

THESE

presentee

A L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE

GRENOBLE

par

Paulo GOMES DOS REIS

**ETUDE DE LA METHODE DE SYNTHESE ITERATIVE
PAR DEFLATION DANS LA RESOLUTION DE L'EQUATION DE
DIFFUSION APPLIQUEE AUX CALCULS DES REACTEURS
A NEUTRONS RAPIDES**

Soutenu le 6 Octobre 1980 devant la Commission d'Examen

M. LONGEQUEUE

PRESIDENT

MM. DURAND

HAMMER

RECOLIN

NIGON

GIORNI

EXAMINATEURS

R E M E R C I E M E N T S
=====

Tout d'abord, je désire exprimer ma vive reconnaissance à l'Institut de Recherches Energétiques et Nucléaires (IPEN ex IEA ; SAO-PAULO), ainsi qu'au Conseil National de Développement Scientifique et Technologique (CNPq, BRÉSIL) pour leurs supports financiers, sans lesquels ce travail n'aurait pas eu lieu.

Que M. JP. LONGQUEUE trouve ici l'expression de ma respectueuse reconnaissance pour l'honneur qu'il m'a fait de présider le Jury de cette thèse.

Je prie M. JL. DURAND, de bien vouloir accepter ma profonde gratitude pour avoir dirigé cette thèse. Les encouragements qu'il m'a prodigués ainsi que les critiques qu'il a apportées à mon manuscrit m'ont été précieux.

J'ai été très sensible au fait que M. GIORNI veuille bien être membre du Jury. Qu'il trouve ici le témoignage de mes sincères remerciements.

Je suis heureux de pouvoir remercier M. NIGON, pour l'attention qu'il a accordée à ce travail, ainsi que pour ses remarques judicieuses.

Si j'ai pu mener à bien mes recherches, c'est grâce à l'aide qui m'a été dispensée au Centre d'Etudes Nucléaires de CADARACHE où se travail a été effectué.

Que Messieurs A. KHAIRALLAH, Ph. BERNA, Ph. ROUZAUD, et Madame SANTA-MARINA, qui sont à l'origine de ce travail, trouvent ici le témoignage de mes sincères remerciements pour les fructueuses discussions que nous avons eues ensemble. Mes remerciements vont aussi à Madame C. BONNET pour son aide amicale dans l'interprétation des données numériques.

J'exprime ma profonde gratitude à M. Ph. HAMMER, d'avoir suivi mon travail. Je lui dois de m'avoir accordé son soutien même quand les recherches semblaient dans l'impasse.

Que M. S. NISAN veuille trouver ici l'expression de mes remerciements pour les fructueuses discussions que nous avons eues ensemble.

Je remercie en particulier M. J. RECOLIN, pour avoir accepté avec beaucoup d'amitié de faire partie du Jury, en tant que représentant de la Section de Physique des Neutrons Rapides, où ce travail a été entrepris.

Que Messieurs M. SALVATORES, JY. PIPAUD, et G. DANGLADE, trouvent ici mes sincères remerciements pour leurs remarques judicieuses au cours de la préparation de mon exposé à la S.P.N.R.

En particulier, je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à Monsieur F. LYON pour avoir eu la gentillesse de corriger soigneusement le texte final de ce mémoire.

Les responsables de la Section de Physique des Neutrons Rapides m'ont toujours réservé un excellent accueil. Je tiens à remercier plus particulièrement M. JY. BARRE dont l'ouverture d'esprit vis-à-vis des méthodes nouvelles a été pour moi un encouragement constant à aboutir à un résultat. Messieurs JC. MOUGNIOT, et J. RAVIER pour m'avoir donné toutes les facilités pour achever ce travail dans de bonnes conditions.

Que Messieurs J. HERAIL, JULIAN, R. FABIANELLI, G. REYNAUD, et M. COSIMI trouvent ici le témoignage de mes sincères remerciements pour leur aide dans l'écriture de programmes spéciaux.

Je remercie Madame B. LE FUR et Monsieur G. ARNOLD pour la présentation soignée qu'ils ont su donner à ce travail.

Qu'il me soit permis enfin, d'adresser mes vifs remerciements à tous ceux qui, au sein de la S.P.N.R., m'ont réservé un accueil amical.



PAGES

ANNEXE I	: DETERMINATION DES COEFFICIENTS DES MATRICES PAR LA METHODE DE SYNTHSE ITERATIVE PAR DEFLATION EN ESPACE ET ENERGIE - SYSTEME MATRICIEL A RESOUDRE	78
ANNEXE II	: GENERALISATION DE LA METHODE DE SYNTHSE ITERATIVE PAR DEFLATION EN ESPACE ET ENERGIE EN GEOMETRIE RECTANGULAIRE A TROIS DIMENSIONS	88

I N T R O D U C T I O N

I - POSITION DU PROBLEME -

I-1. ORIGINE :

La connaissance de la distribution spatiale-énergétique du flux neutronique dans un réacteur nucléaire est nécessaire à la détermination des caractéristiques de fonctionnement, en particulier :

- . optimisation de la distribution des puissances ;
- . respect des critères de fonctionnement (température nominale de gaine, puissance linéique maximale) ;
- . détermination des paramètres d'irradiation des assemblages (taux de combustion, dommage) ;
- . détermination des paramètres caractéristiques des couvertures (gain de régénération, puissance).

En régime stationnaire, c'est-à-dire lorsque le réacteur fonctionne à puissance constante, la distribution d'équilibre du flux neutronique ne dépend que des variables d'espace et d'énergie, et est la solution de l'équation de transport de Boltzmann.

I-2. APPROXIMATION TRANSPORT-DIFFUSION. DISCRETISATION DES VARIABLES :

En fait, on montre, qu'en première approximation, le passage transport-diffusion est valable pour des réacteurs de grande taille qui sont les coeurs de puissance. A cette condition, on peut écrire que la distribution d'équilibre du flux neutronique est la solution d'une équation de diffusion. Plus précisément, on s'intéresse au problème des valeurs propres :

"Chercher la plus grande valeur propre λ (coefficient de multiplication effectif du réacteur, k_{eff}), et la fonction propre associée Φ (flux neutronique) relatives à l'équation :

$$-\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[a(r, E) \frac{\partial \Phi(r, E)}{\partial x_i} \right] + b(r, E) \Phi(r, E) - \int_{E' > E} c(r, E' \rightarrow E) \Phi(r, E') dE' = \frac{d(r, E)}{\lambda} \int_{E'} e(r, E') \Phi(r, E') dE'$$

sur le domaine $\Omega \in \mathbb{R}^3$;

Φ vérifie des conditions aux limites sur la frontière de Ω , r symbolise les variables d'espace, E la variable énergie et les fonctions a , b , c , d , et e , sont des fonctions données, constantes par milieu physique et strictement positives."

Physiquement, cette équation représente le bilan des neutrons d'énergie E à l'intérieur d'un volume unitaire autour du point r , quel que soit l'instant considéré. C'est la condition de criticité du réacteur. De gauche à droite, on a :

- . Fuites des neutrons d'énergie E hors du volume unitaire, où $a(r, E)$ est le coefficient de diffusion ;
- . Disparition des neutrons d'énergie E à l'intérieur du volume unitaire pour tous les types de réaction, où $b(r, E)$ est la probabilité totale de réaction ;
- . Apparition des neutrons d'énergie E à l'intérieur du volume unitaire pour ralentissement depuis les énergies $E' > E$, où $c(r, E' \rightarrow E)$ est la probabilité de ralentissement ;
- . Apparition des neutrons d'énergie E à l'intérieur du volume unitaire pour la fission, où $d(r, E)$ est la fraction de neutrons d'énergie E et $e(r, E')$ leur nombre probable à chaque énergie E' .

Pour résoudre le problème des valeurs propres, qui sera symbolisé pour la suite par :

$$\begin{cases} A\Phi = \frac{1}{\lambda} B\Phi \\ \text{Conditions aux limites homogènes sur la frontière de } \Omega ; \end{cases}$$

on utilise des techniques classiques qui font généralement appel à une discrétisation des variables r et E , car l'obtention d'une solution continue en espace et énergie est impossible. Cela s'explique d'une part par la complexité des arrangements géométriques des matériaux dans un réacteur, et d'autre part par le fait que les variations des fonctions a , b , c , d , et e , sont très compliquées avec l'énergie des neutrons.

Tout d'abord, on divise l'intervalle utile des énergies en un nombre fini de sous-intervalles (groupes d'énergie), et on suppose que les fonctions a , b , c , d , et e sont constantes dans chaque sous-intervalle, c'est-à-dire qu'on les moyenne sur l'énergie de façon à conserver les taux de réaction afin que le bilan neutronique soit exact. Ces fonctions de l'énergie, appelées "sections efficaces macroscopiques équivalentes", sont directement associées au mode fondamental du milieu et représentent de manière suffisante la valeur moyenne spatiale sur le milieu (calcul de cellule).

Ensuite, dans chaque groupe, on approche les dérivées de l'équation en espace résultante, suivant la technique de discrétisation choisie. Enfin, on formule un problème matriciel qui représente numériquement le problème des valeurs propres continu et que l'on résout itérativement (système linéaire d'équations de diffusion en théorie multigroupe ou problème multigroupe).

Les découpages typiques de la variable énergie utilisés dans le calcul des réacteurs rapides sont :

- . 200 groupes pour des calculs spatiaux "fins" 1D ;
- . 25 groupes pour des calculs spatiaux "standards" 2D, représentatifs des expériences critiques ;
- . 6 groupes pour des calculs spatiaux 3D des coeurs de puissance.

En ce qui concerne les variables d'espace, l'approximation numérique est réalisée au moyen d'une discrétisation du domaine représentant le coeur. On construit un réseau dont la largeur de maille dépend de la technique employée. Le découpage géométrique peut être fait par :

- . différences finies, maillage "fin" ;
- . éléments finis, maillage "large".

Le choix dépend, pour une précision donnée, des caractéristiques informatiques telles que l'encombrement mémoire et le temps de calcul.

II - METHODES DISPONIBLES -

II-1. DIFFERENCES FINIES :

La méthode la plus couramment utilisée dans ces dernières années a été celle des différences finies [1, 2]. Dans cette méthode, le flux à l'intérieur d'une maille du découpage géométrique est supposé constant, et les dérivées en espace sont approchées par des différences. Cela nécessite la construction d'un maillage suffisamment fin, en particulier aux endroits où le flux varie rapidement.

Or, avec la taille importante des domaines des réacteurs rapides étudiés, on est souvent conduit, lorsque l'on utilise cette méthode, à des encombrements mémoires prohibitifs. Par exemple, NISAN cite en [3] que, pour calculer aux différences finies à 6 groupes d'énergie un quart d'un coeur rapide (100x100x130)cm suivant XYZ, il est impossible d'utiliser un maillage plus fin que "20x20x26" (pas uniforme de 5cm en XYZ), à cause d'un encombrement mémoire prohibitif (supérieur à 2500 K ; capacité maximale permise sur S91 à SACLAY).

Donc, avec la nécessité de connaître d'une façon précise les positions des points chauds d'un coeur rapide, compte-tenu de l'enfoncement variable des barres de contrôle, ou les effets de vidange Sodium sur la réactivité, le recours fréquent aux calculs à trois dimensions devient impératif. D'où l'appel à des méthodes plus approchées, ce qui nous place devant le compromis de faire un calcul peu coûteux mais suffisamment précis. C'est pourquoi, depuis plusieurs années, de nombreuses études ont été poursuivies en vue d'imaginer de nouvelles méthodes.

Parmi celles qui ont été proposées, deux semblent particulièrement prometteuses :

- . la méthode de synthèse ;
- . la méthode des éléments finis.

II-2. SYNTHESE :

Dans cette méthode, dite de synthèse classique ou Kaplan [4,7], le fait qu'un réacteur présente généralement une faible hétérogénéité suivant la direction Z, a donné l'idée de diviser le coeur en tranches axiales homogènes et de combiner les solutions à deux dimensions calculées dans ces tranches, pour former la solution à trois dimensions. Plus précisément, le flux à trois dimensions à l'intérieur de chaque groupe d'énergie des neutrons, est représenté par la combinaison linéaire :

$$\tilde{\phi}^g(x, y, z) = \sum_{k=1}^K \alpha_k^g(z) \varphi_k^g(x, y) \quad (g = 1, NG),$$

où, dans chaque tranche axiale "k" du réacteur, on néglige les dérivées par rapport à Z. On résoud alors un problème de valeurs propres à deux dimensions en XY, par exemple aux différences finies en théorie multigroupe, et on obtient la fonction propre : $\varphi_k^g(x, y)$ ($g = 1, NG$).

On prend les fonctions $\varphi_k^g(x, y)$ ($\begin{smallmatrix} k=1, K \\ g=1, NG \end{smallmatrix}$) comme fonctions de base, et les fonctions $\alpha_k^g(z)$ ($\begin{smallmatrix} k=1, K \\ g=1, NG \end{smallmatrix}$), dites de mélange ou de synthèse, s'obtiennent par la résolution relativement simple d'équations différentielles à une dimension en Z. Pour cela, on utilise la méthode des résidus pondérés [8]. Celle-ci consiste à prendre un ensemble de K fonctions de poids $w_k^g(x, y)$ ($\begin{smallmatrix} k=1, K \\ g=1, NG \end{smallmatrix}$) linéairement indépendantes et à imposer aux fonctions $\alpha_k^g(z)$ ($\begin{smallmatrix} k=1, K \\ g=1, NG \end{smallmatrix}$) de vérifier les K conditions d'orthogonalité suivantes :

$$\iint_{(xy)} w_k^g(x, y) R^g(x, y, z) dx dy = 0 \quad \left(\begin{smallmatrix} k=1, K \\ g=1, NG \end{smallmatrix} \right),$$

les $\alpha_k^g(z)$ doivent satisfaire les conditions aux limites compatibles avec celles de ϕ^g et R^g ; le résidu dans chaque groupe d'énergie s'écrit :

$$R^g(x, y, z) = A \left[\sum_{k=1}^K \alpha_k^g(z) \varphi_k^g(x, y) \right] - \frac{1}{\lambda} B \left[\sum_{k=1}^K \alpha_k^g(z) \varphi_k^g(x, y) \right] \neq 0 \quad (g=1, NG)$$

On obtient ainsi un système différentiel pour chaque groupe "g" avec des conditions aux limites de K équations, qui permet de calculer les K fonctions $\alpha_k^g(z)$, et donc l'approximation $\tilde{\phi}^g(x, y, z)$.

En ce qui concerne les fonctions de poids, plusieurs choix sont proposés [7] :

- . $w_k = \varphi_k$: méthode de Galerkin ;
- . $w_k = \varphi_k^*$: pondération adjointe ;
- . $w_k = \frac{\partial R}{\partial \varphi_k}$: dérivée du résidu par rapport à la $k^{\text{ième}}$ fonction de base (ce choix correspond au critère des moindres carrés).
- . $w_k = \delta(x, y)$: pondération ponctuelle (fonction δ de Dirac) ou méthode de collocation.

Personne n'a cependant réussi à montrer de manière convaincante, qu'un choix donnait de meilleurs résultats qu'un autre, si ce n'est dans des cas particuliers ou académiques [10]. Il semble donc prudent, dans l'état actuel des connaissances, d'utiliser en synthèse spatiale, la méthode de Galerkin, car, une fois choisies les fonctions de base linéairement indépendantes, cette méthode assure automatiquement l'indépendance linéaire des fonctions de poids.

Les résultats de l'application de la synthèse Kaplan, dans des modèles de validation, montrent des écarts sur la puissance par rapport à la référence aux différences finies de l'ordre de (0-1)% aux milieux coeurs loin des barres de contrôle, (3-5)% près de celles-ci, et de (5-10)% aux interfaces axiales avec les milieux fortement ralentisseurs (réflecteurs de réacteurs thermiques) et absorbant-ralentisseurs (couvertures des réacteurs rapides) [11]. D'autre part, dans leur utilisation pour les calculs de projet des réacteurs de puissance, on confirme ces écarts dans les études du coeur de démarrage du réacteur SUPER-PHENIX 1 (SPx-1), qui se déroulent actuellement.

II-3. ELEMENTS FINIS :

Dans cette méthode, le flux à l'intérieur d'une maille (élément) du découpage géométrique, est représenté par exemple par des polynômes des variables d'espace au lieu d'être supposé constant comme en différences finies. Plus précisément, le flux à trois dimensions (dans chaque groupe d'énergie) au point $r \equiv (x, y, z)$ dans chaque sous-espace (élément) de volume V_h engendré par la base $w_1(r), \dots, w_N(r)$ est donné par la combinaison linéaire :

$$\tilde{\phi}_h(r) = \sum_{i=1}^N \alpha_i w_i(r),$$

étant ai des coefficients à déterminer par la méthode de Galerkin, et chaque $W_i(r)$, polynôme d'ordre n_x en x , n_y en y et n_z en z , est associé à un noeud i (sur la surface d'élément), où par définition il prend la valeur de l'unité étant zéro aux autres noeuds. Cela permet des mailles plus larges, d'autant plus larges que le degré des polynômes est élevé, et de diminuer en conséquence notamment le nombre de mailles.

Cette méthode, déjà longtemps employée dans le calcul des structures, a été récemment mise en oeuvre pour les calculs neutroniques et, plus particulièrement dans le domaine des réacteurs thermiques. Dans la littérature, on peut citer entre autres, les travaux de Strang et Fix en 1973 [12], Kang et Hansen en 1973 [13], et Kavenoky et Lautard en 1977 [14].

On précise enfin, que dans le domaine des réacteurs rapides, la méthode des éléments finis vient d'être validée par rapport à la méthode des différences finies présentant des résultats plus précis que ceux donnés par la méthode de synthèse Kaplan (distribution de puissance calculée avec un écart de (0-1)% aux milieux coeurs près des barres de contrôle ainsi qu'aux interfaces coeur-couverture) [3].

Cela permet de placer cette méthode comme référence dans l'étude d'amélioration de performance de la synthèse Kaplan qu'on se propose de réaliser.

III - BUT DU TRAVAIL -

III-1. REMARQUES SUR LA METHODE DE SYNTHESE KAPLAN :

L'inconvénient majeur de la méthode de synthèse Kaplan que l'on vient de soulever, c'est-à-dire le manque de précision au voisinage des irrégularités (barres de contrôle, interfaces coeur-couverture), a motivé le développement d'une méthode de synthèse originale, dite "synthèse itérative par déflation" [15].

Le principe essentiel de cette méthode, tout en conservant les avantages de la synthèse Kaplan (encombrement mémoire et temps de calcul), est celui de libérer l'utilisateur de certaines contraintes :

- 1°) choix du nombre de termes ;
- 2°) choix des fonctions de base ;
- 3°) choix des fonctions de poids.

En se libérant du point 1, on peut rajouter autant de termes que nécessaires pour augmenter la précision d'un calcul de synthèse au voisinage des irrégularités (d'où l'idée de déflation : calculer un terme à la fois), à l'inverse de la synthèse Kaplan qui ne permet pas de construire plus de termes qu'il n'y a de tranches axiales. Et, en se libérant des points 2 et 3, on élimine le côté arbitraire inhérent à tout choix (d'où l'idée d'itération).

L'efficacité de cette méthode a été testée sur des problèmes représentatifs à deux dimensions en géométrie rectangulaire [15]. Pour cela, le flux de chaque groupe d'énergie a été exprimé de la façon suivante :

$$\phi^g(x, y) = \sum_{k=1}^K \alpha_k^g(y) \varphi_k^g(x) \quad (g=1, NG) ,$$

où chaque terme de l'approximation est calculé séparément en itérant sur les fonctions α_k^g , φ_k^g jusqu'à ce que l'écart entre les fonctions α_k^g ainsi que celui des fonctions φ_k^g , soient considérés suffisamment petits. Plus précisément, on calcule le premier terme $\alpha_1^g(y) \varphi_1^g(x)$ par des itérations employant la méthode des résidus pondérés avec les fonctions α , φ , elles-mêmes comme fonctions de poids [16], c'est-à-dire que l'on répète un calcul de synthèse alternativement en "y" et en "x" en utilisant comme fonctions de base les coefficients de mélange résultants du calcul précédent. A partir de ce premier résultat, on modifie le problème initial de telle sorte qu'un nouveau calcul de synthèse itérative à un seul terme donne le terme suivant. Tous les termes sont ainsi calculés l'un après l'autre par déflation jusqu'à ce que, par exemple, la norme du dernier terme soit suffisamment petite.

Les résultats obtenus pour des configurations académiques (écart sur les puissances par rapport aux différences finies de l'ordre de 0-1% aux milieux coeurs près des barres de contrôle constituées par des milieux absorbants, ainsi qu'aux interfaces coeur-couverture), ont encouragé la généralisation de la méthode à trois dimensions en géométrie XYZ [17], (géométrie des expériences critiques à neutrons rapides, tandis que la géométrie hexagonale à trois dimensions est employée dans les réacteurs de puissance).

III-2. EXPERIENCE DE LA METHODE DE SYNTHESE ITERATIVE PAR DEFLATION :

III-2.1. Qualification par rapport à la méthode des éléments finis :

Cette fois-ci, on cherche à approximer le flux dans chaque groupe d'énergie, par la combinaison linéaire :

$$\phi^g(x, y, z) = \sum_{k=1}^K \alpha_k^g(z) \varphi_k^g(y) \gamma_k^g(x) \quad (g=1, NG)$$

Pour qualifier la méthode de synthèse itérative par déflation par rapport à la méthode des éléments finis disponible, dans la première partie de cette thèse, on considère un coeur rapide de concept hétérogène (coeur comprenant une zone fertile interne pour favoriser la production de Plutonium) en géométrie rectangulaire à trois dimensions XYZ.

Le problème à résoudre est celui de calculer le flux neutronique discrétisé en NG groupes d'énergie (flux multigroupe) associé au coefficient de multiplication effectif, c'est-à-dire la valeur propre, solutions d'un système de NG équations de diffusion couplées (problème multigroupe).

Pour se libérer dans cette étude préliminaire, des effets en énergie et limiter le temps de calcul des tests, on effectue le calcul à 1 groupe.

La méthode de synthèse itérative par déflation est poussée aussi loin que possible dans le cadre d'un calcul monocinétique. Une fois mise au point, elle est comparée à la méthode des éléments finis du point de vue temps et précision de calcul. Cette comparaison met en évidence un désavantage important de la méthode de synthèse qui présente un temps de calcul plus grand d'un facteur 4 sans avoir la même précision au niveau de la valeur propre (écart de $-50 \text{ pcm} = -50 \times 10^{-5} \Delta k/k$). Cela s'explique par une mauvaise convergence du calcul du flux dans la couverture axiale externe, où il varie fortement à partir de l'interface coeur-couverture, et donne des valeurs plus petites d'un facteur 30 par rapport à celles relevées au niveau du coeur.

Etant donné que le calcul à 1 groupe d'énergie est insuffisant pour calculer le flux neutronique, et le coefficient de multiplication effectif d'un coeur rapide, on conclut de cette étude préliminaire de qualification, qu'il faut modifier la méthode de synthèse pour pouvoir prendre en compte la variable énergie et qu'elle reste compétitive avec celle des éléments finis.

III-2.2. Mise au point de la méthode de synthèse itérative par déflation en espace et énergie :

En tenant compte du fait que la précision de calcul d'un coeur rapide nécessite la construction d'un maillage relativement fin en énergie, c'est-à-dire un découpage plus fin que celui utilisé pour le projet (6 groupes), la solution qui paraît la plus prometteuse pour rendre la méthode de synthèse itérative par déflation compétitive, semble être de séparer la variable énergie des variables d'espace. On peut alors envisager le découpage à plusieurs groupes d'énergie.

III-2.2.1. Principe de la méthode de synthèse en espace et énergie classique :

Le point de départ de cette méthode est l'obtention d'un ensemble de spectres de base réalistes, caractéristiques de chaque milieu physique. En outre, ils doivent être calculés d'après des critères physiques simples. Par exemple, le calcul aux différences finies en théorie multigroupe à une dimension peut fournir des spectres de base réalistes. Ce choix est justifié par le fait qu'un calcul à une dimension ne coûte pas cher, même à plusieurs groupes. Il peut alors servir comme point de départ pour le calcul de synthèse spectrale.

Lorsque l'on connaît les spectres de base, on les combine pour former la solution qu'on exprime d'une façon continue par :

$$\varphi(r, E) = \sum_{k=1}^K \psi_k(r) \gamma_k(E) ,$$

où $r \equiv (x)$ ou (R, Z) ou (x, y) ou (x, y, z) , ... et $\psi_k(r)$ est la fonction amplitude de chaque spectre de base $\gamma_k(E)$ ou mode.

En d'autres termes, un problème multigroupe où l'on cherche NG fonctions d'espace (flux au niveau de chaque groupe), se réduit en général au problème de trouver K fonctions $\psi_k(r)$ où le nombre K est beaucoup plus petit que NG (un problème multigroupe à 25 groupes d'énergie se réduit à trouver autant de fonctions $\psi_k(r)$ qu'est le nombre de milieux physiques, chacun étant représenté par son spectre). Pour cela, il est alors nécessaire que les K spectres de base portent les informations sur les autres (NG-K) fonctions d'espace qu'on essaie de supprimer, si l'on veut représenter exactement le flux multigroupe. Bien entendu, cela n'est possible que dans les cas académiques (coeurs à une ou deux zones). Dans la pratique, on cherche à approcher au mieux le flux neutronique par l'utilisation des spectres de base les plus réalistes possibles.

Parmi les travaux réalisés dans cette direction, on cite d'une part ceux de Toivanen en 1968 [18], Lancefield en 1969 [19], Neuhold et Ott en 1970 [20], Cockayne et Ott en 1971 [21], et Corcuera en 1974 [22] ; qui traitent des problèmes coeur-couverture à une dimension et à 25 groupes d'énergie. D'autre part, ceux de Lorenzoni et Robinson en 1971 [23], et Greenspan en 1972 [24], qui calculent des coeurs de puissance en géométrie cylindrique (R,Z) à 16 groupes d'énergie.

Les résultats obtenus montrent des précisions comparables au calcul référence aux différences finies en théorie multigroupe (quelques pcm d'écart sur le K_{eff} et des écarts sur les puissances de l'ordre de (0-1)% aux milieux coeurs, (2-3)% aux interfaces coeur-couverture, et (5-10)% près d'elles au niveau des couvertures).

III-2.2.2. Synthèse itérative par déflation en espace et énergie en géométrie rectangulaire à deux dimensions et à 25 groupes d'énergie :

La deuxième partie de cette thèse est consacrée à la programmation et à l'analyse numérique de la méthode de synthèse itérative par déflation continue en espace et énergie avec des spectres par milieu en géométrie rectangulaire à deux dimensions, et à 25 groupes d'énergie. On cherche à approcher le flux neutronique par :

$$\varphi(x,y,E) = \sum_{k=1}^K \alpha_k(y) \varphi_k(x) \gamma_k(E) ;$$

où $\gamma_k(E)$ sont des spectres de base connus et calculés aux différences finies en théorie multigroupe à une dimension. Les fonctions d'espace $\alpha_k(y)$, $\varphi_k(x)$ s'obtiennent itérativement et par déflation comme dans le cas monocinétique.

On précise que les critères d'optimisation adoptés pour cette nouvelle méthode sont à priori la minimisation de l'encombrement mémoire de la synthèse itérative par déflation, et la possibilité de discrétiser la variable énergie, selon le besoin (l'encombrement mémoire et le temps de calcul varient très peu avec le nombre de groupes à l'opposé d'un calcul en théorie multigroupe), ce qui peut augmenter la précision du calcul.

a) Modèles de validation :

En premier lieu, on calcule un système simple à deux milieux. Pour cela, on passe un calcul aux différences finies à une dimension et à 25 groupes d'énergie. Les spectres de base, pratiquement très voisins des spectres moyens dans les milieux considérés, sont pris au centre du coeur et au centre de la couverture. Ensuite, les fonctions d'espace sont obtenues par la construction d'une fonction de poids discontinue à l'interface (méthode des résidus pondérés par des taux de réaction) de façon à minimiser les écarts (par rapport à la référence aux différences finies) sur des quantités intégrales et locales par l'utilisation de chaque spectre de base.

Puis, on calcule la section droite principale du coeur en concept hétérogène, considéré dans la première partie de la présente thèse. Ce modèle présente des interfaces construites en forme d'escalier et cela augmente beaucoup le nombre d'irrégularités par rapport au modèle antérieur. Ce choix est fait pour rendre systématique le calcul des spectres de base dans des cas réalistes. Pour cela, on passe des calculs aux différences finies à des cotes choisies selon les critères qui sont définis dans cette thèse. Une base spectrale est ensuite construite pour le calcul de synthèse. Enfin, les fonctions d'espace sont obtenues par la généralisation de la fonction de poids employée pour le modèle antérieur.

b) Résultats (qualification par rapport à la méthode aux différences finies) :

La comparaison avec la méthode référence aux différences finies en théorie multigroupe, montre une très bonne précision dans le calcul de la valeur propre (écarts de 2 à 20 pcm), et des valeurs locales des taux de réaction qui varient lentement à partir des interfaces coeur-couverture, c'est-à-dire les captures (écarts de (0-5)%). Par contre, pour ceux qui varient fortement quand on passe d'un milieu à l'autre, soit par exemple le taux de fission de l'Uranium 238 caractéristique des hautes énergies, la méthode présente des écarts importants et de signe contraire dans chaque moitié des couvertures. Cela indique une compensation de part et d'autre des points de réalisation des spectres de base aux centres des couvertures, où les écarts sont nuls, pour donner de bonnes valeurs intégrales, soit par exemple la valeur propre.

Sur le plan informatique, la nouvelle méthode de synthèse présente un encombrement mémoire et un temps de calcul nettement inférieurs (facteurs 6 et 3 respectivement) à la méthode de référence aux différences finies en théorie multigroupe.

On précise qu'une comparaison avec la méthode des éléments finis à deux dimensions est aussi possible, car cette méthode a été qualifiée par rapport à la méthode de référence donnant presque les mêmes résultats de calcul pour le coeur hétérogène que l'on se propose d'étudier. Les éléments finis sont alors plus précis que la méthode de synthèse pour le calcul des puissances aux milieux couvertures (hautes énergies). Sur le plan informatique, la méthode de synthèse est moins encombrante, car avec un temps de calcul comparable, elle présente un encombrement mémoire plus petit d'un facteur 3.

c) Position par rapport à la méthode de synthèse Kaplan et conclusions :

Par rapport à la méthode de synthèse Kaplan en géométrie rectangulaire à trois dimensions, bien que la comparaison ne soit pas strictement possible dans le cadre de cette thèse, car la méthode de synthèse itérative par déflation en espace et énergie est encore en géométrie XY, on peut quand même placer cette dernière en vue d'une généralisation éventuelle.

Du point de vue précision de calcul, on peut prévoir à partir de l'étude présentée ici, que la méthode de synthèse calcule mieux la valeur propre, ainsi que d'autres valeurs intégrales, et dans l'ensemble, les valeurs locales des taux de réaction qui varient lentement à partir des interfaces coeur-couverture. D'autre part, pour les taux de réaction qui varient fortement à ces endroits, la méthode de synthèse Kaplan doit être plus précise dans le sens radial, car les fonctions à deux dimensions en XY sont calculées aux différences finies et la solution à trois dimensions altère peu ce calcul. Par contre, dans le sens axial, la précision de la synthèse itérative par déflation en espace et énergie, peut être supérieure à cause d'une plus grande liberté pour le choix des fonctions de base ainsi que des itérations sur les fonctions d'espace attachées à ces fonctions.

Sur le plan informatique, on prévoit une synthèse itérative par déflation en espace et énergie beaucoup moins encombrante, car les calculs des fonctions de base à deux dimensions et à 25 groupes d'énergie sont déjà coûteux en encombrement mémoire et en temps de calcul pour la synthèse Kaplan.

Etant donné que les taux de réaction aux hautes énergies dans les milieux couvertures ont une importance limitée, on peut conclure que la méthode de synthèse itérative par déflation en espace et énergie est compétitive pour les calculs à trois dimensions et à 25 groupes d'énergie, car sur le plan informatique elle présente de nets avantages quand on la compare aux méthodes qui utilisent la théorie multigroupe.

PREMIÈRE PARTIE

Analyse numérique de la synthèse itérative par déflation mono-
cinétique en géométrie rectangulaire à trois dimensions



TABLE DES MATIERES DE LA PREMIERE PARTIE

	<u>PAGES</u>
<u>CHAPITRE I</u> : PRINCIPE DE LA METHODE - ALGORITHME DE CALCUL	14
I-1. EQUATION DE L'APPROXIMATION DE DIFFUSION EN THEORIE MONOCINETIQUE - SECTION MACROSCOPIQUE EFFECTIVE DE FISSION A UN GROUPE	14
I-2. APPROXIMATION CHERCHEE POUR LE FLUX MONOCINETIQUE - ETAPES DE CALCUL ET SYSTEMES A RESOUDRE	16
I-3. MODELE EN CONCEPT HETEROGENE CHOISI POUR LE CALCUL	20
<u>CHAPITRE II</u> : OPTIMISATION DU CHOIX DES FONCTIONS D'ESSAI	22
II-1. CALCUL AUX DIFFERENCES FINIES D'UN ENSEMBLE DES FONCTIONS D'ESSAI ...	22
II-2. RECHERCHE DE LA FONCTION D'ESSAI LA PLUS ELOIGNEE DE L'ESPACE DES SO- LUTIONS PRECEDENTES A CHAQUE ETAPE DU CALCUL AU SENS DE LA NORME VEC- TORIELLE	23
II-3. DECROISSANCE DES DISTANCES (NORMES VECTORIELLES) DES FONCTIONS D'ES- SAI LES PLUS ELOIGNEES POUR LE MODELE CHOISI	24
<u>CHAPITRE III</u> : ACCELERATION DE CONVERGENCE DANS LES ITERATIONS INTERNES ...	26
III-1. RETARD DE CONVERGENCE AU NIVEAU DES ITERATIONS INTERNES DE LA SUITE DES FONCTIONS SUIVANT LA DIRECTION "Y" DANS L'ORDRE DE CALCUL ZYX ..	26
III-2. CRITERE D'ACCELERATION ADOPTE ET REINJECTION DE LA FONCTION OBTENUE SUIVANT LA DIRECTION "Y" POUR LE CALCUL DE LA FONCTION SUIVANT LA DI- RECTION "X"	27
<u>CHAPITRE IV</u> : APPLICATION DE LA METHODE DE SYNTHESE - QUALIFICATION PAR RAP- PORT A LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	30
IV-1. EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE SOUS L'EFFET DU RAFFINEMENT DU MAILLAGE	30
IV-2. CONVERGENCE SUR LA VALEUR PROPRE ET LES FONCTIONS D'ESPACE AVEC LE MAILLAGE DE REFERENCE	32
IV-3. QUELQUES ELEMENTS DE COMPARAISON AVEC LA METHODE DES ELEMENTS FINIS .	32
IV-4. ESTIMATION DE LA REDUCTION DU TEMPS DE CALCUL POUR LA METHODE DE SYN- THESE AVEC DES MODIFICATIONS AU NIVEAU INFORMATIQUE	36
<u>CONCLUSIONS DE LA PREMIERE PARTIE</u>	37

C H A P I T R E I

PRINCIPE DE LA METHODE - ALGORITHME DE CALCUL

I-1. EQUATION DE L'APPROXIMATION DE LA DIFFUSION EN THEORIE MONOCINETIQUE - SECTION MACROSCOPIQUE EFFECTIVE DE FISSION A UN GROUPE -

On rappelle brièvement ici, l'équation multigroupe de l'approximation de diffusion à trois dimensions en géométrie rectangulaire :

$$\begin{aligned}
 -\nabla D^g(x, y, z) \nabla \phi^g(x, y, z) + \Sigma_a^g(x, y, z) \phi^g(x, y, z) = & \sum_{g'=1}^{g-1} \Sigma_s^{g'+g}(x, y, z) \phi^{g'}(x, y, z) \\
 & + \frac{\chi^g}{\lambda} \sum_{g'=1}^{NG} \nu \Sigma_f^{g'}(x, y, z) \phi^{g'}(x, y, z) \quad (1.1)
 \end{aligned}$$

Dans cette équation, pour un milieu donné "i" :

- . D_{λ}^g est le coefficient de diffusion isotropique des neutrons du groupe g ;
- . Σ_{ai}^g est le coefficient d'absorption des neutrons du groupe g (capture + fission + transferts hors de g + fuites) ;
- . $\Sigma_s^{\lambda, g', g}$ est le coefficient représentant les neutrons arrivant dans le groupe g par transfert (élastique et inélastique) depuis les groupes d'énergie plus élevée ($g' < g$) ;
- . $\chi^g \sum_{g'=1}^{NG} \nu \Sigma_f^{\lambda, g'}$ $\phi^{g'}(x, y, z)$ représente à l'intérieur du milieu i en un point donné, les neutrons arrivant par fission dans le groupe g, où :
- . χ^g est la fraction du spectre de fission appartenant au groupe g ;
- . ν est le nombre moyen des neutrons émis par fission ; et,

$\Sigma f_{\lambda}^{g'}$ est le coefficient de fission des neutrons du groupe g' ($g'=1, NG$).

Le problème posé est de résoudre cette équation en trouvant les flux $\phi^g(x, y, z)$ (g - indice de groupe) et le coefficient de multiplication effectif, le "keff" = λ solutions de (1.1) ; la géométrie et la composition du réacteur étant fixées, avec certaines conditions aux limites homogènes sur les $\phi^g(x, y, z)$ et avec la condition : $|\lambda|$ maximum sur l'ensemble des solutions possibles [25].

Lorsque, dans un découpage à NG groupes ($g = 1, NG$), on ne s'intéresse qu'au premier groupe, l'équation s'écrit :

$$-\nabla D^1(x, y, z) \nabla \phi^1(x, y, z) + \Sigma a^1(x, y, z) \phi^1(x, y, z) = \chi^1 \sum_{g'=1}^{NG} \nu \Sigma f_{\lambda}^{g'}(x, y, z) \phi^{g'}(x, y, z) \quad (1.2)$$

où, dans ce cas, le terme de transfert des neutrons vers le groupe $g=1$ n'existe pas.

Pour faciliter le calcul, il est utile de définir une section macroscopique effective de fission $\widehat{\nu \Sigma f}_{\lambda}^1$ à une groupe. Pour cela, on écrit l'égalité suivante :

$$\chi^1 \sum_{g'=1}^{NG} \nu \Sigma f_{\lambda}^{g'} \overline{\phi^{g'}} = \widehat{\nu \Sigma f}_{\lambda}^1 \overline{\phi^1} \quad \widehat{\nu \Sigma f}_{\lambda}^1 = \chi^1 \sum_{g'=1}^{NG} \nu \Sigma f_{\lambda}^{g'} \overline{\phi^{g'}} / \overline{\phi^1} \quad (1.3)$$

L'équation (1.3) définit la section moyenne effective de fission par milieu, par pondération de la section multigroupe par un rapport de flux pris en un point convenable. On effectue normalement un calcul approché du flux à deux dimensions en théorie multigroupe et on calcule ce rapport aux points où se trouvent approximativement les spectres moyens dans les milieux correspondants.

L'équation d'approximation de diffusion en théorie monocinétique s'écrit alors, pour un seul groupe :

$$-\nabla D(x, y, z) \nabla \phi(x, y, z) + \Sigma a(x, y, z) \phi(x, y, z) = \frac{1}{\lambda} \widehat{\nu \Sigma f}(x, y, z) \phi(x, y, z) \quad (1.4)$$

I-2. APPROXIMATION CHERCHEE POUR LE FLUX MONOCINETIQUE - ETAPES DU CALCUL ET SYSTEMES A RESOUDRE -

Une première possibilité consiste à approcher le flux monocinétique par :

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{k=1}^K \alpha_k(z) \varphi_k(y) \gamma_k(x) \quad , \quad (1.5)$$

où on considère la variation simultanée des trois fonctions d'espace $(\alpha, \varphi, \gamma)$ quel que soit le point du réacteur. Toutefois, il y a des régions où l'on peut admettre α indépendante du couple φ, γ , soit à l'intérieur de chaque tranche axiale en fixant z . Dans ce cas, la solution à trois dimensions se réduit à une combinaison linéaire des solutions séparables à deux dimensions, et la fonction $\alpha_k(z)$ étant constante, joue le rôle d'un coefficient comme dans la méthode de synthèse Kaplan :

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{k=1}^K \alpha_k(z) \psi_k(x, y)$$

On suit alors seulement les variations du flux suivant XY et l'approximation de synthèse est exprimée par :

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{k=1}^K \alpha_k(z) \sum_{\ell=1}^{\ell(k)} \varphi_{k\ell}(y) \gamma_{k\ell}(x) \quad (1.6)$$

Cette fois-ci, pour chaque coefficient $\alpha_k(z)$ ($k \neq 1$), on cherche $\ell(k)$ termes, $\varphi_{k\ell}(y) \gamma_{k\ell}(x)$, nombre qui dépend de l'hétérogénéité de la tranche axiale k suivant XY, où l'on fait l'approximation $\varphi\gamma$.

En particulier, pour $k=1$, on doit avoir les expressions (1.5) et (1.6) identiques puisqu'il s'agit de la première approximation du flux $\phi_1(x, y, z) = \alpha_1(z) \varphi_1(y) \gamma_1(x)$, qui représente une moyenne sur tout le réacteur. Elle est alors indépendante des autres approximations qui vont la suivre par déflation. Donc on pose $\ell(1)=1$ pour retrouver la même expression (1.5) et, de manière générale, on peut écrire (1.6) sous la forme :

$$\Phi(x, y, z) = \alpha_1(z) \varphi_1(y) \gamma_1(x) + \sum_{k=2}^K \alpha_k(z) \sum_{\ell=1}^{\ell(k)} \varphi_{k\ell}(y) \gamma_{k\ell}(x) \quad (1.7)$$

On présente ci-dessous, les étapes du calcul et les systèmes à résoudre. Pour les détails des intégrations et l'obtention des coefficients de matrices, voir [17].

. Etape k=1 :

On se trouve dans le cas de la synthèse itérative à un seul terme. Cette méthode, qui est une extension de la méthode de synthèse Kaplan, consiste, pour un nombre de termes fixé K , à répéter un calcul de synthèse alternativement en "z", en "y", et en "x", en utilisant comme fonctions de base les coefficients de mélange résultants du calcul précédent.

Soit $\phi_j^0 = \alpha_j^0(z)\varphi_j^0(y)\gamma_j^0(x)$, un flux d'essai où les fonctions à une seule variable sont calculées aux différences finies une fois les cotes (X, Y, Z) fixées.

Si on schématise l'équation (1.4) par $A\phi = \frac{1}{\lambda}B\phi$, on a à résoudre dans l'itération interne $p=0, 1, \dots$, le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{xy} \varphi_j^{p-1} \gamma_j^{p-1} (A\phi_j^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_j^{p-1}) dx dy = 0 ; \text{ où,} \\ \phi_j^{p-1} = \alpha_j^{p-1} \varphi_j^{p-1} \gamma_j^{p-1} ; \text{ et on tire de cette équation } \alpha_j^p(z). \\ \int_{xz} \alpha_j^p \gamma_j^{p-1} (A\phi_j^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_j^{p-1}) dx dz = 0 ; \text{ où,} \\ \phi_j^{p-1} = \alpha_j^p \varphi_j^{p-1} \gamma_j^{p-1} ; \text{ et on tire de cette équation } \varphi_j^p(y). \\ \int_{yz} \alpha_j^p \varphi_j^p (A\phi_j^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_j^{p-1}) dy dz = 0 ; \text{ où,} \\ \phi_j^{p-1} = \alpha_j^p \varphi_j^p \gamma_j^{p-1} ; \text{ et on tire de cette équation } \gamma_j^p(x). \end{array} \right.$$

Cela est fait par la méthode des résidus pondérés avec pondération directe ou Galerkin, c'est-à-dire que, à chaque itération interne p on projète le résidu $(A\phi_j^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_j^{p-1}) = 0$ sur l'espace des fonctions connues à l'itération $p-1$; et on impose une orthogonalité.

