

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM ESCOAMENTOS BIFÁSICOS PARTE II: CONFIGURAÇÃO EM BOLHAS

Lázara Silveira Castrillo¹, Fernando Roberto Andrade Lima², Jorge Luis Baliño³

¹ Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Energia Nuclear
Av. Prof. Luiz Freire, 1000 - Cidade Universitária, CEP 50740-540, Recife, PE, Brasil
lazara@ufpe.br

² Centro Regional de Ciências Nucleares – CRCN-CNEN
Rua Cônego Barata, 999 – Tamarineira, CEP 52110-120, Recife, PE, Brasil
falima@cnen.gov.br

³ Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares - IPEN-CNEN/SP
Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 - Cidade Universitária, CEP 05508-000 - São Paulo, SP - Brasil
jlbalino@ipen.br

RESUMO

A análise de sensibilidade pelos métodos: direto e perturbativo diferencial é realizada num modelo matemático unidimensional, incompressível e adiabático de um escoamento de duas fases numa coluna de bolhas. A análise inclui os termos interfaciais de massa virtual, arraste, tensão turbulenta de Reynolds e de diferença de pressão interfacial. Os coeficientes de sensibilidade são calculados para parâmetros que influem nas propriedades físicas das fases, condições de contorno e iniciais e coeficientes dos termos de interação interfacial. Os resultados obtidos por ambos métodos mostram excelentes concordâncias.

Palavras chaves: Escoamento bifásico, métodos perturbativos, simulação numérica.

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho, continuação de [1], aplicam-se os conceitos da teoria de perturbações às equações da conservação num modelo transitório de escoamento bifásico em bolhas.

Na representação da física do escoamento em bolhas é crucial a influência dos termos interfaciais na equação do momento. O gás encontra-se em pequenas bolhas distribuídas no tubo vertical com líquido. O escoamento em bolhas é encontrado frequentemente nas indústrias da petroquímica, química e geotérmica, sendo assim amplamente estudado teórica e experimentalmente [2]. A análise de sensibilidade servirá para determinar o efeito de cada parâmetro do sistema numa resposta particular de forma rápida e eficiente.

ABSTRACT

A sensitivity analysis using the direct and the differential perturbative method is performed to the mathematical model of a one-dimensional, incompressible and adiabatic two-phase flow in a bubble column. The analysis includes the interfacial terms of virtual mass, drag, Reynolds turbulent stress and interfacial pressures difference. The sensitivity coefficients are calculated for parameters influencing the thermophysical properties of the phases, initial and boundary conditions and coefficient from interfacial interaction terms. The results obtained with both direct and perturbative methods show excellent agreement.

Keywords: two-phase flow, perturbative methods, numerical simulation.

2. MODELO MATEMÁTICO

Esta seção é dedicada à descrição dos termos interfaciais usados no modelo matemático discutido em [1]. Estes termos representam as forças devido ao contato entre as fases [3]. Todas as formulações apresentadas são realizadas considerando as bolhas com uma geometria esférica.

A diferença de pressão da fase líquida com a interface é representada pelo termo:

$$\Delta P_{li} = -C_p \rho_l v_r^2 \quad (1)$$

onde $v_r = v_g - v_l$ é a velocidade relativa das fases e C_p é um coeficiente semi-empírico de pressão, que varia na faixa $C_p = 0,25 - 1,0$. A diferença de pressão da fase gasosa com a interface, no escoamento em bolhas assume-se nula, portanto:

$$\Delta P_{gi} = 0 \quad (2)$$

As bolhas de gás induzem na fase líquida uma turbulência representada pelas tensões de Reynolds, dadas por

$$\tau_l^{Re} = -C_r \rho_l \alpha v_r^2 \quad (3)$$

onde $C_r = 0,2$ é um coeficiente semi-empírico de tensão de Reynolds. As tensões turbulentas de Reynolds na fase gasosa assumem-se desprezíveis, isto é,

$$\tau_g^{Re} = 0 \quad (4)$$

Por último, a força interfacial M_{ki} é representada pela soma das forças associadas com a massa virtual e o arraste.

