinas "moles", foi apresentada uma equação para o cálculo do módulo de elasticidade em função apenas do coeficiente de Poisson, das temperaturas de fusão do material e do ensaio. Estes parâmetros, multiplicados por um fator e uma constante universal, resultariam vários módulos de elasticidade para um mesmo material (multielasticidade). Ensaando uma liga de Al - 0,07%U comprovou-se não só a existência de vários módulos de elasticidade como também uma distribuição discreta e ordenada destes módulos. Estes resultados podem explicar as discrepâncias entre os valores da constante de mola de máquinas universais de ensaio mecânico do tipo "dura".

1. INTRODUÇÃO

Uma das características básicas e mais importantes dos materiais é o módulo de elasticidade, conceito introduzido por Euler num manuscrito datado de 1727 — publicado em 1862 — mas explicado pelo mesmo somente em 1766^(1,2).

Em ensaios de tração com medidas indiretas da deformação, é fundamental o conhecimento do módulo de elasticidade, ou módulo de Euler, do corpo-de-prova que está sendo ensaiado, a fim de que se possa, através de um modelo matemático, descontar o efeito do sistema constituído pelas garras, juntas, célula de carga, deflexão da máquina e pela parte do corpo-de-prova fora do comprimento padrão. A soma de todos esses efeitos é denominada rigidez da máquina ou constante da mola da máquina (*machine stiffness*).

Entre os modelos propostos, o que parece ser mais próximo da realidade é o "modelo das duas molas"^(3,8), apresentado por vezes de maneiras bastante diferentes. No entanto, os resultados experimentais obtidos em geral apresentam grandes desvios padrões, a ponto de alguns autores⁽⁶⁾ acreditarem que o módulo de rigidez varia com a carga, não sendo portanto uma constante.

A importância da determinação da rigidez da máquina (K_m) está ligada ao seu uso nas equações, baseadas no modelo das duas molas, para determinação do alongamento do corpo-de-prova. Evidentemente, a melhor maneira para experimentar o valor determinado consiste em deformar plasticamente o material, medir a deformação plástica resultante e comparar com a deformação plástica calculada; quanto melhor a aproximação obtida, melhor terá sido a determinação de K_m .

Com esse objetivo foram comparados dados de vários ensaios e, através do método usado^(3,4), encontrados valores de K_m que variam de 3 a 12 MN/m. Além disso, a medida de deformação no corpo-de-prova diferia da calculada em até 10%.

Após experimentar vários métodos de cálculo do K_m , sempre sem sucesso, resolveu-se pesquisar mais profundamente o significado e os métodos de determinação do módulo de elasticidade da amostra, a fim de se ter certeza de que os erros encontrados nos valores da constante da má-

quina não eram provenientes do uso de um módulo de Euler inadequado.

Bell, num tratado sobre a mecânica dos sólidos⁽¹⁾, baseado no estudo de propagação de ondas de amplitude finita propôs uma distribuição quantizada dos módulos de Euler e apresentou uma equação para o cálculo de E em função apenas das temperaturas do ensaio e fusão do material e do seu coeficiente de Poisson. Nessa obra afirma o autor:

"... Estas experiências, descritas pela primeira vez em 1968, foram realizadas a partir de 1955 até 1968. Atrasei a publicação até que houvesse acumulado dados suficientes para poder afirmar, com precisão, não apenas que ocorriam transições de segunda ordem nos módulos de elasticidade, mas também que a distribuição destes seguia uma certa ordem".

"... Uma série de transições de 2ª ordem resultou em uma função resposta consistindo em uma seqüência de segmentos lineares, cada um dos quais possuindo tangente correspondendo a um valor do número inteiro $s = 1, 2, 3, \dots$, para um fator $(2/3)^{s/2 + p/4}$ multiplicado por uma constante universal... Dados ν , T e T_f (coeficiente de Poisson, temperatura de ensaio em K e temperatura de fusão da amostra), encontrei que o valor de E para qualquer temperatura era dado por:

$$E = 2,06 \times (2/3)^{s/2 + p/4} \cdot A (1 + \nu) \cdot (1 - T/2T_f) \quad (1)$$

onde:

$s = 1, 2, 3, 4, \dots$;

$p = 0$ ou 1 , sendo fixo para um mesmo material;

$A = 2,89 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2 = \text{constante universal entre 59 elementos ensaiados}$ ".

Aplicando essa equação para o alumínio e ferro, Bell demonstrou que, para ambos os materiais, $p = 0$; tomando $\nu = 0,340$ para o alumínio e $\nu = 0,285$ para o ferro, e fazendo-se $s = 11$ e $s = 6$ respectivamente, obtém-se, a 25°C:

$$E (\text{Al}) = 7207,8 \text{ kg/mm}^2 \quad (T_f = 660^\circ\text{C})$$

$$E (\text{Fe}) = 20.800 \text{ kg/mm}^2 \quad (T_f = 1536^\circ\text{C})$$

Estes valores, segundo Bell, seriam os mais estáveis dos módulos de elasticidade destes materiais. No entanto, dependendo do histórico termomecânico do material, outros valores (para diferente s) podem ocorrer, inclusive mudança do número $p - p = 1$ em vez de $p = 0$, embora o

Contribuição Técnica nº 1588. Apresentada ao XXXIV Congresso Anual da ABM; Porto Alegre RS; julho de 1979.

(1) Membro da ABM. Engenheiro Industrial Metalúrgico; Mestre em Ciências; Centro de Metalurgia Nuclear do Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares; São Paulo SP.

material seja o mesmo. Em geral estes valores, $s = 11$, $s = 6$ e $p = 0$, para o alumínio e ferro, ocorrem maior número de vezes quando o material está recozido a uma temperatura homóloga de 0,90.