Quand

$$\frac{\|\alpha_j^p - \alpha_j^{p-1}\|}{\|\alpha_j^p\|} = \|\alpha_j^p - \alpha_j^{p-1}\| < \epsilon_p ;$$

$$\frac{\|\varphi_1^p - \varphi_1^{p-1}\|}{\|\varphi_1^p\|} = \|\varphi_1^p - \varphi_1^{p-1}\| < \varepsilon p ; \text{ et,}$$

$$\frac{\|\gamma_1^p - \gamma_1^{p-1}\|}{\|\gamma_1^p\|} = \|\gamma_1^p - \gamma_1^{p-1}\| < \varepsilon p ; \text{ où}$$

les normes $\|\alpha\|$, $\|\varphi\|$, $\|\gamma\|$, sont les racines des produits scalaires des vecteurs correspondants aux discrétisations de $\alpha_1(z)$, $\varphi_1(y)$ et $\gamma_1(x)$ respectivement, soit :

$$\|\alpha\| = \left(\sum_{i=1}^{NPZ} \langle \alpha(i), \alpha(i) \rangle \right)^{1/2} ;$$

$$\|\varphi\| = \left(\sum_{i=1}^{NPY} \langle \varphi(i), \varphi(i) \rangle \right)^{1/2} ; \text{ et,}$$

$$\|\gamma\| = \left(\sum_{i=1}^{NPX} \langle \gamma(i), \gamma(i) \rangle \right)^{1/2} ;$$

on pose $\alpha_1 = \alpha_1^p$, $\varphi_1 = \varphi_1^p$, $\gamma_1 = \gamma_1^p$; et on a la première approximation $\tilde{\phi}_1 = \alpha_1(z)\varphi_1(y)\gamma_1(x)$.

La méthode de synthèse itérative par déflation consiste donc dans l'étape $k=1$, à effectuer un premier calcul de synthèse itérative à un seul terme. Soit $(\alpha_1, \varphi_1, \gamma_1)$ le triplet ainsi calculé qui ne représente, dans les cas réalistes, qu'une approximation grossière du flux monocinétique.

A partir de ce premier résultat, on modifie le problème initial de telle sorte qu'un nouveau calcul de synthèse itérative à un seul terme donne le terme suivant : $(\alpha_2, \varphi_2, \gamma_2)$.

Les termes $(\alpha_k, \varphi_k, \gamma_k)$ sont ainsi calculés l'un après l'autre par déflation jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit satisfait.

. Etape K :

En général, on connaît $\tilde{\phi}^{K-1}(x, y, z) = \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(z)\varphi_k(y)\gamma_k(x)$ (ou l'expression correspondante si on utilise l'approximation donnée par (1.6)) de l'étape précédente $K-1$.

On initialise par $\alpha^0(z)$, $\varphi^0(y)$, $\gamma^0(x)$, issues des calculs aux différences finies comme précédemment, et cette fois-ci on a à résoudre un système de deux équations pour chaque fonction d'espace et, à chaque itération interne p résultantes de la projection de l'orthogonalisation du résidu $(A\phi_{K-1}^p - \frac{1}{\lambda} B\phi_{K-1}^p) = 0$

d'une part sur l'espace des fonctions connues à l'itération interne $p-1$, et d'autre part sur l'espace de l'approximation précédente $\tilde{\phi}_{K-1}(x, y, z)$.

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \int_{xy} \varphi_K^{p-1} \gamma_K^{p-1} (A\phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^{p-1}) dx dy = 0 \\ \int_{xyz} \tilde{\phi}_{K-1} (A\phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^{p-1}) dx dy dz = 0 ; \text{ où} \end{array} \right.$$

$$\phi_K^{p-1} = \tilde{\phi}_{K-1} + \alpha_K^{p-1} \varphi_K^{p-1} \gamma_K^{p-1} ; \text{ et on tire de ce système } \alpha_K^p(z).$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \int_{xz} \alpha_K^p \gamma_K^{p-1} (A\phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^{p-1}) dx dz = 0 \\ \int_{xyz} \tilde{\phi}_{K-1} (A\phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^{p-1}) dx dy dz = 0 ; \text{ où} \end{array} \right.$$

$$\phi_K^{p-1} = \tilde{\phi}_{K-1} + \alpha_K^p \varphi_K^{p-1} \gamma_K^{p-1} ; \text{ et on tire de ce système } \varphi_K^p(y).$$

$$3) \left\{ \begin{array}{l} \int_{yz} \alpha_K^p \varphi_K^p (A\phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^{p-1}) dy dz = 0 \\ \int_{xyz} \tilde{\phi}_{K-1} (A\phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^{p-1}) dx dy dz = 0 ; \text{ où} \end{array} \right.$$

$$\phi_K^{p-1} = \tilde{\phi}_{K-1} + \alpha_K^p \varphi_K^p \gamma_K^{p-1} ; \text{ et on tire de ce système } \gamma_K^p(x).$$

Quand :

$$\frac{\|\alpha_K^p - \alpha_K^{p-1}\|}{\|\alpha_K^p\|} = \|\alpha_K^p - \alpha_K^{p-1}\| < \epsilon p ;$$

$$\frac{\|\varphi_K^p - \varphi_K^{p-1}\|}{\|\varphi_K^p\|} = \|\varphi_K^p - \varphi_K^{p-1}\| < \epsilon p ;$$

$$\frac{\|\gamma_K^p - \gamma_K^{p-1}\|}{\|\gamma_K^p\|} = \|\gamma_K^p - \gamma_K^{p-1}\| < \epsilon p ;$$

on pose $\alpha_K = \alpha_K^p$; $\varphi_K = \varphi_K^p$; $\gamma_K = \gamma_K^p$; et on a $\tilde{\phi}_K = \tilde{\phi}_{K-1} + \alpha_K(z) \varphi_K(y) \gamma_K(x)$ comme $K^{\text{ième}}$ approximation.

Si on vérifie que la norme quadratique $\|\alpha_K \varphi_K \gamma_K\| < \epsilon K$, où

$$\|\alpha_K \varphi_K \gamma_K\| = \left(\sum_{i=1}^{NPZ} \langle \alpha_K(i), \alpha_K(i) \rangle \sum_{j=1}^{NPY} \langle \varphi_K(j), \varphi_K(j) \rangle \sum_{l=1}^{NPX} \langle \gamma_K(l), \gamma_K(l) \rangle \right)^{1/2} = \|\gamma_K\|, \text{ car}$$

$\alpha_K \varphi_K = 1$; on a l'approximation cherchée, expressions (1.5) ou (1.7), et le calcul prend fin. Dans le cas contraire, on fait $K = K+1$ et on continue l'approximation.

1-3. MODELE EN CONCEPT HETEROGENE CHOISI POUR LE CALCUL :

La Figure 1 présente deux coupes, l'une en XY et l'autre en YZ, du modèle de coeur choisi pour tester la méthode de synthèse itérative par déflation. Ce modèle est de conception assez voisine de celle réalisée dans le réacteur MASURCA, où l'hétérogénéité est caractérisée par la présence d'une couverture fertile interne (milieu 5).

Pour bien faire ressortir les effets à trois dimensions notamment en Z, on effectue le calcul avec les barres de contrôle (milieu 4) enfoncées à mi-hauteur, l'autre moitié de l'espace occupé par les barres étant remplacée par un mélange de Sodium et de matériaux de structure (milieu 6).

Les sections efficaces macroscopiques de chaque milieu sont données, à 25 groupes d'énergie, par le code de cellule HETAIRE [26,27]. Pour calculer les sections moyennes effectives de fission par milieu à un groupe d'énergie, on a besoin de connaître le rapport $\overline{\phi^g} / \overline{\phi^T}$ conforme à l'expression (1.3). Etant donné que le calcul spatial de flux à 25 groupes d'énergie coûte cher et qu'on n'a besoin que d'un rapport approché, on fait d'abord la condensation à 6 groupes au moyen du code CONDENS [28]. Pour cela, on prend un nombre de groupes $G(6) < I(25)$ et pour chaque groupe $g (1 \leq g \leq 6)$ on prend deux entiers d_g et f_g avec $d_g < f_g < 25$. Le groupe g du "jeu résultat" sera alors formé par la réunion des groupes $i d_g, i d_g + 1, \dots, i f_g$, du "jeu initial".

La pondération est faite d'une façon telle que l'on conserve le taux de réaction relatif à la section macroscopique que l'on veut condenser, à l'intérieur de chaque groupe g . On a alors :

$$\overline{\Sigma^g} = \frac{\sum_{i=d_g}^{i=f_g} \Sigma_i \phi_i}{\sum_{i=d_g} \phi_i}$$

où Σ_i est une section macroscopique que l'on veut condenser à $\overline{\Sigma^g}$ et ϕ_i est un flux de pondération connu par milieu physique. On utilise généralement les spectres calculés en milieu infini, à savoir :

- . milieux multiplicateurs 1 et 2. Condensés avec leurs spectres en mode fondamental issus d'un calcul critique de cellule avec le code HETAIRE ;
- . milieux absorbants 3, 4, 5 et 6. Condensés avec leurs spectres moyens issus d'un calcul critique de cellule avec le code HETAIRE qui tient compte des fuites $D\phi$ des milieux 1 et 2 voisins, ainsi que des fuites hors de ces milieux.

Le "jeu résultat" étant connu, on passe un calcul multigroupe à 6 groupes d'énergie et à deux dimensions dans la troisième zone (voir Figure 1) par un programme aux différences finies [29]. Cela nous donne les flux ϕ^g à 6 groupes d'énergie et à chaque point d'un découpage dit "77x77".

Si on veut connaître les ϕ^g moyens "exacts" par milieu, il faut calculer des intégrales de volume. Toutefois, cette intégration est imprécise puisque l'on ne considère qu'une partie du réacteur (troisième zone). C'est pour cela que l'on choisit de prendre les spectres ϕ^g approximativement aux points moyens géométriques. Aux milieux coeurs, la variation spatiale est lente et il est alors facile de prendre un point de ϕ^g moyen. Par contre, aux milieux couverture, la variation de ϕ^g est forte à partir des interfaces coeur-couverture, et l'on doit choisir les points moyens géométriques pour prendre les ϕ^g moyens (spectres ni trop "durs", ni trop "mous").

Au moyen d'une cylindridation des milieux, on peut bien situer leurs points moyens. Par exemple, le milieu 5 est équivalent à un cercle de rayon égal à 6 cm, et on a alors leur point moyen aux coordonnées (7,1). Le milieu 3 est déjà équivalent à une couronne de cercle, dont le rayon moyen correspond aux coordonnées (70,1).

CHAPITRE II

OPTIMISATION DU CHOIX DES FONCTIONS D'ESSAI

II-1. CALCUL AUX DIFFERENCES FINIES D'UN ENSEMBLE DE FONCTIONS D'ESSAI -

En fixant les côtes (X, Y, Z) , une fois connues la géométrie et la composition des milieux, il est possible d'utiliser un module du programme de synthèse qui emploie la méthode aux différences finies à une dimension, pour calculer les fonctions d'essai [17]. Le modèle choisi pour le calcul présente une symétrie diagonale dans le plan XY à une côte Z donnée, ce qui donne les mêmes fonctions d'essai selon X et Y .

Dans le Tableau I, on voit toutes les combinaisons possibles des zones, côtes et milieux que l'on peut prendre pour les calculs des fonctions d'essai suivant XYZ . Cela nous donne un total de 26 fonctions, parmi lesquelles on va trouver quelques unes presque identiques et quelques autres très proches. Après cet examen, on reconsidère les fonctions prises, et l'on arrive à un certain nombre qui représente à ce moment-là plus clairement l'hétérogénéité du modèle. C'est ce que l'on peut appeler le "critère mathématique" pour sélectionner les fonctions d'essai.

Une autre façon d'agir, qui est celle normalement utilisée par le physicien de réacteur, est l'analyse préliminaire de la symétrie du système qui permet d'éliminer avec un certain degré de précision les fonctions semblables. Par exemple, dans la zone 1, où les milieux 1 et 2 (zones 2 et 3) sont remplacés par le milieu 5 (voir Figure 1), les fonctions aux cotes $(7,7)$ et $(19,19)$ sont assez proches, et on n'en calcule qu'une seule.

Quel que soit le critère employé, mathématique ou physique, on doit travailler avec des fonctions d'essai donnant le maximum de renseignements sur le système. Cela fait, on choisit la fonction d'essai la plus représentative, du point de vue nombre des milieux qu'elle décrit, pour commencer le calcul de synthèse.

Ce choix est alors dicté par un critère aussi bien physique que mathématique. Par exemple, on voit dans la zone 3 (coupe XY montrée sur la Figure 1), que aux côtes (1,1) on représente mieux le système que aux côtes (31,31), à cause de la présence du milieu 5. Si on compare alors cette première possibilité avec d'autres où la représentativité est encore plus faible, on comprend que la philosophie du premier choix est fondamentalement basée sur la quantité d'informations que l'on donne sur le modèle pour initialiser le calcul du premier terme de synthèse.

Mathématiquement, si le premier choix est bien fait, on gagne dans le nombre d'itérations pour la convergence. Cela veut dire que la fonction d'essai choisie est déjà proche de la première solution, qui représente une moyenne dans le système. On prend alors la fonction d'essai la plus proche de la moyenne pour initialiser le calcul itératif.

En tenant compte des remarques ci-dessus, on choisit pour initialiser le calcul du premier terme, la fonction d'essai $\phi_1^0 = \alpha_1^0(z)\varphi_1^0(y)\gamma_1^0(x)$ aux côtes (1,1,40) dans la troisième zone. Suivant le schéma montré au paragraphe I-2., on obtient la première approximation $\phi_1 = \alpha_1(z)\varphi_1(y)\gamma_1(x)$ à l'étape $k=1$.

II-2. RECHERCHE DE LA FONCTION D'ESSAI LA PLUS ELOIGNEE DE L'ESPACE DES SOLUTIONS PRECEDENTES A CHAQUE ETAPE DU CALCUL AU SENS DE LA NORME VECTORIELLE -

Pour bien comprendre la procédure employée, on suppose qu'on veut recommencer le calcul de synthèse avec des fonctions d'essai identiques aux solutions $\alpha_1, \varphi_1, \gamma_1$, c'est-à-dire que l'on considère $\alpha_2^0 = \alpha_1$; $\varphi_2^0 = \varphi_1$ et $\gamma_2^0 = \gamma_1$. On n'arrive pas alors à former par combinaison linéaire l'approximation $\phi_2 = \alpha_1\varphi_1\gamma_1 + \alpha_2\varphi_2\gamma_2$, où $\alpha_1 \neq \alpha_2$; $\varphi_1 \neq \varphi_2$ et $\gamma_1 \neq \gamma_2$, un autre élément de l'espace des approximations. Cela implique qu'en particulier on doit s'écarter au mieux de la première approximation ϕ_1 et, en général, de toutes les solutions précédentes qui forment l'approximation ϕ_{k-1} :

En d'autres termes, on fait des approximations successives vers la solution envisagée, si l'on balaye convenablement par des solutions linéairement indépendantes l'espace des approximations.

On commence par chercher parmi toutes les fonctions d'essai sélectionnées $\gamma_i^0(x)$ la plus éloignée de la solution $\gamma_1(x)$. Une fois connue $\gamma_i^0(x)$, on connaît $\varphi_i^0(y)$, à cause de la symétrie diagonale, et connue la côte (X,Y) on connaît $\alpha_i^0(z)$. Le modèle employé dans la procédure est celui de l'orthogonalisation de Gram-Schmidt [30,31].

Soit, ainsi $\vec{\gamma}_i^0$ tous les vecteurs résultants des discrétisations des fonctions $\gamma_i^0(x)$ normalisées ($\vec{\gamma}_i^0 = 1$, où $\vec{\gamma}_i^0 = (\langle \vec{\gamma}_i^0, \vec{\gamma}_i^0 \rangle)^{1/2}$), et soit $\vec{\gamma}_1$ le premier vecteur solution connu. Parmi tous les vecteurs $\vec{\gamma}_i^0$, le plus éloignée de $\vec{\gamma}_1$ est celui qui présente la norme maximale $\|\vec{d}_i^0\|$, \vec{d}_i^0 étant les vecteurs distances des $\vec{\gamma}_i^0$ à $\vec{\gamma}_1$ avec $\langle \vec{d}_i^0, \vec{\gamma}_1 \rangle = 0$ (voir dans la Figure N°2 la construction classique de \vec{d}_i^0 dans un espace à deux dimensions).

Pour ré-initialiser le calcul de synthèse, on prend \vec{d}_i^0 normalisé, correspondant à la fonction $\gamma_i^0(x)$ la plus éloignée de $\gamma_1(x)$ et on arrive à la deuxième solution $\gamma_2(x)$.

Soit, de nouveau $\vec{\gamma}_i^0$ normalisées et, maintenant on a $\vec{\gamma}_i$ ($i=1,2$) les deux vecteurs solutions aussi normalisées. Premièrement, on orthonormalise $\vec{\gamma}_2$ à $\vec{\gamma}_1$ par le modèle de Gram-Schmidt, et on obtient \vec{e}_2 (voir dans la Figure 2Bis, la construction classique dans un espace à trois dimensions). Parmi les $\vec{\gamma}_i^0$ le plus éloigné des solutions ($\vec{e}_1 \equiv \vec{\gamma}_1$, \vec{e}_2) est celui qui présente la norme maximale $\|\vec{d}_i^0\|$, \vec{d}_i^0 étant la généralisation des vecteurs distances des $\vec{\gamma}_i^0$ aux solutions (\vec{e}_1, \vec{e}_2).

On obtient de cette façon, une à une toutes les fonctions de ré-initialisation, ce qui systématise le choix des fonctions d'essai.

II-3. DECROISSANCE DES DISTANCES (NORMES VECTORIELLES) DES FONCTIONS D'ESSAI LES PLUS ELOIGNEES POUR LE MODELE CHOISI -

Dans le Tableau II, on voit le résultat de l'application de la procédure pour le modèle choisi. On trouve la même fonction d'essai à la côte $Y=27$ dans la zone 4, comme la fonction d'essai la plus éloignée des solutions précédentes à partir de l'itération $k = 2$. Mathématiquement, cela veut dire que cette fonction d'essai présente toujours des composantes d_i^0 linéairement indépendantes des solutions γ_k et alors :

$$\sum_{k=1}^K a_k \gamma_k = d_i^0 ; \text{ où les coefficients } a_k \neq 0.$$

Physiquement, on peut dire que l'approximation de synthèse décrit mal ce qui se passe dans la zone 4, où l'on ne trouve que des milieux absorbants de neutrons de basse énergie, soit les couvertures et les barres de contrôle.

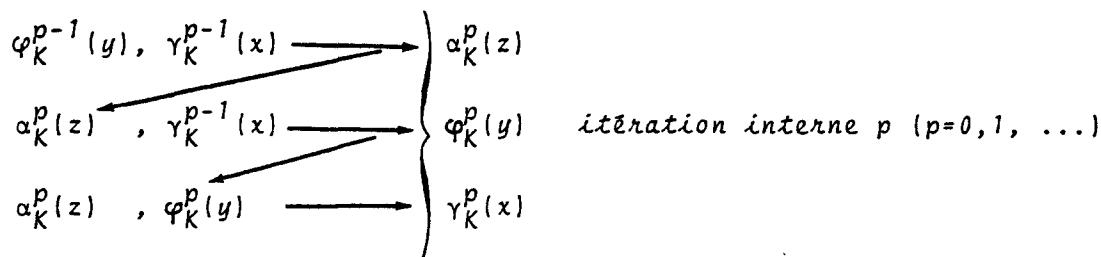
Etant donné que l'on considère uniquement le groupe à haute énergie dans le calcul, très peu de neutrons sont rencontrés dans cette zone, ce qui donne un flux très petit comparé à celui de la zone voisine. Cette forte variation rend difficile la décomposition de ce flux en trois fonctions d'une seule variable d'espace, problème qui se reflète dans les distances aux solutions, qui au départ sont déjà importantes, et dont la décroissance ne s'effectue que lentement (voir Tableau II).

C H A P I T R E I I I

ACCELERATION DE CONVERGENCE DANS LES ITERATIONS INTERNES

III-1. RETARD DE CONVERGENCE AU NIVEAU DES ITERATIONS INTERNES DE LA SUITE DES FONCTIONS SUIVANT LA DIRECTION Y DANS L'ORDRE DE CALCUL ZYX -

Suivant le schéma de résolution des équations de synthèse aux itérations internes p à chaque étape K du calcul (voir paragraphe I-2.), on calcule chaque fonction d'espace en fonction des deux autres connues à l'itération interne $p-1$ et dans l'ordre suivant :



Si on fait abstraction de la suite $\alpha_K^p(z)$, dont la convergence est rapide à cause de la petite hétérogénéité suivant la direction z dans les cas habituels, et que l'on peut considérer comme indépendante des fonctions φ, γ , après quelques itérations internes p , on note que la suite φ_K^p présente un retard d'une itération par rapport à la suite $\gamma_K^p(x)$. Cela implique que la précision du calcul de la fonction γ est toujours supérieure à celle de la fonction φ qui la précède.

Lorsque, à partir d'une certaine étape k , la convergence se fait lentement, il faut pousser le nombre d'itérations internes p pour que l'on puisse arriver à la situation où $\|\gamma_K^{p-1}\| = \|\gamma_K^p\| = \|\varphi_K^p\|$, égalité qui doit se vérifier dans le cas particulier de la présente configuration avec symétrie diagonale XY. Pour éviter cet inconvénient, qui augmente considérablement le temps de calcul, on gère une suite "mère" φ_K^p avec quelques itérations internes p et, à partir de celle-là, si la convergence est monotone du type logarithmique, on construit une suite "fille" $\varphi_K^{p'}$, qui converge plus vite vers la solution.

III-2. CRITERE D'ACCELERATION ADOPTE ET REINJECTION DE LA FONCTION OBTENUE SUIVANT LA DIRECTION Y POUR LE CALCUL DE LA FONCTION SUIVANT LA DIRECTION X -

Soit la suite "mère" φ^p , où pour faciliter la notation, on fait abstraction de l'indice K représentant l'étape en cours de calcul.

On commence par écrire l'identité suivante :

$$\|\varphi^{p+1} - \varphi^p\| = \frac{\|\varphi^{p+1} - \varphi^p\|}{\|\varphi^p - \varphi^{p-1}\|} \times \|\varphi^p - \varphi^{p-1}\| \quad (3.1)$$

et on pose :

$$r^{p+1} = \frac{\|\varphi^{p+1} - \varphi^p\|}{\|\varphi^p - \varphi^{p-1}\|} \quad (3.2)$$

Si on pousse suffisamment le nombre d'itérations internes p , on arrive à une situation telle que les écarts absolus des fonctions de la suite "mère" φ^p sont si petits, que l'on peut écrire à partir d'un certain p :

$$\|\varphi^p - \varphi^{p-1}\| = d\varphi^p \quad (3.3)$$

$$\text{et} \quad \|\varphi^{p+1} - \varphi^p\| = d\varphi^{p+1} \quad (3.4)$$

On divise les expressions (3.4) par (3.3) et, en tenant compte de (3.2), on arrive à :

$$d\varphi^{p+1} = r^{p+1} d\varphi^p \quad (3.5)$$

On peut généraliser l'expression (3.5), et écrire :

$$\left. \begin{aligned} d\varphi^{p+2} &= r^{p+2} d\varphi^{p+1} \\ \vdots \\ d\varphi^{p+n} &= r^{p+n} d\varphi^{p+n-1} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

où n est le nombre d'itérations internes supplémentaires à partir de p .

Si la convergence est monotone du type logarithmique, on arrive aux inégalités suivantes :

$$|r^p| < 1 \text{ et } \left| \frac{r^p}{r^{p+1}} - 1 \right| < \varepsilon$$

A ce moment là, on peut faire :

$$\kappa^{p+1} = \kappa^p = \kappa \quad (3.7)$$

On peut alors substituer (3.7) dans les expressions (3.5) et (3.6), et on obtient :

$$\left. \begin{aligned} d\varphi^{p+1} &= \kappa d\varphi^p \\ d\varphi^{p+2} &= \kappa d\varphi^{p+1} = \kappa^2 d\varphi^p \\ \vdots \\ d\varphi^{p+n} &= \kappa^n d\varphi^p \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

On additionne membre à membre les expressions (3.8), et on a :

$$\sum_{i=1}^n d\varphi^{p+i} = (\kappa + \kappa^2 + \dots + \kappa^n) d\varphi^p \quad (3.9)$$

où $(\kappa + \kappa^2 + \dots + \kappa^n)$ représente la somme d'une progression géométrique de rapport $\kappa < 1$, dont on considère le nombre de termes n suffisamment grand. On a alors le droit d'écrire l'approximation :

$$\kappa + \kappa^2 + \dots + \kappa^n = \frac{1}{1-\kappa} \quad (3.10)$$

On substitue (3.10) en (3.9), et on a :

$$\sum_{i=1}^n d\varphi^{p+i} = \left(\frac{1}{1-\kappa}\right) d\varphi^p \quad (3.11)$$

Jusqu'ici, on a dû considérer les expressions dans leurs valeurs absolues. Pour que l'on puisse considérer ces expressions dans leurs valeurs relatives, il faut admettre que tous les composants du vecteur de discrétisation de la fonction φ convergent d'une façon moyenne vers la solution, soit avec le même rapport κ . A cette condition, on peut considérer l'addition représentée par l'expression (3.11) pour chaque composant, et écrire :

$$\varphi^{p+1} - \varphi^p + \varphi^{p+2} - \varphi^{p+1} + \varphi^{p+3} - \varphi^{p+2} + \dots + \varphi^{p+n} - \varphi^{p+n-1} = \frac{1}{1-\kappa} (\varphi^p - \varphi^{p-1}),$$

ce qui donne enfin :

$$\varphi^{p+n} = \varphi^p + \frac{1}{1-\kappa} (\varphi^p - \varphi^{p-1}) \quad (3.12)$$

L'expression (3.12) montre que la suite "mère" est accélérée à partir d'une certaine itération interne p , et que la suite "fille" φ^{p+n} ainsi créée, converge d'une façon telle que l'on peut espérer gagner n itérations. En d'autres termes, elle converge plus vite vers la solution .

Une fois accélérée la suite "mère" φ^p , on réinjecte la fonction φ résultant pour le calcul de la fonction γ . Cela fait, on arrive à la convergence ($\|\varphi^p - \varphi^{p-1}\| < \epsilon_p$ et $\|\gamma^p - \gamma^{p-1}\| < \epsilon_p$) quelques itérations après, comme on peut le voir dans le Tableau III.

Sauf pour le terme $k=3(l=4)$ dans l'expression du flux suivant l'expression (1.7) (voir paragraphe I-2.), où la procédure n'est pas efficace pour réduire les écarts des valeurs propres λ_y et λ_x selon X et Y , l'accélération est toujours utile pour la réduction du nombre d'itérations avec une précision de convergence très fine (10^{-3} à 10^{-4}) sur les fonctions de synthèse ainsi que sur les valeurs propres (10^{-6}), dont les écarts $|\lambda_y - \lambda_x|$ sont petits.

En ce qui concerne la mauvaise convergence du terme $k=3(l=4)$, cela s'explique par la maintenance de la fonction $\alpha_3(z)$ comme coefficient dans l'étape $l=4$: ce qui est une source de perturbation pour le calcul du terme correspondant et par conséquent pour le terme suivant $k=4(l=1)$, où les conditions pour une nouvelle accélération ne sont pas remplies.

En fait, la ré-accélération est possible pendant l'étape $k=4(l=2)$, ce qui ré-équilibre de nouveau le calcul de la valeur propre comme on peut le voir dans le Tableau III.

On réserve pour le prochain chapitre, l'analyse numérique complémentaire des convergences du flux et de la valeur propre.

C H A P I T R E I V

APPLICATION DE LA METHODE DE SYNTHÈSE
QUALIFICATION PAR RAPPORT A LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

IV-1. EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE SOUS L'EFFET DU RAFFINEMENT DU MAILLAGE -

Pour tester la méthode de synthèse on choisit l'approximation simplifiée du flux neutronique, solution de l'équation (1.4), donnée par l'expression (1.8) et on prend la première fonction d'essai aux cotes (1,1,40).

On justifie le premier choix par la simplicité de la configuration en z constituée d'une superposition de tranches homogènes dans lesquelles la fonction $\phi_z(z)$ peut être considérée comme constante. Le deuxième choix est basé sur la représentativité de la fonction d'essai choisie comme nous l'avons indiqué au paragraphe II-1.

Cela fait, et les autres données du problème étant connues, c'est-à-dire la géométrie et les sections efficaces à un groupe par milieu, il nous reste à discrétiser le domaine pour effectuer le calcul.

Le fait d'utiliser la technique aux différences finies pour intégrer et résoudre les équations d'espace à une dimension, montrées schématiquement au paragraphe I-2., implique la construction d'un maillage suffisamment fin pour mieux approcher les dérivées de l'opérateur de diffusion. Etant donné que l'on ne connaît pas de calcul de référence pour la configuration choisie, cela nous oblige à prendre plusieurs discrétisations pour, d'une part tester la sensibilité des résultats, et d'autre part pour arriver à un maillage standard suivant chaque direction de synthèse.

Parmi les résultats les plus sensibles au changement de maillage, on compte le coefficient de multiplication effectif, la plus grande valeur propre attachée au flux neutronique. Cela suggère l'analyse de son évolution sous l'effet du raffinement du maillage. En outre, on sait que pour évaluer une incertitude due à la discrétisation, il faut connaître leur variation avec la finesse du maillage, ce qui permet leur élimination.

Dans le cas particulier des calculs à deux dimensions, on observe que l'erreur absolue sur la valeur propre croît linéairement avec un paramètre représentatif de la finesse du maillage que l'on exprime par :

$$\left| \frac{\Delta k_{eff}}{k_{eff}} \right| = \alpha \left(\frac{\text{surface d'un assemblage}}{\text{nombre de points dans l'assemblage}} \right) \quad [32]$$

Si on augmente le nombre de points de la discrétisation, on augmente le dénominateur en même temps que l'on diminue le numérateur, ce qui fait décroître l'erreur absolue. A la limite, pour un maillage infiniment fin, on a $\left| \frac{\Delta k_{eff}}{k_{eff}} \right| = 0$.

Pour commencer, il est adopté un maillage fixe dit "31x31" (22 pas de 2.5cm et 8 pas de 50cm) suivant XY, et on fait varier celui de la direction z. Dans l'ordre, sont considérées "17" (16 pas de 8.13cm), "45" (44 pas de 2.83cm), et "65" (6 pas de 5.0cm, 28 pas de 2.5cm, et 30 pas de 1.0cm).

On voit sur la Figure 3, l'effet du raffinement du maillage en Z sur la montée de la valeur propre. Elle croît d'environ 250 pcm ($\approx 250 \times 10^{-5} \Delta k/k$) quand on passe de "17" à "45"; et d'environ 80 pcm de "45" à "65", ce qui donne une augmentation partielle d'environ 330 pcm.

Ensuite, on fait varier la discrétisation suivant XY et on conserve le maillage dit "65" dans la direction Z. Cette fois-ci, la valeur propre croît d'environ 100 pcm quand on passe de "31x31" à "58x58" (57 pas de 1.67cm), et d'environ 50 pcm quand on passe de "58x58" à "77x77" (76 pas de 1.25cm) ; ce qui donne une augmentation supplémentaire d'environ 150 pcm. Au total, on fait augmenter la valeur propre de 480 pcm quand on raffine le maillage suivant XYZ de "31x31x17" à "77x77x65".

Etant donné que le maillage dit "77x77" suivant XY est déjà suffisamment fin, puisque le pas résultant de 1.25cm est déjà beaucoup plus petit que le libre parcours moyen des neutrons de haute énergie dans le réacteur, et que celui dit "65" en Z représente assez bien l'hétérogénéité dans cette direction, on peut considérer la discrétisation "77x77x65" comme référence pour le calcul de synthèse.

On prend comme élément de comparaison pour la valeur propre de synthèse le dernier résultat obtenu avec le maillage dit "77x77x65", soit 0.89771 (voir Tableau III).

IV-2. CONVERGENCES SUR LA VALEUR PROPRE ET LES FONCTIONS D'ESPACE AVEC LE MAILLAGE DE REFERENCE -

On voit dans le Tableau IIIBis les résultats obtenus pour la valeur propre suivant les trois directions de synthèse, ainsi que pour la norme de l'approximation du flux à chaque étape du calcul.

On observe que la valeur propre augmente rapidement jusqu'à l'étape $k=3$ ($l=2$), soit la moitié des itérations considérées, en même temps que la norme de l'approximation du flux décroît d'un facteur voisin de 100. Cela s'explique par le fait que le coefficient de multiplication effectif est presque entièrement déterminé par le bilan dans les milieux multiplicateurs, où le flux est bien approché par la méthode de synthèse. A partir de l'étape $k=3$ ($l=3$), la valeur propre croît lentement pendant que la norme de l'approximation du flux, déjà faible, oscille entre les valeurs 0.018 et 0.002. Cela montre une mauvaise convergence pour la diminution du résidu dans la couverture axiale externe, où le flux diminue rapidement et donne des valeurs très petites à partir de l'interface avec le milieu coeur ; donc la contribution au bilan est limitée, et alors l'effet sur le coefficient de multiplication effectif devient faible.

En ce qui concerne les écarts que l'on observe sur les valeurs propres λ_y et λ_x dans quelques étapes du calcul, ceux-ci s'expliquent d'une part par la considération d'un nombre d'itérations internes p insuffisant pour l'accélération de la suite $\varphi_{kl}(y)$, soit aux étapes $k=2$ ($l=1$ et $l=3$), et $k=3$ ($l=1$ et $l=3$) ; d'autre part par la maintenance de la fonction $a_k(z)$ comme coefficient, soit à l'étape $k=3$ ($l=4$). Toutefois, on voit qu'à la dernière étape il y a un ré-équilibrage par l'accélération, et l'on obtient presque les mêmes valeurs propres λ_y et λ_x .

IV-3. QUELQUES ELEMENTS DE COMPARAISON AVEC LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

IV-3.1. Principe de la méthode des éléments finis :

On considère de nouveau l'équation de diffusion monocinétique (1.4) que l'on exprime maintenant par :

$$\text{div} [D(r) \text{grad } \phi(r)] - \Sigma a(r) \phi(r) + S(r) = 0 \quad (4.1)$$

où $S(r)$ est la source effective de fission pour le groupe rapide au point r des coordonnées (X, Y, Z) .

Cette équation est valable pour le domaine Ω du réacteur, et à la frontière $T = \partial\Omega$ on a les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} r \in T1 & \left(\phi(r) = 0 \right) \\ r \in T2 & \left(D(r) \frac{\partial \phi(r)}{\partial n} + \gamma(r) \phi(r) = 0 \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

avec les conditions : $\Gamma = T1 \cup T2$ et $T1 \cap T2 = \emptyset$

Ensuite, on définit la fonctionnelle linéaire $F(\psi)$:

$$F(\psi) = - \int_{\Omega} \psi(r) S(r) dr$$

et, en utilisant la fonctionnelle de Kourganoff [33], la représentation variationnelle de $F(\psi)$ est donnée par :

$$F(\psi) = \int_{\Omega} \Sigma a(r) \psi^2(r) dr - \int_{\Omega} \psi(r) \operatorname{div} \left[D(r) \operatorname{grad} \psi(r) \right] dr - 2 \int_{\Omega} S(r) \psi(r) dr$$

On intègre $F(\psi)$ par partie, et on arrive à :

$$F(\psi) = \int_{\Omega} D(r) / \operatorname{grad} \psi(r) / ^2 dr + \int_{\Omega} \Sigma a(r) \psi^2(r) dr - 2 \int_{\Omega} S(r) \psi(r) dr - \int_{\Gamma 2} \gamma(r) \psi(r) dr \quad (4.3)$$

La minimisation de la fonctionnelle (4.3) dans l'espace V , tel que :

$$V = \left[\psi / \psi \in L^2(\Omega) ; \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \in L^2(\Omega) ; \psi(r) = 0 \ r \in T1 \right] ;$$

constitue la forme variationnelle de l'équation de diffusion (4.1). La méthode de Ritz-Galerkine utilise cette forme de l'équation (4.1).

La minimisation de la fonctionnelle est faite dans le sous-espace V_h de V , dont la dimension est N . Ce sous-espace V_h est engendré par la base $V_h = [W1(r), \dots, WN(r)]$, et l'expression du flux ψ est alors donnée par :

$$\psi_h(r) = \sum_{i=1}^N \alpha_i W_i(r) \quad (4.4)$$

La condition de minimisation amène à un système linéaire d'équations :

$$A\alpha = f \quad (4.5)$$

où :

$$A_{ij} = \int_{\Omega} D(r) \text{grad } W_i(r) \cdot \text{grad } W_j(r) dr + \int_{\Omega} \Sigma a(r) W_i(r) W_j(r) dr + \int_{\Gamma_2} \gamma(r) W_i(r) W_j(r) dr$$

$$f_i = \int_{\Omega} S(r) W_i(r) dr \quad (4.6)$$

La méthode des éléments finis est un cas particulier de la méthode de Galerkin : les fonctions $W_i(r)$ sont choisies comme des polynômes sectionnellement continus dans le domaine Ω du réacteur.

On choisit pour le calcul des éléments rectangulaires parallélépipédiques et le domaine Ω divisé en n éléments E_e satisfaisant les relations :

$$\bigcup_{e=1}^n E_e = \Omega, \quad E_e \cap E_f = \emptyset \quad e \neq f$$

Pour représenter le flux donné par (4.4), on choisit des noeuds sur la surface de chaque élément dont le nombre dépend de l'ordre du polynôme de base $W_i(r)$ utilisé. Tous ces noeuds sont numérotés et chacun est marqué par un indice i , auquel on associe une fonction $W_i(r)$ de l'ordre n_x en x , n_y en y , et n_z en z . Enfin, chacun de ces polynômes $W_i(r)$ a, par définition, la valeur de l'unité au noeud i et zéro aux autres noeuds de l'élément.

IV-3.2. Utilisation de la méthode [34] :

Pour disposer d'un calcul de référence utilisant la méthode des éléments finis, comme il a été fait précédemment avec la méthode de synthèse, quelques discrétisations sont considérées, ainsi que différents degrés de polynômes. Et comme précédemment, la sensibilité de la valeur propre sous l'effet du raffinement du maillage est analysée.

On adopte un maillage fixe dit "16x16" (pas uniforme de 5cm dans la couverture interne, le coeur interne et externe, deux mailles de 10cm et 20cm respectivement dans la couverture externe), avec des polynômes de degré 2 (paraboliques) suivant XY, car cette combinaison donne des résultats suffisamment précis pour le calcul à deux dimensions [35].

Nous considérons en 2 les maillages dits "9" (6 éléments de 15cm aux milieux coeurs, et 2 éléments de 20 cm aux milieux couvertures) et; dit "17" (12 éléments de 7.5cm aux milieux coeurs et 4 éléments de 10cm aux milieux couvertures). Ces maillages, combinés avec des polynômes d'approximation de degré 1 (linéaires) et 2 (paraboliques), donnent à l'origine quatre combinaisons qui sont :

$$\begin{cases} "16x16" \text{ parabolique} \times "9" \text{ linéaire} \\ "16x16" \text{ parabolique} \times "17" \text{ linéaire} \\ "16x16" \text{ parabolique} \times "9" \text{ parabolique} \\ "16x16" \text{ parabolique} \times "17" \text{ parabolique} \end{cases}$$

Les deux premières combinaisons servent à situer la sensibilité de la valeur propre sous l'effet du raffinement du maillage avec l'approximation linéaire du flux en 2, tandis que les deux autres servent à estimer l'approximation parabolique.

La Figure 3 présente l'effet de cette variation dans la montée de la valeur propre. Elle croît d'environ 400 pcm quand on passe de "9" à "17" avec l'approximation linéaire, et d'environ 150pcm quand on augmente le degré du polynôme de l'approximation du flux. Au total, la valeur propre augmente d'environ 550 pcm quand on passe de "16x16" parabolique x "9" linéaire à "16x16" parabolique x "17" parabolique.

Si on prend la valeur propre correspondante à la dernière combinaison, comme référence, soit 0.89882, on peut faire des comparaisons entre les deux méthodes.

On voit dans le Tableau IV, l'évolution de la valeur propre, le temps de calcul, l'encombrement mémoire et le coût d'exécution (mesuré en U.C., Unités de Compte), sous l'effet du raffinement du maillage et de l'approximation du flux pour les deux méthodes.

Par rapport à la valeur propre prise comme référence (0.89882), il y a deux calculs que l'on peut comparer, celui de "16x16x9" avec des polynômes de degré 2 (parabolique) pour les éléments finis, et celui de "77x77x65" avec 13 termes pour la synthèse. Les résultats montrent une meilleure précision pour le calcul de la valeur propre donnée par la méthode des éléments finis, avec un temps d'exécution plus petit d'un facteur 5. Bien que l'encombrement mémoire de la méthode des éléments finis soit supérieur d'un facteur 2, la rapidité de cette méthode lui donne un coût d'exécution environ trois fois plus petit.

Plutôt que par la précision atteinte dans le calcul de la valeur propre, dont l'écart par rapport à celle donnée par les éléments finis n'est pas si significatif, ce qui rend la méthode de synthèse désavantageuse c'est le temps machine important dépensé pour le calcul. Il faut alors essayer de le réduire et c'est cela que nous allons expliquer dans le prochain paragraphe.

IV-4. ESTIMATION DE LA REDUCTION DU TEMPS DE CALCUL POUR LA METHODE DE SYNTHESE AVEC DES MODIFICATIONS AU NIVEAU INFORMATIQUE -

On rappelle que l'on utilise l'approximation du flux donnée par l'expression (1.7), où la fonction $\alpha_k(z)$ est considérée constante pendant quelques étapes $l(k)$ du calcul. Or, comme la méthode a été programmée en considérant l'approximation donnée par la variation simultanée des fonctions α , φ , γ , (expression (1.5)) ; bien que l'on ait le choix de ne pas recalculer $\alpha_k(z)$ à chaque étape $l(k)$, il y a encore des intégrations selon z qui peuvent être faites une fois pour toutes au début de chaque étape k . Les résultats de ces intégrations sont alors stockés pour les étapes suivantes $l(k)$, ce qui réduit le temps de calcul avec une augmentation négligeable de l'encombrement mémoire.

On voit dans le Tableau V, l'estimation de réduction du temps de calcul pour les étapes $l(k) \neq 1$. Au total, on espère gagner 287s (environ 5mn), ce qui représente une diminution d'environ 30% par rapport au temps antérieur (956s, environ 16mn). Toutefois, le temps résultant, soit 669s (environ 11mn), est encore plus grand d'un facteur 4 par rapport à celui dépensé par la méthode des éléments finis, et cela n'est pas suffisant pour rendre la méthode de synthèse itérative par déflation compétitive.

CONCLUSIONS DE LA PREMIERE PARTIE

On a poussé la méthode de synthèse aussi loin qu'il était possible, tout en conservant ses principales caractéristiques, c'est-à-dire les itérations sur les fonctions d'une seule variable d'espace et l'approximation du flux terme à terme par déflation.

