



ANAIS	4º SIMPÓSIO BRASILEIRO SOBRE TUBULAÇÕES E VASOS DE PRESSÃO	PROCEEDINGS
	SALVADOR, 28 - 30 de outubro de 1988	
TRABALHO Nº 12		PP. 165-177

ANÁLISE DINÂMICA DE TUBULAÇÕES POR SINTESE MODAL

OSCAR BRITO AUGUSTO

IPEN-CNEN/SP - Divisão de Mecânica e Estruturas

MIGUEL MATTAR NETO

IPEN-CNEN/SP - Divisão de Mecânica e Estruturas

SUMÁRIO

No desenvolvimento de grandes sistemas estruturais algumas vezes sub-ítem são projetados por diferentes grupos e em diferentes épocas. Uma técnica para se obter as características dinâmicas do sistema completo é a Síntese Modal.

Neste trabalho apresenta-se um método de Síntese Modal, o dos Modos Componentes, e a implementação como pós-processador de um programa de elementos finitos. São analisados dois exemplos de cálculo de vibração e os resultados são bons tanto para as frequências como para os modos naturais.

SUMMARY

In the development of large structural systems sometimes substructures are designed by different groups and at different times. One technique of calculating the dynamic characteristics of the complete system is Modal Synthesis.

In this work a Modal Synthesis method is presented, the component mode, and its implementation as a posprocessor of finite element program. Two examples of vibrating systems are analysed and the results are as good to frequencies as to natural modes.

1. Introdução

Tubulações geralmente são fontes indesejáveis de vibrações e ruído em instalações de potência. Os efeitos das vibrações podem resultar em falha por fadiga da tubulação ou dos suportes por causa de grandes deslocamentos ou reações.

Para evitar ou reduzir os problemas causados por efeitos de vibrações deve-se atuar na fase de projeto, considerando as características dinâmicas dos equipamentos e tubulações, e, na fase de operação, por meio de uma monitoração adequada.

Para o propósito de projeto e monitoração de tubulações, as vibrações são divididas em dois tipos [1]:

Vibrações Estacionárias. Pode ser definida como uma vibração repetitiva que ocorre em um período de tempo relativamente longo e é causada por uma força que varia no tempo atuando na tubulação. Esta força pode ser gerada por um equipamento rotativo ou alternativo, pela cavitação ou "descarga" que podem ocorrer em válvulas redutoras de pressão, válvulas de controle ou tanques de descarga. As vibrações causadas por ventos e terremotos podem ser enquadradas neste tipo.

Vibrações Transitórias. Estas vibrações diferem das anteriores porque ocorrem num período de tempo curto como resultado de forças muito maiores. As causas destas forças são altos pulsos de pressão no fluido, e elas atuam geralmente na direção axial. Os pulsos de pressão, por sua vez, são gerados em partidas e paradas rápidas de bombas, em aberturas ou fechamentos rápidos de válvulas, que causam golpes de ariete.

Na fase de projeto é importante ter-se as características dinâmicas do sistema estrutural. Estas características, rigidez, amortecimento e massa, podem ser determinadas por meio de programas de computador baseados no método dos elementos finitos, que geralmente têm recursos para efetuar os cálculos de vibrações.

Algumas vezes, no entanto, o desenvolvimento da instalação se processa com sistemas, equipamentos e tubulações separados, ou é feito em diferentes lugares e em diferentes datas, dificultando, assim, a tarefa de uma análise de vibração da estrutura completa.

Neste trabalho apresenta-se um método aproximado para se obter as características dinâmicas da instalação (sistema estrutural) conhecendo-se as características dinâmicas de seus sub-componentes. Denomina-se esta técnica de *Síntese Modal*[2].

A síntese modal é, portanto, um método para calcular os modos e frequências de um sistema completo a partir da consideração das características de componentes ou subestruturas deste sistema. Estes são agrupados ou sintetizados em um modo matematicamente conciso para formar o todo.

Há basicamente três métodos para se efetuar a síntese modal, segundo [2]:

1. Método dos Modos Componentes [3].
2. Método da Matriz de Ligação[4].
3. Método da Receptância [2].

A maioria dos métodos foi desenvolvida com modos componentes, sendo os mais conhecidos [5] :

1. Método os modos componentes livre-livre ("free-free component modes") (M1-1 [6], M1-2 [7]).
2. Método dos modos componentes vinculados ("fixed component modes") (M2 [10]).
3. Método dos modos dos tramos ("branch modes") (M3 [10]).
4. Método da substituição dos modos componentes (M4 [7]).

Neste trabalho será apresentado o método M2 (Método dos Modos Componentes Vinculados) [8], [9], que foi implementado a nível de pós-processamento no programa NAVSUB[11].

2. Síntese Modal com Método dos Modos Componentes Vinculados

A ideia básica no desenvolvimento deste método é que para melhorar o desempenho de um modelo matemático em elementos finitos num cálculo de vibrações é mais conveniente fazer um refinamento introduzindo novos modos de vibração que novos nós (novos graus de liberdade). O sistema estrutural é considerado um conjunto de subestruturas ligadas em um número finito de nós. É, então criado um sistema de coordenadas generalizadas cujas componentes são os modos das subestruturas e o cálculo de vibrações é feito para a estrutura completa nesta base, determinando-se inicialmente as frequências fundamentais, e, em sequência, os modos de vibração, por meio de transformação de coordenadas. Utiliza-se o princípio da superposição e deve-se admitir a princípio que haja linearidade física e geométrica.