Finalmente Bell também chama a atenção de que, mesmo no caso de máquinas duras, como as tipo Instron, muitos cientistas tinham observado a existência de segmentos de retas, em suas curvas, similares às que ele observara em máquinas moles. Contudo, acreditava-se que este fenômeno era causado por peculiaridades dos corpos-de-prova ou problemas oriundos das máquinas de ensaio usadas.

O objetivo deste trabalho pode ser dividido em três etapas:

- Verificar a existência da elasticidade múltipla numa liga Al-0,07%U, em máquina universal de ensaio, dura, do tipo Instron.
- Verificar, caso ocorra a elasticidade múltipla, se existe uma certa ordem nos valores dos módulos; isto é, se a distribuição é discreta, como prevista por Bell.
- Comparar os valores obtidos com os calculados pela equação de Bell.

A finalidade deste estudo é fornecer subsídios para uma correta determinação da constante de mola de máquinas de ensaio do tipo dura.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Material

Escolheu-se um corpo-de-prova de Al-0,07%U, com a seguinte composição em peso: 0,1%Si; 0,1%Fe; 0,04%Mg; 0,06%Mn; 0,01%Cu; 0,01%Zn; 0,07%U e 99,61%Al. Esta liga foi obtida por fusão em cadinho de grafita, em forno de mufla, com adição de fundente e degaseificante. O lingote obtido foi homogeneizado durante 32 h a $610^{\circ}\text{C} \pm 5\%$. Finalmente, por laminação obteve-se uma placa com 2 mm de espessura, que forneceu 30 corpos-de-prova.

Métodos

Preparação do corpo-de-prova — A amostra foi polida mecanicamente segundo procedimento desenvolvido e explicado em outro trabalho⁽¹⁰⁾, a seguir foi recozida a 600°C durante 2 h e resfriada no forno por 24 h. Realizou-se polimento eletrolítico adequado⁽¹⁰⁾ e procedeu-se à anodização de uma das extremidades do corpo-de-prova, a fim de se medir o tamanho de grão.

Medições do corpo-de-prova — As medidas da amostra foram realizadas com micrômetro com precisão de 0,001 mm, de ponta fina — diâmetro de 1,5 mm —, através de método desenvolvido para esta finalidade⁽¹⁰⁾ e que leva em conta o abaulamento causado no corpo-de-prova pelo polimento eletrolítico.

Tamanho de grão — O tamanho de grão foi obtido em microscópio, através de uma ocular apropriada.

Montagem da amostra — O corpo-de-prova foi montado nas garras do forno da Instron através de um dispositivo projetado e construído para essa finalidade. Este dispositivo facilita a montagem da peça com bom alinhamento e sem perigo de distorções, permitindo ainda o transporte e montagem da amostra na máquina ou no forno sem que o menor esforço atinja o corpo-de-prova.

Técnicas de ensaio — Usou-se um extensômetro de alta precisão e calibrado-se o mesmo da maneira indicada pelo fabri-

cante. Na escala de alta sensibilidade este instrumento permite um aumento de até 1000 X na deformação sofrida pela amostra. Utilizou-se também a supressão do zero, de maneira a se trabalhar sempre com a mesma escala — em geral, de 20 kg. Os ensaios foram feitos a uma velocidade de deslocamento do cabeçote móvel de 0,05 mm/min, mas usou-se também velocidade de 0,005 mm/min. Em alguns ensaios permitiu-se pequena deformação plástica a fim de se observar seu efeito sobre o módulo de Euler. A temperatura ambiente foi mantida em torno de 21°C e medida por um termômetro de mercúrio de máxima e mínima.

Medições da carta registradora — Após tentar várias técnicas de medida, decidiu-se pelo uso de um perfilômetro, com precisão de 0,001 mm. Usou-se objetiva de 10 X. Projetou-se e construiu-se um dispositivo para segurar a carta firmemente na mesa móvel do aparelho.

3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Tamanho de grão e dimensões da amostra

O tamanho de grão determinado pelo método descrito foi de $0,280 \text{ mm} \pm 15\%$. A área da seção transversal foi de $11,2873 \pm 0,031 \text{ mm}^2$, sendo o comprimento padrão de 25 mm.

Ensaio de tração

A sigla AE designa a série de experiências programadas. Nessa 1ª etapa foram realizados oito ensaios, mas perderam-se dois. O 6º ensaio foi perdido devido a uma grande vibração na máquina, oriunda de mudança de velocidade. O 8º, por causa da colocação inadequada do extensômetro no corpo-de-prova.

Realizou-se uma análise estatística dos dados obtidos, construindo-se a tabela I, onde aparecem todos os parâmetros resultantes bem como os intervalos de validade. Na primeira coluna, de cima para baixo, aparece o ensaio, a temperatura em que o mesmo foi realizado e a velocidade da ponte em mm/min. Na segunda, também de cima para baixo, estão anotadas a designação da reta (1, 2, etc) e o número de pontos analisados, ou seja, que entraram na regressão linear. Da terceira coluna em diante, seguem:

- Fmin: força (carga) correspondente ao ponto de menor ordem da regressão (kg).
- Pontos: ordem dos pontos (1º e último) que entraram na regressão.
- Fmax: força (carga) correspondente ao ponto de maior ordem (kg).
- Fora: ordem dos pontos que por algum motivo não entraram nos cálculos da regressão linear (kg).
- Sb: erro absoluto de b (kg), coeficiente linear da regressão.
- Sbr: erro relativo de b.
- m: coeficiente angular da reta obtida (kg/mm).
- Sm: erro absoluto de m (kg/mm).
- Smr: erro relativo de m.
- R: coeficiente de correlação da regressão linear.
- E: módulo de Euler calculado (kg/mm^2) segundo a equação:
$$E = \frac{mLo}{Ao}$$
- SE: erro absoluto do módulo de Euler (kg/mm^2).
- SEr: erro relativo do E.
- EB: módulo de Euler de acordo com Bell (kg/mm^2).
- SEB: erro absoluto correspondente a $\pm 1,5\%$ EB.