On rappelle qu'en considérant la fonction $\alpha_k(z)$ constante pendant quelques étapes k pour simplifier le calcul du flux, on a systématisé le choix des fonctions d'essai, et on a accéléré la convergence sur les fonctions $\varphi_{kl}(y)$, $\gamma_{kl}(x)$. Ces procédures ont optimisé la méthode de synthèse dans le cadre d'un calcul monocinétique et on a pu la comparer avec la méthode des éléments finis qui utilise une autre approximation pour le flux neutronique.

La comparaison a mis en évidence un désavantage de la méthode de synthèse par rapport à celle des éléments finis, en ce qui concerne la précision atteinte dans le calcul de la valeur propre et du temps d'exécution.

Etant donné que le calcul monocinétique ne fournit qu'une approximation grossière du flux neutronique, ainsi que du coefficient de multiplication effectif d'un coeur rapide, on doit conclure de cette étude préliminaire de qualification, qu'il faut modifier la méthode de synthèse pour pouvoir prendre en compte la variable énergie.

La voie qui paraît la plus prometteuse pour rendre la méthode de synthèse compétitive semble être de séparer la variable énergie des variables d'espace et d'envisager alors le découpage à 25 groupes, discrétisation couramment employée dans les calculs des réacteurs rapides. En outre, on pourra éviter les inconvénients des calculs en théorie multigroupe à plus d'une dimension, dont les caractéristiques informatiques deviennent encombrantes et la précision discutable, quand on considère au moins 25 groupes d'énergie.

DEUXIEME PARTIE

Programmation et analyse numérique de la synthèse itérative

par déflation en espace et énergie avec des spectres par

milieu en géométrie rectangulaire à deux dimensions



TABLE DES MATIERES DE LA DEUXIEME PARTIE

	<u>PAGES</u>
<u>CHAPITRE V</u> : ETUDE D'UN SYSTEME COEUR-COUVERTURE EN GEOMETRIE PLANE - PRINCIPE DE LA DECOMPOSITION DU FLUX EN ESPACE ET ENERGIE	38
V-1. CARACTERISTIQUES PHYSIQUES D'UN SYSTEME COEUR-COUVERTURE - POINT DE DEPART POUR LA REPRESENTATION DU FLUX EN ESPACE ET ENERGIE	38
V-2. RELATION ENTRE LES DISTRIBUTIONS SPATIALES DES TAUX DE REACTION ET LES AMPLITUDES SPATIALES DES MODELES DE SYNTHSE ESPACE-ENERGIE POUR UN SYS- TEME COEUR-COUVERTURE TYPIQUE DE LA FILIERE A NEUTRONS RAPIDES	40
V-3. MODELE ANALYTIQUE DU FLUX EN ESPACE ET ENERGIE	41
<u>CHAPITRE VI</u> : APPROXIMATION A DEUX DIMENSIONS - PRINCIPE DE LA METHODE - ALGORITHME DE CALCUL	44
VI-1. GENERALISATION NUMERIQUE PAR DES ITERATIONS SUR LES FONCTIONS D'UNE SEULE VARIABLE D'ESPACE ET LE CALCUL TERME A TERME PAR DEFLATION	44
VI-2. APPROXIMATION CHERCHEE POUR LE FLUX NEUTRONIQUE - ETAPES DE CALCUL ET SYSTEMES A RESOUDRE	45
<u>CHAPITRE VII</u> : CHOIX SYSTEMATIQUE DES SPECTRES DE BASE	49
VII-1. CALCUL DES SPECTRES DE BASE A UNE ET A DEUX DIMENSIONS POUR UN SYSTE- ME COEUR-COUVERTURE - SEQUENCE ALTERNEE DES SPECTRES DE BASE CENTRE COUVERTURE ET CENTRE COEUR	49
VII-2. CALCUL DES SPECTRES DE BASE A UNE ET A DEUX DIMENSIONS POUR UN SYS- TEME EN CONCEPT HETEROGENE A CINQ MILIEUX - SEQUENCES DE SPECTRES A UNE ET A DEUX DIMENSIONS	51
<u>CHAPITRE VIII</u> : CHOIX DE LA FONCTION DE POIDS - GENERALISATION DE LA METHO- DE DES RESIDUS PONDERES	55
VIII-1. INTRODUCTION	55
VIII-2. FONCTION DE POIDS POUR UN SYSTEME COEUR-COUVERTURE BASEE SUR LE MO- DELE ANALYTIQUE DU FLUX EN ESPACE ET ENERGIE EN GEOMETRIE PLANE ...	56
VIII-3. GENERALISATION DE LA FONCTION DE POIDS POUR LE SYSTEME EN CONCEPT HETEROGENE	59

	<u>PAGES</u>
<u>CHAPITRE IX</u> : APPLICATION DE LA NOUVELLE METHODE DE SYNTHESE - QUALIFICATION PAR RAPPORT A LA METHODE AUX DIFFERENCES FINIES	62
IX-1. ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS POUR LE SYSTEME COEUR-COUVERTURE	62
IX-2. COMPARAISON AVEC LA METHODE AUX DIFFERENCES FINIES EN THEORIE MULTIGROUPE	63
IX-3. EFFET DE DEPLACEMENT DU SPECTRE DE BASE DANS LA COUVERTURE SUR LE CALCUL DE LA VALEUR PROPRE ET LES TAUX DE REACTION	65
IX-4. ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS POUR LE SYSTEME EN CONCEPT HETEROGENE .	66
IX-5. COMPARAISON AVEC LA METHODE AUX DIFFERENCES FINIES EN THEORIE MULTIGROUPE	68
<u>CONCLUSIONS</u>	70

C H A P I T R E V

ETUDE D'UN SYSTEME COEUR-COVERTURE EN GEOMETRIE PLANE
PRINCIPE DE LA DECOMPOSITION DU FLUX EN ESPACE ET ENERGIE

V-1. CARACTERISTIQUES PHYSIQUES D'UN SYSTEME COEUR-COVERTURE - POINT DE DEPART
POUR LA REPRESENTATION DU FLUX EN ESPACE ET ENERGIE -

On représente dans la Figure 4, un système coeur-couverture caractéristique de la filière rapide. Le milieu multiplicateur, que l'on appelle COEUR-R1, est un milieu à Uranium enrichi (22.3%) typique du réacteur MASURCA, tandis que le milieu fertile, que l'on appelle COUVERTURE en UO_2 -Na, est représentatif des couvertures des réacteurs de grande puissance (PHENIX ou SUPER-PHENIX).

Le spectre à l'intérieur du coeur peut être augmenté de façon importante à basse énergie, s'il est réfléchi par un milieu très ralentisseur, et moins absorbant que celui-ci. Cet effet est d'importance moyenne avec la COUVERTURE en UO_2 -Na.

Par contre, à haute énergie, le spectre dans le coeur est diminué par la migration des neutrons rapides vers la couverture, où ils sont très rares à cause du faible nombre de fissions.

Ces deux remarques s'appliquent aussi au flux réel comparé au flux fondamental. Si le flux réel du coeur (milieu 1) $\phi_1(x,E)$ et le flux fondamental $\phi_F(x,E)$, qui s'écrit dans notre cas (géométrie plane) :

$$\phi_F(x,E) = A1 \cos(Bx)\gamma_1(E) \quad (5.1)$$

avec :

- A1 : amplitude du flux fondamental ;
- B^2 : laplacien suivant la direction X ;
- $\gamma_1(E)$: spectre fondamental du coeur ;

sont normalisés à la même valeur au centre du coeur, l'ensemble des transitoires $\epsilon_1(x, E) = \phi_1(x, E) - \phi_F(x, E)$ est alors négatif aux hautes énergies, et positif aux basses énergies, et cela dans tous les systèmes coeur-couverture.

D'autre part, dans la couverture (milieu 2), il y a une dégradation progressive du spectre avec la distance et la variation spatiale du spectre, bien que plus importante dans la première partie du milieu près de l'interface avec le coeur, existe aussi vers l'autre extrémité du milieu. Autrement dit, il n'y a pas de zone asymptotique dans ce type de milieux.

Le point de départ de la méthode de synthèse en espace et énergie est la représentation du flux $\phi(x, E)$ par l'expression :

$$\tilde{\phi}(x, E) = f_1(x)\gamma_1(E) + f_2(x)\gamma_2(E), \quad \forall x \text{ et } \forall E \quad (5.2)$$

$\gamma_1(E)$ et $\gamma_2(E)$ étant les spectres de base représentatifs du coeur et de la couverture. Les fonctions $f_1(x)$ et $f_2(x)$, inconnues, sont déterminées à l'aide de l'équation de bilan suivant la méthode des résidus pondérés.

Si on veut adopter la représentation donnée par (5.2) dans le système coeur-couverture, le spectre de base représentant le coeur doit être le spectre fondamental, en tenant compte des remarques faites précédemment. Par contre, le spectre représentant le milieu couverture doit être capable de satisfaire à la fois les conditions suivantes :

1° / Il doit correspondre approximativement au spectre réel dans un point \bar{X} de la couverture qui ne soit pas très éloigné de l'interface, de manière que la zone de transition entre les deux spectres de base $\gamma_1(E)$ et $\gamma_2(E)$ possède des spectres réels assez proches de l'un ou de l'autre spectre en tout point X . De ce point de vue, le transitoire du coeur $\epsilon_1(x, E)$ est d'autant mieux représenté par une combinaison linéaire de $\gamma_1(E)$ et $\gamma_2(E)$ que ce dernier spectre correspond à un point \bar{X} plus proche de l'interface. (Ainsi, deux modèles de synthèse en espace et énergie, utilisant comme spectre $\gamma_2(E)$ respectivement le spectre réel à l'interface, où le spectre à la fin de la couverture, conduisent à des erreurs très différentes sur les taux de réaction dans le coeur : négligeables dans le premier cas, de 20 à 30% dans le deuxième cas, près de l'interface, où $\epsilon_1(x, E)$ est maximum).

2°/ A l'opposé, il faut que le point \bar{X} ne soit pas très éloigné de la fin de la couverture si l'on veut que dans cette zone soient aussi vérifiées les équations :

$$\phi(x, E) = f_i(x) \gamma_i(E) + \epsilon_i(x, E), \quad i=1 \text{ ou } 2 \quad (5.3)$$

$$\epsilon(x, E) \ll f_i(x) \gamma_i(E) \quad (5.4)$$

de telle sorte que la représentation de $\epsilon_i(x, E)$ par une combinaison linéaire des spectres $\gamma_i(E)$ introduise une erreur faible dans (5.3), c'est-à-dire que le spectre réel γ soit encore proche de $\gamma_2(E)$.

Le meilleur compromis entre ces deux conditions contradictoires est de choisir le deuxième spectre de base proche du spectre réel au centre de la couverture.

V-2. RELATION ENTRE LES DISTRIBUTIONS SPATIALES DES TAUX DE REACTION ET LES AMPLITUDES SPATIALES DES MODELES DE SYNTHESE ESPACE-ENERGIE POUR UN SYSTEME COEUR-COUVERTURE TYPIQUE DE LA FILIERE A NEUTRONS RAPIDES [22] -

Parmi les taux de réaction les plus importants, ceux de la fission et de la capture de l'Uranium 238 sont les plus sensibles au spectre. Cela suggère que, si ces deux taux de réaction sont bien calculés par une méthode approchée, telle que la méthode de synthèse, les autres taux de réaction importants le seront aussi. Supposons donc qu'il soit suffisant de bien prédire deux taux de réaction en fonction de l'espace, $T_1(x)$ et $T_2(x)$, correspondant aux sections efficaces $\sigma_1(E)$ et $\sigma_2(E)$ caractéristiques respectivement des hautes énergies et des basses énergies. Avec la représentation (5.2) de $\phi(x, E)$, on a :

$$T_l(x) = f_1(x) \langle \sigma_l, \gamma_1 \rangle + f_2(x) \langle \sigma_l, \gamma_2 \rangle, \quad l=1, 2 \quad (5.5)$$

Des expressions ci-dessus, de $T_1(x)$ et $T_2(x)$, on peut expliciter les amplitudes spatiales $f_1(x)$ et $f_2(x)$:

$$f_1(x) = \frac{1}{q_1} \left[\frac{T_1(x)}{\langle \sigma_1, \gamma_2 \rangle} - \frac{T_2(x)}{\langle \sigma_2, \gamma_1 \rangle} \right] \quad (5.6)$$

$$f_2(x) = \frac{1}{q_2} \left[\frac{T_1(x)}{\langle \sigma_1, \gamma_1 \rangle} - \frac{T_2(x)}{\langle \sigma_2, \gamma_1 \rangle} \right] \quad (5.7)$$

Dans le coeur, la représentation est celle donnée par la synthèse en espace et énergie classique [18,21], tandis que dans la couverture, elle est modifiée pour tenir compte des fonctions $f_i(x)$ ($i=1,2$) "exactes", construites et analysées précédemment.

. Dans le coeur :

$$\phi(x,E) = A1 \cos(Bx) \gamma_1(E) + A2 \gamma_2(E) - C1 \gamma_1(E) \frac{\cosh(\mu_1 x)}{\cosh(\mu_1 R_1)} \quad (5.9)$$

pour x , $0 \leq x \leq R_1$ et $x \in E$, où est utilisée la condition de réflexion à l'origine, $\phi'(x,E)|_{x=0} = 0$ (voir Figure 4).

- A1 : amplitude du flux fondamental ;
- B² : laplacien suivant la direction X ;
- $\gamma_1(E)$: spectre fondamental du coeur ;
- A2 : amplitude du flux de perturbation ;
- C1 : coefficient du spectre fondamental du coeur dans la composition du flux de perturbation ;
- μ_1 : constante d'atténuation du flux de perturbation à partir de l'interface.

. Dans la couverture :

$$\phi(x,E) = [A1 \cos(BR_1) - A2 C1] \left\{ (1-C2) \frac{\sinh[\mu_2(R_2-x)]}{\sinh[\mu_2(R_2-R_1)]} + C2 \frac{\sinh[\mu_3(R_2-x)]}{\sinh[\mu_3(R_2-R_1)]} \right\} \gamma_1(E) + A1 \left\{ (1-C3) \frac{\sinh[\mu_4(R_2-x)]}{\sinh[\mu_4(R_2-R_1)]} + C3 \frac{\sinh[\mu_5(R_2-x)]}{\sinh[\mu_5(R_2-R_1)]} \right\} \gamma_2(E) \quad (5.10)$$

pour x , $R_1 < x < R_2$ et $x \in E$, où $\phi(x,R_2) = 0$ (R_2 est l'abscisse extrapolée du milieu 2).

- μ_2 : constante d'atténuation du spectre fondamental du coeur près de l'interface ;
- μ_3 : constante d'atténuation quasi asymptotique du spectre fondamental du coeur à grande distance dans la couverture ;
- μ_4 : constante d'atténuation du spectre couverture près de l'interface ;
- μ_5 : constante d'atténuation quasi asymptotique du spectre couverture à grande distance dans ce milieu ;
- C2 et C3 : poids des fonctions spatiales associés aux constantes d'atténuation.

Ces paramètres, sauf les amplitudes A1 et A2, sont déterminés par la méthode des résidus pondérés, c'est-à-dire par projection des équations de bilan sur des fonctions de poids choisies suivant des critères physiques simples.

Les amplitudes A1 et A2 sont obtenues par comparaison du flux du modèle $\phi(x,E)$ avec le flux $\phi_e(x,E)$ exact issu d'un calcul spatial multigroupe utilisant les mêmes données que $\phi(x,E)$. En premier lieu, on obtient l'amplitude A1 de manière que, au centre du coeur ($x=0$), les deux flux soient essentiellement identiques. Ensuite, on obtient l'amplitude A2 par ajustage sur un taux de réaction exact à l'interface coeur-couverture correspondant à une certaine section efficace $\sigma_i(E)$. Pour cela, on impose l'égalité suivante :

$$\langle \sigma_i, \phi_e(R) \rangle = A1 \cos(BR) \langle \sigma_i, \gamma_1 \rangle + A2 \langle \sigma_i, \gamma_2 \rangle - C1 \langle \sigma_i, \gamma_1 \rangle$$

d'où

$$A2 = \frac{\langle \sigma_i, \phi_e(R) \rangle - A1 \cos(BR) \langle \sigma_i, \gamma_1 \rangle}{\langle \sigma_i, \gamma_2 \rangle - C1 \langle \sigma_i, \gamma_1 \rangle} \quad (5.11)$$

Etant donnée que les incertitudes sur les paramètres du modèle (μ_i et C_i), dues aux fonctions de poids, ont un effet très faible sur le flux [22], la précision de ce dernier est essentiellement affectée par l'incertitude sur l'amplitude A2 qui varie suivant la section efficace $\sigma_i(E)$ choisie. Quand les variations de A2 sont faibles, on peut s'attendre à ce que le modèle donne une représentation du flux satisfaisante, comme c'est le cas d'un système coeur-couverture. Cela provient du fait que dans ce système la variation spatiale du spectre exact est faible et que, par conséquent, le spectre réel à l'interface est assez proche des deux spectres de base utilisés.

C H A P I T R E VI

APPROXIMATION A DEUX DIMENSIONS
PRINCIPE DE LA METHODE
ALGORITHME DE CALCUL

VI-1. GENERALISATION NUMERIQUE PAR DES ITERATIONS SUR LES FONCTIONS D'UNE SEULE VARIABLE D'ESPACE ET LE CALCUL TERME A TERME PAR DEFLATION -

Le modèle présenté au paragraphe V-3. prédit de manière très satisfaisante les distributions spatiales des principaux taux de réaction considérés en tout point X du système COEUR-R1/COUVERTURE en UO_2 -Na. Les erreurs maximales sont inférieures à 3% et se produisent en fin de couverture, où les valeurs absolues des taux de réaction sont extrêmement faibles [22].

Cela suggère la possibilité d'une généralisation à deux dimensions, si on fait des hypothèses simplificatrices en ce qui concerne la structure XY du flux neutronique que l'on veut essayer d'approcher au mieux par la méthode de synthèse itérative par déflation en espace et énergie.

- . Première hypothèse : la structure XY peut être décomposée en X et Y par une superposition des structures en X (conforme au modèle analytique) suivant Y et vice-versa.
- . Deuxième hypothèse : la structure XY peut être construite par des approximations successives.

La première hypothèse se rapporte au fait que l'on peut trouver une solution en XY par l'addition de produits de fonctions d'une seule variable d'espace. Et la deuxième hypothèse, que l'on peut approcher cette solution terme (produit) à terme par déflation.

A partir des hypothèses énoncées, et étant donné que l'on ne connaît que les spectres de base attachés à chaque terme de l'approximation, on doit trouver les fonctions d'espace par des itérations. Pour cela, on se donne pour initialiser le calcul de chaque terme, une fonction de x et par synthèse, on obtient une fonction de y , qui est utilisée pour recalculer la fonction de x comme dans le cas monocinétique. Une fois connue l'approximation précédente par déflation, on calcule l'approximation suivante.

VI-2. APPROXIMATION CHERCHÉE POUR LE FLUX NEUTRONIQUE - ETAPES DE CALCUL ET SYSTEMES A RESOUDRE -

Pour des raisons de facilité de notation, on considère la variable énergie comme continue, comme on le fait d'ailleurs avec les variables d'espace. L'équation de l'approximation de diffusion s'écrit alors :

$$-\nabla D(x, y, E) \nabla \phi(x, y, E) + \Sigma_a(x, y, E) \phi(x, y, E) - \int_{E', > E} \Sigma_s(x, y, E' \rightarrow E) \phi(x, y, E') dE' = \frac{\chi(E)}{\lambda} \int_{E'} \nu \Sigma_f(x, y, E') \phi(x, y, E') dE' \quad (6.1)$$

où tous les coefficients sont définis au paragraphe I-1., à l'intérieur d'un groupe g .

Ensuite, on cherche une solution de la forme :

$$\phi(x, y, E) = \sum_{k=1}^K \alpha_k(y) \varphi_k(x) \gamma_k(E) \quad (6.2)$$

où on se donne une séquence de spectres de base $\gamma_k(E)$, et on calcule les fonctions d'espace itérativement et par déflation.

Pour faciliter la compréhension de la procédure, on montre dans la Figure 6 l'organigramme général du calcul.

Connaissant les spectres de base, on introduit une fois pour toutes une certaine fonction de poids $W(E)$ par milieu (les détails de construction sont présentés au Chapitre VIII, et on résoud les étapes suivantes :

. Etape k=1 :

Soit $\gamma_1(E)$ le premier spectre de la séquence de spectres de base, on cherche l'approximation $\tilde{\phi}_1 = \phi_1(x,y)\gamma_1(E)$.

Si on schématise l'équation (6.1) par $A\phi = \frac{1}{\lambda}B\phi$, on projète le résidu $(A\phi_1^0 - \frac{1}{\lambda}B\phi_1^0) \neq 0$ sur $W(E)\gamma_1(E)$ [36], on impose une orthogonalité et on arrive à :

$$\int_E W(E)\gamma_1(E)(A\phi_1^0 - \frac{1}{\lambda}B\phi_1^0)dE = 0 \quad (6.3)$$

où :

$$\tilde{\phi}_1^0 = \phi_1^0(x,y)\gamma_1(E)$$

Une fois accomplie l'intégration en énergie, on se trouve dans le cas de la synthèse itérative en espace à un seul terme.

Soit $\alpha_1^0(y)$ et $\varphi_1^0(x)$, deux fonctions d'initialisation calculées aux côtes (X,Y) où se trouve le spectre $\gamma_1(E)$.

Si on schématise par $(A'\phi_1^p - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^p) \neq 0$ le résidu résultant de l'intégration (6.3), où A' et B' sont des opérations n'agissant cette fois-ci que sur l'approximation en espace $\phi_1^p = \phi_1^p(x,y)$, on a à résoudre dans l'itération interne $p=0,1,\dots$, le système suivant :

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \int_x \varphi_1^{p-1} (A'\phi_1^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^{p-1}) dx = 0 \quad ; \text{ où,} \\ \phi_1^{p-1} = \alpha_1^{p-1} \varphi_1^{p-1} \quad ; \text{ et on tire de cette équation } \alpha_1^p(y) \end{array} \right.$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \int_y \alpha_1^p (A'\phi_1^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^{p-1}) dy = 0 \quad ; \text{ où,} \\ \phi_1^{p-1} = \alpha_1^p \varphi_1^{p-1} \quad ; \text{ et on tire de cette équation } \varphi_1^p(x) \end{array} \right.$$

Cela est fait par la méthode des résidus pondérés, c'est-à-dire à chaque itération interne p on projète le résidu $(A'\phi_1^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^{p-1}) = 0$ sur l'espace de la fonction connue à l'itération $p-1$, et on impose une orthogonalité.

Quand :

$$\frac{\|\alpha_1^p - \alpha_1^{p-1}\|}{\|\alpha_1^p\|} = \|\alpha_1^p - \alpha_1^{p-1}\| < \epsilon_p ; \text{ et,}$$

$$\frac{\|\varphi_1^p - \varphi_1^{p-1}\|}{\|\varphi_1^p\|} = \|\varphi_1^p - \varphi_1^{p-1}\| < \epsilon_p ;$$

où les normes $\|\alpha\|$ et $\|\varphi\|$ sont définies comme au paragraphe I-2., on pose $\alpha_1 = \alpha_1^p$; $\varphi_1 = \varphi_1^p$; et on a : $\tilde{\phi}_1 = \alpha_1(y)\varphi_1(x)\gamma_1(E)$ comme première approximation.

. Etape K :

On connaît de l'étape précédente $K-1$ $\tilde{\phi}_{K-1} = \sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x,y)\gamma_k(E)$, et soit $\gamma_K(E)$ le K ème spectre de la séquence de spectres de base.

Cette fois-ci, on projette et on impose l'orthogonalité du résidu $(A\phi_K^o - \frac{1}{\lambda}B\phi_K^o)$ d'une part sur $W(E)\gamma_K(E)$, d'autre part sur $W(E)\tilde{\phi}_{K-1}(x,y,E)$ pour tenir compte de l'approximation précédente $\tilde{\phi}_{K-1}(x,y,E)$.

$$\begin{cases} \int_E W(E)\gamma_K(E) (A\phi_K^o - \frac{1}{\lambda}B\phi_K^o) dE = 0 \\ \int_{xy} \int_E W(E)\tilde{\phi}_{K-1}(x,y,E) (A\phi_K^o - \frac{1}{\lambda}B\phi_K^o) dx dy dE = 0 \end{cases} \quad (6.4)$$

où :

$$\phi_K^o = \tilde{\phi}_{K-1}(x,y,E) + \alpha_K(y)\varphi_K(x)\gamma_K(E)$$

Une fois accomplie l'intégration en énergie, on se trouve dans le cas de la synthèse itérative par déflation en espace.

Soit, $\alpha_K^o(y)$ et $\varphi_K^o(x)$ deux fonctions d'initialisation calculées aux côtes (X,Y) où se trouve le spectre $\gamma_K(E)$.

Si on schématise par $(A'\phi_K^o - \frac{1}{\lambda}B'\phi_K^o) \neq 0$ le résidu résultant des intégrations (6.4), où A' et B' sont des opérateurs n'agissant cette fois-ci que sur l'approximation en espace $\phi_K^o = \phi_{K-1}(x,y) + \alpha_K^o(y)\varphi_K^o(x)$, on a résoudre l'itération $p=0,1,\dots$, les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} \int_x \varphi_K^{p-1} (A'\phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_K^{p-1}) dx = 0 \\ \int_{xy} \tilde{\phi}_{K-1} (A'\phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_K^{p-1}) dx dy = 0 ; \end{cases}$$

cū : $\phi_K^{p-1} = \phi_{K-1} + \alpha_K^{p-1}\varphi_K^{p-1}$; et on tire de ce système $\alpha_K^p(y)$

$$2) \begin{cases} \int_y \alpha_K^p (A' \phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B' \phi_K^{p-1}) dy = 0 \\ \int_{xy} \gamma_{K-1} (A' \phi_K^{p-1} - \frac{1}{\lambda} B' \phi_K^{p-1}) dx dy = 0 \end{cases}$$

où :

$$\gamma_K^{p-1} = \gamma_{K-1} + \alpha_K^p \varphi_K^{p-1} ; \text{ et on tire de ce système } \varphi_K^p(x).$$

La première équation de chaque système est obtenue par la projection du résidu sur l'espace de la fonction connue à l'itération interne p-1, tandis que la deuxième équation est obtenue par la projection du résidu sur l'espace de l'approximation précédente $\tilde{\phi}_{K-1}(x, y)$.

Quand :

$$\frac{\|\alpha_K^p - \alpha_K^{p-1}\|}{\|\alpha_K^p\|} = \|\alpha_K^p - \alpha_K^{p-1}\| < \epsilon_p ; \quad \text{et,}$$

$$\frac{\|\varphi_K^p - \varphi_K^{p-1}\|}{\|\varphi_K^p\|} = \|\varphi_K^p - \varphi_K^{p-1}\| < \epsilon_p$$

On pose $\alpha_K = \alpha_K^p$; $\varphi_K = \varphi_K^p$; et on a :

$$\tilde{\phi}_K = \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(y) \varphi_k(x) \gamma_k(E) + \alpha_K(y) \varphi_K(x) \gamma_K(E) ; \text{ comme la } K\text{ième approximation.}$$

Si on vérifie que la norme quadratique $\|\alpha_K \varphi_K \gamma_K\| < \epsilon_K$; où :

$$\|\alpha_K \varphi_K \gamma_K\| = \left(\sum_{i=1}^{NPY} \langle \alpha_K(i), \alpha_K(i) \rangle * \sum_{j=1}^{NPX} \langle \varphi_K(j), \varphi_K(j) \rangle * \sum_{g=1}^{NG} \langle \gamma_K(g), \gamma_K(g) \rangle \right)^{1/2} \equiv \|\gamma_K\| ;$$

car $\|\alpha_K\| = \|\gamma_K\| = 1$; on a l'approximation cherchée, expression (6.2), et le calcul prend fin. Dans le cas contraire, on fait : $K=K+1$, et on continue l'approximation.

Tous les détails du calcul sont donnés dans l'Annexe I, où on montre l'obtention des coefficients de matrices en espace.

C H A P I T R E V I I

CHOIX SYSTEMATIQUE DES SPECTRES DE BASE

VII-1. CALCULS DES SPECTRES A UNE ET A DEUX DIMENSIONS POUR UN SYSTEME COEUR-COUVERTURE. SEQUENCE ALTERNÉE DES SPECTRES DE BASE CENTRE-COUVERTURE ET CENTRE-COEUR -

D'après l'étude à une dimension du système COEUR-R1/COUVERTURE en UO_2 -Na présenté aux paragraphes V-1. et V.2, on doit retenir les spectres au centre du coeur et au centre de la couverture comme spectres de base pour le calcul de généralisation à deux dimensions (voir Figure 7).

On passe deux calculs aux différences finies en théorie multigroupe à 25 groupes d'énergie. Le premier, en géométrie plane au centre du réacteur ($V=0$) avec recherche de criticité (fuites transverses qui rendent le coefficient de multiplication effectif égal à l'unité) en employant le module de diffusion CODI-1 [37]. Et le deuxième, qui est considéré comme le calcul de référence est à deux dimensions avec fuites transverses (correction qui rend le coefficient de multiplication effectif proche de l'unité) en employant le module de diffusion CODI-2 [37].

Les spectres (flux multigroupes ponctuels) calculés par ces deux méthodes sont identiques. Cela s'explique d'une part par la simplicité géométrique du modèle choisi, d'autre part par le fait que l'on effectue deux calculs critiques.

On voit sur les Figures 8 et 9 les spectres de base "exacts" au centre du coeur et au centre de la couverture, pris pour le calcul de synthèse.

Une fois choisis les spectres de base, il faut trouver la meilleure séquence de ces spectres, et donc déterminer le spectre à prendre à chaque étape du calcul par déflation, pour respecter au mieux la formation du flux de perturbation au niveau du coeur jusqu'à l'interface coeur-couverture.

Pour cela, on considère l'expression analytique en géométrie plane de ce flux dans le coeur, dont l'analyse de formation des paramètres sera décisive pour le choix du spectre plus efficace à chaque étape du calcul par déflation.

Soit :

$$\phi_p = A2[\gamma_2(E) - C1\gamma_1(E)]f(x) \quad (7.1)$$

où :

$$A2 = \frac{\langle \sigma_i, \phi_e(R1) \rangle - A1 \cos(BR1) \langle \sigma_i, \gamma_1 \rangle}{\langle \sigma_i, \gamma_2 \rangle - C1 \langle \sigma_i, \gamma_1 \rangle} \quad (7.2)$$

$$C1 = \frac{\langle \gamma_1, D1 \gamma_2 \rangle}{\langle \gamma_1, D1 \gamma_1 \rangle} \quad (7.3)$$

et $f(x)$ est la fonction d'atténuation du flux de perturbation dans le coeur à partir de l'interface coeur-couverture.

On rappelle que $A2$ est obtenue par ajustement sur un taux de réaction "exact" à l'interface $\langle \sigma_i, \phi_e(R1) \rangle$, tandis que $C1$ peut être approché par l'expression (7.3), quand on projette le bilan résiduel dans le coeur sur le spectre $\gamma_1(E)$.

Pour obtenir le flux de perturbation, il faut d'abord déterminer les paramètres $A2$ et $C1$. Dans la méthode de synthèse itérative par déflation en espace et énergie, les informations pour cette détermination sont données en deux temps. Au départ, on introduit une fois pour toutes, un taux de réaction "exact" à l'interface $\langle \sigma_i, \gamma_i(E) \rangle$ par la fonction de poids (que nous étudierons au chapitre VIII), et à chaque étape par le spectre de base $\gamma_k(E)$ ($\gamma_1(E)$ ou $\gamma_2(E)$), accompagné de la section efficace $\sigma_i(E)$, dont on veut minimiser l'erreur commise par l'approximation de synthèse sur le taux de réaction correspondant.

Si l'on choisit $\gamma_2(E)$ pour initialiser le calcul, les informations porteront seulement sur $\langle \sigma_i, \gamma_2 \rangle$. Lorsque, pour l'étape suivante, on continue par le spectre $\gamma_1(E)$, on fournit les informations $A1 \cos(BR1) \langle \sigma_i, \gamma_1 \rangle$, $\langle \gamma_1, D1 \gamma_2 \rangle$, $\langle \gamma_1, D1 \gamma_1 \rangle$ (voir les expressions (A1.20) et (A1.22) de l'Annexe I), puis $C1$ par (7.3), ensuite $C1 \langle \sigma_i, \gamma_1 \rangle$, et enfin $C1 \gamma_1(E)$. En reprenant le calcul avec $\gamma_2(E)$, on possède les informations permettant d'obtenir $A2 \gamma_2(E)$, et dans l'étape suivante, où $\gamma_1(E)$ est réintroduit, on a finalement $A2[\gamma_2(E) - C1 \gamma_1(E)]$.

Par contre, si on initialise le calcul par $\gamma_1(E)$ le paramètre $C1$ ne peut pas être obtenu à la deuxième étape quand on introduit le spectre $\gamma_2(E)$, et par conséquent l'on n'a pas $A2$ à la troisième étape, quand on reprend $\gamma_1(E)$. De cette façon, les perturbations du calcul sont repoussées aux calculs suivants, ce qui provoque un retard de la convergence.

On prend alors, la séquence alternée des spectres de base au centre de la couverture et au centre du coeur, dans cet ordre pour le calcul de généralisation à deux dimensions. Cela rend systématique le choix de spectres de base par déflation pour le système coeur-couverture.

VII-2. CALCUL DES SPECTRES DE BASE A UNE ET A DEUX DIMENSIONS POUR UN SYSTEME EN CONCEPT HETEROGENE A CINQ MILIEUX - SEQUENCES DE SPECTRES DE BASE A UNE ET A DEUX DIMENSIONS -

On modifie légèrement les compositions des milieux coeur et couverture externes, ainsi que le découpage en espace (voir Figure 10). La première modification est faite pour mettre en présence les milieux COEUR-R1 et COUVERTURE en UO_2 -Na, système dont les caractéristiques ont déjà été étudiées au Chapitre V. La deuxième modification est faite pour prendre en compte les endroits où le flux varie fortement.

Contrairement à ce qui s'est passé pour le modèle antérieur, où les spectres résultant des calculs multigroupes aux différences finies à une et à deux dimensions sont identiques, on doit considérer dans le cas présent ces calculs séparément, car ils ne sont pas équivalents.

Initialement, quelques calculs à deux dimensions sont faits en faisant varier les fuites transverses pour obtenir un coefficient de multiplication effectif proche de l'unité. On obtient alors le calcul de référence à deux dimensions. Ensuite, on considère les calculs en géométrie plane avec recherche de criticité aux côtes les plus représentatives du modèle choisi.

VII-2.1. Présélection des spectres exacts :

Dans la Figure 11, on voit les positions où l'on prend 34 spectres "exactes" issus du calcul de référence. Ils sont considérés au centre de chaque milieu délimité par les interfaces de milieu en X à la côte Y correspondante, exclusion faite aux spectres qui se trouvent sur l'axe Y et à ceux des numéros 3 et 9 aux interfaces des milieux 1 et 4 et 1 et 2 respectivement. Cela représente la présélection des spectres "exactes".

VII-2.2. Présélection des spectres approchés. Comparaison avec les spectres "exacts" :

On prend 20 spectres "approchés" dont les positions sont montrées sur la Figure 12. Les autres spectres sont exclus car ils ne représentent pas ce qui se produit dans le système aux côtes correspondantes. Par exemple, si on prend, en particulier, les spectres sur l'axe Y (numérotés 2', 3', 4', 5'), au lieu de prendre les spectres sur l'axe X (numérotés 2, 3, 4, 5), qui devraient être les mêmes par symétrie diagonale, on va trouver des spectres à la fois plus mous (2', 3', ...) et à la fois plus durs (4', 5', ...) -voir par exemple les écarts des spectres 2' et 3' par rapport aux spectres "exacts" des Figures 13 et 14-.

Lorsque les spectres sur l'axe Y sont éliminés, on poursuit la présélection des spectres approchés par comparaison aux spectres "exacts" présélectionnés dans les points correspondants. On commence cette comparaison pour les spectres calculés au centre de la couverture interne. On voit sur la Figure 15, que le spectre "approché" est plus "mou" que le spectre "exact". Cela vient du fait que pour ce point, le bilan neutronique suivant l'axe Y est d'importance égale que celui en X. Par conséquent, dans le calcul à une dimension en X, les fuites de neutrons rapides vers la couverture, et les neutrons de basse énergie se dirigeant vers le coeur, ne sont pas pris en compte suivant l'axe Y ; ce qui rend le spectre plus mou.

Au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la diagonale suivant l'axe X, l'effet du bilan neutronique suivant l'axe Y devient de plus en plus faible et, le calcul à une dimension s'approche de plus en plus du spectre "exact". Lorsqu'on se place dans la couverture externe, ils sont égaux. On voit sur les Figures 16 et 17, l'effet de ce déplacement dans le calcul des spectres "approchés" au centre du système. Le spectre à l'abscisse $X=28$ (N°4 de la Figure 12), est déjà bien calculé aux hautes et moyennes énergies, tandis que celui à l'abscisse $Y=81$ (N°9 de la Figure 12) est calculé sans erreur.

Enfin, dans les Figures 18 et 19, on voit encore la diminution de l'effet suivant l'axe Y sur le calcul en X. Cette fois, on se place à gauche de la diagonale et on se dirige vers elle. A l'interface N°6, le spectre à l'abscisse $X=23$ (N°17 de la Figure 12) est calculé avec des erreurs aux basses énergies, tandis que celui à l'abscisse $X=36$ (N°18 de la Figure 12) est calculé avec beaucoup moins d'erreur.

La comparaison montre que, sauf pour le spectre calculé au centre de la couverture interne, le calcul à une dimension fournit des spectres comparables aux spectres calculés à deux dimensions. On élimine ce premier spectre, et on essaie de trouver parmi les 34 spectres "exacts" et les 19 spectres "approchés"

les bases spectrales correspondantes, c'est-à-dire les spectres qui, par combinaison linéaire, sont capables de reproduire dans une certaine mesure tous les autres spectres du système, exclusion faite des spectres trop dégradés en fin de couverture externe (milieu 5).

VII-2.3. Constructions des bases spectrales - Comparaison des bases "exactes" et "approchées" :

On utilise la même procédure que celle employée dans l'optimisation du choix des fonctions d'essai au deuxième chapitre. On commence les constructions des bases par les spectres "exacts" au centre de la couverture interne et celui "approché" au point N°3 du même milieu (voir Figure 11 et 12). Ce premier choix est dicté d'une part directement par le fait qu'un spectre couverture est plus efficace pour initialiser le calcul par déflation du flux de perturbation au niveau du coeur, comme nous l'avons montré pour le modèle précédent ; d'autre part, par le fait que les spectres dans la couverture interne participent à la formation des flux de perturbation au niveau des coeurs interne et externe.

Ensuite, on cherche les spectres les plus éloignés de ces deux-là dans les ensembles correspondants, et on poursuit jusqu'à ce que les distances spectrales soient suffisamment petites. On considère alors les bases comme étant "complètes".

Dans les Tableaux VI et VII, on montre les spectres de base trouvés à chaque fois à partir des spectres dans la couverture interne pour former les bases spectrales. On observe que les premières distances (normes vectorielles des vecteurs les plus éloignés) sont déjà petites, et que les dernières dans les deux ensembles sont presque les mêmes. Cela indique d'une part que les origines (spectres dans la couverture interne) sont à cheval sur les extrémités (spectres durs dans le coeur et mous dans la couverture externe), d'autre part, que les bases sont formées avec la même précision. On peut alors considérer le dernier spectre "exact" dans la couverture externe comme étant intégré à la base des spectres "exacts".

Comparativement, on note que les deux bases présentent, dans la précision considérée, le même nombre de spectres (4). En outre, ces spectres sont relativement proches dans chaque milieu. Ainsi, le spectre "exact" au point 1 (voir Figure 11) est très proche du spectre "approché" au point 3 (voir Figure 12), de même, si l'on compare les spectres aux points 4, 17, 31, respectivement avec les spectres aux points 7, 17 et 20.

VII-2.4. Séquences de spectres de base à une et à deux dimensions :

Pour le calcul de synthèse, les séquences spectrales sont les répétitions des spectres de base dans l'ordre trouvé dans leurs bases correspondantes jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Cela rend systématique le choix des spectres de base pour le modèle en concept hétérogène à cinq milieux. Exception faite à la couverture externe, où on ne connaît pas précisément la position de leur spectre moyen, on représente approximativement les spectres caractéristiques de chaque milieu, à savoir :

- . le spectre moyen dans la couverture interne ;
- . le spectre fondamental dans les milieux coeurs ;
- . le spectre moyen dans les barres de contrôle.

C H A P I T R E VIII

CHOIX DE LA FONCTION DE POIDS
GENERALISATION DE LA METHODE DES RESIDUS PONDERES

VIII-1. INTRODUCTION -

Soit, de nouveau l'équation de l'approximation de diffusion schématisée par :

$$A\phi = \frac{1}{\lambda} B\phi \tag{8.1}$$

où :

$$A \equiv -\nabla D(x, y, E) \nabla + \Sigma a(x, y, E) - \int_{E' > E} \Sigma s(x, y, E' \rightarrow E) dE'$$

et :

$$B \equiv \chi(x, y, E) \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') dE'$$

Quand on substitue le flux donné par l'expression (6.2) en (8.1), on a un résidu que l'on exprime par :

$$R(x, y, E) = A \sum_{k=1}^K \alpha_k(y) \phi_k(x) \gamma_k(E) - \frac{1}{\lambda} B \sum_{k=1}^K \alpha_k(y) \phi_k(x) \gamma_k(E) \tag{8.2}$$

Par déflation, on rend ce résidu orthogonal à un ensemble de K fonctions de poids $W_k(E) = W(E) \gamma_k(E)$, et on arrive au système :

$$\left\{ \begin{aligned} \int_E W(E) \gamma_K(E) * R(x, y, E) dE &= 0 \\ \int_{xy} \int_E W(E) \gamma_{K-1}(x, y, E) * R(x, y, E) dx dy dE &= 0 \end{aligned} \right. \tag{8.3}$$

où :

$$\gamma_{K-1}(x, y, E) = \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(y) \phi_k(x) \gamma_k(E) \tag{8.4}$$

est l'approximation précédente.

Si on pose $W(E) = 1$, on fait la pondération "directe" dite Galerkin. Par contre, si $W(E)$ varie pour chaque résidu $R(x, y, E)$, différent dans chaque milieu, on fait la pondération "multiple". Enfin si le résidu régional est pondéré par des taux de réaction caractéristiques de chaque milieu, on fait la pondération "multiple par des taux de réaction" [36]. Par exemple, si on emploie la section efficace d'absorption par milieu, on a $W(E) = \Sigma_a(E)$, et on cherche à minimiser l'erreur commise sur le taux de réaction correspondant dans chaque milieu, quand on résoud le système (8.3) pour chaque spectre de base.

VIII-2. FONCTION DE POIDS POUR UN SYSTEME COEUR-COUCVERTURE BASEE SUR LE MODELE ANALYTIQUE DU FLUX EN ESPACE ET ENERGIE EN GEOMETRIE PLANE -

Premièrement, on essaie des fonctions de poids par milieu en employant des taux de réaction $[\Sigma_a(E)\gamma_k(E), \Sigma_f(E)\gamma_k(E)]$, dont on minimise les résidus régionaux correspondants. Ensuite, on arrive à une pondération plus complète qui inclue l'interface coeur-couverture. Pour cela, on considère les compositions des paramètres du modèle du flux en espace et énergie en géométrie plane présenté au paragraphe V-3.