O termo de massa virtual representa a força exercida sobre um objeto (bolha) em movimento quando se acelera; se o objeto é imerso num fluido e acelerado, deve acelerar também parte do fluido ao redor, resultando uma força de interação sobre o objeto, dada por:

$$F_{vm} = \rho_l C_{vm} a_{vm} \quad (5)$$

onde o parâmetro semi-empírico $C_{vm} = 0,5$ é o coeficiente de massa virtual. Para um escoamento unidimensional, a aceleração da massa virtual a_{vm} é dada por:

$$a_{vm} = \left(\frac{\partial v_g}{\partial t} + v_g \frac{\partial v_g}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial v_l}{\partial t} + v_l \frac{\partial v_l}{\partial x} \right) \quad (6)$$

O termo de arraste representa a força que experimenta um objeto movendo-se num fluido com velocidade relativa constante, e é dada por:

$$F_d = \frac{3 C_d}{8 R_b} \rho_l \alpha v_r |v_r| \quad (7)$$

onde R_b é o raio da bolha e C_d é o coeficiente de arraste. Para escoamentos em bolhas, o coeficiente C_d é função da fração de vazio e do número de Reynolds baseado na velocidade relativa e no raio da bolha [3]. Por simplicidade, neste trabalho o coeficiente de arraste é considerado constante.

3. ESCOAMENTO EM BOLHAS

O problema estudado consiste de um escoamento em bolhas num tubo vertical de comprimento $L = 1m$. Numa fase líquida continua, encontra-se gás discretamente distribuído em pequenas bolhas (Fig. 1). A condição inicial é $\alpha(x,0) = \alpha_{in}$, $v_g(x,0) = v_{gin}$, $v_l(x,0) = v_{lin}$ e $\Delta P(x,0) = P(x,0) - P(0,0)$, enquanto as condições de contorno são

$\alpha(0,t) = \alpha_0$, $v_g(0,t) = v_{g0}$ e $v_l(0,t) = v_{li0}$. A pressão na entrada é dada por: $P(0,t) = P_0 = 1,013 \cdot 10^5 Pa$ (atmosférica).

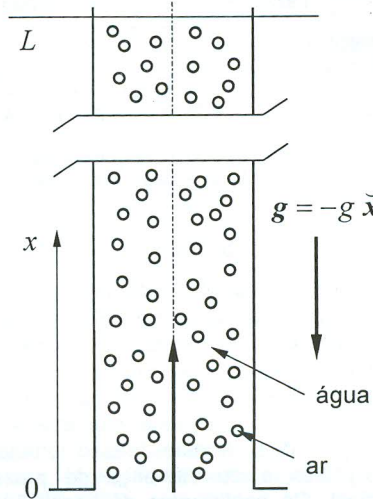


Figura 1. Escoamento em bolhas.

4. FORMALISMO DIFERENCIAL

A inclusão dos termos interfaciais para o escoamento em bolhas gera um novo sistema direto e adjunto, cujas matrizes A (Eq. 8), B (Eq. 9) e o vetor c (Eq. 9) resultam em:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\rho_l v_l & -C_{vm} \alpha \rho_l & \rho_l \alpha_l + C_{vm} \alpha \rho_l & 0 \\ \rho_g v_g & \rho_g \alpha + C_{vm} \alpha \rho_l & -C_{vm} \alpha \rho_l & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\alpha_l \rho_l g \cos \theta + \frac{3 C_d}{8 R_b} \rho_l \alpha_g |v_r| v_r \\ -\alpha_g \rho_g g \cos \theta - \frac{3 C_d}{8 R_b} \rho_l \alpha_g |v_r| v_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

Devido aos novos termos que aparecem no problema, adicionam-se os seguintes parâmetros: C_{vm} , C_p , C_r e C_d/R_b .

$$B = \begin{bmatrix} v_l & 0 & -(1-\alpha) & 0 \\ v_g & \alpha & 0 & 0 \\ -\rho_l v_l^2 - C_p \rho_l v_r^2 - C_r \rho_l v_r^2 (1-2\alpha) & 2C_r \rho_l v_r \alpha (1-\alpha) - C_{vm} \alpha \rho_l v_g & -2C_r \rho_l v_r \alpha (1-\alpha) + 2\rho_l v_l (1-\alpha) + C_{vm} \alpha \rho_l v_l (1-\alpha) & \\ \rho_g v_g^2 & 2\rho_g \alpha v_g - 2\alpha C_p \rho_l v_r + C_{vm} \alpha \rho_l v_g & 2\alpha C_p \rho_l v_r - C_{vm} \alpha \rho_l v_l & \alpha \end{bmatrix} \quad (10)$$