TABELA I — Parâmetros resultantes dos ensaios de tração.

Ensaio T(°C) Vp	Reta N	Fmin Pontos Fmax	Fora	b Sb Sbr	m Sm Smr	R	E SE SEr	EB SEB (ΔE)r	s p
AE-1 21 0,05	1 29	2,8 05/39 9,8	17,18 22,23 31,35	1,5172 0,4300 0,0283	3990,3 32,8 0,0082	0,99909	8837,9 99,3 0,0112	8825,0 +32,4 +0,0015	10 0
	2 10	10,4 42/57 13,4	43,44 52,54 55,56	2,2616 0,1406 0,0622	3250,0 47,9 0,0148	0,99913	7198,3 +27,8 0,0178	7205,6 108,1 -0,0010	11 0
	3 16	14,2 61/79 17,8	65,66 73	5,7938 0,1097 0,0189	2204,8 23,4 0,0107	0,99921	4883,3 66,4 0,0136	4803,7 72,1 +0,0166	13 0
	4 10	17,6 78/87 19,4		8,2608 0,1457 0,0176	1742,6 24,8 0,0142	0,99919	3859,6 66,4 0,0172	3922,2 58,8 -0,0159	14 0
	5 7	19,6 88/96 21,6	90,93	11,8881 0,1359 0,0114	1164,4 17,9 0,0154	0,99941	2578,9 47,3 0,0184	2614,8 39,2 -0,0137	16 0
AE-2 21 0,05	1 12	3,0 08/19 8,5		0,4400 0,0860 0,1955	3932,0 52,6 0,0134	0,99911	8711,5 142,8 0,0164	8825,0 132,4 -0,0129	10 0
	2 25	10,0 22/46 22,0		1,3057 0,1136 0,0870	3266,4 24,5 0,0075	0,99935	7236,2 76,1 0,0105	7205,6 108,1 +0,0043	11 0
AE-3 21 0,005	01 8	0,5 1/12 6,0	8,9 10,11	-0,0795 0,0302 0,3797	3165,1 31,4 0,0099	0,99971	7011,9 95,8 0,0137	7205,6 108,4 -0,0269	11 0
	1 20	7,0 14/38 19,0	16,20 22	0,4085 0,0843 0,2063	3278,8 20,4 0,0062	0,99961	7263,7 70,7	7205,6 108,4 +0,0081	11 0
	2 10	19,0 38/49 24,45	39,43	3,6913 0,1872 0,0507	2682,2 27,3 0,0102	0,99959	5942,0 81,3 0,0137	5883,3 88,3 +0,0099	12 0
AE-4 21,5 0,005	1 43	1,8 06/48 18,6		1,0272 0,0389 0,0379	3250,9 12,1 0,0050	0,99971	7202,2 52,1 0,0072	7203,3 108,0 -0,00015	11 0
	2 8	20,6 53/62 24,0	55,56	7,1800 0,2463 0,0343	2210,4 35,3 0,0159	0,99924	4896,8 96,5 0,0197	4802,2 72,0 0,0197	13 0
AE-5 21,5 0,05	1 51	0,6 01/51 19,8		0,7021 0,0449 0,0639	3262,2 13,5 0,0041	0,99958	7226,9 55,2 0,0076	7203,3 108,0 +0,0033	11 0
	2 7	21,4 53/60 24,2		7,6711 0,2030 0,0264	2227,8 30,1 0,0135	0,99954	4935,3 83,9 0,0170	4802,2 72,0 +0,0277	13 0
AE-7 21,5 0,50	1 18	1,5 01/18 18,5		0,1468 0,0713 0,4858	3263,7 20,9 0,0064	0,99967	7230,8 73,4 0,0102	7205,6 108,1 +0,0035	11 0
	2 6	18,5 18/23 23,5		3,4661 0,3544 0,1022	2664,2 53,6 0,0201	0,99919	5902,6 140,9 0,0239	5883,3 88,3 0,0033	12 0

(ΔE)r: diferença entre E e EB em relação a EB.

s: primeiro número quântico da equação de Bell.

p: segundo número quântico da equação de Bell.

Para cálculo dos parâmetros estatísticos usaram-se equações citadas na bibliografia⁽¹¹⁻¹³⁾; foi feito um programa, em calculadora programável para o processamento dos dados. Os erros na determinação de E foram calculados pelo método da propagação de erros.

As figuras de 1 a 6 mostram os resultados obtidos diretamente da carta registradora. Em alguns ensaios, principalmente o AE-1 (Fig. 1) e AE-3 (Fig. 3), houve certa dificuldade em localizar a melhor reta que representasse alguns trechos, principalmente os iniciais. Escolheu-se então um critério para determiná-los, que pode ser resumido como segue:

- Só é aceitável como representativa de um trecho a reta que apresente correlação no mínimo igual a 0,999.
- Se, num certo intervalo, nota-se que o ponto está muito distante de uma reta média, abandona-se o ponto no processamento dos dados.
- Um ponto pode pertencer a duas retas ao mesmo tempo.

Na figura 3 nota-se que aparecem duas retas com a mesma tangente. Isto aconteceu porque no ensaio AE-3 uma vibração espúria apareceu no gráfico. As unidades usadas são as obtidas na carta registradora — kg para a carga e mm para as medidas de comprimento. Os módulos foram obtidos em kg/mm² e aparecem com esta unidade na tabela I.