1/ On commence par projeter les résidus régionaux sur les spectres de base pour minimiser l'erreur commise dans le bilan de chaque milieu, en employant séparément ces spectres. Cette pondération généralise la détermination du paramètre $C1$ (Expression 7.3) du côté du coeur et, par continuité du flux à l'interface, du côté de la couverture (Expression 5.10).

2/ Ensuite, on projète les résidus régionaux sur des taux de réaction différents dans chaque milieu pour minimiser les résidus correspondants. Au coeur on considère le taux de fission microscopique de l'Uranium 238 caractéristique des hautes énergies, tandis que dans la couverture, on lui ajoute le taux d'absorption macroscopique, pour tenir compte également des moyennes et des basses énergies. Cela veut dire que l'on essaie de minimiser d'une part les résidus locaux, soit la fission microscopique de l'Uranium 238 aux deux milieux ; et d'autre part, les résidus intégraux, soit l'absorption au niveau de la couverture.

3/ Enfin, on projète les résidus régionaux sur un taux de réaction exact à l'interface coeur-couverture pour généraliser la détermination du paramètre $A2$ (Expression 5.11) du côté du coeur, et par continuité du flux à l'interface, du côté de la couverture. On choisit le taux de fission microscopique de l'Uranium 238, en accord avec les pondérations précédentes.

Tout cela peut être exprimé :

. dans le coeur, par :

$$w_k(E) = [1. + \sigma_{F8}(E) + \langle \sigma_{F8}, \gamma_i \rangle] * \gamma_k(E)$$

. dans la couverture, par :

$$w_k(E) = [1. + \sigma_{F8}(E) + \Sigma_a(E) + \langle \sigma_{F8}, \gamma_i \rangle] * \gamma_k(E) ;$$

où $\langle \sigma_{F8}, \gamma_i \rangle$ est le taux de fission microscopique exact de l'Uranium 238 à l'interface coeur-couverture au centre du système ($\gamma=1$).

Chaque terme de la fonction de poids, qui représente une projection du résidu régional $R(x, y, E)$, peut être interprété comme suit :

- i) $\gamma_k(E)[R(x, y, E)]$: chaque spectre de base respecte au mieux le bilan neutronique, donnant alors les plus petits résidus régionaux $R(x, y, E)$;
- ii) $\sigma_{F8}(E)\gamma_k(E)[R(x, y, E)]$, dans le coeur ; et $[(\sigma_{F8}(E)+\Sigma_a(E))\gamma_k(E)][R(x, y, E)]$ dans la couverture : les erreurs commises sur le taux de fission microscopique de l'Uranium 238 dans le coeur et sur la somme des taux de fission microscopique de l'Uranium 238 plus le taux d'absorption macroscopique dans la couverture sont pour chaque spectre les plus petites en respectant i) ;
- iii) $\langle \sigma_{F8}, \gamma_i \rangle \gamma_k(E)[R(x, y, E)]$: l'erreur commise sur le taux de fission microscopique de l'Uranium 238 à l'interface est pour chaque spectre la plus petite en respectant i) et ii).

Etant donné que l'ajustement à l'interface influence la criticité du système, on ajoute des informations premièrement du côté de la couverture et deuxièmement du côté du coeur pour observer leur effet sur la valeur propre. Cela veut dire qu'au lieu de donner le taux de fission exact en un point (l'interface coeur-couverture), on donne la somme exacte des taux de fission sur une bande d'ajustement à partir de l'interface coeur-couverture.

On voit sur la Figure 20, la variation de l'écart sur la valeur propre $\Delta VP = VP_{\text{synthèse}} - VP_{D.F.}$ en fonction de la largeur de la bande d'ajustement.

On fait diminuer ΔVP au fur et à mesure que l'on augmente la somme "exacte" des taux de fission de l'Uranium 238 à partir de l'interface coeur-couverture vers la couverture. Cela arrive jusqu'au centre de la couverture (point de réalisation du spectre de base de ce milieu) exclusivement, où l'écart commence à augmenter. D'autre part, ΔV croît si on rajoute à la somme "exacte" des taux de fission de l'Uranium 238 correspondants à ΔV_{\min} des taux de fission exacts de l'Uranium 238 du côté du coeur.

De tout ce qui précède, on peut retenir que :

dans la première moitié de la couverture, la minimisation de l'écart sur la somme des taux de fission de l'Uranium 238 entraîne une minimisation de l'écart de la valeur propre de synthèse par rapport à celle donnée par la référence (D.F.) ;

au centre de la couverture ainsi qu'au centre du coeur, où le spectre varie très peu, les taux de fission de l'Uranium 238 sont déjà donnés par la pondération $\sigma F_8(E) \gamma_k(E)$ et, les rajouter implique la suppression de deux degrés de liberté pour le calcul avec les spectres centre-couverture et centre-coeur, ce qui fait augmenter l'écart ΔVP .

Après ce nouvel ajustement, on a en définitive la fonction de poids exprimée :

- dans le coeur, par :

$$W_k(E) = [1. + \sigma F_8(E) + \sum_i \langle \sigma F_8, \gamma_i \rangle] * \gamma_k(E)$$

- dans la couverture, par :

$$W_k(E) = [1. + \sigma F_8(E) + \Sigma a(E) + \sum_i \langle \sigma F_8, \gamma_i \rangle] * \gamma_k(E) ;$$

où l'ajustement $\sum_i \langle \sigma F_8, \gamma_i \rangle$ est celui qui donne le plus petit écart sur la valeur propre ΔVP (voir représentation graphique dans la Figure 21).

VIII-3. GENERALISATION DE LA FONCTION DE POIDS POUR LE SYSTEME EN CONCEPT HETEROGENE -

On commence par présenter et commenter quelques hypothèses simplificatrices qui vont permettre la généralisation de la fonction de poids appliquée au modèle antérieur.

. Première hypothèse :

La configuration "COEUR-3" peut être considérée comme une superposition des systèmes coeur-couverture suivant l'axe Y, où le premier est du type hétérogène (voir Figure 10).

. Deuxième hypothèse :

Les barres de contrôle présentent des faibles transitoires avec les milieux coeur.

La première hypothèse est en accord avec celle présentée au paragraphe VI-1. où l'on a généralisé le modèle du flux en espace et énergie développé en géométrie plane.

La deuxième hypothèse est vérifiée dans la plupart des énergies considérées et la transition dans la région des hautes énergies a un effet limité pour le calcul. Cela veut dire que pour le calcul de synthèse, une barre de contrôle est un milieu de spectre dur et de faible absorption dans la gamme des énergies caractéristiques d'un coeur rapide (10 MeV - 0.5 MeV), ne présentant alors de transitoires qu'avec les milieux couverture par l'intermédiaire des milieux coeur.

Sans tenir compte des positions relatives des spectres de base du point de vue de l'ajustement, on commence les tests par l'emploi des fonctions de poids suivantes :

- . dans les milieux coeurs $[1. + \sigma F_8(E)] \gamma_k(E) ;$
- . dans les milieux barres $[1. + \Sigma_c(E)] \gamma_k(E) ;$ et,
- . dans les milieux couvertures $[1. + \sigma F_8(E) + \Sigma_a(E)] \gamma_k(E) ;$

où la seule différence par rapport au modèle précédent, est la pondération des barres de contrôle. Dans ces milieux, on essaie de minimiser pour chaque spectre, d'une part le résidu régional, d'autre part l'erreur commise sur le taux de capture macroscopique.

Ensuite, on cherche les ajustements qui donnent les plus petits écarts sur la valeur propre pour les deux ensembles de spectres ("exacts" et "approchés").

1/ Avec les spectres "exacts" ; on doit premièrement, changer le spectre au niveau de la couverture externe (N°31), car il est trop "mou", et on prend le spectre N°6 colinéaire aux spectres de la couverture interne (N°1), et la barre de contrôle (N°4) -voir Figure 11-. Ensuite, on fait l'ajustement comme avant sur le taux de fission microscopique de l'Uranium 238.

On considère six bandes d'ajustement dont deux sont du même type que celle construite pour le modèle antérieur, c'est-à-dire prises dans les couvertures interne et externe, à partir des interfaces coeur-couverture jusqu'aux points de réalisation des spectres correspondants exclusivement. Les quatre barres restantes sont prises dans la couverture externe et colinéaires aux spectres coeur externe et barre de contrôle, ainsi qu'à ceux qui lui sont égaux par symétrie diagonale et même proches, soit celui à l'interface N°6 dans la barre de contrôle (voir Figure 22). Ces bandes sont prises par défaut, c'est-à-dire aux côtes où ne sont pas considérés des spectres de base au niveau de la couverture externe.

2/ Avec les spectres "approchés" ; on considère deux bandes et cette fois-ci du même type que celle du modèle précédent. La première est prise dans la couverture interne, et la deuxième dans la couverture externe, toutes deux à partir des interfaces coeur-couverture jusqu'aux points de réalisation des spectres correspondants exclusivement (voir Figure 23).

Les ajustements étant terminés (minimisations des écarts ΔVP), on obtient les fonctions de poids pour les deux ensembles de spectres, que l'on peut exprimer par :

. dans les milieux coeurs : $W_k(E) = [1. + \sigma F_8(E) + \sum_j \sum_i \langle \sigma F_8, \gamma_i \rangle_j] * \gamma_k(E)$

. dans les milieux barres : $W_k(E) = [1. + \Sigma c(E) + \sum_j \sum_i \langle \sigma F_8, \gamma_i \rangle_j] * \gamma_k(E)$

. dans les milieux couvertures : $W_k(E) = [1. + \sigma F_8(E) + \Sigma a(E) + \sum_j \sum_i \langle \sigma F_8, \gamma_i \rangle_j] * \gamma_k(E)$

où $\sum_j \sum_i \langle \sigma F_8, \gamma_i \rangle_j$ représente l'ajustement sur la somme des taux de fission de l'Uranium 238 sur toutes les bandes j considérées.

Tout cela représente la généralisation de la fonction de poids pour le système en concept hétérogène, et que l'on peut interpréter comme suit :

- i) $\gamma_k(E)[R(x,y,E)]$: chaque spectre de base respecte au mieux le bilan neutronique, donnant alors les plus petits résidus régionaux $R(x,y,E)$;
- ii) $\sigma_{F8}(E)\gamma_k(E)[R(x,y,E)]$ dans les coeurs, $\Sigma_c(E)\gamma_k(E)[R(x,y,E)]$ dans les barres, et $[(\sigma_{F8}(E)+\Sigma_a(E))\gamma_k(E)[R(x,y,E)]$ dans les couvertures : les erreurs commises sur le taux de fission microscopique de l'Uranium 238 dans les coeurs, sur le taux de capture macroscopique dans les couvertures et sur la somme des taux de fission microscopiques de l'Uranium 238 plus le taux d'absorption macroscopique dans les couvertures, sont pour chaque spectre, les plus petites en respectant i) ;
- iii) $\sum_j \sum_i \langle \sigma_{F8, \gamma_i} \rangle_j * \gamma_k(E)[R(x,y,E)]$: l'erreur commise sur la somme des taux microscopiques de fission de l'Uranium 238 sur les bandes d'ajustement est pour chaque spectre la plus petite en respectant i) et ii).

CHAPITRE IX

APPLICATION DE LA NOUVELLE METHODE DE SYNTHÈSE QUALIFICATION PAR RAPPORT A: LA METHODE AUX DIFFERENCES FINIES

IX-1. ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS POUR LE SYSTEME COEUR-COUVERTURE -

On rappelle qu'il est pris un maillage dit "41x41" suivant XY (pas constant de 2cm) pour le système COEUR-R1/COUVERTURE-UO₂.Na (voir Figure 7). Avec cette discrétisation, et en utilisant une valeur de fuites transverses permettant d'obtenir la criticité, le calcul de référence aux différences finies en théorie multigroupe, à 25 groupes d'énergie, donne la valeur propre proche de l'unité et égale à 0.99875.

a) Une fois connue la référence, on passe le calcul de synthèse avec les mêmes fuites transverses. On voit sur la Figure 24, l'évolution de la valeur propre en fonction du nombre d'itérations. Aux six premières itérations, on a une variation très forte de la valeur propre, conséquence de la formation par déflation du flux transitoire au niveau du coeur. On observe ensuite, une montée lente de la valeur propre jusqu'à la onzième itération, lorsque celle-ci atteint la valeur propre donnée par la méthode de référence. Cela indique que les erreurs sur les valeurs intégrales sont minimisées. Par la suite, la valeur propre décroît d'environ 200 pcm et se stabilise à ce niveau, c'est-à-dire que l'on essaie de minimiser les erreurs sur les taux de fission de l'Uranium 238 dans la bande d'ajustement considérée dans la couverture, et on fait varier les valeurs intégrales pour avoir un compromis entre les deux.

b) En ce qui concerne la convergence du flux, on voit sur les Figures 25 et 25Bis, l'évolution de la norme quadratique du terme du flux en espace et énergie ($\| \phi_k \|^2$) en fonction du nombre d'itérations de synthèse ($k = 1, 25$). La décroissance de $\| \phi_k \|^2$ peut être interprétée de trois manières différentes, pour chacun des spectres de base d'une part, et pour la combinaison linéaire des deux spectres d'autre part :

- 1°/ pour le spectre de la couverture (itérations impaires) la norme $\|ak\phi kyk\|$ décroît lentement et cela principalement à partir de $k=9$, lorsqu'elle devient plus petite par rapport aux valeurs antérieures, soit d'un facteur voisin de 45 ;
- 2°/ pour le spectre du coeur (itérations paires) la décroissance de $\|ak\phi kyk\|$ est rapide avec quelques oscillations jusqu'à la 14^{ème} itération, lorsqu'elle devient beaucoup plus petite par rapport aux valeurs initiales, soit d'un facteur voisin de 100 ; ensuite elle décroît lentement ;
- 3°/ enfin, en combinant les deux spectres de base, la décroissance est oscillante et présente une diminution d'amplitude.

Au total, la norme décroît d'un facteur voisin de 100 pour le spectre de la couverture, d'un facteur voisin de 500 pour le spectre du coeur, et d'un facteur voisin de 1000 pour la combinaison des deux.

IX-2. COMPARAISON AVEC LA METHODE REFERENCE AUX DIFFERENCES FINIES EN THEORIE MULTIGROUPE -

a) en ce qui concerne la valeur propre, celle-ci est calculée par la méthode de synthèse avec une précision suffisante après (10-11) itérations, lorsque l'écart est seulement de -7pcm. Cette valeur permet d'effectuer une première comparaison entre les deux méthodes. Par la suite, il nous faut déterminer la précision atteinte sur les valeurs locales des taux de réaction avec le même nombre d'itérations.

b) Les écarts en pourcentage pour chaque point sont calculés de la façon suivante :

$$\epsilon\% (x, y) = 100 \times \left[\frac{T_{sy}(x, y)}{T_{D.F}(x, y)} - 1 \right]$$

où $T_{sy}(x, y)$ et $T_{D.F}(x, y)$ sont les taux de réaction normalisés donnés par la méthode de synthèse et la méthode des différences finies respectivement. La normalisation est faite en divisant le taux de réaction à chaque point par le taux de réaction total correspondant.

Alors :

$$\bar{T}_{sy}(x,y) = T_{sy}(x,y) / \int_x \int_y T_{sy}(x,y) dx dy ; \quad T_{D.F}(x,y) = T_{D.F}(x,y) / \int_x \int_y T_{D.F}(x,y) dx dy$$

d'où :

$$\int_{xy} \bar{T}_{sy}(x,y) dx dy = \int_{xy} T_{D.F}(x,y) dx dy = 1$$

On voit sur les Figures 26 et 27, les écarts sur les puissances et les taux de capture calculés par la méthode de synthèse. Les premiers sont assez bien décrits au niveau du coeur, sauf pour le coin supérieur où $\epsilon\%$ est de 4%. A l'interface, on a un écart presque constant de 2%, et à la couverture on observe des écarts importants dans la première moitié jusqu'à la ligne verticale qui passe par le point de réalisation du spectre au centre de la couverture, où l'écart est nul. A partir de cette ligne, les écarts changent de signe et deviennent négatifs, sauf dans le coin supérieur de la couverture. Cela veut dire que l'on a des compensations de part et d'autre de cette ligne, nécessaires à l'obtention de bonnes valeurs intégrales, par exemple sur la valeur propre.

En d'autre termes, on peut dire que le centre de la couverture fonctionne comme l'axe rigide des erreurs minimales et sur ses deux côtés, on a des écarts positifs et négatifs. Physiquement, ces écarts reflètent un mauvais calcul au niveau des hautes énergies dans la couverture où les neutrons deviennent très rares, ce qui provoque une variation importante du flux à partir de l'interface coeur-couverture.

D'autre part, les captures dont les variations sont beaucoup moins fortes, sont bien décrites presque partout, sauf en ce qui concerne le coin supérieur de la couverture, où les valeurs absolues des taux de réaction sont extrêmement faibles.

De tout cela, on peut retenir que la méthode de synthèse calcule assez bien les valeurs intégrales et les valeurs locales, qui ne s'éloignent pas beaucoup de la moyenne, comme le taux de capture. Pour améliorer le calcul des puissances, il faut pousser le nombre d'itérations, comme indiqué dans les Figures 28 et 29. L'amélioration est importante au coin supérieur du coeur et son voisinage, ainsi que vers la fin de la couverture.

On peut dire alors que les écarts sur les puissances dans la première moitié de la couverture sont irréductibles, et cela est dû au caractère approché de la méthode de synthèse en espace et énergie.

c) Du point de vue informatique, l'avantage de la méthode de synthèse est nette. On voit dans le Tableau 8 la comparaison du temps de calcul, l'encombrement mémoire et le coût d'exécution relatifs à onze itérations par rapport à ceux donnés par le calcul de référence aux différences finies. La méthode de synthèse est plus rapide d'un facteur voisin de 7 et moins encombrante d'un facteur voisin de 6, ce qui lui donne un coût d'exécution d'environ huit fois plus petit. Même si on double le nombre d'itérations pour améliorer la description des valeurs locales des taux de réaction, on n'augmente pas beaucoup le coût d'exécution car l'encombrement mémoire est insensible à cette variation, et le temps de calcul reste encore deux fois plus petit que celui dépensé par les différences finies.

IX-3. EFFET DU DEPLACEMENT DU SPECTRE DE BASE DANS LA COUVERTURE SUR LE CALCUL DE LA VALEUR PROPRE ET LES TAUX DE REACTION -

On voit sur les Figures 26, 28 et 29, que, même en doublant le nombre d'itérations, un écart maximal de 17% sur la puissance reste encore dans la première moitié de la couverture, où la variation du flux à haute énergie est la plus importante. Pour réduire cet écart, on déplace le spectre du centre de ce milieu vers le point d'écart maximal.

Etant donné qu'actuellement, on ne s'intéresse qu'au premier quart de la couverture, on fait l'ajustage $\Sigma\langle\sigma F\phi, \gamma_i\rangle$ sur une bande à partir de l'interface jusqu'au point de réalisation du nouveau spectre de base exclusivement.

Sur les Figures 30, 31 et 32, on voit que l'on améliore beaucoup la précision du calcul de la puissance dans la couverture près de l'interface coeur-couverture. Le point d'écart maximal (6%) est déplacé vers l'interface, et au point où se trouve le nouveau spectre de base, l'écart se réduit à 1%.

D'autre part, on voit sur la Figure 33, que les écarts sur les captures augmentent principalement du côté du coeur près de l'interface coeur-couverture, ce qui provoque la décroissance de la valeur propre d'environ 1000pcm. Cela vient du fait que le nouveau spectre de base n'étant plus un spectre moyen, il ne favorise pas le calcul des valeurs moyennes, donc de la valeur propre.

On voit que les captures ne sont bien calculées qu'aux voisinages des zones où se trouvent les spectres de base. Cela montre que le spectre dans le centre de la couverture comme spectre de base permet le meilleur compromis entre les valeurs intégrales et les valeurs locales des taux de réaction dans la zone de transition coeur-couverture (conforme au paragraphe V-1).

IX-4. ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS POUR LE SYSTEME EN CONCEPT HETEROGENE -

Etant donné que l'on ne possède pas d'information sur la structure du flux en espace et énergie pour la présente configuration, comme cela était le cas dans le système coeur-couverture, les séquences des spectres "exacts" et "approchés", construites, ne sont pas encore les meilleures. Cela dit, on doit faire des modifications aux deux séquences pour améliorer autant que possible la convergence à chaque étape du calcul par déflation.

Dans la séquence de spectres "exacts", on change les positions des spectres représentatifs du coeur R1 et des barres de contrôle, ce qui donne la meilleure séquence de spectres "exacts" suivante :

- . spectre au centre de la couverture interne ;
- . spectre du coeur R1 ;
- . spectre de la couverture externe ;
- . spectre aux centres des barres de contrôle.

Cela veut dire que, pour la formation des flux de perturbation, le spectre du coeur R1 est à l'intersection des spectres de la couverture interne et de la couverture externe relativement aux hautes et basses énergies, tandis que le spectre des barres de contrôle complète les informations relatives aux très basses énergies.

Dans la séquence de spectres "approchés", on supprime le spectre de la barre de contrôle car il provoque des oscillations de convergence, ce que l'on peut expliquer par le fait que celui-ci n'étant pas le même pour toutes les barres, il empêche la formation d'un seul flux de perturbation aux hautes énergies avec les milieux coeurs.

Ces modifications étant accomplies, on passe les calculs définitifs de synthèse avec les séquences de spectres "exacts" et "approchés". Pour cela, on utilise les fuites transverses qui donnent, pour la méthode de référence aux différences finies en théorie multigroupe, une valeur propre proche de l'unité (1.00057) avec le maillage dit "96x96" suivant XY (pas constant de 1cm) -voir Figure 10-.

a) On voit sur la Figure 34, l'évolution de la valeur propre en fonction du nombre d'itérations pour les deux cas considérés, c'est-à-dire les calculs de synthèse avec quatre spectres "exacts" et trois spectres "approchés". Cette fois-ci, on observe de fortes oscillations avant la convergence, soit à environ aux douze premières itérations avec les spectres "exacts" ou avec les spectres "approchés". Cela s'explique par la formation par déflation de tous les flux de perturbation au niveau des milieux coeur.

Aux itérations suivantes, on observe des oscillations plus petites autour de la valeur propre de référence, ce qui indique que les erreurs sur les valeurs intégrales commencent à être minimisées. Avec les spectres "exacts", on atteint la bonne valeur propre référence avec 17 itérations et ensuite, il y a une forte décroissance d'environ 800 pcm suivie d'une nouvelle oscillation. Cela est dû au fait que l'on cherche à minimiser les valeurs locales des taux de fission de l'Uranium 238 à plusieurs bandes d'ajustement, ce qui modifie les valeurs intégrales. D'autre part, avec les spectres "approchés", au lieu d'atteindre "exactement" la bonne valeur propre, on oscille autour d'elle avec des amplitudes à chaque fois plus petites, ce qui montre un meilleur compromis de minimisation des erreurs sur les valeurs intégrales et locales, ou un plus grand degré de liberté pour le calcul.

b) En ce qui concerne la convergence du flux, on voit sur les Figures 35 et 36, l'évolution de la norme quadratique du terme du flux en espace et énergie en fonction du nombre d'itérations pour les calculs avec les spectres "exacts" et "approchés", respectivement. Comme pour le système coeur-couverture, on observe une décroissance oscillante avec diminution d'amplitude si on considère l'évolution de la norme pour la combinaison des spectres de base et une décroissance presque sans oscillation si on la considère pour chaque spectre de base.

Du point de vue quantitatif, on observe une décroissance rapide jusqu'à la moitié des itérations des calculs avec les spectres "exacts" et "approchés", lorsque la norme devient plus petite d'un facteur 30 par rapport aux valeurs initiales. Ensuite, elle décroît lentement pour les deux calculs. Au total, la norme décroît d'un facteur 70 et d'un facteur 150 pour les calculs avec les spectres "exacts" et "approchés", respectivement.

Enfin, si on analyse la décroissance pour chaque spectre de base, on observe des oscillations pour les spectre "exact" représentatif des barres de contrôle et pour le spectre "approché", représentatif du coeur (également des barres de contrôle). Cela s'explique par le fait que chacun de ces spectres forme plus d'un transitoire, dont la composition par déflation provoque une oscillation.

Par exemple, si on considère le spectre "approché", représentatif à la fois des milieux coeur et barres de contrôle, d'une part aux itérations N^o 2, 6, 10, 14 et 18, d'autre part aux itérations N^o 4, 8, 12, 16 et 20, on s'aperçoit qu'à ce moment là les décroissances des normes correspondantes présentent moins d'oscillations.

IX-5. COMPARAISON AVEC LA METHODE AUX DIFFERENCES FINIES EN THEORIE MULTIGROUPE -

On considère maintenant en vue d'une comparaison avec la méthode de référence, d'une part les résultats obtenus par la méthode de synthèse en employant les spectres "exacts", d'autre part ceux obtenus en employant les spectres "approchés".

a) En ce qui concerne le calcul de la valeur propre, on prend les valeurs 1.00059 obtenue à la 17^{ème} itération avec les spectres "exacts", et 1.00038 obtenue à la 20^{ème} itération avec les spectres "approchés", comme premières valeurs de comparaison avec la méthode de référence (VP = 1.00057). Les écarts de +2pcm et -19pcm, indiquent que les erreurs sur les valeurs intégrales sont suffisamment minimisées. Par la suite, il nous faut déterminer la précision atteinte sur les valeurs locales des taux de réaction avec les mêmes nombres d'itérations.

b) Premièrement, on voit sur les Figures 37 et 38 les écarts sur les puissances et les taux de capture calculés avec la méthode de synthèse en employant quatre spectres "exacts". Dans la couverture interne, les puissances sont décrites avec un écart qui atteint 15% au centre, qui s'annule à l'endroit où se trouve le spectre moyen de ce milieu et qui change de signe près de l'interface avec le coeur interne, où il est constant et égal à -3%. Lorsque on passe aux milieux multiplicateurs, on observe des écarts négatifs de l'ordre de -3% dans le coeur interne, et positifs de l'ordre de 1% dans le coeur interne, sauf au coin situé sur la diagonale où ils sont de l'ordre de 15%. Dans la couverture externe, ils varient de 20 à 50% dans la première moitié, sont nuls sur une ligne de spectres moyens, et deviennent négatifs dans l'autre moitié. Comme pour le système coeur-couverture, les écarts des deux signes traduisent des compensations de part et d'autre des lignes des spectres moyens pour donner de bonnes valeurs intégrales. Du point de vue physique, ces écarts reflètent un mauvais calcul au niveau des hautes énergies dans les couvertures où les neutrons deviennent très rares, ce qui provoque de fortes variations du flux à partir des interfaces coeur-couverture.

D'autre part, les captures dont les variations sont beaucoup moins fortes à partir des interfaces coeur-couverture, présentent des écarts bien plus petits, à l'exception du coin supérieur de la couverture externe.

c) Deuxièmement, on voit sur les Figures 39 et 40, les écarts sur les mêmes taux de réaction calculées cette fois avec trois spectres "approchés". Comparativement, on observe une légère amélioration de la description des puissances au niveau des milieux coeur. En outre, la solution obtenue conserve la symétrie des écarts par rapport à la diagonale. Cela s'explique par le fait que les spectres "approchés" ne gardant pas la symétrie, donnent plus de liberté pour que le calcul de synthèse trouve une solution symétrique.

En ce qui concerne le calcul des captures, celles-ci sont mieux décrites dans les couvertures, car les spectres de base pris dans ces milieux sont plus proches des spectres moyens correspondants. D'où, un meilleur calcul des taux de réaction de comportement moyen.

Cette comparaison met en évidence un avantage des spectres "approchés" par rapports aux spectres "exacts" pour la précision du calcul des valeurs locales des taux de réaction. Cela vient confirmer la validité des hypothèses d'approximation faites (voir hypothèses de départ au Chapitre VI). Cela veut dire que la méthode de synthèse forme l'approximation à deux dimensions à partir de calculs à une dimension.

d) Enfin, du point de vue informatique, l'avantage de la méthode de synthèse est évidente. On voit dans le Tableau IX, la comparaison du temps de calcul, l'encombrement mémoire et le coût d'exécution relatifs à 17 et à 20 itérations en employant des spectres "exacts" et "approchés" respectivement, par rapport à la référence aux différences finies. La méthode de synthèse est de trois à quatre fois plus rapide et environ six fois moins encombrante, ce qui lui donne un coût d'exécution cinq à sept fois plus petit.

CONCLUSIONS

A - BUT RECHERCHE ET DEMARCHE SUIVIE -

On s'est attaché dans ce travail à trouver une méthode de synthèse fiable pour remplacer la méthode classique aux différences finies en géométrie XYZ (géométrie des expériences critiques) faisant intervenir un découpage relativement fin en énergie (plus fin que le découpage à six groupes utilisé pour les calculs de projet des coeurs de puissance).

Cela dit, dans la première partie de cette thèse, on a commencé la recherche par l'analyse numérique de la méthode de synthèse itérative par déflation monocinétique en géométrie XYZ. Cette analyse a montré une mauvaise convergence au niveau du groupe rapide (hautes énergies) liée au calcul du flux neutronique aux endroits du réacteur où il varie rapidement (couverture axiale externe du modèle de coeur hétérogène choisi). Cela a rendu la méthode de synthèse désavantageuse, en particulier du point de vue temps de calcul (plus grand d'un facteur 4), par rapport à la méthode référence des éléments finis.

Pour poursuivre le but recherché, dans la deuxième partie de cette thèse, on a dû modifier la méthode de synthèse pour pouvoir prendre en compte la variable énergie en restant compétitive avec la méthode des éléments finis.

La voie qui nous a semblé la plus prometteuse pour rendre la méthode de synthèse compétitive, tout en conservant ses principales caractéristiques (itérations sur les fonctions d'une seule variable d'espace et l'approximation terme à terme par déflation), a été celle de séparer la variable énergie des variables d'espace pour pouvoir envisager le découpage à plusieurs groupes (l'encombrement mémoire et le temps de calcul varient très peu avec le nombre de groupes à l'opposé d'un calcul en théorie multigroupe).

Or, pour une question de réalisme, la démarche synthèse itérative par déflation monocinétique + synthèse itérative par déflation en espace et énergie, a été réalisée en géométrie XY en vue d'une généralisation XYZ.

B - MODELES DE VALIDATION CHOISIS A 25 GROUPES D'ENERGIE -

Tout d'abord, on a calculé un système simple à deux milieux, soit le système coeur-couverture. Cela nous a permis d'approfondir les points suivants :

- 1°/ calcul 1D de spectres de base réalistes caractéristiques de ces deux milieux ;
- 2°/ séquence optimale de ces spectres de base (systématisation du choix des spectres de base pour le calcul par déflation) ;
- 3°/ minimisation des résidus de valeurs intégrales (par exemple la valeur propre) par la minimisation des résidus des valeurs locales (taux de réaction par milieu) ainsi que des résidus sur une bande d'ajustement placée dans un endroit précis où le flux varie rapidement (par exemple ajustement sur la somme des taux de fission de l'Uranium 238 dans la première moitié de la couverture).

Ensuite, on a calculé la section droite principale du modèle de coeur hétérogène, considéré dans la première partie de cette thèse. Cela a servi à la généralisation des points 1/, 2/ et 3/ étudiés précédemment, puis nous avons étudié les points suivants :

- 4°/ systématisation du calcul 1D des spectres de base réalistes caractéristiques des milieux d'un coeur hétérogène ;
- 5°/ construction de bases spectrales et formation d'une séquence optimale de ces spectres de base (systématisation du choix des spectres de base pour le calcul par déflation) ;
- 6°/ minimisation des résidus des valeurs intégrales comme au point 3/ mais sur plusieurs bandes d'ajustement pour tenir compte des principales irrégularités du modèle de coeur choisi.

C - QUALIFICATION PAR RAPPORT AUX METHODES DE REFERENCE (DIFFERENCES FINIES ET ELEMENTS FINIS) -

La comparaison avec la méthode aux différences finies en théorie multigroupe a montré un très bon calcul de la valeur propre (écarts de 2 à 20 pcm) lié au bon calcul des valeurs locales des taux de réaction qui varient lentement à partir des interfaces coeur-couverture (écarts sur les captures de 0 à 5%). Par contre, pour ceux qui varient fortement à ces endroits (taux de fission de l'Uranium 238, caractéristiques des hautes énergies), la méthode de synthèse calcule correctement les milieux coeurs (écarts sur les puissances de 0 à 5%), et moins bien les milieux couvertures (écarts sur les puissances dans la première moitié des couvertures externes supérieurs à 10%).

Par rapport à la méthode des éléments finis, qualifiée par rapport à la méthode des différences finies donnant les mêmes résultats de calcul pour le coeur hétérogène que l'on se propose d'étudier, la comparaison est alors équivalente à la précédente.

Enfin, sur le plan informatique, la méthode de synthèse présente d'une part un avantage évident par rapport aux différences finies (encombrement mémoire et temps de calcul plus petits d'un facteur 6 et 3 respectivement) ; d'autre part elle reste compétitive avec les éléments finis (encombrement mémoire synthèse plus petit d'un facteur 3 avec des temps de calcul comparables).

D - POSITION PAR RAPPORT A LA SYNTHSE KAPLAN ET DEVELOPPEMENT ULTERIEUR -

Par rapport à la méthode de synthèse Kaplan en géométrie XYZ, bien que la comparaison ne soit pas strictement possible dans le cadre de cette thèse (calcul en géométrie XY), on peut quand même faire les prévisions suivantes en vue d'une généralisation de la méthode de synthèse par déflation en espace et énergie

- du point de vue précision de calcul, on prévoit d'une part une synthèse Kaplan mieux placée pour le calcul des puissances dans la couverture radiale externe (la solution XYZ altère peu le calcul des fonctions de base XY) ; d'autre part, une synthèse en espace et énergie plus efficace dans le calcul de la valeur propre, ainsi que des valeurs locales qui varient lentement, en restant compétitive pour le calcul des puissances dans les coeurs et dans la couverture axiale externe ;

- . du point de vue informatique, on prévoit une synthèse itérative par déflation en espace et énergie beaucoup moins encombrante, car les calculs des fonctions de base XY et à 25 groupes d'énergie sont déjà coûteux en encombrement mémoire et en temps de calcul pour la synthèse Kaplan.

Comme prolongements de ce travail, on peut envisager d'approfondir les points suivants :

- Sur le plan théorique :

- . l'amélioration de la description du flux au niveau des hautes énergies dans les milieux couverture au voisinage de l'interface coeur-couverture, par l'intermédiaire d'une meilleure représentation du flux transitoire du coeur.

- Sur le plan pratique :

. on peut envisager dès maintenant la généralisation de la méthode de synthèse par déflation pour les calculs à trois dimensions en géométrie XYZ et à 25 groupes d'énergie, où les taux de réaction aux hautes énergies dans les milieux couverture ont une importance limitée (études paramétriques du type : enfoncement variable des barres de contrôle, effet de vidange Sodium sur la réactivité, ...), car sur le plan informatique elle présente de nets avantages lorsqu'elle est comparée aux méthodes qui utilisent la théorie multigroupe. En outre, on pourra mieux valider cette méthode par comparaison des valeurs calculées avec celles obtenues expérimentalement (à ce sujet, on présente dans l'Annexe II, la généralisation théorique de la méthode en géométrie XYZ).

R E F E R E N C E S
=====

- [1] - MICKLIN -
"Variational methods in mathematical physics"
The Macmillan Company, New-York (1964)
- [2] - MICKLIN -
"Mathematical physics, an advanced course"
North-Holland (1970)
- [3] - S. NISAN -
"Communication personelle"
- [4] - S. KAPLAN -
"Synthesis methods in reactor analysis"
Advances in Nuclear Science and Technology, Vol. 3, Academic Press Inc.,
New-York (1966)
- [5] - S. KAPLAN -
"Variational methods in nuclear engineering"
Advances in Nuclear Science and Technology, Vol. 5, Academic Press Inc.,
New-York (1969)
- [6] - E.L. WHASPRESS -
"Variational methods and neutron flux synthesis".
Proceedings of Conference on Effective Use of Computers in Nuclear Industry,
USAEC Report CONF-690401, p. 271 (1969)
- [7] - W.M. STACEY -
"Flux synthesis in reactor physics"
Reactor Technology 15, n° 3, p. 210-238 (1972)

- [8] - FINLAYSON, SCRIVEN -
"The method of weighted residuals, a review"
Applied Mechanics, Review 19, n°9 (1966)
- [9] - Ph. ROUZAUD -
"Recherches sur la méthode des résidus pondérés" - Rapport DEA, Univ. Provence, MARSEILLE (1974)
- [10] - YASINSKY, KAPLAN -
Nuclear Science and Engineering, 31-354 (1967)
- [11] - G. MEDRANO -
"Application de la synthèse monocanale continue aux calculs de criticité et de distribution de puissance dans les réacteurs thermiques"
Thèse de 3ème cycle, ORSAY (1974)
- [12] - STRANG et FIX -
"An analysis of the finite element method"
Prentice Hall (1973)
- [13] - C.M. KANG et K.F. HANSEN -
"Finite element methods for reactor analysis"
Nuclear Science and Engineering, 51, p. 456-495 (1973)
- [14] - A. KAVENOKY e J.L. LAUTARD -
"A finite element depletion diffusion calculation method with space-dependent cross-sections"
Nuclear Science and Engineering, 64, p. 563-575 (1977)
- [15] - Ph. ROUZAUD -
"Nouveaux algorithmes dérivés de la méthode de synthèse - Application aux problèmes de diffusion"
CEA-N-1978, Thèse Université AIX-MARSEILLE (1976)
- [16] - S. KAPLAN -
"On the best method for choosing the weighting functions"
Transactions of American Nuclear Society, 6, p. 3-4 (1963)
- [17] - C. SANTAMARINA -
"Communication personnelle"

- [18] - T. TOIVANEN -
"On the variational and Bubnov-Galerkin synthesis of the epithermal spatially dependent neutron energy spectra"
Journal of Nuclear Energy, Vol. 22, p. 283 (1968)
- [19] - M.J. LANCEFIELD -
"Space-energy flux synthesis in neutron transport"
Nuclear Science and Engineering, Vol. 37, p. 243 (1969)
- [20] - R.J. NEUHOLD et K. OTT -
"Improvements in fast reactor space-energy synthesis"
Nuclear Science and Engineering, Vol. 39, 14 (1970)
- [21] - J.E. COCKAYNE et K. OTT -
"Successive space-energy synthesis for neutron flux in fast reactors"
Nuclear Science and Engineering, Vol. 43, 59 (1971)
- [22] - R. CORCUERA -
"Méthodes théoriques pour le calcul neutronique des systèmes coeur-couverture et coeur-réflécteur des réacteurs à neutrons rapides"
Thèse Université de PARIS-Sud, Centre d'Orsay (1974)
- [23] - LORENZINI et ROBINSON -
"Solutions of the diffusion equation by the spectral-synthesis method"
Nuclear Science and Engineering, Vol. 44, p. 27-36 (1971)
- [24] - H. GREENSPAN -
"Evaluation of the spectral flux synthesis for LMFBR applications"
Transactions of American Nuclear Society, 15, 300 (1972)
- [25] - VARGA -
"Numerical methods for solving multidimensional multigroup diffusion equations"
Proceedings Symposium Appl. Math., 11, p. 164-189, A.M.S. Providence; Rhode Island (1961)
- [26] - JP. CHAUDAT et al. -
"Communications personnelles"

- [27] - A. KHAIRALLAH et J. RECOLIN -
"Communications personnelles"
- [28] - J. COURCHINOUX -
"Communication personnelles"
- [29] - F. RICHAUD -
"Communication personnelle"
- [30] - J. RICE -
"Experiments on Gram-Schmidt orthogonalisation"
Math. of computation, Vol. 20 (1966)
- [31] - H. NGUYEN N.GOC -
"Communication personnelle"
- [32] - KATO, TAKEDA et TAKEDA -
"A coarse-mesh correction of the finite difference methode for neutron
diffusion calculations"
Nuclear Science and Engineering, Vol. 61, p. 127-141 (1976)
- [33] - V. KOURGANOFF -
Ann. Astrophysics, 12, 169 (1949)
- [34] - J. BOUCHARD, A. KAVENOKY, P. REUSS -
"NEPTUNE : un système modulaire pour le calcul des réacteurs (à eau
légère)"
Nuclear Energy Maturity ; Proceedings of the European Nuclear Conference,
Paris (1975)
- [35] - S. NISAN, JP. VALENTIN -
"Communications personnelles"
- [36] - R.J. NEUHOLD -
"Multiple weighting functions in fast-reactor-space-energy synthesis"
Nuclear Science and Engineering, Vol. 43, p. 74-86 (1971)
- [37] - J. DEVAUX et C. GIACOMETTI -
"Communications personnelles"

ANNEXE I

DETERMINATION DES COEFFICIENTS DES MATRICES POUR LA
METHODE DE SYNTHESE ITERATIVE PAR DEFLATION EN ESPACE
ET ENERGIE - SYSTEME MATRICIEL A RESOUDRE

A-I.1./ EQUATION DE L'APPROXIMATION DE DIFFUSION ET SOLUTION CHERCHEE POUR LE FLUX :

$$-\nabla D(x, y, E) \nabla \phi(x, y, E) + \Sigma a(x, y, E) \phi(x, y, E) - \int_{E' > E} \Sigma s(x, y, E' \rightarrow E) \phi(x, y, E') dE' =$$

$$\frac{\chi(E)}{\lambda} \int_{E'} \gamma \Sigma f(x, y, E') \phi(x, y, E') dE' \quad (AI.1)$$

On cherche une solution $\phi(x, y, E)$ sous la forme :

$$\phi(x, y, E) = \sum_{k=1}^K \phi_k(x, y) \gamma_k(E) \quad (AI.2)$$

où

$$\phi_k(x, y) = \alpha_k(y) \omega_k(x) \quad (AI.3)$$

A-I.2./ SYNTHESE ITERATIVE A UN SEUL TERME : ETAPE k=1 :

On connaît le spectre $\gamma_1(E)$, et on se donne une fois pour toutes une certaine fonction de poids $W(E)$ par milieu.

On multiplie les deux membres de (AI.1) par $W(E)\gamma_1(E)$, on intègre en énergie, et on arrive à :

$$\int_E W(E) \gamma_1(E) \left(-\nabla D(x, y, E) \nabla \phi_1(x, y) \gamma_1(E) + \Sigma a(x, y, E) \phi_1(x, y) \gamma_1(E) - \int_{E' > E} \Sigma s(x, y, E' \rightarrow E) \phi_1(x, y) \gamma_1(E') dE' \right) dE =$$

$$\frac{1}{\lambda} \int_E W(E) \gamma_1(E) \chi(E) \int_{E'} \gamma \Sigma f(x, y, E') \phi_1(x, y) \gamma_1(E') dE' dE \quad (AI.4)$$

Alors, on peut faire en (AI.4) :

$$-\nabla \int_E \frac{W(E) \gamma_1(E) D(x, y, E) \gamma_1(E) dE}{\gamma_1(E)} \nabla \phi_1(x, y) + \int_E \frac{W(E) \gamma_1(E) (\Sigma a(x, y, E) \gamma_1(E))}{\gamma_1(E)} \phi_1(x, y) dE -$$

$$\int_{E' > E} \frac{\Sigma s(x, y, E' \rightarrow E) \gamma_1(E') dE'}{\gamma_1(E')} \phi_1(x, y) = \frac{1}{\lambda} \int_E \frac{W(E) \gamma_1(E) \chi(E) dE}{\gamma_1(E)} \int_{E'} \gamma \Sigma f(x, y, E') dE' \phi_1(x, y) \quad (AI.5)$$

Ensuite, on pose les coefficients en espace comme suit :

$$D1(x, y) = \int_E W(E) \gamma1(E) D(x, y, E) \gamma1(E) dE \quad (AI.6)$$

$$\sum a1(x, y) = \int_E W(E) \gamma1(E) \left(\Sigma a(x, y) \gamma1(E) - \int_{E' > E} \Sigma s(x, y, E' \rightarrow E) \gamma1(E') dE' \right) dE \quad (AI.7)$$

$$\sum p1(x, y) = \int_E W(E) \gamma1(E) \chi(E) \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') dE' dE \quad (AI.8)$$

On substitue (AI.6), (AI.7) et (AI.8) en (AI.5), et on arrive à :

$$\underline{-\nabla D1(x, y) \nabla \phi1(x, y) + \Sigma a1(x, y) \phi1(x, y) = \frac{1}{\lambda} \Sigma p1(x, y) \phi1(x, y)} \quad (AI.9)$$

Equation de diffusion "monocinétique" à deux dimensions pour la première approximation $\phi1$ avec des coefficients de diffusion, absorption et production en espace.