5. RESULTADOS

5.1. Problema direto estacionário

O problema estacionário admite (para $C_D \neq 0$) uma solução onde todas as variáveis atingem valores constantes:

$$\alpha_\infty v_{g\infty} = \alpha_0 v_{g0} \quad (11)$$

$$(1-\alpha_\infty) v_{l\infty} = (1-\alpha_0) v_{l0} \quad (12)$$

$$\frac{3}{8} \frac{C_d}{R_b} \rho_l v_{r\infty} |v_{r\infty}| = (1-\alpha_\infty) (\rho_l - \rho_g) g \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_\infty = -[\alpha \rho_g + (1-\alpha) \rho_l] g \quad (14)$$

Para a simulação numérica foi adotado $C_d/R_b = 600$ e considerada as seguintes condições de contorno: $\alpha_0 = 2,5 \cdot 10^{-1}$, $v_{g0} = 2,00 \cdot 10^{-1} \text{ m s}^{-1}$ e $v_{l0} = 0,50 \cdot 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$.

A convergência numérica foi alcançada com um passo espacial $\Delta x = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$. Nas Fig. 2 a 5 são mostradas as distribuições das variáveis diretas na região próxima da entrada. Observa-se que estas variáveis atingem os valores constantes das Eq. (11) a (14) numa distância muito pequena comparada com o comprimento total do tubo, justificando-se a necessidade de um passo espacial tão pequeno para atingir precisão na região de entrada.

5.2. Problema direto transitório

Para o problema direto transitório foram adotadas as seguintes condições iniciais, correspondentes às condições de valores constantes das Eq. (11) a (14): $\alpha_{in} = 0,25$,

$$v_{gin} = 0,6806 \text{ m s}^{-1}, \quad v_{lin} = 0,5 \text{ m s}^{-1} \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_\infty$$

Para $(x=0, t>0)$ mudou-se apenas a velocidade do gás para um valor $v_{g0} = 0,8 \text{ m s}^{-1}$, deixando o resto das condições de contorno nos valores originais. Resolveu-se adotar o mesmo passo espacial do estacionário e um passo temporal $\Delta t = 0,0001 \text{ s}$, satisfazendo a condição de

Courant. Nas Fig. 6 a 9 são mostrados os resultados do vetor de estado, para diferentes tempos $t \leq 1 \cdot 10^{-1} \text{ s}$.

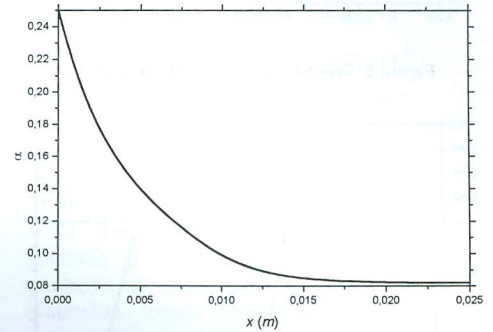


Figura 2. Fração de vazio, estado estacionário.

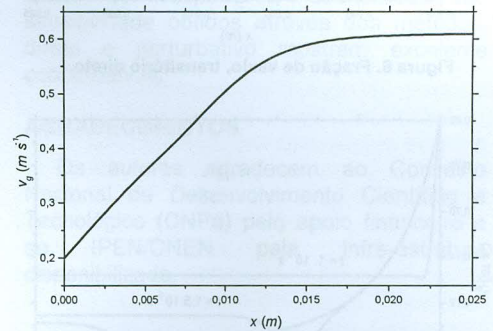


Figura 3. Velocidade do gás, estado estacionário.

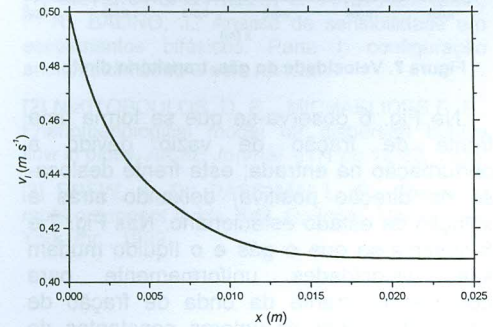


Figura 4. Velocidade do líquido, estado estacionário.