A figura 1 mostra a existência de cinco retas, no primeiro ensaio realizado. A amostra se encontra no estado

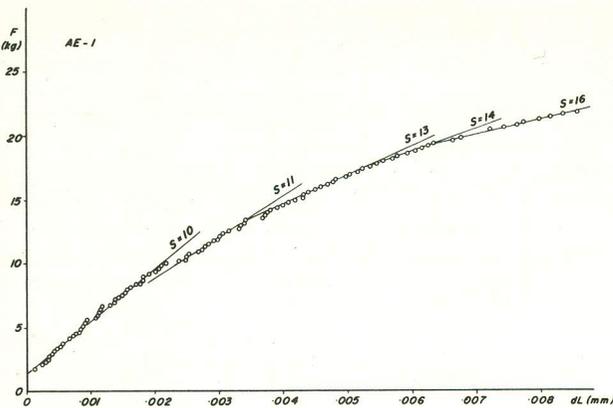


Fig. 1 - Ensaio AE-1; $V_p = 0,05$ mm/min. Nota-se a existência de cinco módulos (Tabela I). Neste ensaio permitiu-se uma pequena deformação plástica da ordem de 0,0173%.

estrutural padrão, ou seja, recozida 2 h a 600°C e resfriada no forno por 24 h. As retas que aparecem (traço cheio) correspondem às tangentes determinadas por regressão linear. Estes coeficientes angulares multiplicados por uma constante (L_0/A_0) fornecem os módulos de elasticidade (Tabela I). A letra s representa o primeiro número quântico da equação de Bell. Os valores de s que aparecem nas figuras são os mesmos da tabela I. Pode-se notar que neste primeiro ensaio ocorrem muitas perturbações, principalmente nas duas primeiras retas ($s=10$ e $s=11$). Nada se pode afirmar sobre estes distúrbios, uma vez que tanto podem ter sido causados pelo próprio sistema de medição como pelo corpo-de-prova. A partir da 3ª reta estes distúrbios desaparecem.

Neste primeiro ensaio permitiu-se que a amostra sofresse pequena deformação plástica, correspondente ao alongamento de 0,004322 mm ($\sim 0,0173\%$); para o ensaio AE-2 levou-se em conta esta deformação permanente para os cálculos da nova área transversal, admitindo-se correta a aproximação da lei da constância de volumes.

A tabela II mostra os valores assumidos por L_0 e A_0 durante a seqüência de ensaios. Nota-se que o L_0 não muda pois o extensômetro está sempre calibrado para $L_0 = 25,000$ mm. A terceira linha da tabela apresenta a velocidade da ponte móvel usada (V_p).

TABELA II - Valores de L_0 , A_0 e V_p .

Ensaio	AE-1	AE-2	AE-3	AE-4	AE-5	AE-7
L_0 (mm)	25,000	25,000	25,000	25,000	25,000	25,000
A_0 (mm ²)	11,2873	11,2846	11,2840	11,2840	11,284	11,284
V_p ($\frac{mm}{min}$)	0,050	0,050	0,005	0,005	0,050	0,500

A figura 2 apresenta apenas duas retas. Nota-se que, para alongamentos menores do que 0,0005 mm, é impossível obter boa correlação linear pois estes valores estão no limite da sensibilidade do extensômetro usado. Observa-se também que desaparecem as tangentes correspondentes aos valores de $s > 11$.

A figura 3 mostra o desaparecimento da tangente que corresponde a um valor de s igual a 10; em outras palavras, o 1º módulo que aparece é o módulo estável, para o qual $s = 11$ (e $p=0$) na equação de Bell. Note-se que aconteceu um distúrbio, provavelmente devido ao sistema de medição, deslocando a tangente para cima; no entanto a regressão linear mostra que as tangentes das duas retas são iguais,

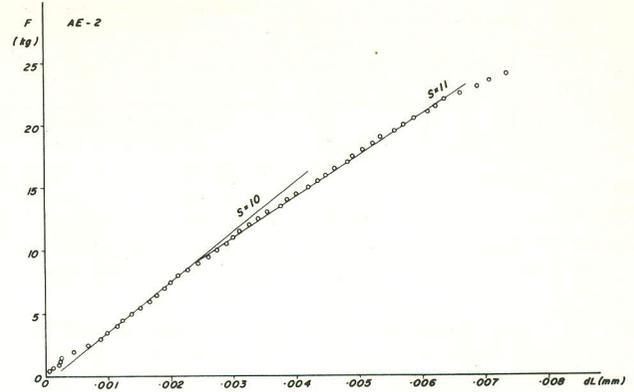


Fig. 2 - Ensaio AE-2; $V_p = 0,05$ mm/min. A partir deste ensaio só apareceram dois módulos, possivelmente por causa da pequena deformação plástica do 1º ensaio. Nota-se que apenas os dois módulos iniciais ($s = 10$ e $s = 11$) estão presentes.

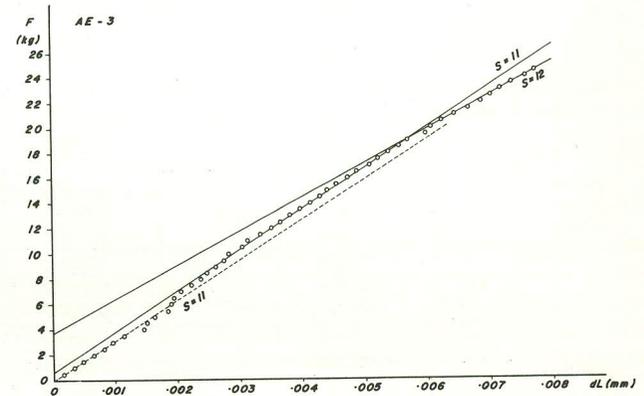


Fig. 3 - Ensaio AE-3; $V_p = 0,005$ mm/min. A mudança da velocidade de deformação parece ter ampliado a faixa de existência do módulo mais estável ($s = 11$). Observa-se que a carga associada ao último ponto da primeira reta é de 19 kg.