. Calcul de $\phi1(x, y) = \alpha1(y) \phi1(x)$:

On multiplie les deux membres de (AI.9) par $\phi1(x)$, on intègre en x et on arrive à :

$$\int_x \phi1(x) \left(-\nabla D1(x, y) \nabla \alpha1(y) \phi1(x) + \Sigma a1(x, y) \alpha1(y) \phi1(x) \right) dx = \frac{1}{\lambda} \int_x \phi1(x) \Sigma p1(x, y) \phi1(x) \alpha1(y) dx \quad (AI.10)$$

A l'intérieur de chaque milieu, on transforme (AI.10) comme suit :

$$\int_x \phi1(x) \left(-D1(x, y) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \alpha1(y) \phi1(x) - D1(x, y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \alpha1(y) \phi1(x) + \Sigma a1(x, y) \alpha1(y) \phi1(x) \right) dx = \frac{1}{\lambda} \int_x \phi1(x) \Sigma p1(x, y) \phi1(x) dx \cdot \alpha1(y) \quad (AI.11)$$

On arrange les termes en (AI.11), et on a :

$$\int_x \phi1(x) D1(x, y) \phi1(x) dx \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2} \alpha1(y) + \left(- \int_x \phi1(x) D1(x, y) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi1(x) dx \right) \cdot \int_x \phi1(x) \Sigma a1(x, y) \phi1(x) dx \cdot \alpha1(y) = \frac{1}{\lambda} \int_x \phi1(x) \Sigma p1(x, y) \phi1(x) dx \cdot \alpha1(y) \quad (AI.12)$$

Ensuite, on pose les coefficients en y comme suit :

$$D1(y) = \int_x \phi1(x) D1(x, y) \phi1(x) dx \quad (AI.13)$$

$$\Sigma a_1(y) = -\int_x \phi_1(x) D_1(x,y) \frac{\partial^2 \phi_1(x)}{\partial x^2} dx + \int_x \phi_1(x) \Sigma a_1(x,y) \phi_1(x) dx \quad (AI.14)$$

$$\Sigma p_1(y) = \int_x \phi_1(x) \Sigma p_1(x,y) \phi_1(x) dx \quad (AI.15)$$

On substitue (AI.13), (AI.14) et (AI.15) en (AI.12), et on arrive à :

$$\underline{-D_1(y) \frac{\partial^2 \alpha_1(y)}{\partial y^2} + \Sigma a_1(y) \alpha_1(y) = \frac{1}{\lambda} \Sigma p_1(y) \alpha_1(y)} \quad (AI.16)$$

équation de diffusion "monocinétique" à une dimension pour $\alpha_1(y)$ avec des coefficients de diffusion, absorption et production dans la direction Y .

Si on discrétise (AI.16) par les différences finies, on a la représentation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \text{DD} & \text{A} \\ \text{B} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \text{SIGSO} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}$$

où

(A, B, DD) : Discrétisation à trois points de l'opérateur $-D_1(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \Sigma a_1(y)$
 (SIGSO) : Discrétisation de l'opérateur $\Sigma p_1(y)$

On résoud (AI.16) par des itérations de source, et on tire $\alpha_1(y)$. Avec $\alpha_1(y)$ on obtient une équation similaire pour $\phi_1(x)$ qu'on résoud de la même manière, et on tire $\phi_1(x)$. On fait des itérations sur ces deux fonctions, et on arrive au premier terme $\phi_1(x,y) = \alpha_1(y) \phi_1(x)$, d'où sort la première approximation de synthèse $\phi_1(x,y,E) = \phi_1(x,y) \gamma_1(E)$.

A-1.3. / SYNTHÈSE ITERATIVE PAR DEFLATION - ÉTAPE K :

$k-1$

On connaît de l'étape précédente $\phi_{K-1}(x,y,E) = \sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x,y) \gamma_k(E)$, et on connaît le k ème spectre de base $\gamma_K(E)$.

A ce moment là, on a un système d'équations à résoudre (voir étape K du paragraphe VI-2/). Pour la première équation, on multiplie par $W(E) \gamma_K(E)$, et on intègre en énergie ; pour la deuxième équation, on multiplie par $W(E) \phi_{K-1}(x,y,E)$ et on intègre en espace et énergie ; on arrive ensuite à l'équation suivante :

$$\int_E W(E) \gamma_K(E) \left[-\nabla D(x,y,E) \nabla \left(\sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x,y) \gamma_k(E) + \phi_K(x,y) \gamma_K(E) \right) + \Sigma a(x,y,E) \left(\sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x,y) \gamma_k(E) + \phi_K(x,y) \gamma_K(E) \right) - \int_{E' > E} \Sigma s(x,y,E' \rightarrow E) \left(\sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x,y) \gamma_k(E') + \phi_K(x,y) \gamma_K(E') \right) dE' - \frac{\chi(E)}{\lambda} \int_{E'} \nu \Sigma f(x,y,E') dE' \right] dE = 0 \quad (AI.17)$$

$$\int_{xy} \int_E \omega(E) \phi_{K-1}(x, y, E) \left[-\nabla \mathcal{D}(x, y, E) \nabla \left(\sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x, y) \gamma_k(E) + \phi_K(x, y) \gamma_K(E) \right) + \Sigma a(x, y, E) \right. \\ \left. \left(\sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x, y) \gamma_k(E) + \phi_K(x, y) \gamma_K(E) \right) - \int_{E' > E} \Sigma \delta(x, y, E' \rightarrow E) \left(\sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x, y) \gamma_k(E') + \phi_K(x, y) \gamma_K(E') \right) dE' \right. \\ \left. - \frac{\chi(E)}{\lambda} \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') \left(\sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x, y) \gamma_k(E') + \phi_K(x, y) \gamma_K(E') \right) dE' \right] dE dx dy = 0 \quad (AI.18)$$

. Traitement de (AI.17) :

$$\frac{-\nabla \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \mathcal{D}(x, y, E) \gamma_K(E) dE \cdot \nabla \phi_1(x, y) + \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \left(\Sigma a(x, y, E) \gamma_K(E) \right. \\ \left. - \int_{E' > E} \Sigma \delta(x, y, E' \rightarrow E) \gamma_K(E') dE' \right) dE \phi_K(x, y) + \sum_{k=1}^{K-1} \left[\frac{-\nabla \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \mathcal{D}(x, y, E) \gamma_k(E) dE \cdot \nabla \phi_k(x, y)}{\right. \\ \left. + \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \left(\Sigma a(x, y, E) \gamma_k(E) - \int_{E' > E} \Sigma \delta(x, y, E' \rightarrow E) \gamma_k(E') dE' \right) dE \phi_k(x, y) \right] = \\ \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\int_E \omega(E) \gamma_K(E) \chi(E) \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') \gamma_K(E') dE' dE \phi_K(x, y)}{\right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{K-1} \frac{\int_E \omega(E) \gamma_K(E) \chi(E) \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') \gamma_k(E') dE' dE \phi_k(x, y)}{\right]} \quad (AI.19)$$

Ensuite, on pose les coefficients en espace comme suit :

$$\mathcal{D}K(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \mathcal{D}(x, y, E) \gamma_K(E) dE \quad (AI.20)$$

$$\Sigma aK(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \left(\Sigma a(x, y, E) \gamma_K(E) - \int_{E' > E} \Sigma \delta(x, y, E' \rightarrow E) \gamma_K(E') dE' \right) dE \quad (AI.21)$$

$$\mathcal{D}k(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \mathcal{D}(x, y, E) \gamma_k(E) dE \quad (AI.22)$$

$$\Sigma akG(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \left(\Sigma a(x, y, E) \gamma_k(E) - \int_{E' > E} \Sigma \delta(x, y, E' \rightarrow E) \gamma_k(E') dE' \right) dE \quad (AI.23)$$

$$\Sigma pk(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \chi(E) \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') \gamma_K(E') dE' dE \quad (AI.24)$$

$$\Sigma pkG(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma_K(E) \chi(E) \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') \gamma_k(E') dE' dE \quad (AI.25)$$

On substitue (AI.20), (AI.21), (AI.22), (AI.23), (AI.24) et (AI.25) en (AI.19), et on arrive à :

$$-\nabla \mathcal{D}K(x, y) \nabla \phi_K(x, y) + \Sigma aK(x, y) \phi_K(x, y) + \sum_{k=1}^{K-1} \left(-\nabla \mathcal{D}k(x, y) \nabla \phi_k(x, y) + \Sigma akG(x, y) \phi_k(x, y) \right) = \\ \frac{1}{\lambda} \left(\Sigma pK(x, y) \phi_K(x, y) + \sum_{k=1}^{K-1} \Sigma pkG(x, y) \phi_k(x, y) \right) \quad (AI.26)$$

première équation de diffusion "monocinétique" à deux dimensions pour la K-ième approximation ϕ_K avec les coefficients en espace ainsi définis :

$D_K(x, y)$: Coefficient de diffusion pour la K ème approximation.

$\Sigma a_K(x, y)$: Coefficient d'absorption pour la K ème approximation.

$D_k(x, y)$: Coefficient de diffusion pour la K ème approximation en tenant compte des $K-1$ approximations précédentes.

$\Sigma a_k G(x, y)$: Coefficient d'absorption pour la K ème approximation comme fonction de poids à gauche de l'opérateur, en tenant compte des $K-1$ approximations précédentes.

$\Sigma p_K(x, y)$: Coefficient de production pour la K ème approximation.

$\Sigma p_k G(x, y)$: Coefficient de production pour la K ème approximation comme fonction de poids à gauche de l'opérateur, en tenant compte des $K-1$ approximations précédentes.

. Traitement de (AI.18) :

On substitue ϕ^{K-1} par $\sum_{k=1}^{K-1} \phi^k(x, y) \gamma^k(E)$; on note par $CDISK-1$ et $CSOK-1$ les termes qui ne dépendent que des $K-1$ approximations précédentes, et on arrive à :

$$\int_{xy} \sum_{k=1}^{K-1} \phi^k(x, y) \left[\frac{-\nabla \int_E \omega(E) \gamma^k(E) D(x, y, E) \gamma^K(E) dE \nabla \phi^K(x, y) + \int_E \omega(E) \gamma^k(E) (\Sigma a(x, y, E) \gamma^K(E) - \int_{E' > E} \Sigma s(x, y, E' \rightarrow E) \gamma^K(E') dE') dE \phi^K(x, y)}{\lambda} \right] dx dy + CDISK-1 = \frac{1}{\lambda} \left[\int_{xy} \sum_{k=1}^{K-1} \phi^k(x, y) \int_E \omega(E) \gamma^k(E) \chi(E) \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') \gamma^K(E') dE' dE \phi^K(x, y) dx dy + CSOK-1 \right] \quad (AI.27)$$

Ensuite, on pose les coefficients en espace comme suit :

$$D_k(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma^k(E) D(x, y, E) \gamma^K(E) dE \quad (AI.28) \equiv (\bar{AI}.22)$$

$$\Sigma a_k D(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma^k(E) \left(\Sigma a(x, y, E) \gamma^K(E) - \int_{E' > E} \Sigma s(x, y, E' \rightarrow E) \gamma^K(E') dE' \right) dE \quad (AI.29)$$

$$\Sigma p_k D(x, y) = \int_E \omega(E) \gamma^k(E) \chi(E) \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, E') \gamma^K(E') dE' dE \quad (AI.30)$$

On substitue (AI.28), (AI.29) et (AI.30) en (AI.27), et on arrive à :

$$\int_{xy} \sum_{k=1}^{K-1} \phi^k(x, y) \left(-\nabla D^k(x, y) \nabla \phi^k(x, y) + \Sigma a^k D(x, y) \phi^k(x, y) \right) dx dy + CDIS_{k-1} =$$

$$\frac{1}{\lambda} \left(\int_{xy} \sum_{k=1}^{K-1} \Sigma p^k D(x, y) \phi^k(x, y) dx dy + CSO_{k-1} \right) \quad (AI.31)$$

deuxième équation de diffusion "monocinétique" à deux dimensions pour la Kième approximation ϕ^K avec les coefficients en espace définis de la façon suivante :

$\Sigma a^k D(x, y)$: Coefficient d'absorption pour la Kième approximation à droite de l'opérateur, en tenant compte des K-1 approximations précédentes.

$CDIS_{k-1}$: Coefficient de disparition pour les K-1 approximations précédentes.

$\Sigma p^k D(x, y)$: Coefficient de production pour la Kième approximation à droite de l'opérateur, en tenant compte des K-1 approximations précédentes.

CSO_{k-1} : Coefficient de production pour les K-1 approximations précédentes.

. Résumé du système des équations en espace :

$$-\nabla D^K(x, y) \nabla \phi^K(x, y) + \Sigma a^K(x, y) \phi^K(x, y) + \sum_{k=1}^{K-1} \left(-\nabla D^k(x, y) \nabla \phi^k(x, y) + \Sigma a^k G(x, y) \phi^k(x, y) \right) =$$

$$\frac{1}{\lambda} \left(\Sigma p^K(x, y) \phi^K(x, y) + \sum_{k=1}^{K-1} \Sigma p^k G(x, y) \phi^k(x, y) \right)$$

$$\int_{xy} \sum_{k=1}^{K-1} \phi^k(x, y) \left(-\nabla D^k(x, y) \nabla \phi^k(x, y) + \Sigma a^k D(x, y) \phi^k(x, y) \right) dx dy + CDIS_{k-1} =$$

$$\frac{1}{\lambda} \left(\int_{xy} \sum_{k=1}^{K-1} \phi^k(x, y) \Sigma p^k D(x, y) \phi^k(x, y) dx dy + CSO_{k-1} \right) \quad (AI.32)$$

. Calcul de $\phi^K(x, y) = \alpha^K(y) \phi^K(x)$:

On multiplie les deux membres de la première équation du système (AI.32) par $\phi^K(x)$; on intègre en x, et on arrive, à l'intérieur de chaque milieu, à :

$$\begin{aligned}
 & - \int_x \varphi_K(x) DK(x, y) \varphi_K(x) dx \cdot \frac{\partial^2 \alpha_K(y)}{\partial y^2} + \left(- \int_x \varphi_K(x) DK(x, y) \frac{\partial^2 \varphi_K(x)}{\partial x^2} dx + \int_x \varphi_K(x) \Sigma \alpha_K(x, y) \varphi_K(x) dx \right) \\
 & \alpha_K(y) + \sum_{k=1}^{K-1} \left[- \int_x \varphi_K(x) Dk(x, y) \varphi_k(x) dx \cdot \frac{\partial^2 \alpha_k(y)}{\partial y^2} + \left(- \int_x \varphi_K(x) Dk(x, y) \frac{\partial^2 \varphi_k(x)}{\partial x^2} dx + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \int_x \varphi_K(x) \Sigma \alpha_k G(x, y) \varphi_k(x) dx \right) \alpha_k(y) \right] = \\
 & \frac{1}{\lambda} \left(\int_x \varphi_K(x) \Sigma p_K(x, y) \varphi_K(x) dx \cdot \alpha_K(y) + \sum_{k=1}^{K-1} \int_x \varphi_K(x) \Sigma p_k G(x, y) \varphi_k(x) dx \cdot \alpha_k(y) \right) \quad (AI.33)
 \end{aligned}$$

On arrange la deuxième équation de (AI.32) à l'intérieur de chaque milieu, et on obtient :

$$\begin{aligned}
 & \int_y \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(y) \left[- \int_x \varphi_k(x) Dk(x, y) \varphi_k(x) dx \cdot \frac{\partial^2 \alpha_K(y)}{\partial y^2} + \left(- \int_x \varphi_k(x) Dk(x, y) \frac{\partial^2 \varphi_K(x)}{\partial x^2} dx + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \int_x \varphi_k(x) \Sigma \alpha_k D(x, y) \varphi_K(x) dx \right) \alpha_K(y) dy + CDISK-1 \right] = \\
 & \frac{1}{\lambda} \left(\int_y \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(y) \int_x \varphi_k(x) \Sigma p_k D(x, y) \varphi_K(x) dx \cdot \alpha_K(y) dy + CS0k-1 \right) \quad (AI.34)
 \end{aligned}$$

Ensuite, on pose les coefficients en y comme suit :

$$DK(y) = \int_x \varphi_K(x) DK(x, y) \varphi_K(x) dx \quad (AI.35)$$

$$\Sigma \alpha_K(y) = - \int_x \varphi_K(x) DK(x, y) \frac{\partial^2 \varphi_K(x)}{\partial x^2} dx + \int_x \varphi_K(x) \Sigma \alpha_K(x, y) \varphi_K(x) dx \quad (AI.36)$$

$$Dk(y) = \int_x \varphi_K(x) Dk(x, y) \varphi_k(x) dx \quad (AI.37)$$

$$\Sigma \alpha_k G(y) = - \int_x \varphi_K(x) Dk(x, y) \frac{\partial^2 \varphi_k(x)}{\partial x^2} dx + \int_x \varphi_K(x) \Sigma \alpha_k G(x, y) \varphi_k(x) dx \quad (AI.38)$$

$$\Sigma p_K(y) = \int_x \varphi_K(x) \Sigma p_K(x, y) \varphi_K(x) dx \quad (AI.39)$$

$$\Sigma p_k G(y) = \int_x \varphi_K(x) \Sigma p_k G(x, y) \varphi_k(x) dx \quad (AI.40)$$

$$\Sigma \alpha_k D(y) = - \int_x \varphi_k(x) Dk(x, y) \frac{\partial^2 \varphi_K(x)}{\partial x^2} dx + \int_x \varphi_k(x) \Sigma \alpha_k D(x, y) \varphi_K(x) dx \quad (AI.41)$$

$$\Sigma p_k D(y) = \int_x \varphi_k(x) \Sigma p_k D(x, y) \varphi_K(x) dx \quad (AI.42)$$

On substitue (AI.35), (AI.36), (AI.37), (AI.38), (AI.39), (AI.40), (AI.41) et (AI.42) aux équations (AI.33) et (AI.34), et on obtient :

$$-DK(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \alpha_K(y) + \Sigma \alpha_K(y) \alpha_K(y) + \sum_{k=1}^{K-1} -Dk(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \alpha_k(y) + \Sigma \alpha_k G(y) \alpha_k(y) =$$

$$\frac{1}{\lambda} \left(\Sigma p_K(y) \alpha_K(y) + \sum_{k=1}^{K-1} \Sigma p_k G(y) \alpha_k(y) \right)$$

$$\int_y \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(y) \left(-Dk(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \alpha_K(y) + \Sigma \alpha_k D(y) \alpha_K(y) \right) dy + CDISK-1 =$$

$$\frac{1}{\lambda} \left(\int_y \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(y) \Sigma p_k D(y) \alpha_K(y) dy + CSOK-1 \right) \quad (AI.43)$$

où (AI.43) est un système des équations de diffusion "monocinétiques" à une dimension pour résoudre $\alpha_K(y)$.

Enfin, on discrétise (AI.43), et on arrive à la représentation matricielle suivante :

$$\left[\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \text{DD} \\ \text{A} \\ \text{B} \end{array} & \begin{array}{c} \text{TDIS} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \\ \hline \text{TDIST} & \begin{array}{c} \text{CDIS}_{K-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \alpha_K \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \left[\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \text{SIGSO} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} & \begin{array}{c} \text{TSO} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \\ \hline \text{TSOT} & \begin{array}{c} \text{CSO}_{K-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \alpha_K \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} (A, B, DD) \alpha_K + TDIS = \frac{1}{\lambda} [(SIGSO) \alpha_K + TSO] \\ \langle TDIST, \alpha_K \rangle + CDISK-1 = \frac{1}{\lambda} [\langle TSOT, \alpha_K \rangle + CSOK-1] \end{cases} \quad (AI.44)$$

où nous avons :

(A, B, DD) : Discrétisation à trois points de l'opérateur $-DK(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \Sigma \alpha_K(y)$.

TDIS : Discrétisation de la fonction $\sum_{k=1}^{K-1} -Dk(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \alpha_k(y) + \Sigma \alpha_k G(y) \alpha_k(y)$

TDIST : Discrétisation à trois points de l'opérateur $\sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(y) \left(-D_k(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \Sigma \alpha_k D(y) \right)$

(SIGSO) : Discrétisation de l'opérateur $\Sigma p_k(y)$:

TSO : Discrétisation de la fonction $\sum_{k=1}^{K-1} \Sigma p_k G(y) \alpha_k(y)$

TSOT : Discrétisation de l'opérateur $\sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(y) \Sigma p_k D(y)$.

et, CDISK-1 et CSOK-1 sont des constantes qu'on calcule par récurrence, comme suit :

$$CDISK = CDISK-1 + \langle (TDIS+TDIST), \varphi_K \rangle + \int_x -D_K(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi_K(x) dx + \int_x \varphi_K(x) \Sigma \alpha_K(x) \varphi_K(x) dx \quad (AI.45)$$

$$CSOK = CSOK-1 + \langle (TSO+TSOT), \varphi_K \rangle + \int_x \varphi_K(x) \Sigma p_K(x) \varphi_K(x) dx \quad (AI.46)$$

Avec les relations ci-dessus, on calcule les constantes CDISK et CSOK à la fin de chaque itération K pour l'itération K+1, en employant la dernière fonction calculée φ_K . En particulier, pour K=1 on a :

$$CDIS1 = \int_x -D1(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi1(x) dx + \int_x \varphi1(x) \Sigma \alpha1(x) \varphi1(x) dx$$

$$CSO1 = \int_x \varphi1(x) \Sigma p1(x) \varphi1(x) dx$$

On résoud (AI.44) par des itérations de source et on tire $\alpha_K(y)$. Avec $\alpha_K(y)$, on obtient un système similaire pour $\varphi_K(x)$ qu'on résoud de la même manière et on tire $\varphi_K(x)$. On fait des itérations sur ces deux fonctions, et on arrive au Kième terme $\phi_K(x, y) = \alpha_K(y) \varphi_K(x)$, d'où sort la Kième approximation de synthèse $\phi_K(x, y, E) = \phi_{K-1}(x, y, E) + \phi_K(x, y) \cdot \gamma_K(E)$.

A-1.4./ RESOLUTION DU SYSTEME (AI.44) :

Ce n'est qu'à la fin des itérations de source qu'on normalise le vecteur propre par sa dernière composante ; on obtient alors $\begin{bmatrix} \alpha_K \\ 1 \end{bmatrix}$; c'est-à-dire qu'au milieu des itérations sa norme est libre et on le représente par $\begin{bmatrix} \alpha_K \\ XIN \end{bmatrix}$.

De cette façon, dans le système (AI.44) nous avons deux inconnues à déterminer : soit α_K , composante du flux suivant X ou Y, et le point de bord XIN. Schématiquement, à l'itération de source n, on a :

$$\left. \begin{aligned} (A, B, DD) \alpha K^{n+1} + TDIS * XIN^{n+1} &= \frac{1}{\lambda} \left[(SIGSO) \alpha K^n + TSO * XIN^n \right] = S^n \\ \langle TDIS, \alpha K^{n+1} \rangle + CDISK-1 * XIN^{n+1} &= \frac{1}{\lambda} \left[\langle TSO, \alpha K^n \rangle + CSOK-1 * XIN^n \right] = s^n \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Source} \\ \text{connue} \end{array}$$

et on résoud ce système de la façon suivante :

$$a) (A, B, DD) \text{val} = -TDIS \text{ } \bullet \text{ } \text{val} = -(A, B, DD)^{-1} * TDIS$$

$$b) (A, B, DD) \text{zal}^{n+1} = S^n \text{ } \bullet \text{ } \text{zal}^{n+1} = (A, B, DD)^{-1} * S^n$$

On substitue TDIS par $-(A, B, DD) \text{val}$, S^n par $(A, B, DD) \text{zal}^{n+1}$, et on a :

$$(A, B, DD) \alpha K^{n+1} - (A, B, DD) \text{val} * XIN^{n+1} = (A, B, DD) \text{zal}^{n+1}, \text{ d'où sort}$$

$$\underline{\alpha K^{n+1} = \text{val} * XIN^{n+1} + \text{zal}^{n+1}} \quad (AI.46)$$

On sbustitue αK^{n+1} dans la deuxième équation, et on a :

$$\langle TDIS, (\text{val} XIN^{n+1} + \text{zal}^{n+1}) \rangle + CDISK-1 * XIN^{n+1} = s^n, \text{ d'où sort}$$

$$\underline{XIN^{n+1} = \frac{s^n - \langle TDIS, \text{zal}^{n+1} \rangle}{\langle TDIS, \text{val} \rangle + CDISK-1}} \quad (AI.47)$$

En r esum e, à chaque itération de source n on calcule XIN^{n+1} et ensuite αK^{n+1} , et à la convergence, on écrit $\frac{\alpha K^{n+1}}{XIN^{n+1}}$, ce qui donne $\begin{bmatrix} \alpha K \\ 1 \end{bmatrix}$ qu'on désigne par αK^p (p indice d'itération interne).

ANNEXE II
 =====

GENERALISATION DE LA METHODE DE SYNTHESE ITERATIVE
PAR DEFLATION EN ESPACE ET ENERGIE EN GEOMETRIE
RECTANGULAIRE A TROIS DIMENSIONS

A.II-1./ EQUATION DE L'APPROXIMATION DE DIFFUSION - SOLUTION RECHERCHEE POUR LE
FLUX :

$$-\nabla D(x, y, z, E) \nabla \phi(x, y, z, E) + \Sigma a(x, y, z, E) \phi(x, y, z, E) - \int_{E' > E} \Sigma s(x, y, z, E' \rightarrow E) \phi(x, y, z, E') dE' =$$

$$\frac{\chi(E)}{\lambda} \int_{E'} \nu \Sigma f(x, y, z, E') \phi(x, y, z, E') dE' \quad (AII.1)$$

On cherche une solution de $\phi(x, y, z, E)$ sous la forme :

$$\phi(x, y, z, E) = \sum_{k=1}^K \phi_k(x, y, z) \beta_k(E) \quad (AII.2)$$

où

$$\phi_k(x, y, z) = \alpha_k(z) \varphi_k(y) \gamma_k(x) \quad (AII.3)$$

et

$$\beta_k(E) \quad (k=1, K)$$

représente une séquence de spectres de base.

A-II.2./ ETAPES DU CALCUL ET SYSTEMES A RESOUDRE :

La séquence de spectres de base étant connue, on introduit de façon définitive une certaine fonction de poids $W(E)$ par milieu, et on résoud les étapes suivantes :

. Etape k=1 :

Soit $B1(E)$, le premier spectre de la séquence de spectres de base, on recherche l'approximation $\phi_1 = \phi_1(x, y, z)B1(E)$.

Si on schématise l'équation (AII.1) par $A\phi = \frac{1}{\lambda}B\phi$, on projète le résidu $(A\phi_1^0 - \frac{1}{\lambda}B\phi_1^0) \neq 0$ sur $W(E)B1(E)$ [36], on impose une orthogonalité, et on obtient l'équation suivante :

$$\int_E W(E)B1(E) (A\phi_1^0 - \frac{1}{\lambda}B\phi_1^0) dE = 0 \quad (AII.4)$$

où

$$\phi_1^0 = \phi_1^0(x, y, z)B1(E)$$

L'intégration en énergie étant accomplie, on se trouve dans le cas de la synthèse itérative en espace à un seul terme.

Soient, $\alpha_1^0(z)$, $\varphi_1^0(y)$ et $\gamma_1^0(x)$: trois fonctions d'initialisation calcul es aux cotes (X, Y, Z) où se trouve le spectre $B1(E)$.

Si on schématise par $(A'\phi_1^p - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^p) \neq 0$ le résidu résultant de l'intégration (AII.4), où A' et B' sont des opérateurs n'agissant cette fois-ci que sur l'approximation en espace $\phi_1^p = \phi_1^p(x, y, z)$; on a à résoudre dans l'itération interne $p=0, 1, \dots$ le système suivant :

$$1) \int_{xy} \phi_1^{p-1} \gamma_1^{p-1} (A'\phi_1^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^{p-1}) dx dy = 0 \quad \text{où} \quad \phi_1^{p-1} = \alpha_1^{p-1} \phi_1^{p-1} \gamma_1^{p-1}$$

et on tire de cette équation $\alpha_1^p(z)$.

$$2) \int_{xy} \alpha_1^p \gamma_1^{p-1} (A'\phi_1^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^{p-1}) dx dz = 0 \quad \text{où} \quad \phi_1^{p-1} = \alpha_1^p \phi_1^{p-1} \gamma_1^{p-1}$$

et on tire de cette équation $\varphi_1^p(y)$.

$$3) \int_{xy} \alpha_1^p \varphi_1^p (A'\phi_1^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^{p-1}) dy dz = 0 \quad \text{où} \quad \phi_1^{p-1} = \alpha_1^p \varphi_1^p \gamma_1^{p-1}$$

et on tire de cette équation γ_1^p .

Ce système est obtenu par la méthode des résidus pondérés, c'est-à-dire que, à chaque itération interne p on projète le résidu $(A'\phi_1^{p-1} - \frac{1}{\lambda}B'\phi_1^{p-1}) \neq 0$ sur l'espace des fonctions connues à l'itération $p-1$, et on impose une orthogonalité.

Quand

$$\frac{\|\alpha_1^p - \alpha_1^{p-1}\|}{\|\alpha_1^p\|} = \|\alpha_1^p - \alpha_1^{p-1}\| < \epsilon p ;$$

$$\frac{\|\varphi_1^p - \varphi_1^{p-1}\|}{\|\varphi_1^p\|} = \|\varphi_1^p - \varphi_1^{p-1}\| < \epsilon p ;$$

$$\frac{\|\gamma_1^p - \gamma_1^{p-1}\|}{\|\gamma_1^p\|} = \|\gamma_1^p - \gamma_1^{p-1}\| < \epsilon p ;$$

où les normes $\|\alpha\|$, $\|\varphi\|$, et $\|\gamma\|$ sont les racines des produits scalaires des vecteurs correspondant aux fonctions α , φ et γ ; on pose

$$\alpha_1 = \alpha_1^p, \varphi_1 = \varphi_1^p, \gamma_1 = \gamma_1^p$$

et on a :

$$\check{\phi}_1 = \alpha_1(z) \varphi_1(y) \gamma_1(x) B_1(E)$$

comme première approximation.

. Étape K :

On connaît de l'étape précédente K-1 $\check{\phi}_{K-1} = \sum_{k=1}^{K-1} \phi_k(x, y, z) B_k(E)$; et, soit $B_K(E)$ le Kième spectre de la séquence de spectres de base.

On projette et on impose l'orthogonalité du résidu $(A\phi_K^0 - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^0) \neq 0$ d'une part sur $W(E) B_K(E)$, d'autre part sur $W(E) \check{\phi}_{K-1}(x, y, z, E)$ pour tenir compte de l'approximation précédente $\check{\phi}_{K-1}(x, y, z, E)$.

$$\int_E W(E) B_K(E) (A\phi_K^0 - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^0) dE = 0$$

(AII.5)

$$\int_{xy} \int_E W(E) \check{\phi}_{K-1}(x, y, z) (A\phi_K^0 - \frac{1}{\lambda} B\phi_K^0) dx dy dz dE = 0$$

où

$$\phi_K^0 = \check{\phi}_{K-1}(x, y, z, E) + \alpha_K(z) \varphi_K(y) \gamma_K(x) B_K(E)$$

L'intégration en énergie étant accomplie on se trouve dans le cas de la synthèse itérative par déflation en espace.

Soient $\alpha^K(z)$, $\varphi^K(y)$ et $\gamma^K(x)$: trois fonctions d'initialisation calculées aux cotes (X, Y, Z) où se trouve le spectre $B_K(E)$.

Si on schématise par $(A' \phi_K^0 - \frac{1}{\lambda} B' \phi_K^0) \neq 0$ le résidu résultant des intégrations (AII.5), où A' et B' sont des opérateurs n'agissant cette fois-ci que sur l'approximation en espace $\phi_K = \phi_{K-1}(x, y, z) + \alpha_K(z) \varphi_K(y) \gamma_K(x)$, on a à résoudre dans l'itération $p=0, 1 \dots$, les systèmes suivants :

$$1) \quad \begin{cases} \int_{xy} \varphi_{K^{p-1}} \gamma_{K^{p-1}} (A' \phi_{K^{p-1}} - \frac{1}{\lambda} B' \phi_{K^{p-1}}) dx dy = 0 \\ \int_{xyz} \phi_{K-1} (A' \phi_{K^{p-1}} - \frac{1}{\lambda} B' \phi_{K^{p-1}}) dx dy dz = 0 \end{cases}$$

où $\phi_{K^{p-1}} = \tilde{\phi}_{K-1} + \alpha_{K^{p-1}} \varphi_{K^{p-1}} \gamma_{K^{p-1}}$; et on tire de ce système $\alpha_{K^p}(z)$

$$2) \quad \begin{cases} \int_{xz} \alpha_{K^p} \gamma_{K^{p-1}} (A' \phi_{K^{p-1}} - \frac{1}{\lambda} B' \phi_{K^{p-1}}) dx dz = 0 \\ \int_{xyz} \phi_{K-1} (A' \phi_{K^{p-1}} - \frac{1}{\lambda} B' \phi_{K^{p-1}}) dx dy dz = 0 \end{cases}$$

où $\phi_{K^{p-1}} = \tilde{\phi}_{K-1} + \alpha_{K^p} \varphi_{K^{p-1}} \gamma_{K^{p-1}}$; et on tire de ce système $\varphi_{K^p}(y)$

$$3) \quad \begin{cases} \int_{yz} \alpha_{K^p} \varphi_{K^p} (A' \phi_{K^{p-1}} - \frac{1}{\lambda} B' \phi_{K^{p-1}}) dy dz = 0 \\ \int_{xyz} \phi_{K-1} (A' \phi_{K^{p-1}} - \frac{1}{\lambda} B' \phi_{K^{p-1}}) dx dy dz = 0 \end{cases}$$

où $\phi_{K^{p-1}} = \tilde{\phi}_{K-1} + \alpha_{K^p} \varphi_{K^p} \gamma_{K^{p-1}}$; et on tire de ce système $\gamma_{K^p}(x)$.

La première équation de chaque système est obtenue par la projection du résidu sur l'espace des fonctions connues à l'itération $p-1$; tandis que la deuxième équation est obtenue par la projection du résidu sur l'espace de l'approximation précédente $\tilde{\phi}_{K-1}(x, y, z)$.

Quand

$$\frac{\|\alpha_{K^p} - \alpha_{K^{p-1}}\|}{\|\alpha_{K^p}\|} = \|\alpha_{K^p} - \alpha_{K^{p-1}}\| < \epsilon_p$$

$$\frac{\|\varphi_{K^p} - \varphi_{K^{p-1}}\|}{\|\varphi_{K^p}\|} = \|\varphi_{K^p} - \varphi_{K^{p-1}}\| < \epsilon_p$$

$$\frac{\|\gamma_{K^p} - \gamma_{K^{p-1}}\|}{\|\gamma_{K^p}\|} = \|\gamma_{K^p} - \gamma_{K^{p-1}}\| < \epsilon_p$$

on pose $\alpha_K = \alpha_K^P$; $\varphi_K = \varphi_K^P$; $\gamma_K = \gamma_K^P$; et on obtient :

$$\delta_K = \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k(z) \varphi_k(y) \gamma_k(x) \beta_k(E) + \alpha_K(z) \varphi_K(y) \gamma_K(x) \beta_K(E) \text{ comme la } K\text{ième approximation.}$$

Si on vérifie que la norme quadratique $\|\alpha_K * \varphi_K * \gamma_K * \beta_K\| < \epsilon_K$; où

$$\|\alpha * \varphi * \gamma * \beta\| = \left(\sum_{l=1}^{NPZ} \langle \alpha(l), \alpha(l) \rangle * \sum_{j=1}^{NPY} \langle \varphi(j), \varphi(j) \rangle * \sum_{i=1}^{NPX} \langle \gamma(i), \gamma(i) \rangle * \sum_{g=1}^{NG} \langle \beta(g), \beta(g) \rangle \right)^{1/2} =$$

$\|\gamma\|$, car $\|\alpha\| = \|\varphi\| = \|\beta\| = 1$; on a l'approximation cherchée, expression (AII.2), et le calcul prend fin.

NOTA : On ne donne pas les détails du calcul des coefficients de matrices en espace car la généralisation des opérations montrées en ANNEXE I est immédiate.

A-II.3./ QUELQUES NOTES SUR LE CHOIX DES SPECTRES DE BASE :

Pour le système du type coeur-couverture à deux dimensions étudié au chapitre VII-1/, le choix pour le calcul à trois dimensions est immédiat. On prend alors les spectres de base au centre du coeur et au centre de la couverture, issus d'un calcul critique à une dimension au centre du système.

Par contre, pour le système en concept hétérogène à 6 milieux, étudié dans la première partie, le choix est moins évident. Pour celui-ci la variation spectrale est différente selon que l'on choisit l'une ou l'autre des trois directions. Ce qui nous oblige à faire des calculs critiques (à une dimension) aux 4 zones du système (voir Figure N°1) pour pouvoir représenter effectivement tout le domaine en étude.

A-II.4/ CHOIX DE LA FONCTION DE POIDS :

Ce choix est fait de la même façon que pour le calcul à deux dimensions. Dans chaque milieu on pondère par l'addition d'un spectre de base plus un ou deux taux de réaction associés à ce spectre, et un facteur d'addition des ajustages faits aux couvertures sur un taux de réaction choisi.

A-II.5./ EVALUATION DE L'ENCOMBREMENT MEMOIRE :

On prend comme exemple, le système hétérogène à six milieux.

Tout d'abord, on met en évidence les tableaux nécessaires au calcul à deux dimensions relatifs au système hétérogène à cinq milieux, étudiés dans la deuxième partie. Ensuite, on généralise à trois dimensions avec six milieux.

Les tableaux sont établis au début du calcul, par le programme de gestion de mémoire qu'on appelle "MAIN". On donne ci-dessous, les dimensions variables et les valeurs considérées dans le calcul à deux dimensions :

. Nombre de dimensions en géométrie XY	: NDIM = 1
. Nombre de points en X	: NPOIX = 96
. Nombre de points en Y	: NPOIY = 96
. Nombre d'interfaces de pas en X	: NIPX = 2
. Nombre d'interfaces de pas en Y	: NIPY = 2
. Nombre de groupes d'énergie	: NE = 25
. Nombre de milieux	: NBMIL = 5
. Nombre d'interfaces de milieu en X	: NIMX = 12
. Nombre d'interfaces de milieu en Y	: NIMY = 12
. Nombre de termes de synthèse	: K = 20
. Nombre de sources pour l'accélération de Tchebycheef	: LSOUR = 3
. Nombre maximum de points	: NPOMAX = 96
. Nombre maximum d'interfaces de pas	: NPIMAX = 2
. Nombre maximum d'interfaces de milieu	: NIMMAX = 12

Avec ces dimensions, on forme les tableaux de travail, dont le nombre dans le cas à deux dimensions, est de 64. Tout cela donne une longueur de 95K (place nécessaire pour les tableaux).

Pour le calcul à trois dimensions, $\left[\begin{array}{l} \text{NDIM}=3 \\ \text{NBMIL}=6 \end{array} \right]$, il faut prévoir plus de tableaux relatifs aux intégrations complémentaires. (Intégrations à une et à deux dimensions). Cela fait une augmentation d'environ 40K, ce qui donne 140K pour le calcul avec le maillage en espace et énergie dit "96x96x96x25", soit un très faible encombrement mémoire.