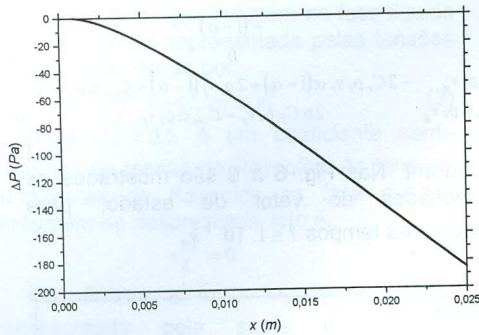


Figura 5. Pressão, estado estacionário.

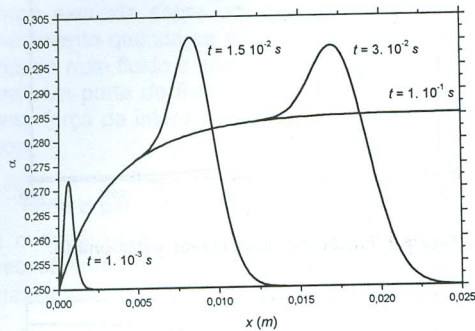


Figura 6. Fração de vazio, transitório direto.

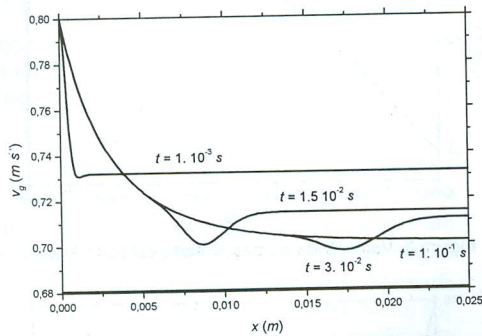


Figura 7. Velocidade do gás, transitório direto.

Na Fig. 6 observa-se que se forma uma frente de fração de vazio devido à perturbação na entrada; esta frente desloca-se na direção positiva, deixando atrás a solução de estado estacionário. Nas Fig. 7 e 8 observa-se que o gás e o líquido mudam suas velocidades uniformemente para posições na frente da onda de fração de vazio, até atingir os valores constantes de estado estacionário. A queda de pressão,

como mostrada na Fig. 9, não varia muito no transitório.

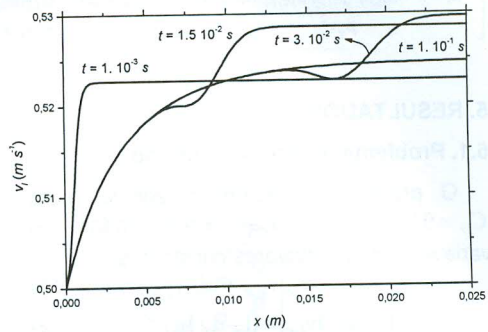


Figura 8. Velocidade do líquido, transitório direto.

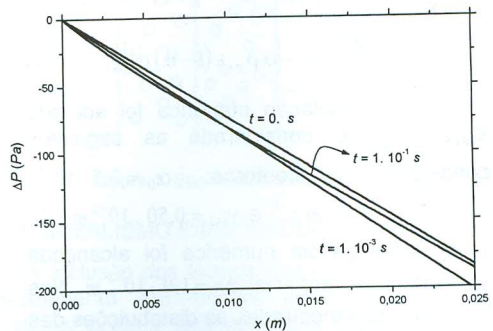


Figura 9. Pressão, transitório direto.

5.3. Problema adjunto estacionário

A solução do vetor adjunto para o funcional $\bar{\alpha}$ e $\alpha(L)$ é mostrada nas Fig. 10 e 11. Observa-se o comportamento contínuo do funcional $\bar{\alpha}$ e a descontinuidade em L para o funcional $\alpha(L)$.

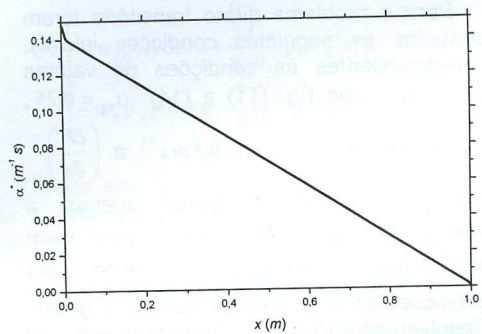


Figura 10. Fração de vazio adjunta para a resposta $\bar{\alpha}$.