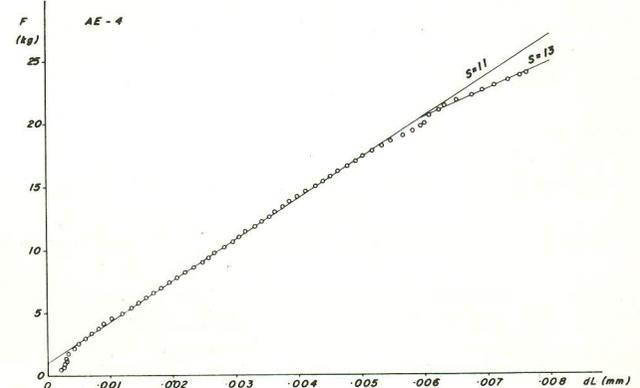


Fig. 4 - Ensaio AE-4; $V_p = 0,005$ mm/min. Observa-se que a carga correspondente ao último ponto da primeira reta é de 18,6 kg, praticamente igual à da figura 3. Há mudança de $s = 12$ para $s = 13$ no segundo módulo.

havendo diferença apenas em relação a b (coeficiente linear da reta). A única mudança que houve no ensaio foi da velocidade de deslocamento da ponte móvel. Observa-se que aparece novo valor para s na segunda tangente ($s = 12$).

A figura 4 apresenta os resultados do ensaio AE-4, sendo a velocidade de deformação a mesma do ensaio anterior. Durante quase toda a extensão do ensaio a reta corres-

pondente ao módulo mais estável ($s = 11$) predomina. Nota-se que a 2ª tangente admite valor de s igual a 13. A partir do ensaio AE-3 não se permitiu que a amostra deformasse plasticamente. Observe-se também que no início do ensaio obteve-se uma série de pontos para os quais não foi possível obter boa correlação.

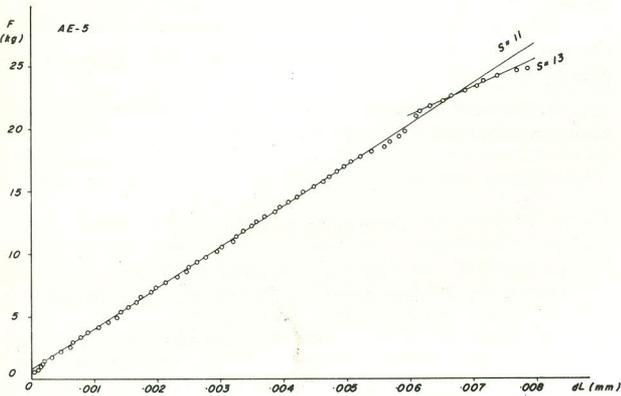


Fig. 5 — Ensaio AE-5; $V_p = 0,05$ mm/min. Novamente a carga máxima (19,8 kg) da primeira reta é praticamente igual à dos dois ensaios anteriores. Nota-se que o aumento da velocidade de deformação não alterou a distribuição dos módulos.

A figura 5 (ensaio AE-5) comprova que houve comportamento semelhante ao ensaio anterior, mesmo mudando a velocidade de deformação. Por sua vez, a figura 6 apresenta os resultados do ensaio AE-7. Aqui, ao se aumentar a velocidade de deslocamento do travessão móvel houve reaparecimento da tangente correspondente ao módulo de elasticidade para o qual $s = 12$.

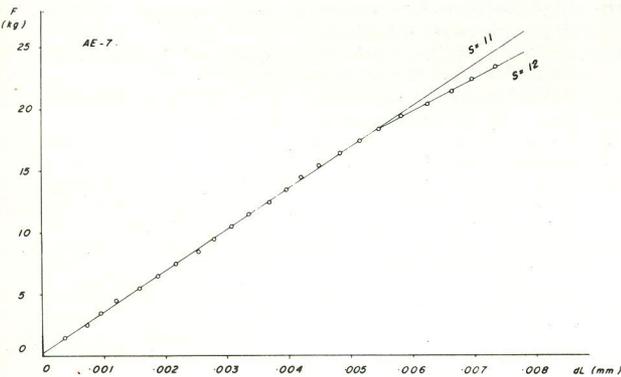


Fig. 6 — Ensaio AE-7; $V_p = 0,5$ mm/min. A carga máxima da primeira reta (18,5 kg) praticamente não mudou; no entanto reapareceu o módulo correspondente a $s = 12$.

Resumindo, as experiências realizadas mostraram existência de vários módulos de elasticidade, sendo que, após pequena deformação plástica do material recozido, só se obtiveram dois módulos nos outros ensaios. Uma variação na velocidade de deformação parece afetar a distribuição dos módulos, embora nem sempre isto aconteça.

4. DISCUSSÃO

Os resultados experimentais confirmam a validade da equação (1) de Bell para máquinas duras. É evidente que tal confirmação para o módulo de elasticidade E é também

uma comprovação indireta para a equação proposta para o módulo de elasticidade transversal, $G^{(1)}$:

$$G = 1,03 \cdot A \cdot (2/3)^{s/2} + p/4 \cdot (1 - T/2m) \tag{2}$$

onde:

- A = constante universal = 28 900 kg/mm²;
- s = número quântico inteiro = 1, 2, 3, ...;
- p = 0 ou 1 (segundo número quântico);
- T = temperatura do ensaio (K);
- T_m = temperatura de fusão (K) do material.