L I S T E D E S T A B L E A U X

	<u>PAGES</u>
<u>TABLEAU I</u> : ZONES, COTES ET MILIEUX POSSIBLES POUR LE CALCUL DES FONCTIONS D'ESSAI (COEUR 3 en concept hétérogène et géométrie rectangulaire XYZ)	94
<u>TABLEAU II</u> : DECROISSANCE DES NORMES MAXIMALES DES FONCTIONS D'ESSAI LES PLUS ELOIGNEES DES SOLUTIONS $\gamma_{kl}(x)$ A CHAQUE ETAPE kl DU CALCUL (COEUR 3 en concept hétérogène et géométrie rectangulaire XYZ - Maillage dit "77x77x65")	95
<u>TABLEAU III</u> : EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE DE SYNTHESE SELON LES TROIS DIRECTIONS ET DE LA PRECISION DE CONVERGENCE SUR LES FONCTIONS $\varphi_{kl}(y)$ ET $\gamma_{kl}(x)$ A PARTIR DE L'ACCELERATION DE $\varphi_{kl}(y)$ ET SA REINJECTION (COEUR 3 - Maillage dit "77x77x65")	96
<u>TABLEAU III BIS</u> : EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE DE SYNTHESE SELON LES TROIS DIRECTIONS ET DE LA NORME DE CHAQUE TERME EN FONCTION DU NOMBRE D'ITERATIONS (COEUR 3 - Maillage dit "77x77x65")	97
<u>TABLEAU IV</u> : COMPARAISON SYNTHESE ITERATIVE PAR DEFLATION - ELEMENTS FINIS EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE, TEMPS DE CALCUL ET ENCOMBREMENT MEMOIRE SOUS L'EFFET DU MAILLAGE ET DE L'APPROXIMATION DU FLUX	98
<u>TABLEAU V</u> : ESTIMATION DE REDUCTION DU TEMPS DE CALCUL POUR LA METHODE DE SYNTHESE QUAND ON CONSIDERE LA FONCTION $\alpha_k(z)$ CONSTANTE A CHAQUE ETAPE k (COEUR 3 - Maillage dit "77x77x65")	99
<u>TABLEAU VI</u> : FORMATION DE LA BASE SPECTRALE AVEC DES SPECTRES "EXACTS" A 25 GROUPES (COEUR 3 en concept hétérogène)	100
<u>TABLEAU VII</u> : FORMATION DE LA BASE SPECTRALE AVEC DES SPECTRES "APPROCHES" A 25 GROUPES (COEUR 3 en concept hétérogène)	100

TABLEAU VIII : COMPARAISON AU NIVEAU INFORMATIQUE DE LA METHODE DE SYNTHESE
ITERATIVE PAR DEFLATION EN ESPACE ET ENERGIE AVEC LA METHODE AUX DIFFERENCES
FINIES EN THEORIE MULTIGROUPE (COEUR R1/COUVERTURE en UO_2 -Na) 101

TABLEAU IX : COMPARAISON AU NIVEAU INFORMATIQUE DE LA METHODE DE SYNTHESE
ITERATIVE PAR DEFLATION EN ESPACE ET ENERGIE AVEC LA METHODE AUX DIFFERENCES
FINIES EN THEORIE MULTIGROUPE (COEUR 3 en concept hétérogène) 101

TABLEAU I

=====

ZONES, COTES ET MILIEUX POSSIBLES
POUR LE CALCUL DES FONCTIONS D'ESSAI

(COEUR_3_en_concept_hétérogène_et_géométrie_rectangulaire_XYZ)

ZONE N°	COTES (X,Y)	MILIEUX CORRESPONDANTS					
		1	2	3	4	5	6
1	(1,1)			X		X	X
	(7,7)			X		X	
	(19,19)			X		X	
	(27,27)			X		X	X
	(37,37)			X		X	X
	(43,43)			X		X	
	(47,47)			X		X	
	(51,51)			X		X	
	(65,65)			X		X	
2	(1,1)	X	X	X		X	X
	(7,7)	X	X	X		X	
	(11,11)	X	X	X		X	
	(19,19)	X	X	X		X	
	(27,27)	X	X	X		X	X
	(31,31)	X	X	X		X	X
	(37,37)		X	X		X	X
	(43,43)		X	X		X	
	(47,47)		X	X		X	
		(51,51)		X	X		X
3	(1,1)	X	X	X	X	X	X
	(27,27)	X	X	X	X	X	
	(31,31)	X	X	X	X	X	
	(37,37)		X	X	X	X	
4	(1,1)			X	X	X	
	(27,27)			X	X	X	
	(31,31)			X	X	X	

TABLEAU II
=====

DECROISSANCE DES NORMES MAXIMALES DES
FONCTIONS D'ESSAI LES PLUS ELOIGNEES DES
SOLUTIONS $\gamma_{kl}(x)$ A CHAQUE ETAPE kl DU CALCUL
(COEUR 3 en concept hétérogène et géométrie
rectangulaire XYZ, Maillage dit "77x77x65")

ITERATION EXTERNE k	N° de $\sigma_k(x)$	COTES			NORME VECTORIELLE (Distance)
		X	Y	ZONE N°	
1	20	1	1	3	-
2	25	27	27	4	0.923
3	25	27	27	4	0.862
4	25	27	27	4	0.831
5	25	27	27	4	0.658
6	25	27	27	4	0.649
7	25	27	27	4	0.640
8	25	27	27	4	0.581
9	25	27	27	4	0.568
10	25	27	27	4	0.527
11	25	27	27	4	0.376
12	25	27	27	4	0.375
13	25	27	27	4	0.374

TABLEAU III
 =====

EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE DE SYNTHESE SELON LES TROIS DIRECTIONS
ET DE LA PRECISION DE CONVERGENCE SUR LES FONCTIONS $\varphi_{kl}(y)$ ET $\gamma_{kl}(x)$
A PARTIR DE L'ACCELERATION DE $\varphi_{kl}(y)$ ET SA REINJECTION
 (COEUR_3 - Maillage dit "77x77x65")

k	l(k)	p	VALEUR PROPRE λ_y	VALEUR PROPRE λ_x	PRECISION DE CONVERGENCE	
					Δp_y	Δp_x
2	2	5	0.89310	0.89394	0.49 E-01	0.17 E-01
2	2	6	0.89278	0.89301	0.26 E-03	0.80 E-04
2	4	3	0.89448	0.89272	0.12 E+00	0.33 E-01
2	4	4	0.89456	0.89441	0.65 E-02	0.37 E-02
2	4	5	0.89454	0.89451	0.22 E-03	0.33 E-04
3	1	9	0.89568	0.89665	0.33 E-01	0.21 E-01
3	1	10	0.89570	0.89607	0.75 E-04	0.14 E-03
3	2	6	0.89640	0.89615	0.12 E-01	0.76 E-02
3	2	7	0.89640	0.89643	0.40 E-05	0.14 E-03
3	4	4	0.89711	0.89869	0.28 E+00	0.16 E+00
3	4	5	0.89716	0.89935	0.20 E-01	0.26 E-02
3	4	6	0.89715	0.89853	0.15 E-02	0.69 E-03
3	4	7	0.89713	0.89809	0.56 E-03	0.22 E-03
4	2	7	0.89750	0.89751	0.63 E-01	0.22 E-01
4	2	8	0.89750	0.89752	0.61 E-03	0.36 E-04
4	4	6	0.89755	0.89775	0.54 E-01	0.30 E-01
4	4	7	0.89765	0.89771	0.24 E-04	0.17 E-04

TABLEAU IIIBIS

EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE DE SYNTHESE SELON LES TROIS DIRECTIONS
ET DE LA NORME DE CHAQUE TERME EN FONCTION DU NOMBRE D'ITERATIONS
(COEUR 3 - Maillage dit "77x77x65")

k	$l(k)$	VALEUR PROPRE λ_z	VALEUR PROPRE λ_y	VALEUR PROPRE λ_x	NORME DE $\gamma_{kl}(x)$
1	1	0.86525	0.86513	0.86533	1.000
2	1	0.89123	0.89183	0.89267	0.171
2	2	-	0.89278	0.89301	0.034
2	3	-	0.89350	0.89289	0.013
2	4	-	0.89454	0.89451	0.016
3	1	0.89568	0.89570	0.89607	0.018
3	2	-	0.89640	0.89643	0.012
3	3	-	0.89694	0.89701	0.013
3	4	-	0.89713	0.89809	0.013
4	1	0.89742	0.89745	0.89857	0.018
4	2	-	0.89750	0.89752	0.004
4	3	-	0.89758	0.89694	0.010
4	4	-	0.89765	0.89771	0.002

TABLEAU IV

COMPARAISON SYNTHESE ITERATIVE PAR DEFLATION - ELEMENTS FINIS
EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE, TEMPS DE CALCUL ET ENCOMBREMENT
MEMOIRE SOUS L'EFFET DU MAILLAGE ET DE L'APPROXIMATION DU FLUX

(Machine S91 - SACLAY)

Eléments Finis

APPROXIMATION			MAILLAGE			VALEUR PRO- PRE. ECART EN pcm	TEMPS DE CALCUL EN s	ENCOMBRE- MENT EN K OCTETS	COUT DU CALCUL EN U.C.
x	y	z	x	y	z				
Parabolique	Parabolique	Linéaire	16	16	9	- 576	75	700	140
Parabolique	Parabolique	Linéaire	16	16	17	- 163	162	1080	392
Parabolique	Parabolique	Parabolique	16	16	9	- 49	178	650	428
Parabolique	Parabolique	Parabolique	16	16	17	-----*	360	1200	845

* Valeur propre référence 0.89882

Synthèse Itérative par Déflation

APPROXIMATION			MAILLAGE			VALEUR PRO- PRE. ECART EN pcm	TEMPS DE CALCUL EN s	ENCOMBRE- MENT EN K OCTETS	COUT DU CALCUL EN U.C.
x	y	z	x	y	z				
13	13	5	31	31	17	- 594	180	255	221
12	12	5	31	31	45	- 324	235	260	293
14	14	6	31	31	65	- 245	355	265	440
9	9	3	58	58	65	- 125	338	265	393
13	13	4	77	77	65	- 111	956	290	1152

TABLEAU V
 =====

ESTIMATION DE REDUCTION DU TEMPS DE CALCUL
POUR LA METHODE DE SYNTHESE QUAND ON CONSIDERE
LA FONCTION $\alpha_k(z)$ CONSTANTE A CHAQUE ETAPE
(COEUR 3 - Maillage dit "77x77x65")

k	l(k)	OPERATION EFFECTUEE	ANCIEN CAL- CUL TEMPS (s)	NOUVEAU CAL- CUL TEMPS (s)
1	1	Calcul des flux d'essai + 4 itérations	26 20	26 20
2	1	Calcul d'initialisation + 5 itérations	36 19	40 19
2	2	Calcul d'initialisation + 6 itérations	36 15	6 12
2	3	Calcul d'initialisation + 10 itérations	36 24	6 19
2	4	Calcul d'initialisation + 5 itérations	36 16	6 14
3	1	Calcul d'initialisation + 10 itérations	36 65	40 65
3	2	Calcul d'initialisation + 7 itérations	36 27	6 23
3	3	Calcul d'initialisation + 5 itérations	36 22	6 20
3	4	Calcul d'initialisation + 10 itérations	36 36	6 32
4	1	Calcul d'initialisation + 10 itérations	36 97	40 97
4	2	Calcul d'initialisation + 8 itérations	35 47	6 43
4	3	Calcul d'initialisation + 10 itérations	36 66	6 61
4	4	Calcul d'initialisation + 6 itérations	36 44	6 41
T O T A L			956	669
			Réduction = 287 (30%)	

TABLEAU VI
=====

FORMATION DE LA BASE SPECTRALE AVEC
DES SPECTRES "EXACTS" A 25 GROUPES
(COEUR_3_en_concept_hétérogène)

SPECTRE (N ^{os})	MILIEU CONSIDERE (N ^{os})	BASE D'ORIGINE SPECTRES DE N ^{os}	DISTANCE	BASE FORMEE SPECTRE DE N ^{os}
1	Couverture interne (3)	-	-	1
4	Barre de Contrôle (4)	1	0.324	1 et 4
31	Couvert. Externe (5)	1 et 4	0.322	1, 4 et 31
14	Coeur Externe (2)	1, 4 et 31	0.115	1, 4, 31 et 14
34	Couvert. Externe (5)	1, 4, 31 et 14	0.053 *	1, 4, 31, 14 & 34

* Les spectres dont les distances sont ≤ 0.053 sont considérés à l'intérieur de la base spectrale formée.

TABLEAU VII
=====

FORMATION DE LA BASE SPECTRALE AVEC
DES SPECTRES "APPROCHES" A 25 GROUPES
(COEUR_3_en_concept_hétérogène)

SPECTRE (N ^{os})	MILIEU CONSIDERE	BASE D'ORIGINE SPECTRES DE N ^{os}	DISTANCE	BASE FORMEE SPECTRE DE N ^{os}
3	Couverture Interne	-	-	3
17	Coeur Externe	3	0.461	3 et 17
20	Couvert. Externe	3 et 17	0.188	3, 17 et 20
7	Barre de Contrôle	3, 17 et 20	0.145	3, 17, 20 et 7
7	Barre de Contrôle	3, 17, 20 et 7	0.057 *	3, 17, 20 et 7

* Les spectres dont les distances sont ≤ 0.057 sont considérés à l'intérieur de la base spectrale formée.

TABLEAU VIII
=====

COMPARAISON AU NIVEAU INFORMATIQUE DE LA METHODE DE SYNTHÈSE
ITERATIVE PAR DEFLATION EN ESPACE ET ENERGIE AVEC LA METHODE
AUX DIFFERENCES FINIES EN THEORIE MULTIGROUPE

(COEUR_R1 / Couverture UO₂-Na)
(Machine C58 - CADARACHE)

METHODE	MAILLAGE	N ^{os} GROUPEs	ENCOM- BREMENT (K)	TEMPS DE CALCUL (s)	COUT D'EXECUTION (F)
<i>Diff. Finies</i>	41 x 41	25	900	300	1200
<i>Synthèse</i>	41 x 41	25	150	42	170

TABLEAU IX
=====

COMPARAISON AU NIVEAU INFORMATIQUE DE LA METHODE DE SYNTHÈSE
ITERATIVE PAR DEFLATION EN ESPACE ET ENERGIE AVEC LA METHODE
AUX DIFFERENCES FINIES EN THEORIE MULTIGROUPE

(COEUR_3_en_concept_hétérogène)
(Machine C58 - CADARACHE)

METHODE	MAILLAGE	N ^{os} GROUPEs	ENCOM- BREMENT (K)	TEMPS DE CALCUL (s)	COUT D'EXECUTION (F)
<i>Diff. Finies</i>	96 x 96	25	1412	1800	5100
<i>Synthèse (spectres "exacts")</i>	96 x 96	25	228	480	688
<i>Synthèse (spectres "approchés")</i>	96 x 96	25	228	660	946

L I S T E D E S F I G U R E S

	<u>PAGES</u>
<u>FIGURE 1</u> : "COEUR 3" - CONCEPT HETEROGENE EN GEOMETRIE XYZ	102
<u>FIGURE 2</u> : CHOIX DE LA DEUXIEME FONCTION D'ESSAI	103
<u>FIGURE 2BIS</u> : CHOIX DE LA TROISIEME FONCTION D'ESSAI	103
<u>FIGURE 3</u> : EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE DE SYNTHESE EN FONCTION DU NOMBRE D'ITERATIONS PAR RAPPORT A CELLES DONNEES PAR ELEMENTS FINIS SOUS L'EFFET DU MAILLAGE	104
<u>FIGURE 4</u> : SYSTEME "COEUR R1-COUVERTURE EN UO_2-Na " EN GEOMETRIE PLANE	105
<u>FIGURE 5</u> : SYNTHESE SPECTRALE DU FLUX DANS LE SYSTEME "COEUR R1-COUVERTURE UO_2-Na " : FONCTIONS $f_1(x)$ ET $f_2(x)$ "EXACTES", OBTENUES A PARTIR DES DISTRIBUTIONS SPATIALES DES TAUX DE REACTION $\langle \sigma F_8, \phi \rangle$ ET $\langle \sigma C_8, \phi \rangle$	106
<u>FIGURE 6</u> : ORGANIGRAMME GENERAL DU CALCUL DE SYNTHESE ITERATIVE PAR DEFLA- TION EN ESPACE ET ENERGIE	107
<u>FIGURE 7</u> : SYSTEME "COEUR R1-COUVERTURE UO_2-Na " EN GEOMETRIE XY	108
<u>FIGURE 8</u> : SPECTRE DIRECT POINT (1,1) (CENTRE DU COEUR)	109
<u>FIGURE 9</u> : SPECTRE DIRECT POINT (33, 1) (CENTRE DE LA COUVERTURE)	110
<u>FIGURE 10</u> : "COEUR 3" - CONCEPT HETEROGENE EN GEOMETRIE XY	111
<u>FIGURE 11</u> : POSITIONS DE 34 SPECTRES CALCULES A DEUX DIMENSIONS ET CANDIDATS A SPECTRES DE BASE (COEUR-3 HETEROGENE)	112

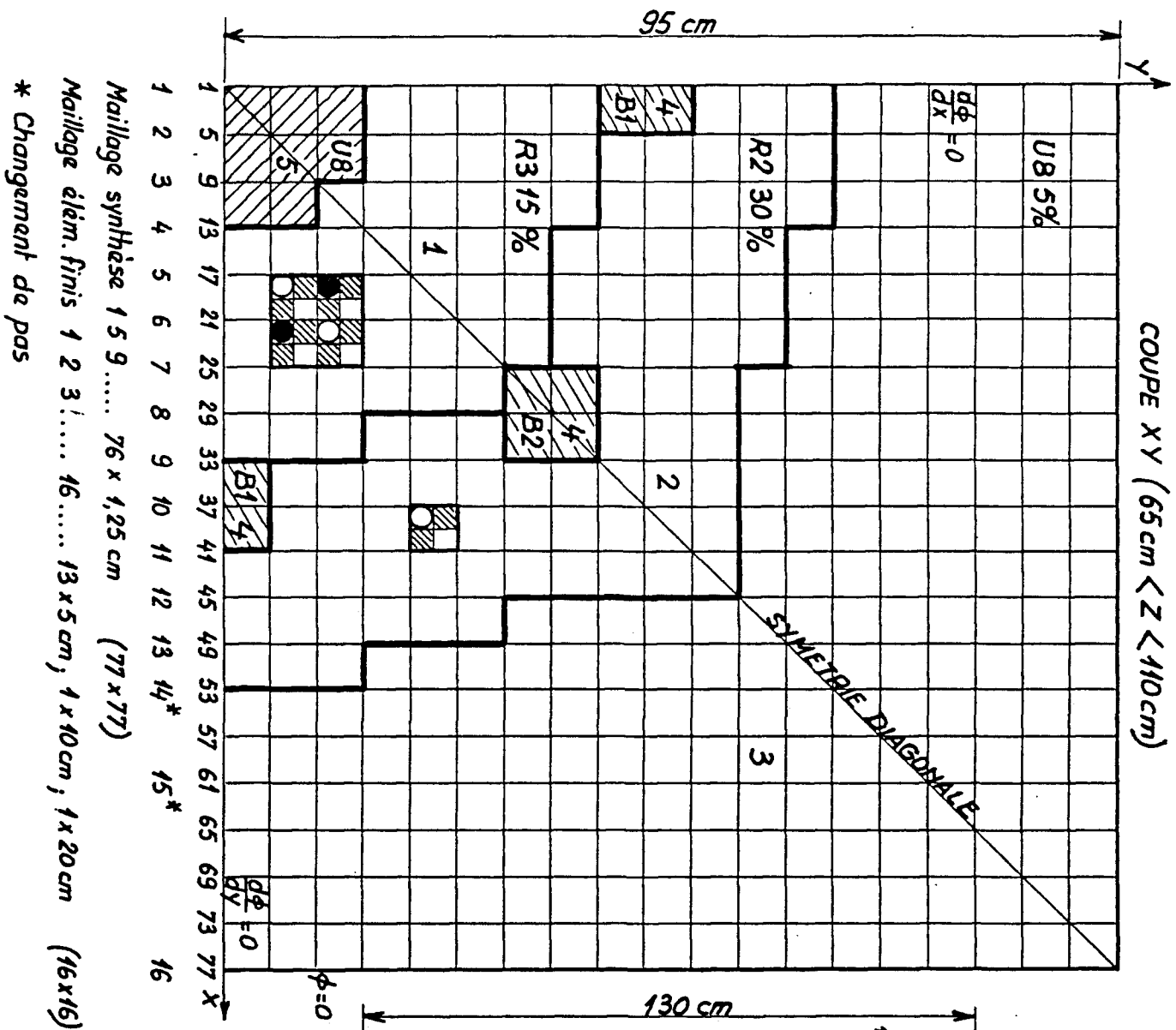
.../...

	<u>PAGES</u>
<u>FIGURE 12</u> : POSITIONS DE 20 SPECTRES CALCULES A UNE DIMENSIONS ET CANDIDATS A SPECTRES DE BASE (COEUR-3 HETEROGENE)	113
<u>FIGURE 13</u> : SPECTRE FLUX DIRECT POINT 1 (LY = 2)	114
<u>FIGURE 14</u> : SPECTRE FLUX DIRECT POINT 1 (LY = 3)	115
<u>FIGURE 15</u> : SPECTRE FLUX DIRECT POINT 1 (LY = 1)	116
<u>FIGURE 16</u> : SPECTRE FLUX DIRECT POINT 28 (LY = 1)	117
<u>FIGURE 17</u> : SPECTRE FLUX DIRECT POINT 81 (LY = 1)	118
<u>FIGURE 18</u> : SPECTRE FLUX DIRECT POINT 23 (LY = 6)	119
<u>FIGURE 19</u> : SPECTRE FLUX DIRECT POINT 36 (LY = 6)	120
<u>FIGURE 20</u> : VARIATION DE L'ECART RELATIF ΔVP EN FONCTION DE LA LARGEUR DE LA BANDE D'AJUSTEMENT SUR LE TAUX DE FISSION EXACT DE L'U 238 .	121
<u>FIGURE 21</u> : AJUSTEMENT POUR LE CALCUL "COEUR R1-COUVERTURE UO_2-Na " AVEC DEUX SPECTRES DE BASE	122
<u>FIGURE 22</u> : AJUSTEMENT SUR LES TAUX DE FISSION DE L'U 238 DANS SIX BANDES COLINEAIRES AUX SPECTRES DE BASE "EXACTS" POUR LE CALCUL DU "COEUR-3"	123
<u>FIGURE 23</u> : AJUSTEMENT SUR LES TAUX DE FISSION DE L'U 238 DANS DEUX BANDES COLINEAIRES AUX SPECTRES DE BASE "APPROCHES" POUR LE CALCUL DU "COEUR-3"	124
<u>FIGURE 24</u> : EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE DE SYNTHESE EN FONCTION DU NOMBRE D'ITERATIONS POUR UN SYSTEME "COEUR R1-COUVERTURE UO_2-Na " CALCULE AVEC DEUX SPECTRES DE BASE	125
<u>FIGURE 25</u> : EVOLUTION DE LA NORME DU TERME DU FLUX DE SYNTHESE EN FONCTION DU NOMBRE D'ITERATIONS POUR UN SYSTEME "COEUR R1-COUVERTURE UO_2-Na " CALCULE AVEC DEUX SPECTRES DE BASE	126
<u>FIGURE 25BIS</u> : suite	127
	.../...

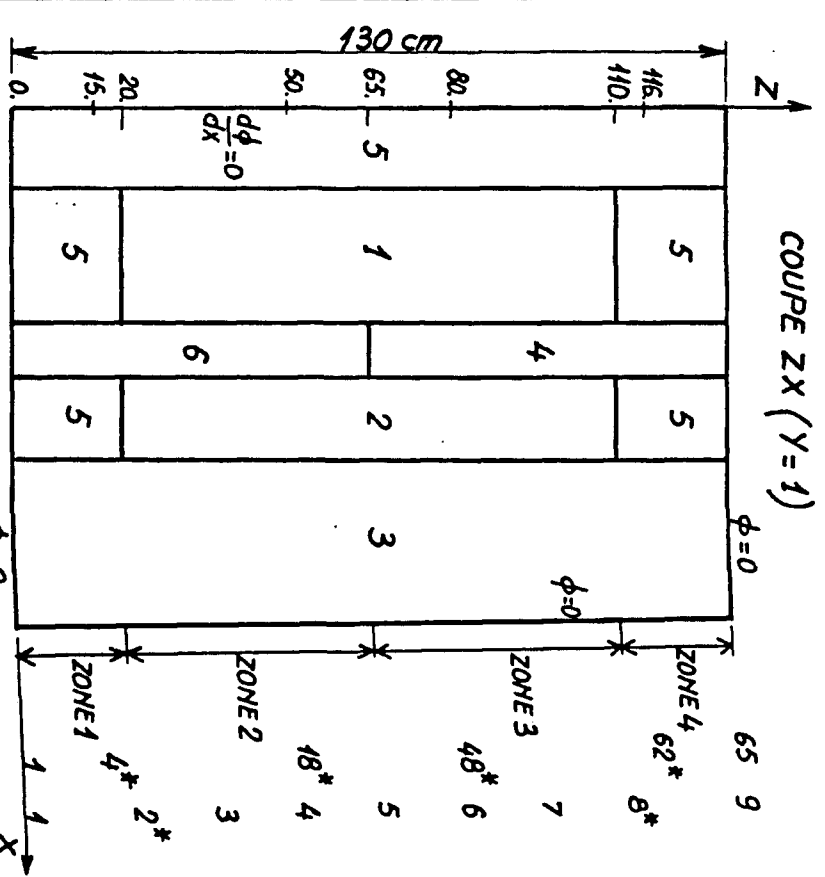
<u>FIGURE 26</u> : ECART EN POURCENTAGE SUR LES PUISSANCES CALCULEES AVEC 10 ITERATIONS	128
<u>FIGURE 27</u> : ECART EN POURCENTAGE SUR LES CAPTURES CALCULEES AVEC 10 ITERATIONS	129
<u>FIGURE 28</u> : ECART EN POURCENTAGE SUR LES PUISSANCES CALCULEES AVEC 21 ITERATIONS	130
<u>FIGURE 29</u> : ECART EN POURCENTAGE SUR LES PUISSANCES CALCULEES AVEC 25 ITERATIONS	131
<u>FIGURE 30</u> : ECART EN POURCENTAGE SUR LES PUISSANCES CALCULEES AVEC 10 ITERATIONS	132
<u>FIGURE 31</u> : ECART EN POURCENTAGE SUR LES PUISSANCES CALCULEES AVEC 21 ITERATIONS	133
<u>FIGURE 32</u> : ECART EN POURCENTAGE SUR LES PUISSANCES CALCULEES AVEC 25 ITERATIONS	134
<u>FIGURE 33</u> : ECART EN POURCENTAGE SUR LES CAPTURES CALCULEES AVEC 10 ITERATIONS	135
<u>FIGURE 34</u> : EVOLUTION DE LA VALEUR PROPRE DE SYNTHESE EN FONCTION DU NOMBRE D'ITERATIONS POUR LE SYSTEME "COEUR 3" EN CONCEPT HETEROGENE ...	136
<u>FIGURE 35</u> : EVOLUTION DE LA NORME DU TERME DU FLUX DE SYNTHESE EN FONCTION DU NOMBRE D'ITERATIONS POUR LE "COEUR 3" EN CONCEPT HETEROGENE CALCULE AVEC 4 SPECTRES DE BASE "EXACTS"	137
<u>FIGURE 36</u> : EVOLUTION DE LA NORME DU TERME DU FLUX DE SYNTHESE EN FONCTION DU NOMBRE D'ITERATIONS POUR LE "COEUR 3" EN CONCEPT HETEROGENE CALCULE AVEC 3 SPECTRES DE BASE "APPROCHES"	138
<u>FIGURE 37</u> : COMPARAISON SYNDEE-CODI 2 - CALCUL AVEC 4 SPECTRES "EXACTS" - ECARTS EN POURCENTAGE SUR LES PUISSANCES CALCULEES AVEC 17 ITERATIONS	139

<u>FIGURE 38</u> : COMPARAISON SYNDEE-CODI 2 - CALCUL AVEC 4 SPECTRES "EXACTS" - ECART EN POURCENTAGE SUR LES CAPTURES CALCULEES AVEC 17 ITERA- TIONS	140
<u>FIGURE 39</u> : COMPARAISON SYNDEE-CODI 2 - CALCUL AVEC 3 SPECTRES DE CODI 1 - ECART EN POURCENTAGE SUR LES PUISSANCES CALCULEES AVEC 20 ITE- RATIONS	141
<u>FIGURE 40</u> : COMPARAISON SYNDEE-CODI 2 - CALCUL AVEC 3 SPECTRES DE CODI 1 - ECART EN POURCENTAGE SUR LES CAPTURES CALCULEES AVEC 20 ITERA- TIONS	142

(SYNDEE : Code de SYNthèse itérative par Déflation en Espace et Energie)



COUPE XY (65 cm < Z < 110 cm)



COUPE ZX (Y = 1)

Maillage synthèse 1 5 9..... 76 x 1,25 cm (77 x 77)

Maillage élém. finis 1 2 3..... 16..... 13 x 5 cm, 1 x 10 cm, 1 x 20 cm (16 x 16)

* Changement de pas

FIG. 1 - "CŒUR 3" CONCEPT HETEROGENE EN GEOMETRIE EN GEOMETRIE XYZ

- 1. Cœur interne
- 2. Cœur externe
- 3. Couverture radiale
- 4. Barre B_γC
- 5. Couverture infame et axiale
- 6. Sodium

- U 15% ou 30%
- U app.
- ▨ Sodium
- Fe₂O₃

Découpage synthèse 1 4* 18* 48* 62* 65
 Découpage élém. finis 1 2* 3 4 5 6 7 8* 9

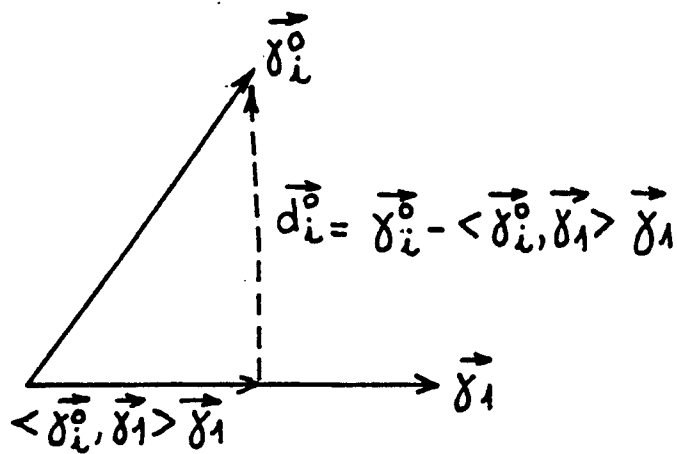


Fig.2 - Choix de la deuxième fonction d'essai

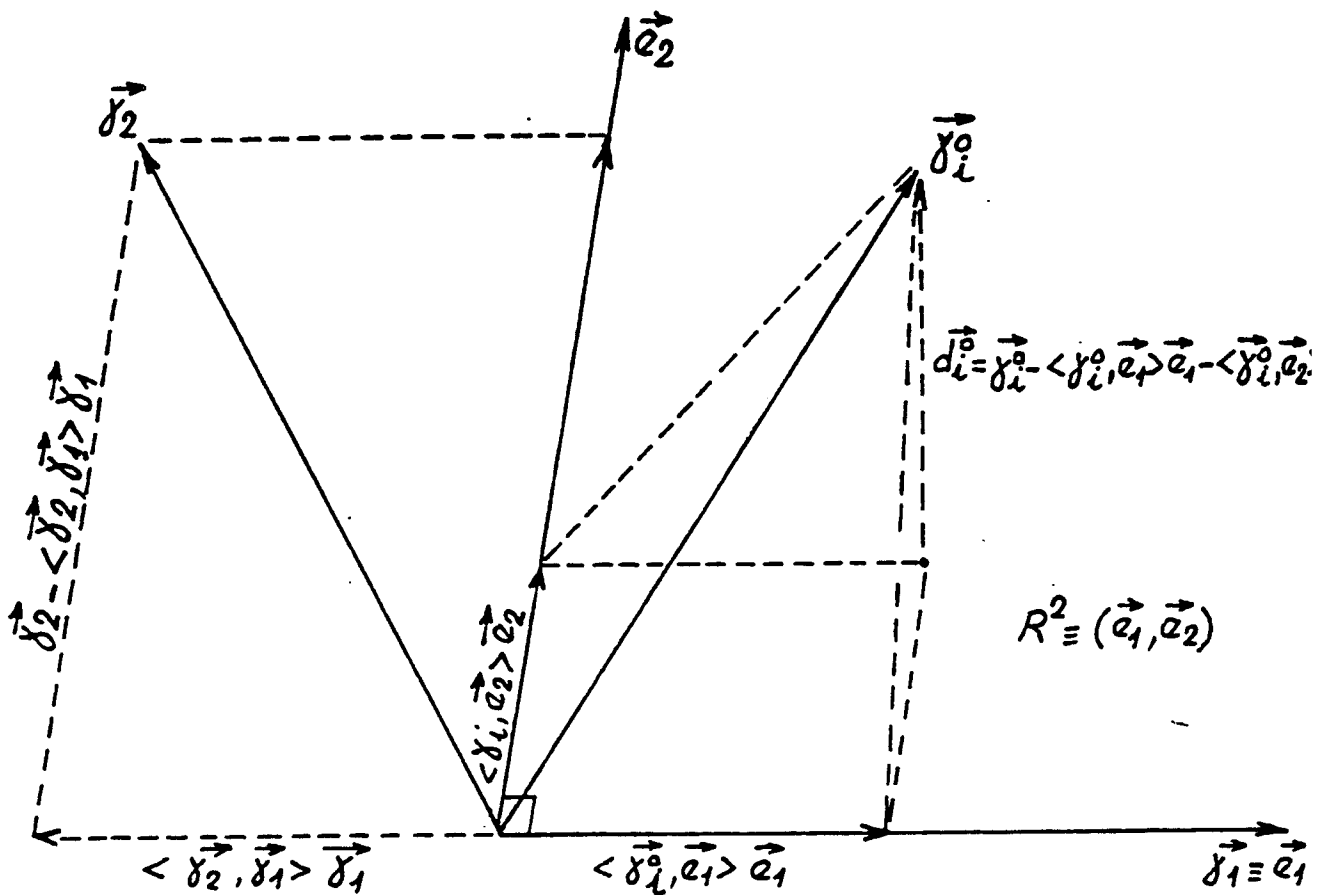


Fig.2 bis - Choix de la troisième fonction d'essai

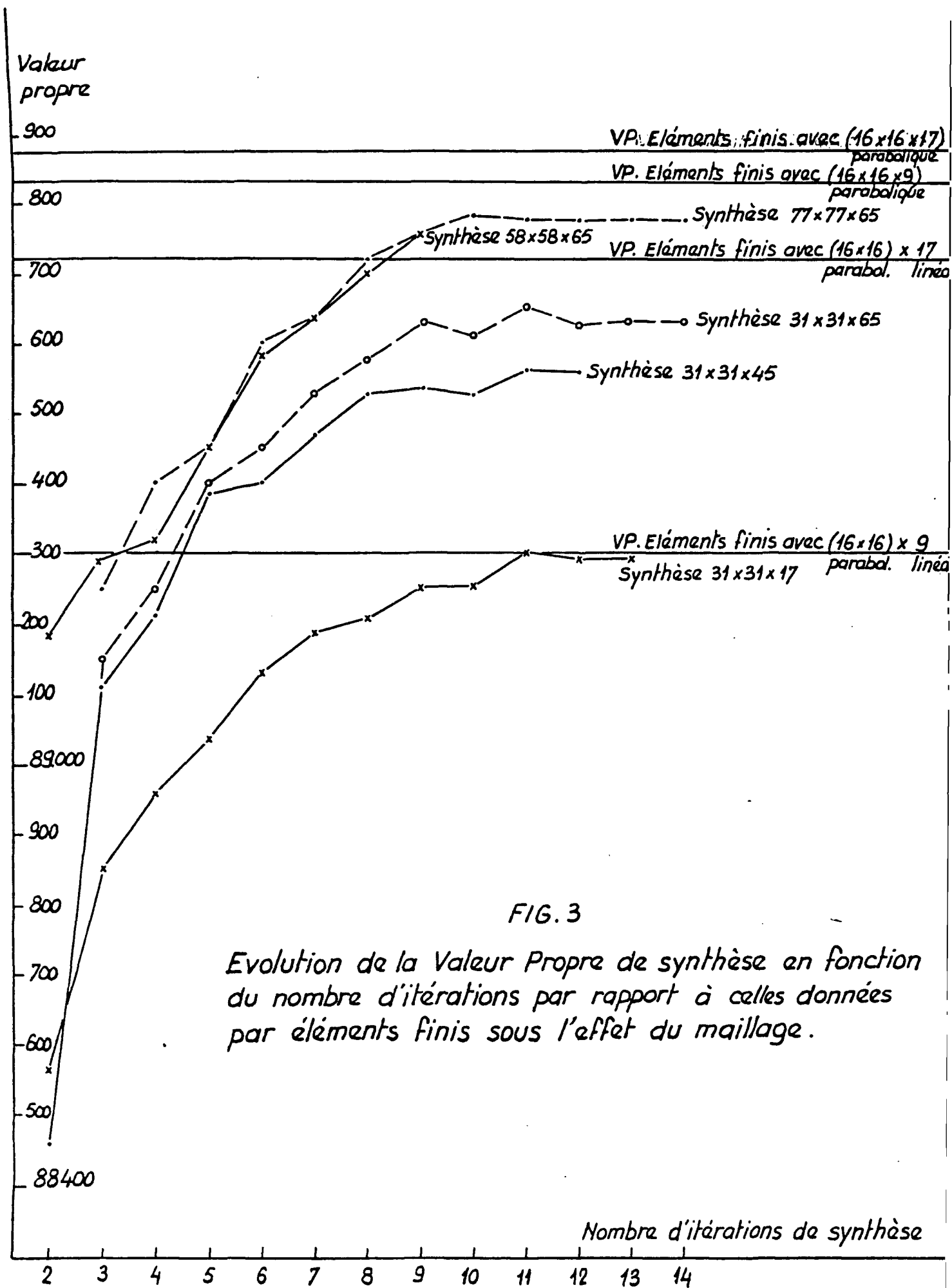


FIG. 3

Evolution de la Valeur Propre de synthèse en fonction du nombre d'itérations par rapport à celles données par éléments finis sous l'effet du maillage.

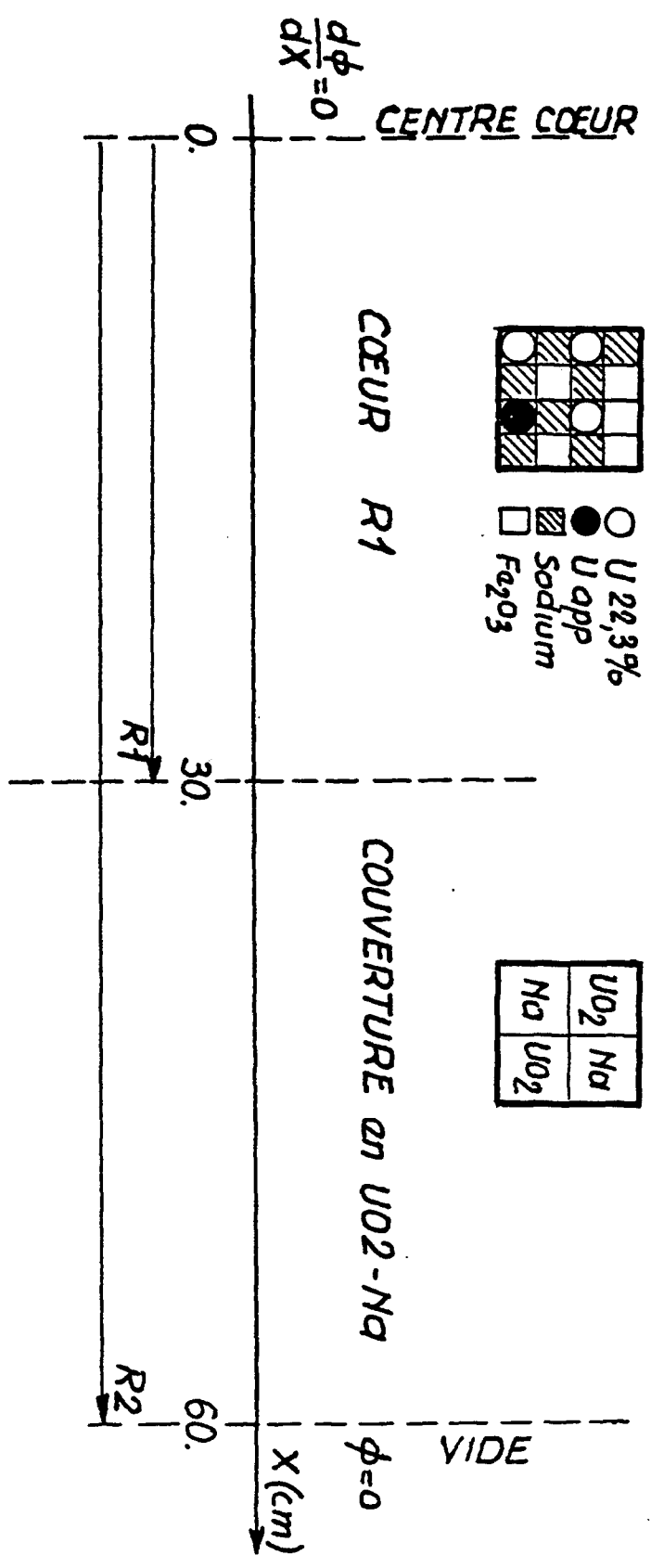


Fig. 4. Système Cœur R1 - Couverture en UO₂-Na

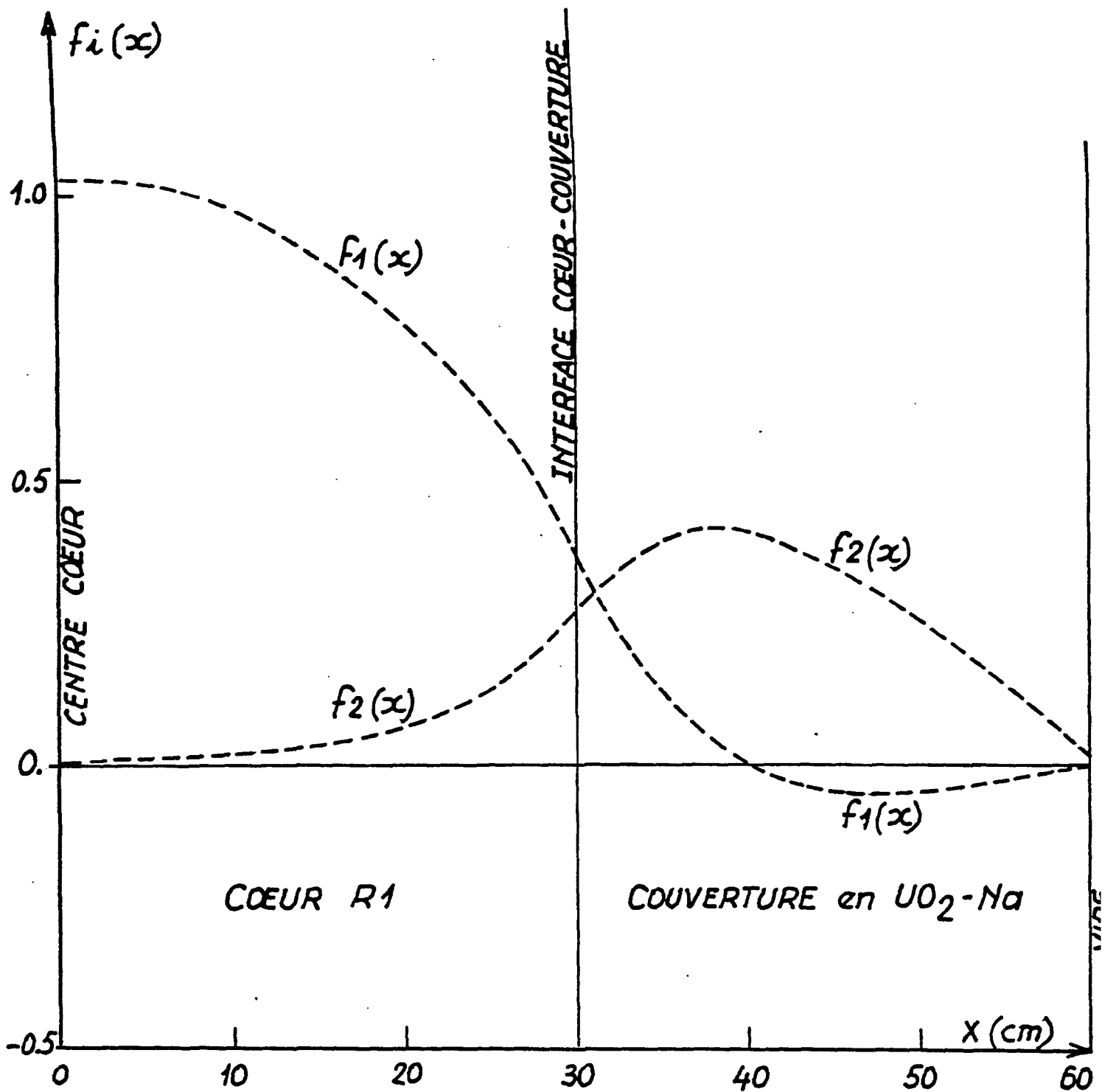


Fig-5. Synthèse spectrale du flux dans le système
COEUR R1-COUVERTURE en UO_2-Na ;
fonctions $f_1(x)$ et $f_2(x)$ "exactes", obtenues à partir
des distributions spatiales des taux de réaction
 $\langle \sigma_{f_8}, \phi \rangle$ et $\langle \sigma_{c_8}, \phi \rangle$