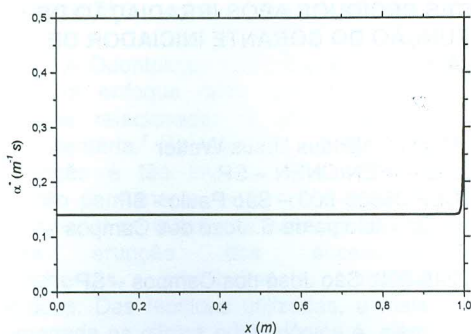


Figura 11. Fração de vazio adjunta para a resposta $\alpha(L)$.

5.4. Coeficientes de sensibilidade

Nas tabelas 1 e 2, são apresentados os resultados dos coeficientes de sensibilidade relativos para os funcionais de resposta $\bar{\alpha}$ e $\alpha(L)$ obtidos pelos métodos perturbativo e direto.

Para o cálculo pelo método direto, os parâmetros foram perturbados em 1% do seu valor nominal.

Tabela 1. Coeficientes de sensibilidade relativos para o funcional de resposta $\bar{\alpha}$.

p_i	Direto	Adjunto
ρ_g	$1,66 \cdot 10^{-04}$	$1,66 \cdot 10^{-04}$
ρ_l	$-1,66 \cdot 10^{-04}$	$-1,58 \cdot 10^{-04}$
α_0	$6,76 \cdot 10^{-01}$	$6,77 \cdot 10^{-01}$
v_{g0}	$9,88 \cdot 10^{-01}$	$9,87 \cdot 10^{-01}$
v_{l0}	$-1,88 \cdot 10^{-02}$	$-1,88 \cdot 10^{-02}$
g	$-1,59 \cdot 10^{-02}$	$-1,59 \cdot 10^{-02}$
C_d/R_b	$1,50 \cdot 10^{-01}$	$1,50 \cdot 10^{-01}$

Das tabelas 1 e 2, observa-se que para as duas respostas analisadas, v_{g0} , α_0 e C_d/R_b têm maior importância na sensibilidade. Os parâmetros menos importantes na sensibilidade são ρ_g e ρ_l .

Tabela 2. Coeficientes de sensibilidade relativos para o funcional de resposta $\alpha(L)$.

p_i	Direto	Adjunto
ρ_g	$1,58 \cdot 10^{-04}$	$1,58 \cdot 10^{-04}$
ρ_l	$-4,98 \cdot 10^{-04}$	$-1,58 \cdot 10^{-04}$
α_0	$6,76 \cdot 10^{-01}$	$6,74 \cdot 10^{-01}$
v_{g0}	$9,95 \cdot 10^{-01}$	$9,93 \cdot 10^{-01}$
v_{l0}	$-1,92 \cdot 10^{-02}$	$-1,91 \cdot 10^{-02}$
g	$-1,57 \cdot 10^{-02}$	$-1,57 \cdot 10^{-02}$
C_d/R_b	$1,57 \cdot 10^{-01}$	$1,59 \cdot 10^{-01}$

6. CONCLUSÕES

O método perturbativo diferencial foi aplicado a um escoamento bifásico com escoamento em bolhas. Dois tipos de respostas foram analisados: a fração de vazio média ao longo do canal e o valor da fração de vazio num ponto. A comparação entre os respectivos coeficientes de sensibilidade obtidos através dos métodos: direto e perturbativo mostram excelente concordância.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro e ao IPEN/CNEN pela infra-estrutura disponibilizada.

REFERÊNCIAS

- [1] SILVEIRA CASTRILLO, L., ANDRADE LIMA, F. R., BALIÑO, J., Análise de sensibilidade em escoamentos bifásicos. Parte I: configuração anular, *submetido a esta revista*.
- [2] NIKITPOULOS, D. E., MICHAELIDES E. E., Phenomenological model for dispersed bubbly flow in pipes, *AIChE Journal*, 41, 1 pp.12-22, 1995.
- [3] DREW, A. D.; PASSMAN L. S., *Theory of multicomponent fluids*, Edit. Springer-Verlag New York, Inc., 1999.