Da teoria da elasticidade^(1,14) sabe-se que:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3}$$

Como ν é constante, G deve seguir a mesma distribuição do módulo E . De acordo com os valores de E determinados experimentalmente e com aqueles calculados pela teoria de Bell pode-se construir a tabela III.

TABELA III — Comparação do módulo de elasticidade transversal G (kg/mm²), obtido através dos ensaios de tração e da equação de Bell (GB).

E	EB	G	GB	s
8775	8825	3274	3293	10
7196	7206	2685	2689	11
5922	5883	2210	2195	12
4905	4804	1830	1792	13
3860	3922	1440	1464	14
2579	2615	962	976	16

Os valores de E foram calculados como média dos valores obtidos nos ensaios de tração. EB e GB são, respectivamente, o módulo de elasticidade e elasticidade transversal obtidos pelas equações de Bell, sendo que s tem o mesmo significado já definido. Em seu trabalho Bell apresenta apenas as equações para os módulos E e G , demonstrando a constância da relação de Poisson (ν) para o intervalo de validade de suas equações. Para este intervalo ($0,06 \leq T/T_f \leq 0,6$), pode-se escrever ainda:

$$B = \frac{E}{3(1-2\nu)} \tag{4}$$

$$K = \frac{1}{B} \tag{5}$$

onde:

- B = módulo volumétrico de elasticidade (*bulk modulus*);
- K = compressibilidade.

Substituindo a equação (1) em (4) vem:

$$B = 0,687 \cdot A \cdot \frac{(1+\nu)}{(1-2\nu)} (2/3)^{s/2} + p/4 \cdot (1 - \frac{T}{2T}) \tag{6}$$

O inverso de (6) fornece o valor de K .

De acordo com a teoria da elasticidade, as constantes E , G e ν seriam características de cada material e descreveriam o comportamento elástico do mesmo^(15,16). De acordo com a teoria de Bell, no entanto, apenas ν (coeficiente de Poisson) não varia para um dado material. As outras constantes podem assumir valores discretos para $s = 1, 2, 3, \dots$; no entanto, os valores mais estáveis de E e G são os descritos na literatura e, para o alumínio e suas ligas os valores mais estáveis são $s = 11$ e $p = 0$.

O efeito da composição é levado em conta pois a temperatura de fusão do material (T_f), no caso de uma liga, é igual à temperatura da linha *solidus*. Assim, para a liga quase pura analisada tomou-se $T_f = 646^\circ\text{C}$, que é uma boa aproximação. Como exemplo, para o aço inoxidável 304 a temperatura da linha *solidus* é de 1230°C e, para $\nu = 0,28$, encontra-se $E = 20\,370\text{ kg/mm}^2$, para $s = 6$ e $p = 0$ (módulo mais estável).

Do ponto de vista microscópico não se tem ainda explicação comprovada para a existência destas transições de segunda ordem. Nem mesmo Bell construiu algum modelo que pudesse explicar o fenômeno.

É evidente que a descoberta da multielasticidade quantizada trará grandes conseqüências não só para a teoria da resistência dos sólidos como também para a teoria das discordâncias. A existência destes módulos discretos sugere que os campos de tensões e de deformações associados a uma determinada configuração da rede cristalina possam mudar durante um processo de deformação, e também que os valores associados a estes campos são discretos. Desta maneira existiriam valores discretos associados, por exemplo, ao campo de tensões de uma discordância, uma vez que sua energia é proporcional ao módulo G .

Uma comprovação experimental desta teoria talvez pudesse ser obtida pelo cálculo do contraste de discordâncias, intimamente relacionado com o campo de deformações a elas associado⁽¹⁷⁾, em amostras submetidas a tração em microscópio eletrônico de transmissão.

Uma das inúmeras conseqüências que se pode prever desta teoria é que uma determinada configuração da rede cristalina não pode passar para outra de modo contínuo, existindo configurações proibidas para cada material. Em outras palavras, não é possível passar de um estado estrutural para outro, continuamente, durante um processo de deformação.

Em seu trabalho Bell também estuda o processo da deformação plástica. Seus resultados sugerem que os estágios que aparecem em diagramas $d\sigma/de$ versus σ estão relacionados com mudanças dos campos de tensão e deformação das discordâncias⁽¹⁸⁾.

Finalmente torna-se claro que, para o cálculo de ensaios mecânicos, deve-se levar em conta esta teoria. Um novo método de cálculo foi elaborado recentemente com tal finalidade⁽¹⁹⁾.

5. CONCLUSÕES

Comprovou-se experimentalmente a existência da multielasticidade quantizada em máquinas duras de ensaios mecânicos.

Verificou-se a validade da equação de Bell para o cálculo dos módulos de elasticidade e da elasticidade transversal.

Mostrou-se como calcular os módulos volumétricos de elasticidade e a compressibilidade com base na equação de Bell.

Sugeriu-se uma explicação para o fenômeno e um método experimental para comprová-la.