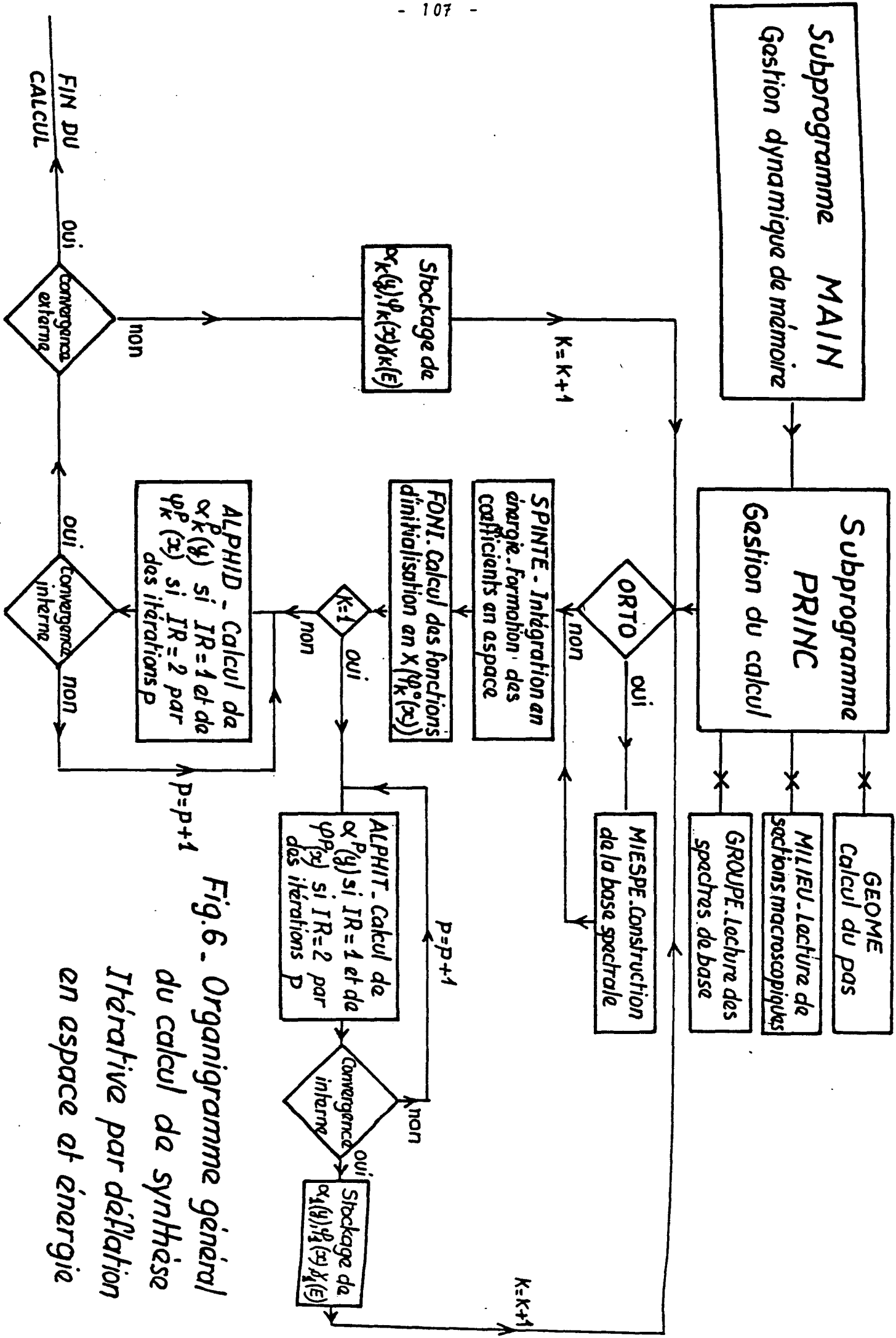


Fig.6. Organigramme général
du calcul de synthèse
Itérative par déflation
en espace et énergie

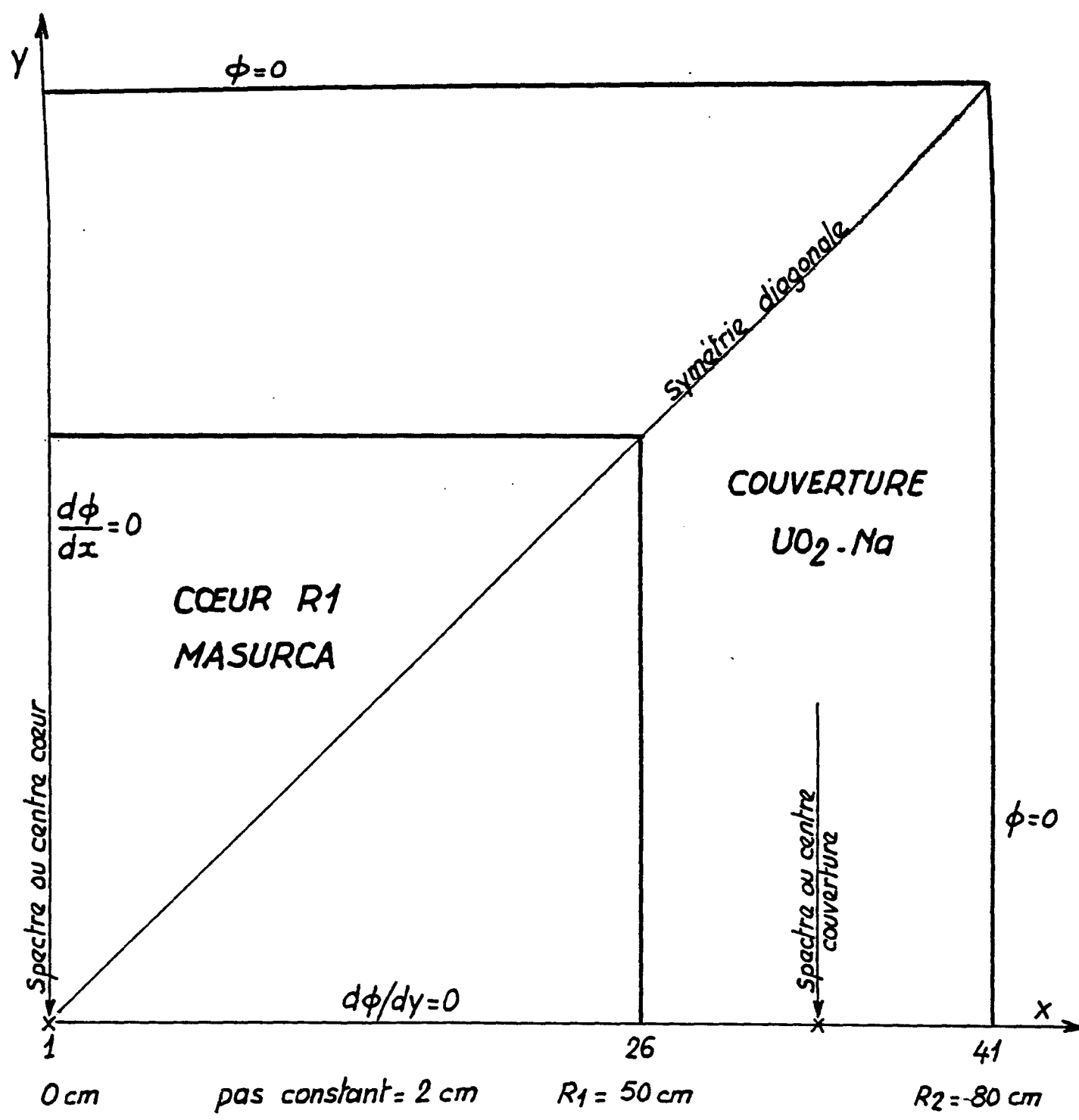


Fig. 7. Système COEUR-R1- COUVERTURE UO_2-Na
en Géométrie XY

SPECTRES FLUX DIRECT CODI2 SYSTEME COEUR R1/COUVERTURE UO2NA

■ SPECTRE DIRECT POINT (1,1) (CENTRE COEUR)

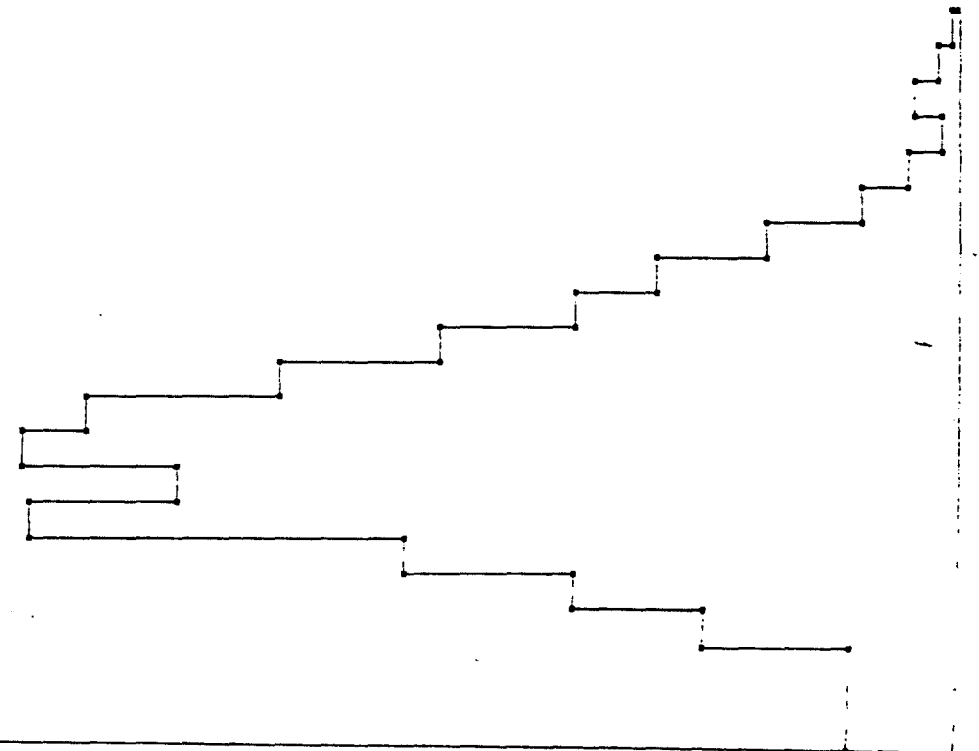
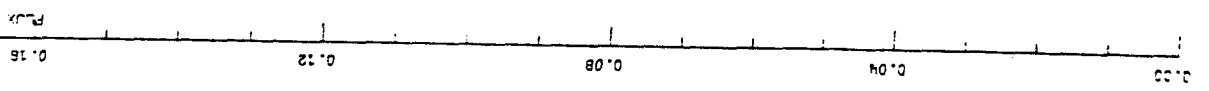
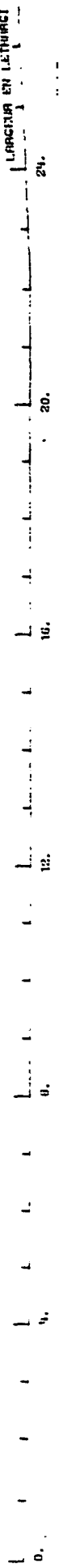
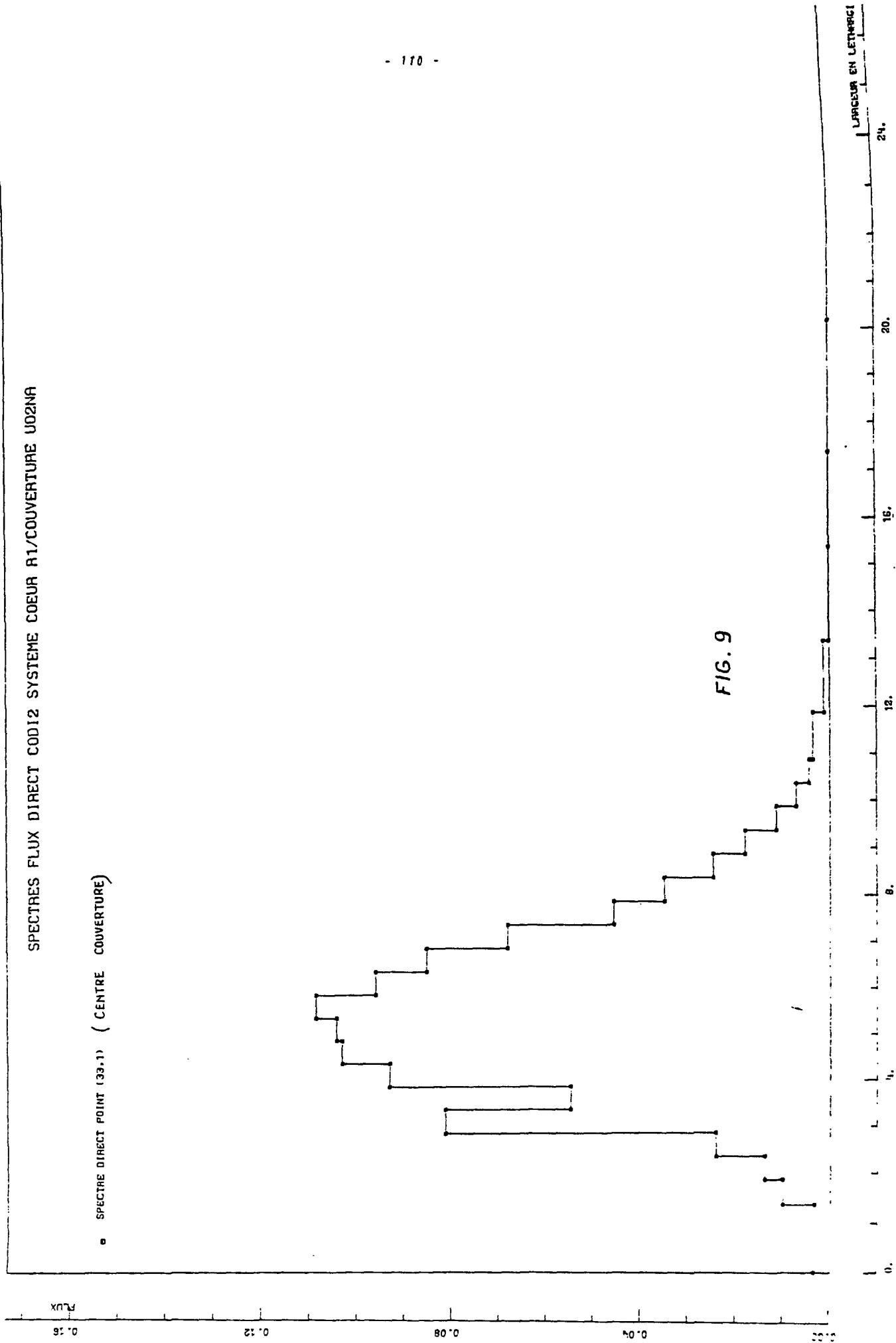
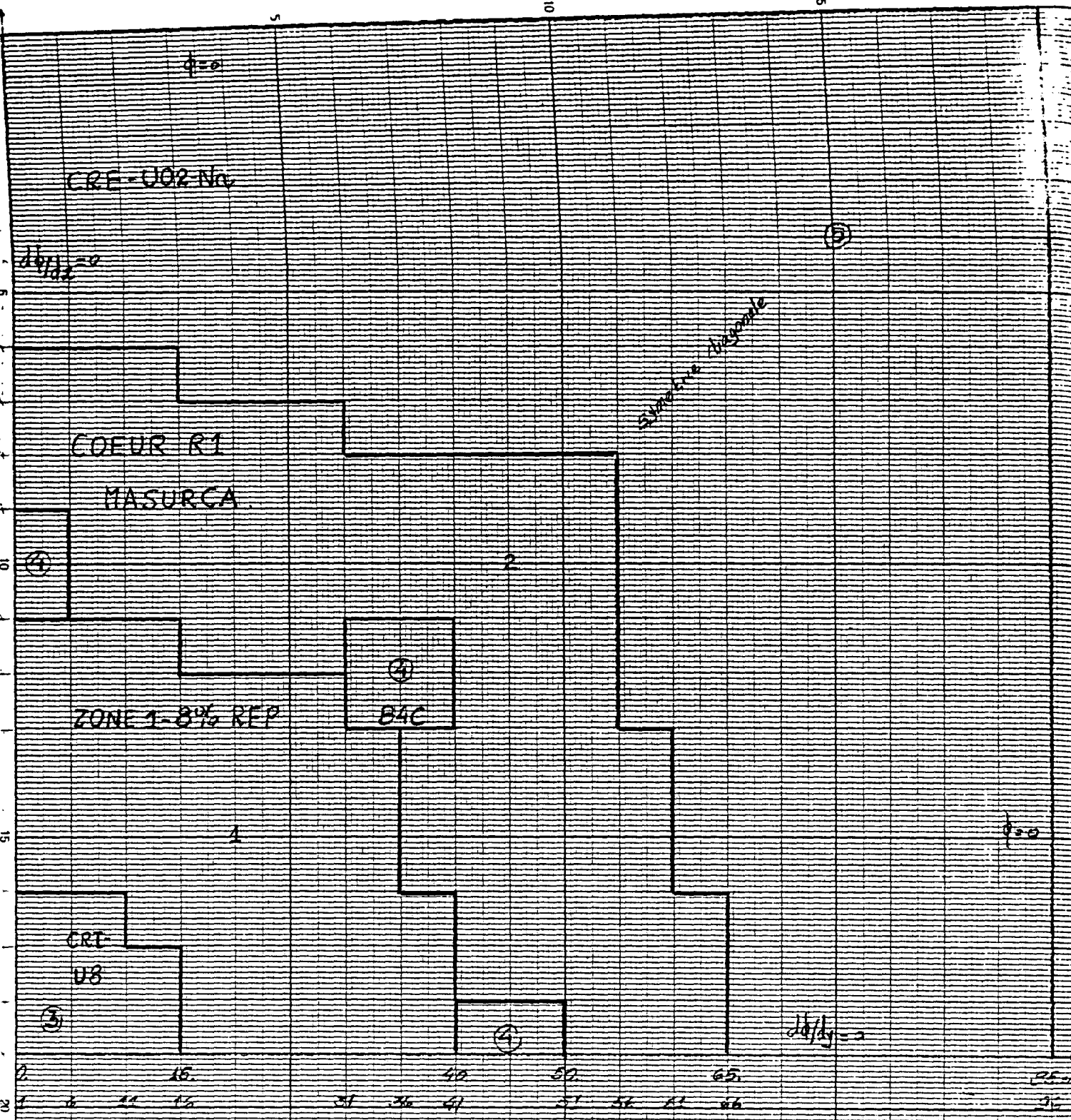


FIG. 8



SPECTRES FLUX DIRECT CODI2 SYSTEME COEUR R1/COUVERTURE UD2NA





Maille : 9,5 x 9,5 cm (36 points) suivant X et Y

12 interfaces de milieu : 1 6 11 16 31 36 41 51 56 61 66 76

Fig. 10. "COEUR 3"
Concept hétérogène en Géométrie XY

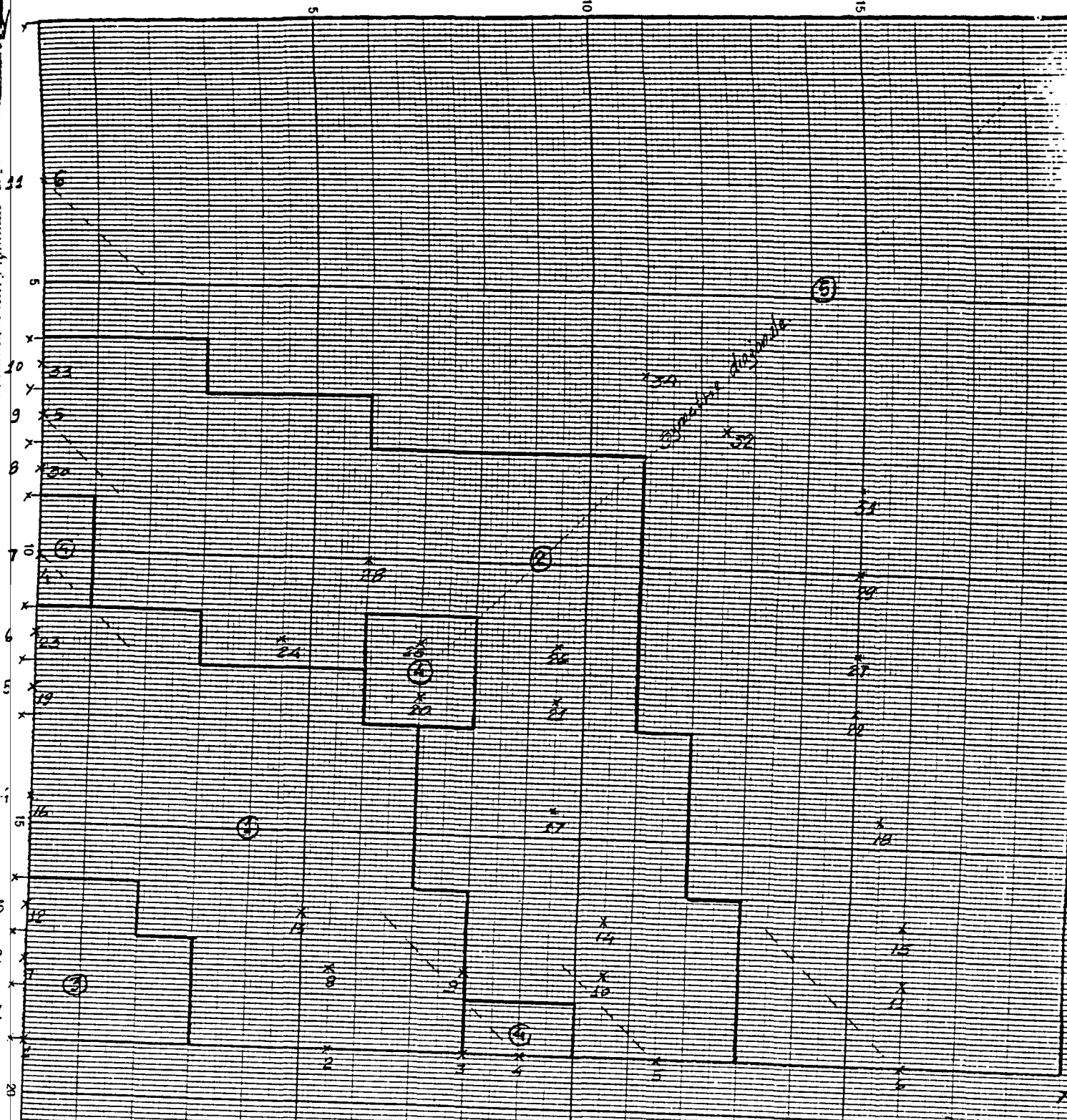


Fig. 11
 Positions de 34 spectres calculés à deux dimensions
 et candidats à spectres de base (CŒUR-3 hétérogène)

SPECTRES DIRECTS COEUR 3 AVEC CODI-1 DANS LY=2

• SPECTRE FLUX DIRECT POINT 1
--- SPECTRE FLUX DIRECT EXACT

Flux

0.16
0.12
0.08
0.04
0.00

0.

4.

8.

12.

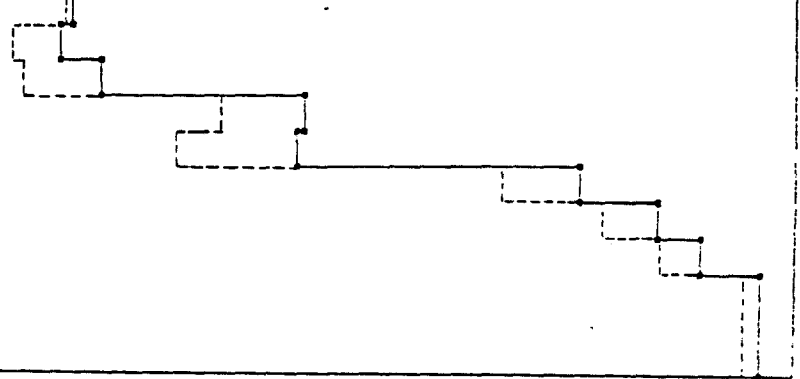
16.

20.

24.

LARGEUR EN LETHERGCI

FIG.13



SPECTRES DIRECTS COEUR 3 AVEC COOI-1 DANS LY=3

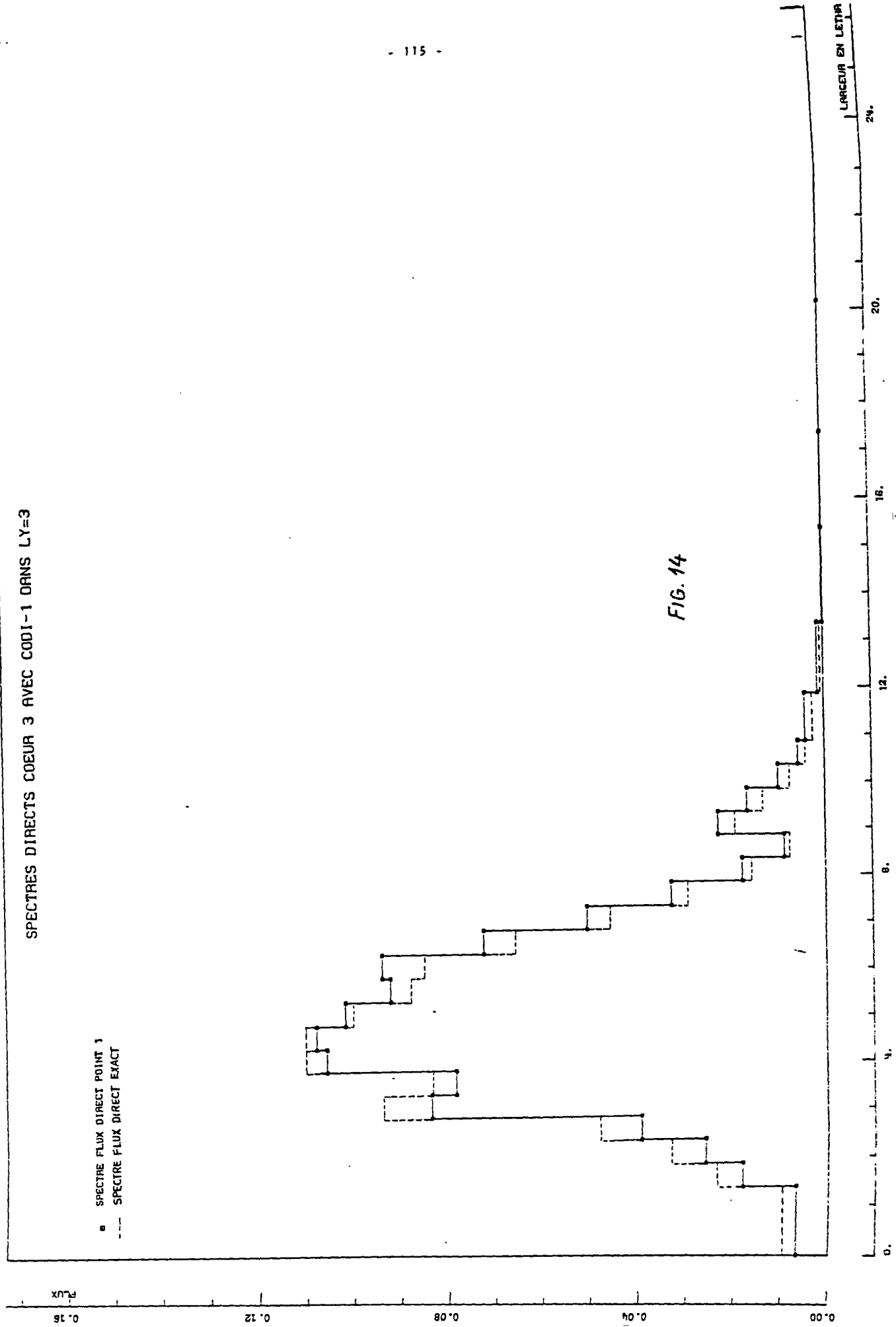


FIG. 14

SPECTRES DIRECTS COEUR 3 AVEC CODI-1 DANS LY=1

Flux
0.16
0.12
0.08
0.04
0.00

■ SPECTRE FLUX DIRECT POINT 1
--- SPECTRE FLUX DIRECT EXACT

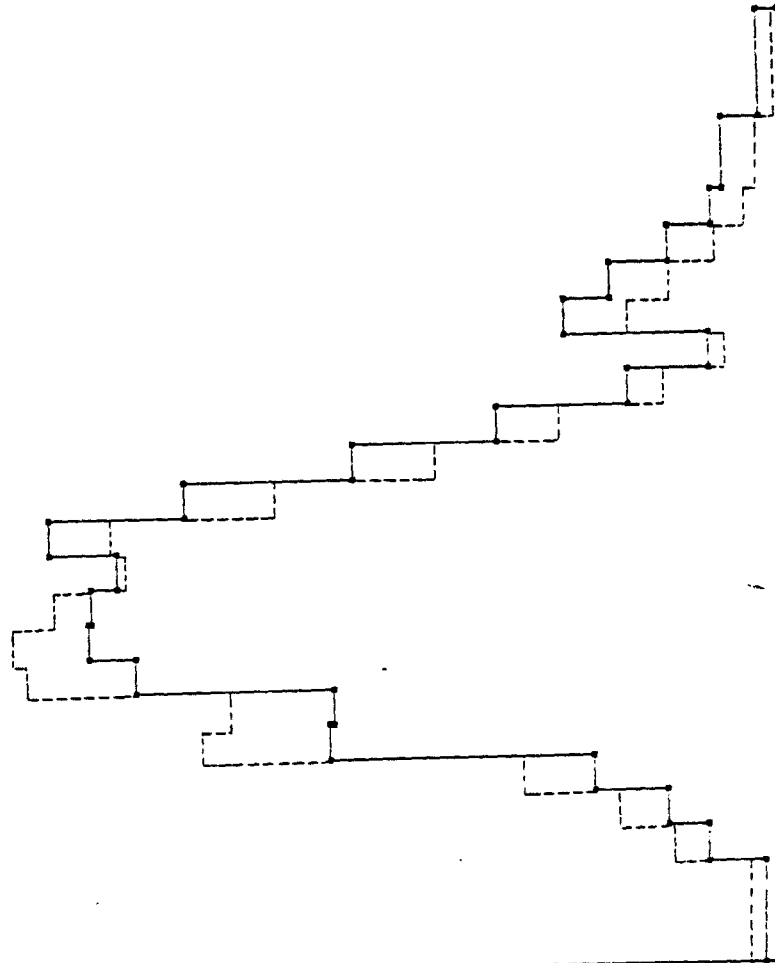


FIG. 15

LARGEUR EN LETIARCI

24.

20.

16.

12.

8.

4.

0.

SPECTRES DIRECTS COEUR 3 AVEC CODI-1 DANS LY=1

■ SPECTRE FLUX DIRECT POINT 28
--- SPECTRE FLUX DIRECT EXACT

Flux
0.16
0.12
0.08
0.04
0.00

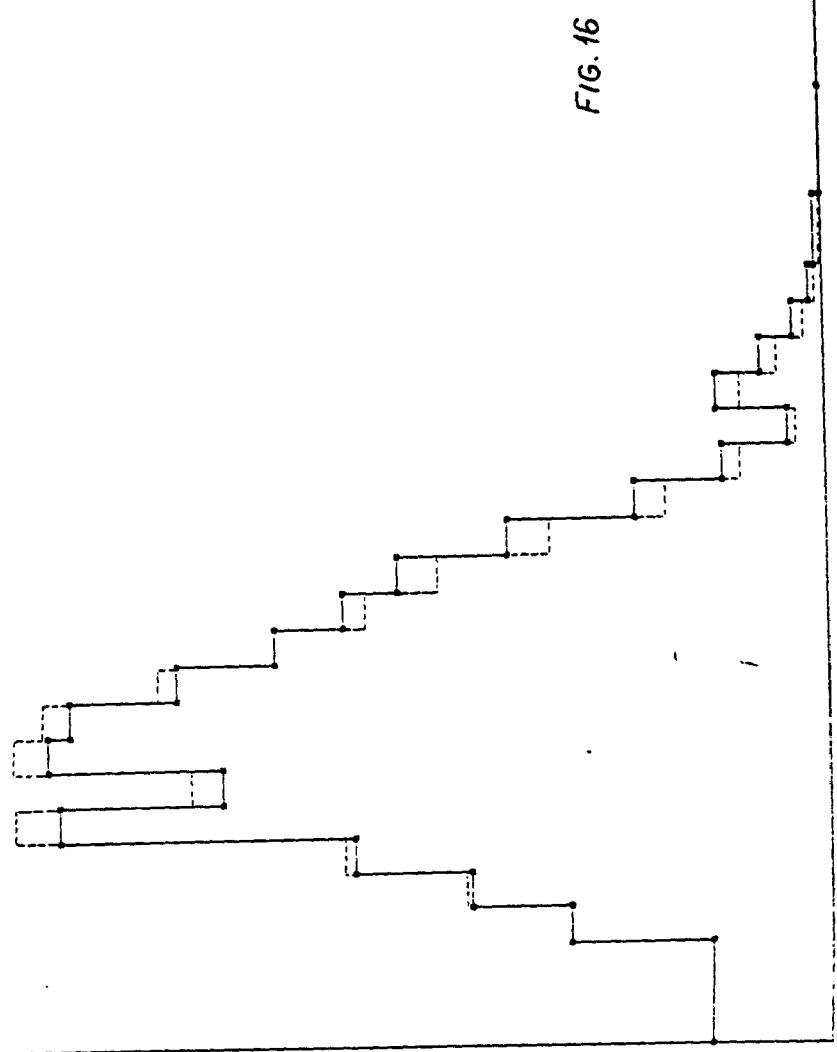


FIG. 16

LARGEUR EN LETTRES

12

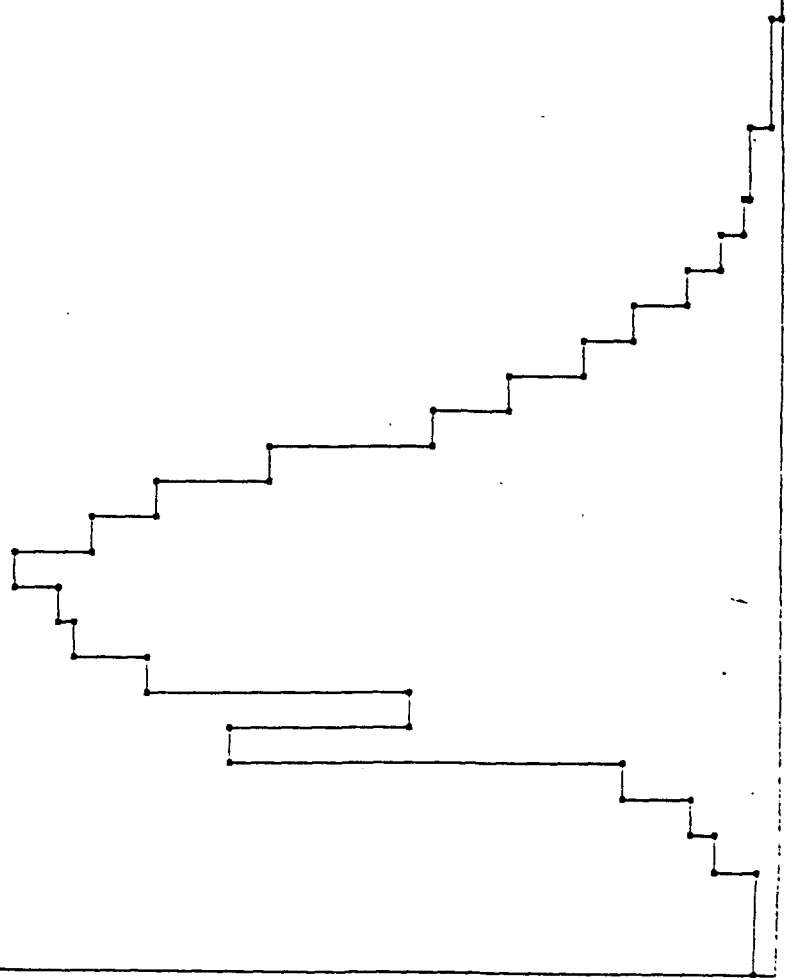
SPECTRES DIRECTS COEUR 3 AVEC CODI-1 DANS LY=1

• SPECTRE FLUX DIRECT POINT 81 ■ SPECTRE FLUX DIRECT EXACT

Flux
0.16
0.12
0.08
0.04
0.00

LARGEUR EN LETTRES
0.
4.
8.
12.
16.
20.
24.

FIG. 17



SPECTRES DIRECTS COEUR 3 AVEC CODI-1 DANS LY=6

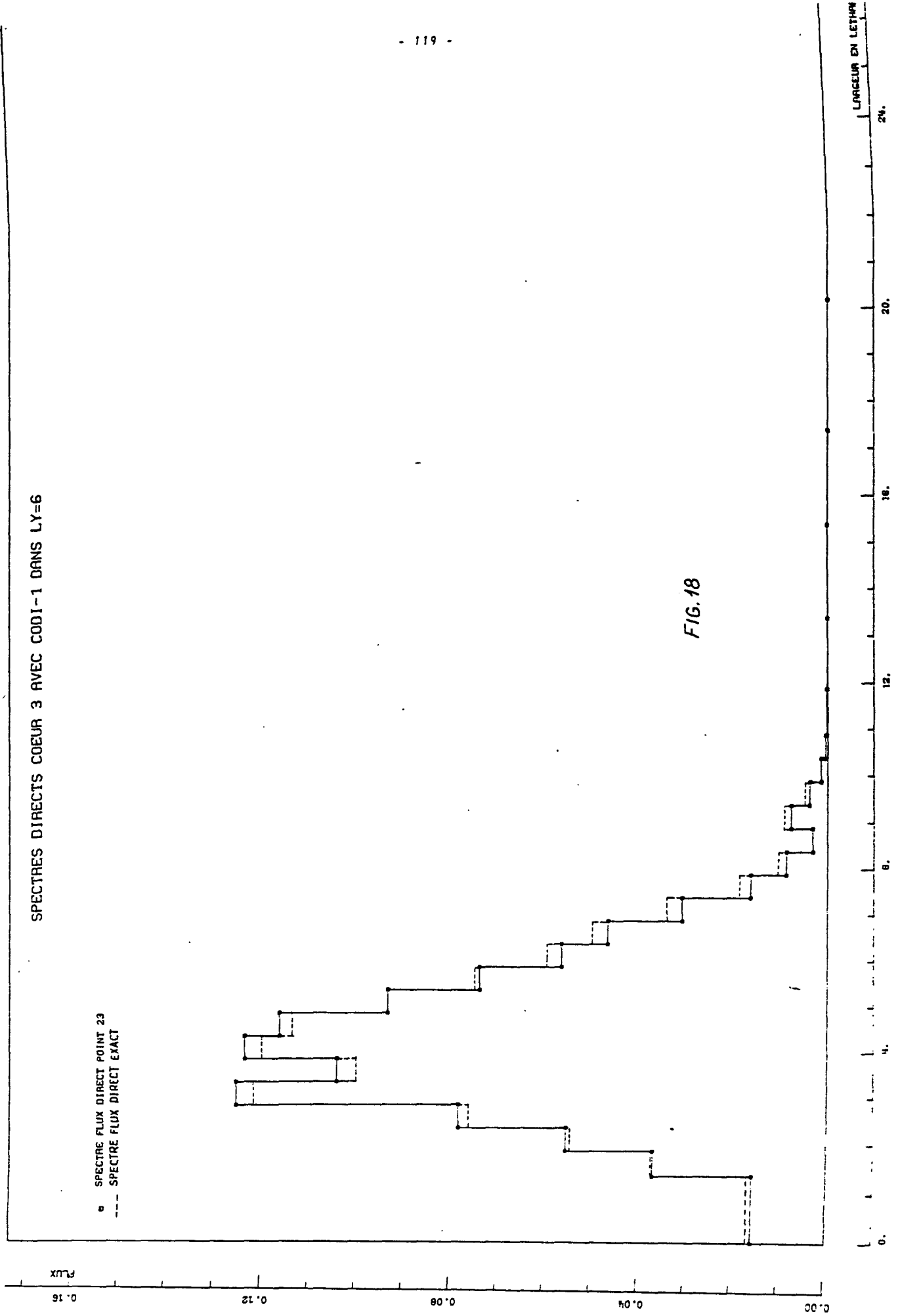


FIG. 18

LARGEUR EN LETHRA
24.
20.
16.
12.
8.
4.
0.

Flux
0.16
0.12
0.08
0.04
0.00

SPECTRES DIRECTS COEUR 3 AVEC CODI-1 DANS LY=6

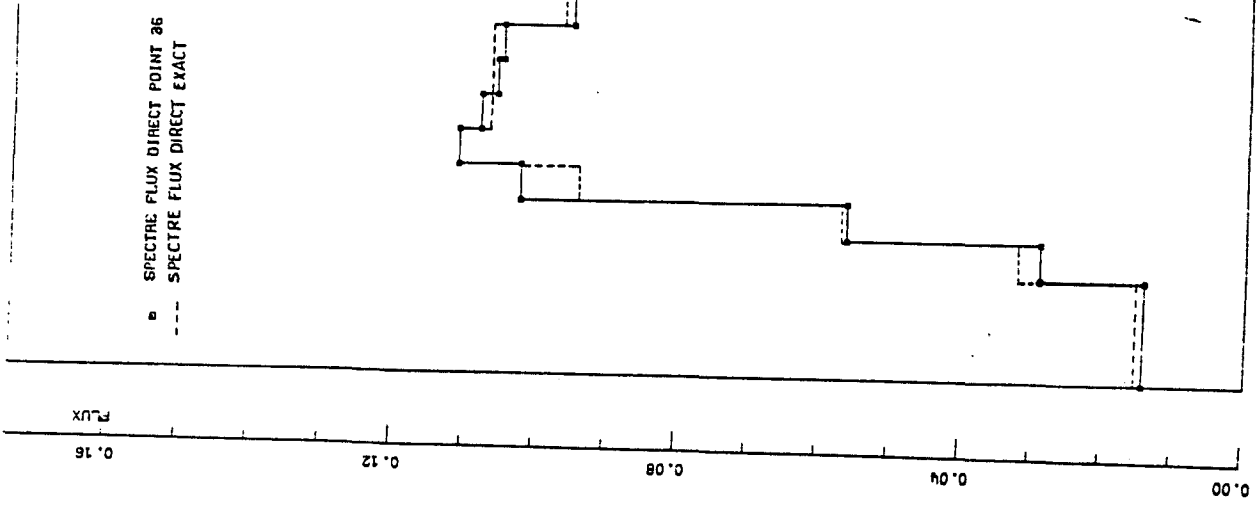


FIG. 19

LARGEUR EN LETTRES
24.
20.
16.
12.
8.
4.
0.