BIBLIOGRAFIA

- BELL, J.F. — The Experimental Foundations of Solids Mechanics, in: Handbuch der Physik, v. VIa/1, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York (1973).
- TRUEDELLE, C.A. — The Rational Mechanics of Flexible or Elastic Bodies, 1638 — 1788, in: Introduction to Leonhardi Euleri Opera Omnia, v. X e XI, Seriei Secundae, Zürich, (1960), p. 402.
- AVERY, D.H.; & FINDLAY, W.N. — Quasistatic Mechanical Testing, in: Techniques of Metals Research, v. 5, Part 1, R.F. Bunshah, ed., New York, Interscience (1971), pp. 91-143.
- GUIMARÃES, J.R.C.; e CHAWLA, K.K. — Metalurgia-ABM, 34, 249 (1978), pp. 549-52.
- FORTES, M.A.; e PROENÇA, J.G. — J. Test. Eval., 4, 4 (1976), pp. 248-50.
- MEDRANO, R.E. — Comunicação Pessoal.
- LEE, D.; & HART, E.W. — Metall. Trans., 2 (1971), pp. 1245-8.
- CLOUGH, R.B. — Rational Basis and New Methods for Proportional Limit, Machine Stiffness, Critical Stress Intensity, and Crack Velocity Measurements, in: Recent Development in Mechanical Testing, ASTM STP 608, (1976), pp. 20-44.
- TEGART, W.J.M. — Elements of Mechanical Metallurgy, New York, MacMillan (1966).
- QUADROS, N.F. — Estudo do Envelhecimento Dinâmico em Al e Ligas de Al, a publicar.
- SPIEGEL, M.R. — Estatística, trad. por C.J.P. Lucena, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil (1977).
- HOFFMANN, R.; e VIEIRA, S. — Análise de Regressão, São Paulo, Ed. da Universidade de São Paulo (1977).
- PARRAT, L.G. — Probability and Experimental Errors in Science, New York, Dover (1961).
- AMSTRONG, P.E. — Measurements of Elastic Constants, in: Techniques of Metals Research, v. 5, Part 2, R.F. Bunshah, ed., New York, Interscience (1971), pp. 123-56.
- DIETER JR., G.E. — Mechanical Metallurgy, New York, McGraw-Hill (1961).
- HIRTH, J.P.; & LOTHEN, J. — Theory of Dislocations, New York, McGraw-Hill (1968).
- KESTENBACH, H.J. — Comunicação Pessoal.
- QUADROS, N.F. — Verificação da Teoria de Bell para a Deformação Plástica do Alumínio, a publicar.
- QUADROS, N.F. — Um Novo Método para a Análise de Curvas Carga versus Deslocamento em Máquinas Universais de Ensaios Mecânicos, a publicar.

DEBATE

BEREND SNOEIJER⁽¹⁾ — Como foi determinado o valor de s ? Fixou-se o valor de E ?

NEY FREITAS DE QUADROS — O s foi determinado pela teoria de Bell. Experimentalmente, os pontos da carta foram determinados com grande precisão e feito um estudo estatístico através de regressões lineares. Por exemplo, na fig. 1, no 1º ensaio (AE-1), aparecem 5 retas determinadas por regressão linear; são as que melhor se adaptam à curva, o que pode ser facilmente demonstrado pela estatística (Teoria dos Resíduos). Os resultados da tabela I mostram os coeficientes de correlação de cada reta, indicando

o erro cometido em cada determinação. Calcula-se o módulo correspondente pela fórmula:

$$E = \frac{m \cdot L_o}{A_o}$$

onde m é o coeficiente angular da regressão (Tabela I) e L_o e A_o têm o seu significado normal.

(1) Membro da ABM. Engenheiro e Doutor; Universidade Federal de Santa Catarina; Florianópolis SC.

Isto posto, compara-se o módulo obtido experimentalmente com os obtidos pela fórmula de Bell, fazendo-se variar s . No caso, notou-se que, para a primeira reta, o módulo experimental tinha o valor de $8837,9 \text{ kg/mm}^2$, correspondendo a um módulo calculado de $8825,0 \text{ kg/mm}^2$ para $s = 10$. Desta maneira foram calculados todos os módulos.

B. SNOEIJER — O exame foi feito em policristal?

N.F. QUADROS — Sim. A teoria de Bell é válida tanto para materiais mono quanto policristalinos.

B. SNOEIJER — Nos materiais policristalinos, a deformação ocorre de forma diferenciada e não instantânea. Os resultados refletem a média estatística; daí não se poder afirmar que a causa da inclinação das retas residiria em certa configuração instantânea assumidos pelos átomos no corpo-de-prova, uma vez que todos eles não poderiam assumir, ao mesmo tempo, esta configuração.

N.F. QUADROS — Em primeiro lugar, em materiais mono ou policristalinos a deformação ocorre instantaneamente, ou seja, de um modo não homogêneo. Em segundo lugar, há que se estabelecer o que é o módulo de elasticidade, o que ele reflete. Na realidade ele é uma constante diretamente ligada aos campos de tensões existentes na rede cristalina do material (*stress field*) em equilíbrio com os defeitos.

B. SNOEIJER — Não concordo inteiramente. O módulo de elasticidade é simplesmente uma resposta à deformação elástica se nos limitarmos a um curto espaço de tempo, ou seja, enquanto não houver ruptura das ligações atômicas, pois quando isto acontece o problema é diferente.

N.F. QUADROS — O módulo de elasticidade é uma propriedade intrínseca do material, pois não é necessário a existência de uma deformação elástica para medi-lo; como tal, depende fundamentalmente da organização ou configuração dos átomos na rede cristalina e da energia (ou campo de tensões) inerente à espécie do átomo, ou seja, à coesão interatômica; esta, por sua vez, depende do histórico termomecânico do material. Então, a partir de um estado padrão — por exemplo, uma amostra recozida e resfriada no forno para evitar tensões internas — estou sugerindo que durante a deformação o material passa por várias configurações antes de sofrer a ruptura das interligações atômicas; a cada uma destas configurações corresponde um módulo de elasticidade. Assim, se o material possui apenas um tipo de distribuição atômica na sua rede cristalina, terá apenas um módulo; porém se existem outros tipos (que podem ser produzidos durante a própria deformação), deverá possuir vários módulos, tantos quantas forem as configurações pelas quais o cristal passa antes de haver a ruptura das ligações interatômicas.