Flux
0.16
0.12
0.08
0.04
0.00

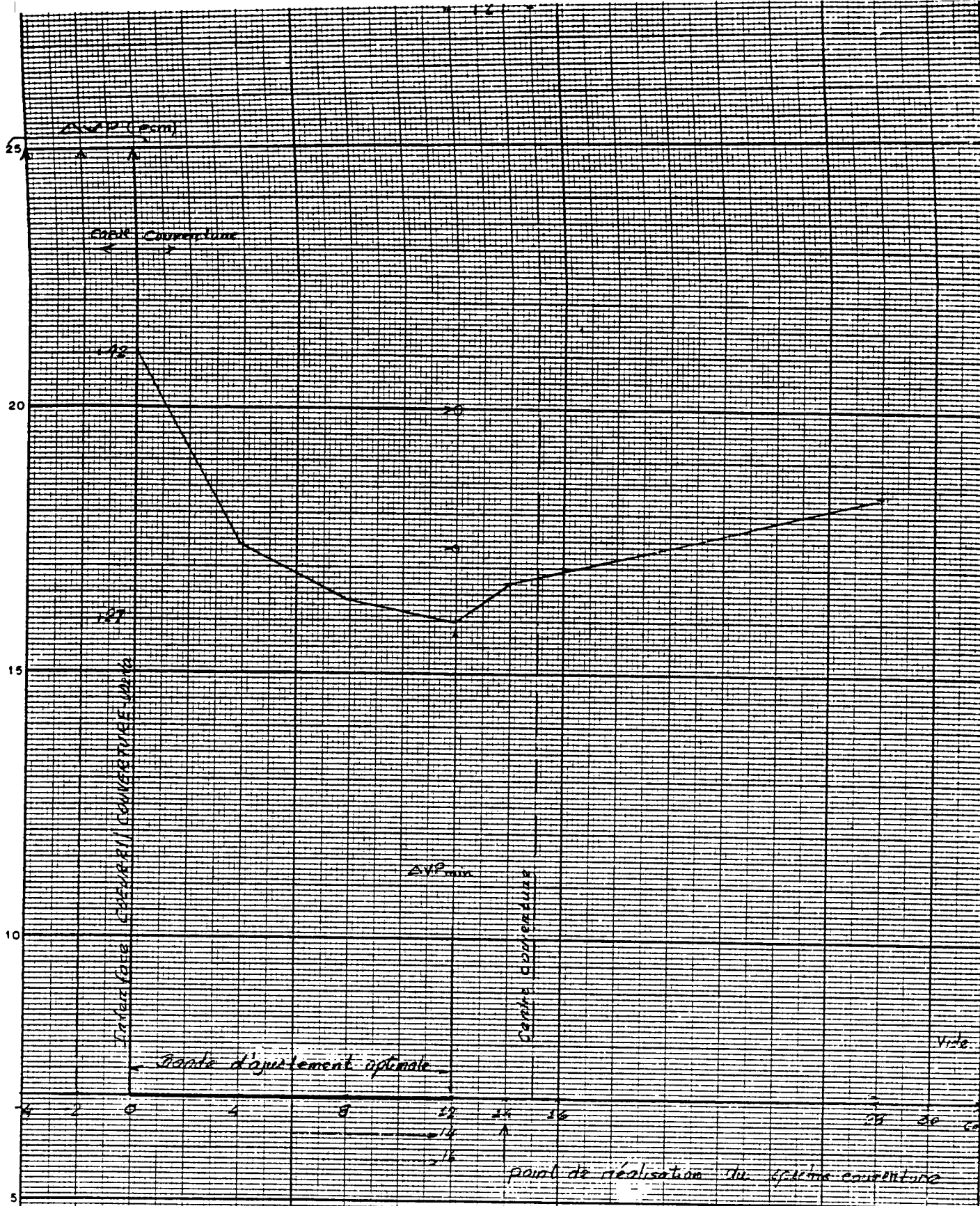


Fig. 20
 Variation de l'écart relatif ΔVP en fonction de la largeur de la bande d'ajustement sur le taux de fission "exact" de l'U238.

CENTRE COEUR

SPECTRE COEUR

COEUR-R1

INTERFACÉ COEUR-COVERTURE

$\sum_{i=1}^n \phi_{i,0}^2$

Bande d'ajustement

DIAPHRAGME DÉPLAÇABLE

COUVERTURE UO₂-NO

CENTRE COUVERTURE

SPECTRE COUVERTURE

Bande d'ajustement. S'étend à partir de l'interface cœur couverture jusqu'au centre de la couverture exclusivement, sur lequel on donne la somme "exacte" des taux de fission de l'UR38

Fig. 21

Ajustement pour le calcul COEUR R1 - COUVERTURE UO₂-NO avec 2 spectres de base

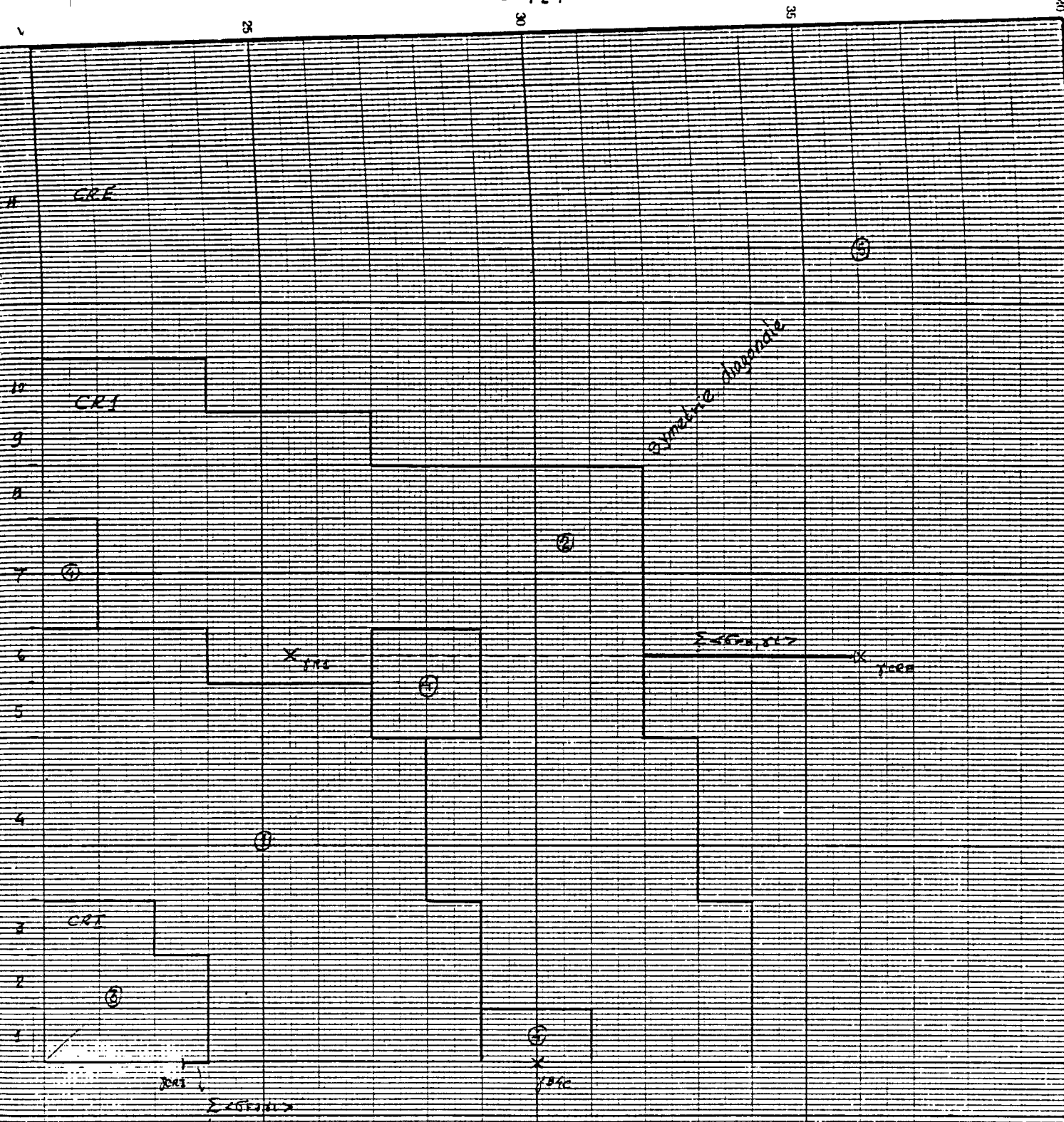


Fig. 23

Ajustements sur les taux de fission de l'U238 dans deux bandes colinéaires aux spectres de base approchés pour le calcul du COEUR-3.

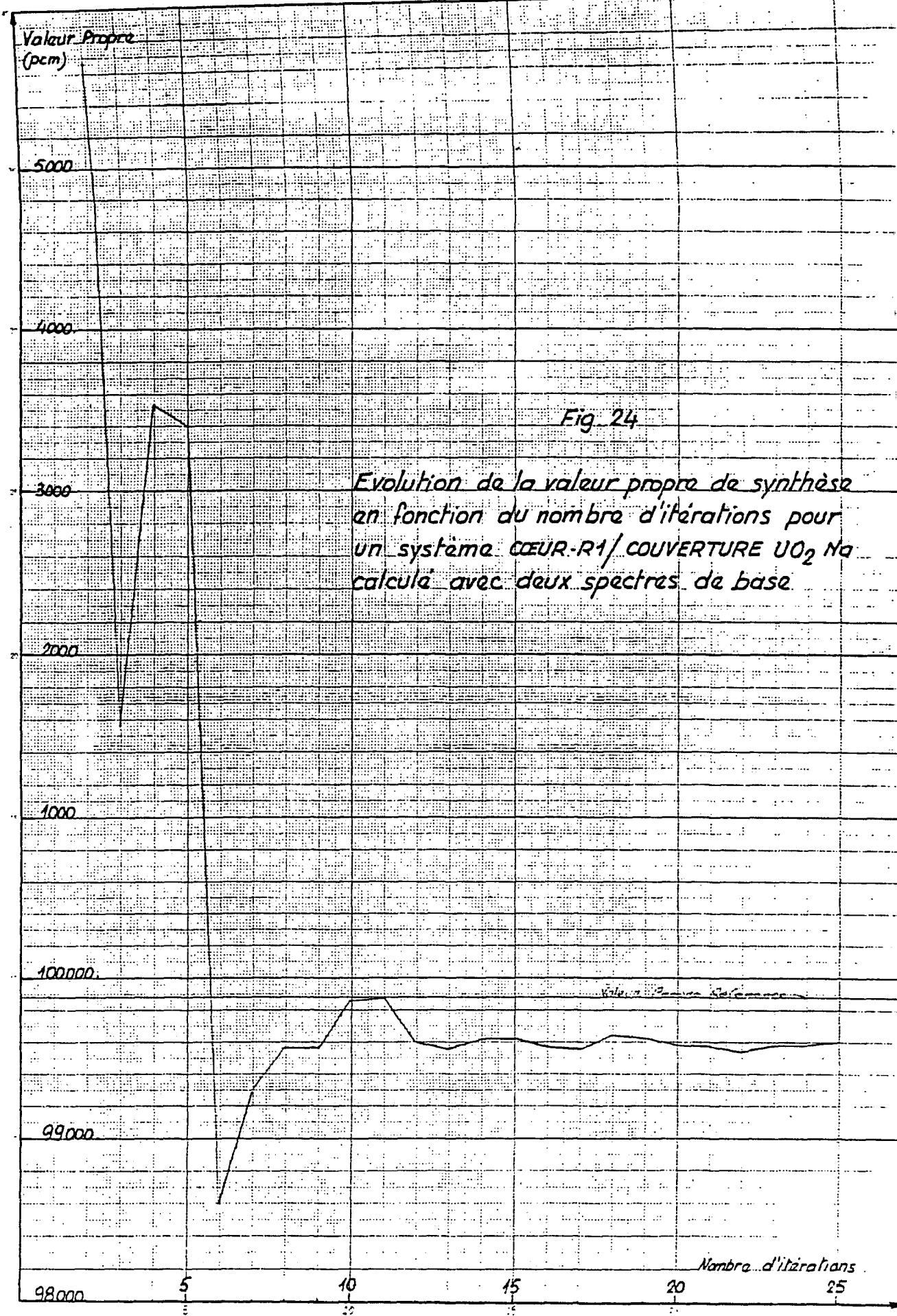


Fig. 24

Evolution de la valeur propre de synthèse en fonction du nombre d'itérations pour un système CŒUR-R1/ COUVERTURE UO₂ Na calculé avec deux spectres de base.

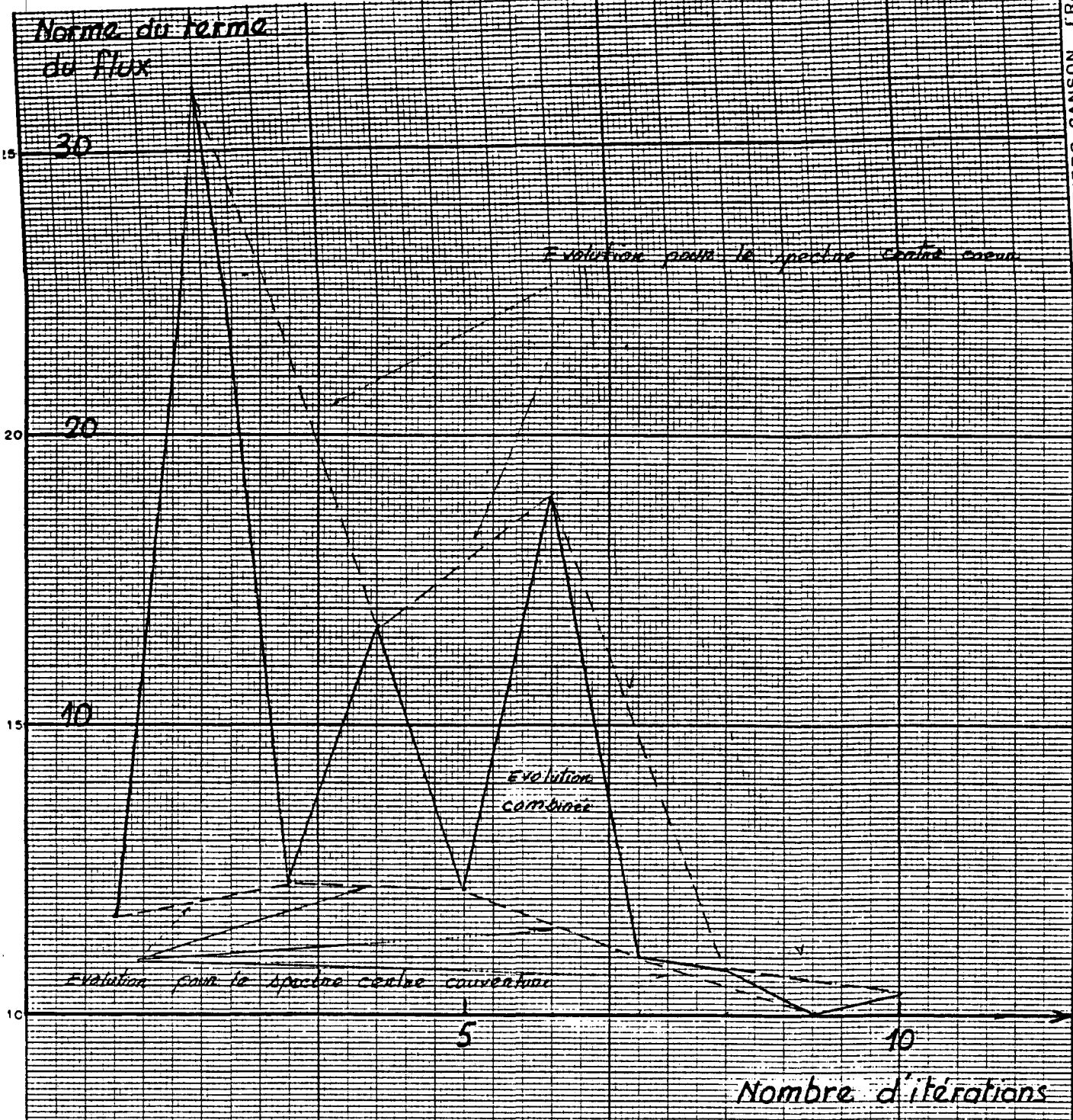


Fig. 25

Evolution de la norme du terme du flux de synthèse en fonction du nombre d'itérations pour un système COEUR-R1/COUVERTURE UO₂-Na calculé avec deux spectres de base

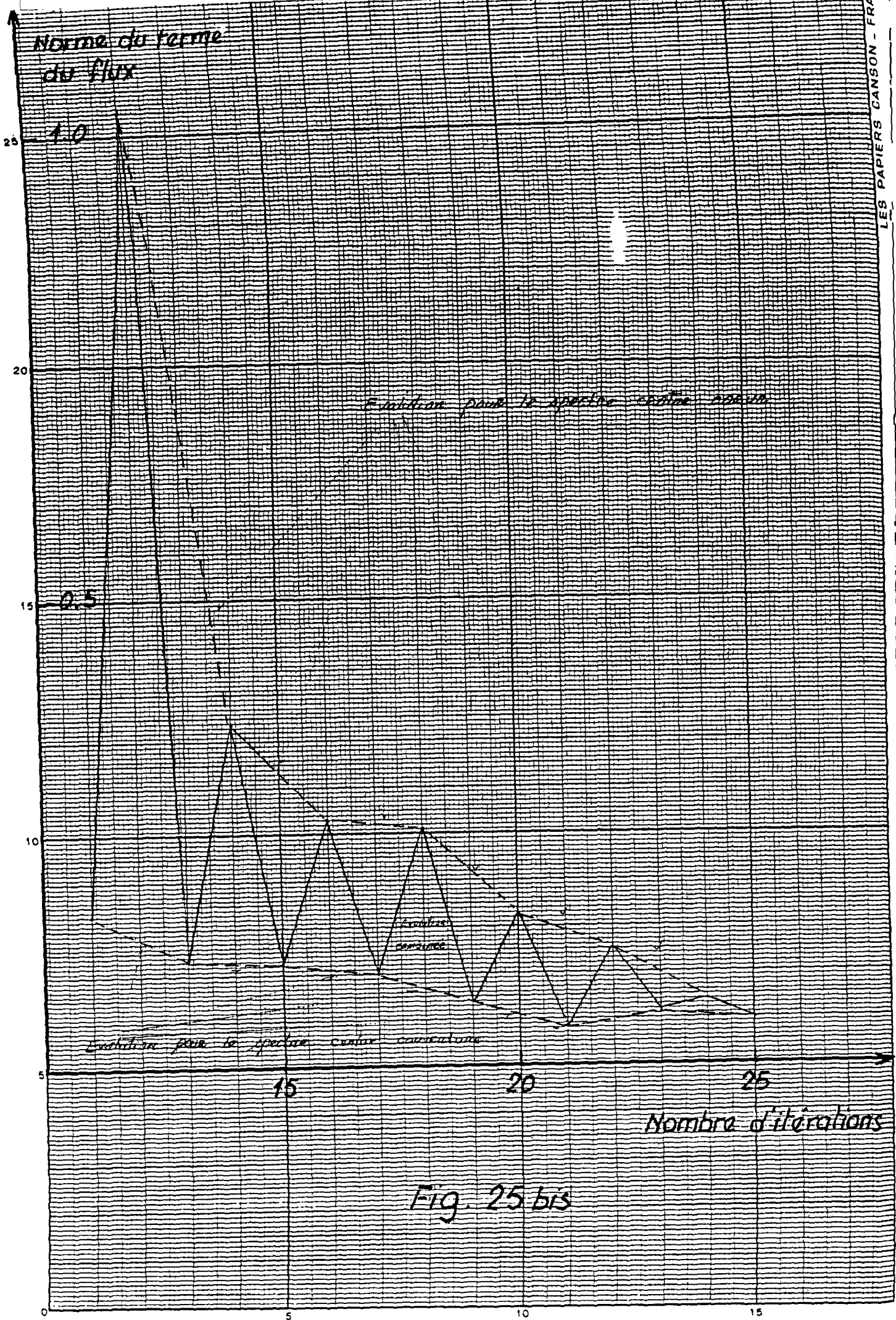
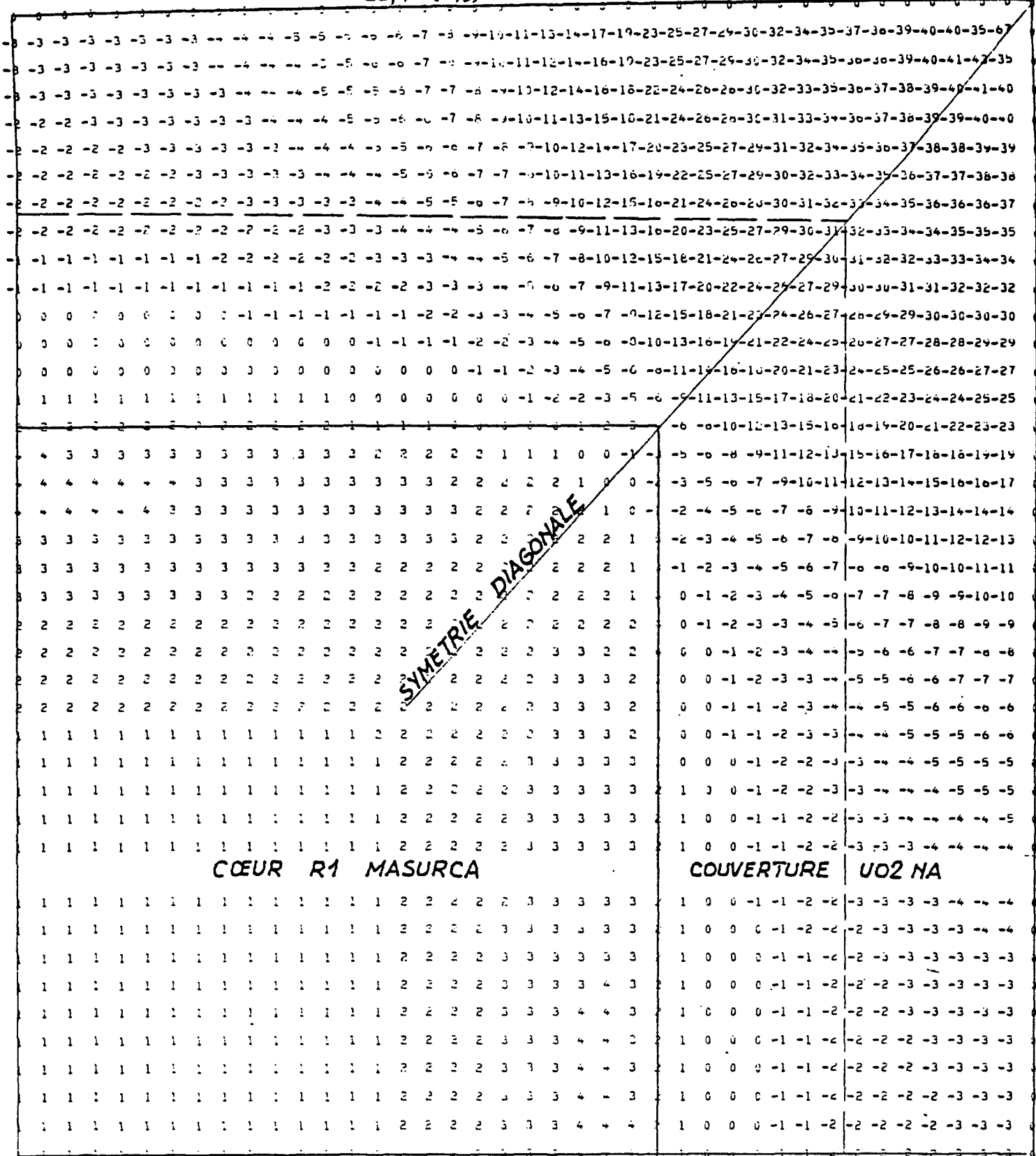


Fig. 25 bis

COMPARAISON SYNDÉE-COD12 ***** TAUX DE RÉACTION PAR POINT (X,Y)

LEONT SUR LES FISSIONS SUPPLÉMENTAIRES (PUISSANCES)

35	35	35	36	36	37	37	38	39	40	41	43	44	46	47	51	53	56	59	63	66	70	74	75	81	82	79	74	70	68	63	61	61	62	63	63	62	67	41		
32	32	33	33	33	34	34	35	36	37	39	40	42	43	45	47	50	54	61	67	71	74	77	79	75	71	67	63	61	60	57	61	61	63	65	67	71	71	71	71	
28	28	28	28	29	29	30	31	32	33	34	35	37	39	41	43	45	49	57	61	65	69	72	74	76	74	69	62	59	55	57	57	57	57	57	57	57	57	57	57	
22	22	22	23	23	24	24	25	26	27	28	29	31	32	34	36	38	41	44	47	51	54	57	61	65	67	63	60	57	54	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	
16	16	16	16	16	17	17	18	19	20	21	22	23	25	27	29	31	33	36	41	44	47	51	54	57	61	65	67	63	60	57	54	53	53	53	53	53	53	53	53	53
9	9	9	9	9	10	10	11	11	12	13	14	16	17	19	20	22	25	27	30	33	36	39	43	46	50	56	66	64	62	62	62	62	62	62	62	62	62	62	62	62
1	1	2	2	2	2	3	3	4	5	6	7	8	9	11	12	14	16	18	21	23	26	29	33	36	40	37	35	34	35	37	40	43	47	52	57	61	65	67	70	70
4	4	4	3	3	3	2	2	1	0	0	-1	-2	-3	-5	-6	-8	-10	-13	-14	-17	-20	-23	-26	-30	-27	-26	-27	-28	-31	-35	-40	-45	-50	-56	-61	-65	-69	-74	-74	
9	9	9	9	9	9	8	8	7	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-3	-4	-6	-9	-11	-14	-17	-21	-19	-18	-19	-22	-26	-31	-36	-42	-47	-55	-61	-65	-70	-72	-72
13	13	13	13	13	13	12	12	11	11	10	10	9	8	7	6	5	4	2	1	0	-2	-4	-6	-9	-13	-11	-11	-13	-16	-21	-27	-33	-40	-48	-55	-62	-67	-71	-74	-74
15	15	15	15	15	15	14	14	14	13	13	12	12	11	10	9	8	7	6	5	3	2	0	0	-3	-6	-5	-5	-6	-17	-17	-24	-31	-37	-47	-55	-63	-69	-73	-76	-76
15	15	15	15	15	15	15	14	14	14	13	13	12	12	11	10	10	9	8	7	6	4	3	2	1	0	0	-1	-2	-14	-21	-27	-33	-40	-47	-56	-64	-70	-74	-75	-75
13	13	13	13	13	13	13	13	12	12	12	11	11	11	10	9	9	8	7	6	5	4	3	3	2	2	1	-1	-6	-12	-19	-26	-37	-47	-56	-65	-72	-77	-80	-80	
10	10	9	9	9	9	9	9	9	9	8	8	8	7	7	6	6	5	5	4	3	3	2	3	4	3	2	0	-4	-11	-16	-27	-37	-47	-56	-65	-72	-77	-81	-81	
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0																																				



EVOLUTION DE LA CAPTURE TOTALE DE UO2 THESE= 6.42130E-03

9.751961E-03	9.751415E-03	9.751730E-03	9.75076E-03	9.75076E-03	9.752278E-03	9.7519451E-03	9.75297371E-03	9.75161882E-03
9.7508124E-03	9.7517605E-03	9.7555749E-03	9.7545767E-03	9.7541001E-03	9.7527243E-03	9.7577017E-03	9.7555871E-03	9.7514675E-03
9.7566518E-03	9.7516714E-03	9.7567761E-03	9.7532476E-03	9.7564796E-03	9.750697E-03	9.75643547E-03	9.75166313E-03	9.75236695E-03
9.7525324E-03	9.751737E-03	9.7518824E-03	9.7570409E-03	9.7570409E-03	9.750198E-03	9.75440447E-03	9.7575747E-03	9.75334266E-03
1.62615E-03	1.54327E-03	7.73447E-04	4.33833E-04	0.0				

CAPTURE EN (X,1). Calculée avec 10 itérations FIG. N° 33

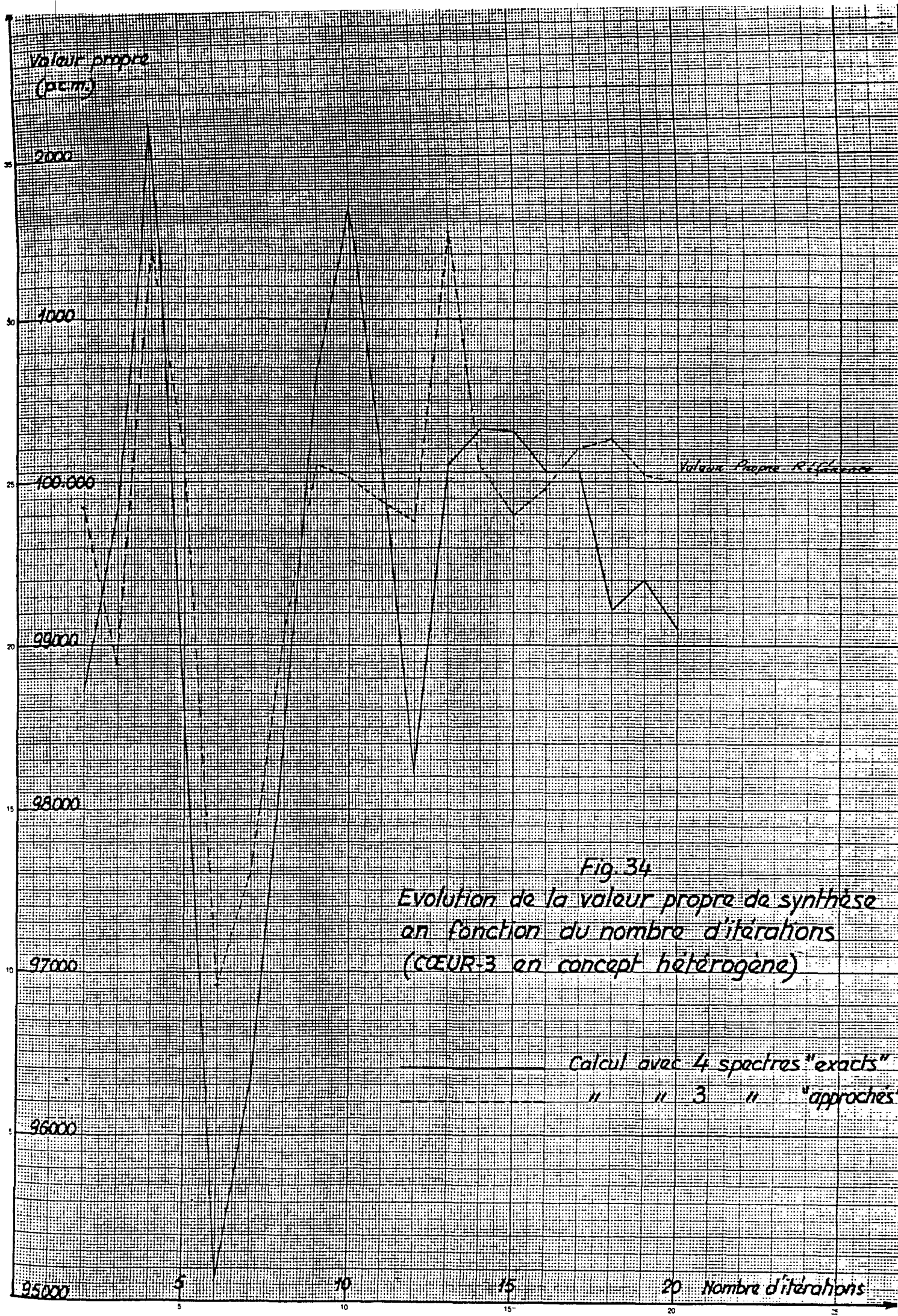


Fig. 34
 Evolution de la valeur propre de synthèse
 en fonction du nombre d'itérations
 (CŒUR-3 en concept hétérogène)

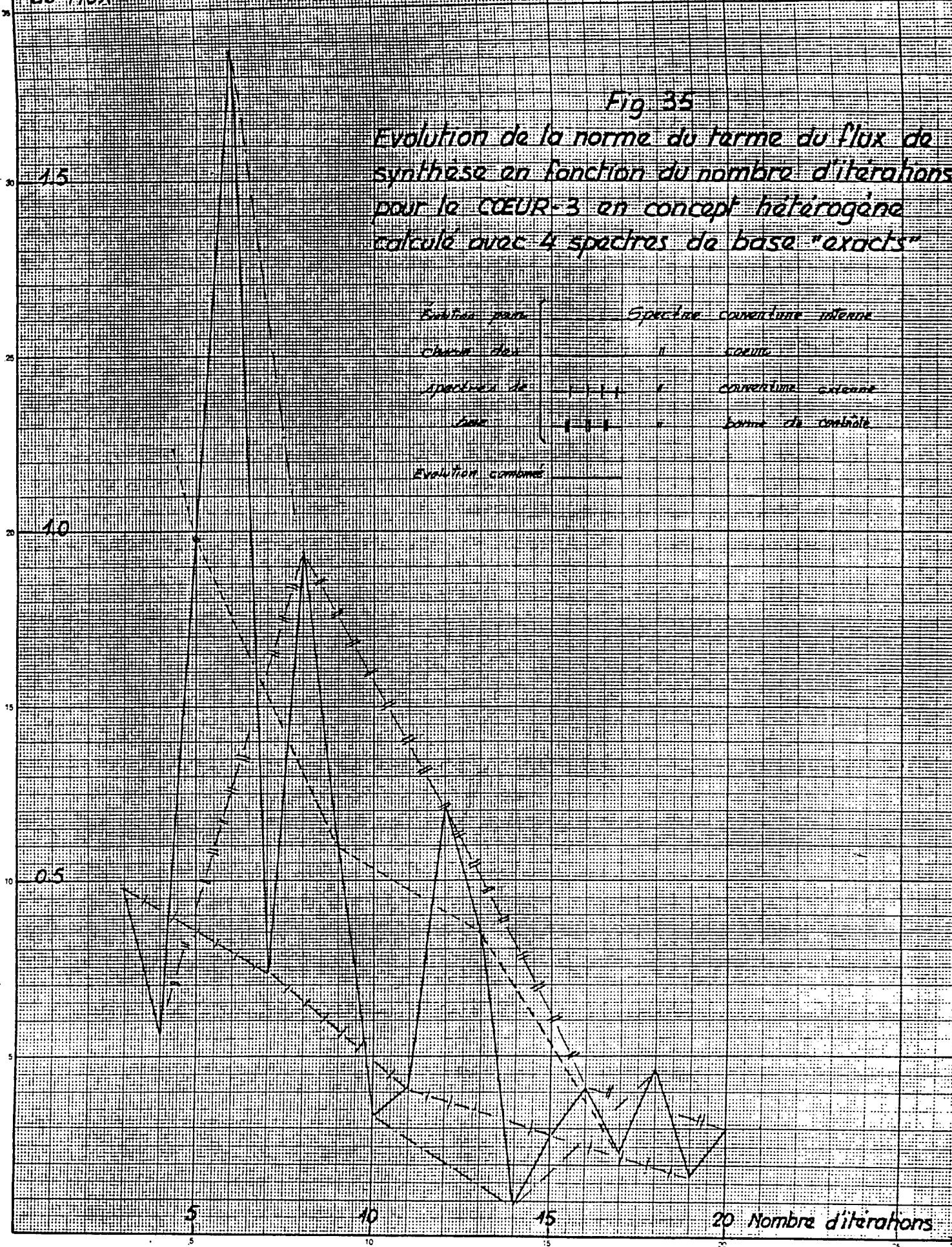
Calcul avec 4 spectres "exacts"
 " " 3 " " "approchés"

82E-0:
 75E-0:
 75E-0:
 66E-0:

Norme du terme
du flux

Fig 35

Evolution de la norme du terme du flux de
synthèse en fonction du nombre d'itérations
pour la COEUR-3 en concept hétérogène
calculé avec 4 spectres de base "exacts"



Evolution combinée
Spectre couverture interne
Spectre externe
couverture externe
Norme de contrôle

Nombre d'itérations

Norme du terme
du flux

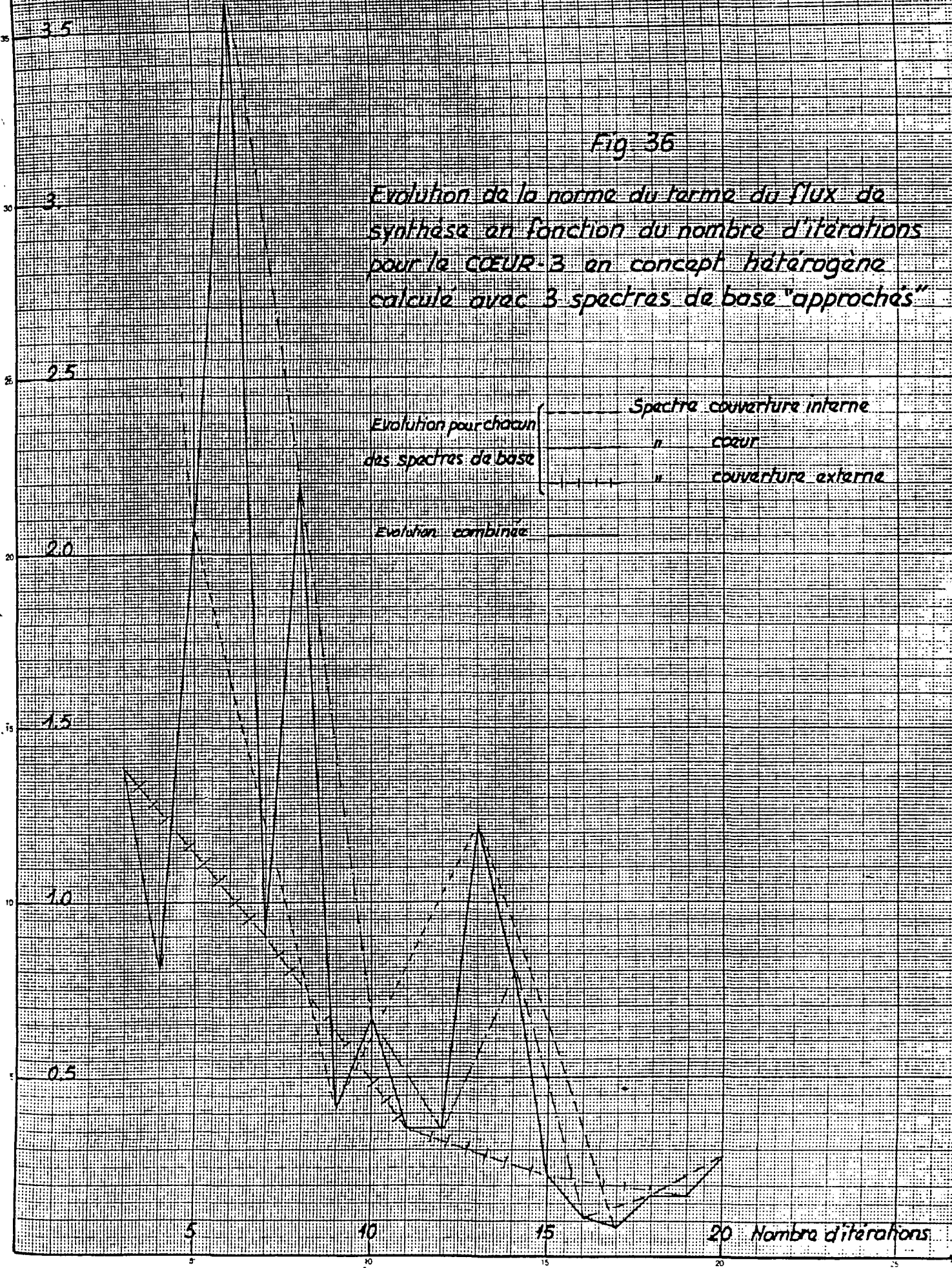
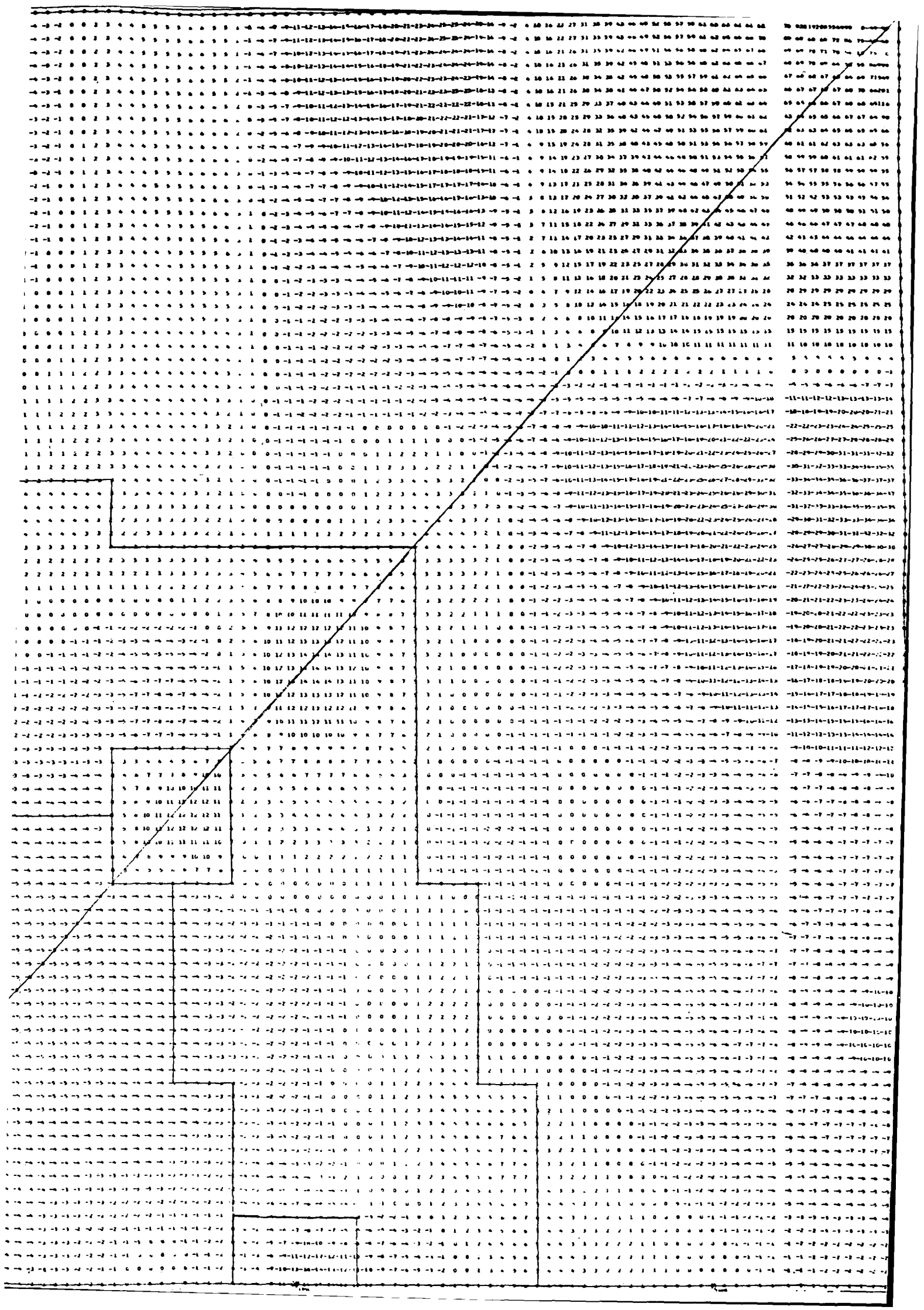


Fig. 36

Evolution de la norme du terme du flux de
synthèse en fonction du nombre d'iterations
pour le COEUR-3 en concept hétérogène
calculé avec 3 spectres de base "approchés"



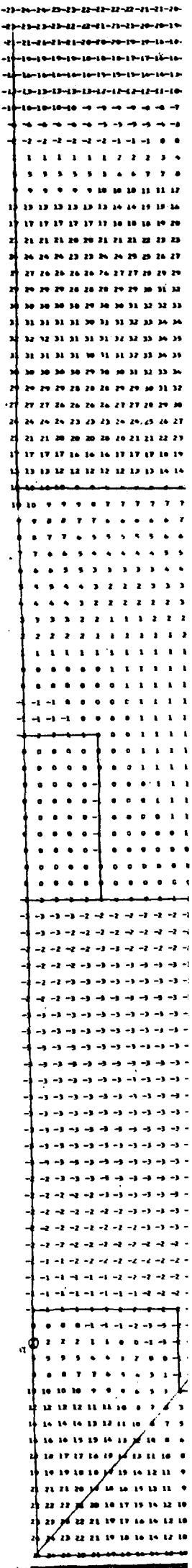
COMPARAISON SYNDEE/CODI-2

CALCUL AVEC 3 SPECTRES DE CODI-1

Ecart en % sur les puissances

Calculées avec 20 itérations

FIG. 39



COMPARAISON SYNDEE/CODI-2

CALCUL AVEC 3 SPECTRES DE CODI-1

Ecart en % sur les captures

Calculées avec 20 itérations

FIG. 40