B. SNOEIJER — Mas estas mudanças de configuração não ocorrem ao mesmo tempo, mas sucessivamente, de grão para grão.

N.F. QUADROS — Correto; porém nada impede que ocorra em vários grãos ao mesmo tempo. Em um ensaio de tração, durante a deformação elástica, existe um intervalo de tempo em que o módulo não muda. Após certo tempo há uma mudança instantânea, indicando um ponto ou uma zona de transição muito pequena que poderia corresponder a um rearranjo da rede cristalina. Estas observações sugerem que existam configurações "proibidas", ou seja, os átomos não passam de uma configuração para outra de modo contínuo e sim discreto. Os dados experimentais de Bell e os apresentados neste trabalho apoiam esse modelo discreto sugerido; em outras palavras, a deformação elástica se processa de modo discreto e não contínuo.

ANDRÉ PAULO TSCHIPSCHIN⁽²⁾ — Os ensaios apresentados foram realizados com a mesma amostra. Observando a seqüência em que foram realizados pode-se notar que os pontos de transição dos desvios se deslocam para cargas mais altas, de ensaio para ensaio. Por que não atribuir estes desvios, que ocorrem antes do chamado limite elástico, a movimentos localizados de discordâncias dentro do material, os quais corresponderiam à existência de uma microdeformação plástica?

N.F. QUADROS — Não nego a existência de uma movimentação de discordâncias na região elástica de deformação; a única restrição é que este movimento seja reversível. Este deslocamento reversível, citado por Cottrell em sua obra clássica,

Dislocations and Plastic Flow in Crystals, permitiria o aparecimento de outras configurações mecanicamente estáveis, pelas quais a rede cristalina poderia passar ao ser deformada elasticamente; estas mudanças de configuração atômica acarretariam mudanças no módulo de elasticidade. Sob este ponto de vista não haveria microdeformação plástica, uma vez que não haveria deslocamento irreversível das discordâncias.

Outras observações talvez sirvam para melhor esclarecer a questão. Durante um ensaio normal de tração de um corpo-de-prova de alumínio recozido notou-se a existência de três módulos de elasticidade; Bell chama a atenção para o fato de que, em geral, no descarregamento apareceria apenas um módulo, e seu valor corresponderia ao valor mais estável previsto pela equação (1); no caso seria aproximadamente 7200 kg/mm^2 a 250°C ($s = 11$, $p = 0$). Infelizmente meu sistema de medidas não permite comprovar esta observação de Bell; se ele for calibrado para o carregamento não pode ser usado durante o descarregamento.

Exames realizados por ultra-som em amostra de alumínio com 99,999% de pureza nominal, deformada cerca de 30% a frio numa prensa mecânica, recozida a 450°C durante 1 h e resfriada ao ar, revelaram um módulo de elasticidade de aproximadamente 6800 kg/mm^2 a 25°C ; este é o valor encontrado pela equação de Bell para $s = 11$ e $p = 1$.

Ensaio de atrito interno em médias freqüências realizados em alumínio de alta pureza (99,999%) laminado a frio revelaram módulos iguais a 4600, 6800 e 8100, que correspondem a valores de s iguais a 13, 11 e 10, respectivamente.

Ensaio de tração a 25°C realizados em aço inoxidável 304L mostraram a existência de dois módulos. Num destes ensaios a deformação foi medida por meio de um extensômetro de resistência colado na amostra. Antes de realizar o ensaio determinou-se o módulo por ultra-som obtendo-se o valor de $24\ 800 \text{ kg/mm}^2$. Medindo-se novamente o módulo numa região pouco deformada da amostra, após o ensaio, obteve-se o valor de $20\ 370 \text{ kg/mm}^2$. As medições realizadas com o extensômetro confirmaram estes valores com erro de 1%.

Outros ensaios de tração realizados com o aço inoxidável 304L em amostras normais e com solda no centro do comprimento padrão acusaram a existência de dois valores do módulo de elasticidade.

Ainda não consegui um modelo qualitativo para explicar o fenômeno, mas estou convencido de que o papel representado pelas possíveis configurações cristalinas de equilíbrio é muito relevante. Durante a aplicação da carga, as deformações elásticas obrigariam os átomos a adquirirem determinadas configurações que mudariam o campo de energia elástica da amostra como um todo. Esta mudança não se daria continuamente; durante a deformação elástica a amostra permaneceria com o mesmo módulo (o que implica na mesma configuração de equilíbrio) até que ocorresse novo rearranjo atômico em todo o corpo-de-prova. Haveria então mudança brusca do campo de energia elástica e conseqüentemente do módulo.

A importância deste fenômeno é enorme. Uma de suas aplicações seria a obtenção, através de tratamentos termomecânicos, de baixos módulos de elasticidade em aços permitindo a conformação mecânica mais fácil; através de tratamento térmico poder-se-ia obter um módulo mais alto, conferindo ao material maior rigidez.

VALDEMIRO SOARES DE CAMPOS⁽³⁾ — Os ensaios de Bell foram realizados também em monocristais? Aumentando o tamanho de grão haveria diferente variação do módulo?

N.F. QUADROS — Como já foi citado, Bell também fez ensaios em monocristais. Quer se trate de mono ou policristal, o módulo é o mesmo. O módulo de elasticidade independe do tamanho de grão. Pode ser que haja uma mudança, por exemplo, na localização das zonas de transição no diagrama tensão x deformação; isto ainda precisa ser estudado. Esta teoria é muito recente e ainda não suficientemente estudada. A tensão ou o limite de escoamento é sensível a variações do tamanho de grão, mas o mesmo não acontece com os valores do módulo de elasticidade.

(2) Membro da ABM. Engenheiro Metalurgista e M.E.; Escola Politécnica da USP; São Paulo SP.

(3) Membro da ABM. Engenheiro Metalurgista e M.Sc.; Instituto de Pesquisas e Desenvolvimento do CTA; São José dos Campos SP.