Os modos das subestruturas a serem considerados são de três tipos:

1. Modos de corpo rígido. Pode haver até seis destes modos se a subestrutura não for naturalmente vinculada.
2. Modos vinculados ("constrained modes") São os deslocamentos dos nós internos da subestrutura quando são dados deslocamentos unitários nos nós do contorno.
3. Modos naturais. São os modos de vibração da subestrutura calculados com os nós do contorno vinculados.

2.1 Desenvolvimento da Subestrutura

A equação de equilíbrio dinâmico para um modelo com massas concentradas sem amortecimento para uma subestrutura pode ser escrito como

$$M \ddot{u} + K u = f$$

(1)

Rearranjando para que as coordenadas dos nós do contorno (ligação) apareçam primeiro,

$$\begin{bmatrix} \underline{m}^{cc} & \underline{m}^{ci} \\ \underline{m}^{ic} & \underline{m}^{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u}^i \\ \underline{u}^c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{k}^{cc} & \underline{k}^{ci} \\ \underline{k}^{cc} & \underline{k}^{ci} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u}^c \\ \underline{u}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{r}^c \\ \underline{r}^i \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Os modos naturais podem ser obtidos de (2) fixando-se os nós do contorno, isto é, (i) é reduzida a

$$\underline{m}^{ii} \underline{u}^i + \underline{k}^{ii} \underline{u}^i = \underline{0} \quad (3)$$

Nem todos os autovares obtidos em (3) são necessários e pode-se escolher, com base numa frequência de corte, os primeiros r modos naturais. Chamando $\underline{\phi}^n$ a matriz de modos normais ela terá n_r colunas e n_{ii} linhas (número de graus de liberdade internos generalizados) sendo os modos m-ortonormalizados.

A matriz dos modos vinculados pode ser obtida do equilíbrio estático de (2),

$$\underline{k}^{ic} \underline{u}^c + \underline{k}^{ii} \underline{u}^i = \underline{0} \quad (4)$$

logo,

$$\underline{u}^i = - \underline{k}^{ii-1} \underline{k}^{ic} \underline{u}^c \quad (5)$$

Assim, pode-se escrever a matriz dos modos vinculados como

$$\underline{\psi}^v = - \underline{k}^{ii-1} \underline{k}^{ic} \quad (6)$$

que tem n_{ii} linhas e n_v colunas (número de graus de liberdade por nó multiplicado pelo número de nós do contorno).

Os modos seleccionados formam a matriz $\underline{\phi}$ de transformação que relaciona

$$\underline{u} = \underline{\phi} \underline{y} \quad (7)$$

sendo \underline{y} as novas coordenadas generalizadas. Assim

$$\begin{Bmatrix} \underline{u}^c \\ \underline{u}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\phi}^c & \underline{\phi}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{y}^c \\ \underline{y}^n \end{Bmatrix} \quad (8)$$

o p d e

$$|Q^c| = \begin{bmatrix} 1 \\ |Q^v| \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$|Q^l| = \begin{bmatrix} 0 \\ |Q^n| \end{bmatrix} \quad (10)$$

As matrizes de massa e rigidez generalizadas são

$$|M| = \begin{bmatrix} |M^{cc}| + |Q^v|^t |M^{ll}| |Q^v| & |Q^{ct}| |M^{ll}| |Q^n| \\ |Q^{nt}| & |M^{ll}| |Q^c| \\ & |I| \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$|K| = \begin{bmatrix} |K^{cc}| + |K^{cl}| |Q^v| & 0 \\ 0 & |K_n^2| \end{bmatrix} \quad (12)$$

3. Síntese das Matrizes de Massa e Rigidez do Sistema Completo

Determinadas as matrizes de massa e rigidez das subestruturas conforme (11) e (12) é feita a montagem das matrizes de massa e rigidez da estrutura somando as contribuições de cada modo conforme os procedimentos usuais do método dos elementos finitos.

A matriz de rigidez é, então:

$$|K| = \begin{bmatrix} |K_1^c| & 0 & 0 & \dots \\ 0 & |K_1^l| & 0 & \dots \\ 0 & 0 & |K_2^c| & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (13)$$

e a de massa,

$$|M| = \begin{bmatrix} |M^{cc}| & |M^{cl}| & \dots \\ |M^{lc}| & |M^{ll}| & \dots \\ |M^{cc}| & |M^{cl}| & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (14)$$

4. Análise de vibração do sistema completo.

Com as matrizes de massa M e de rigidez K das equações (14) e (13) é feito o cálculo dos autovalores, sendo determinados as frequências naturais ω da estrutura e os autovetores q . Os deslocamentos u são determinados por meio de transformação da equação (7) para cada subestrutura.

As matrizes de rigidez e massa da estrutura completa podem singulares, por motivos como: não consideração de vínculos nas ligações ou não consideração de massas em todos os graus de liberdade. Pode-se fazer um processo de remoção dos modos de corpo rígido, como descrito em [5] ou efetuar translações nas matrizes de massa e rigidez e calcular-se os autovalores eliminando os autovalores nulos ou que tendam a infinito.

5. Pos processador SINMOD

Foi desenvolvido o pos-processador SINMOD[12] para os cálculos envolvendo as matrizes de rigidez, massa, modos vinculados e modos naturais calculados no programa NAVSUB [11] para cada subestrutura.

As seqüências de cálculo das matrizes para cada subestrutura com o NAVSUB e a síntese com o SINMOD estão na figura 1.

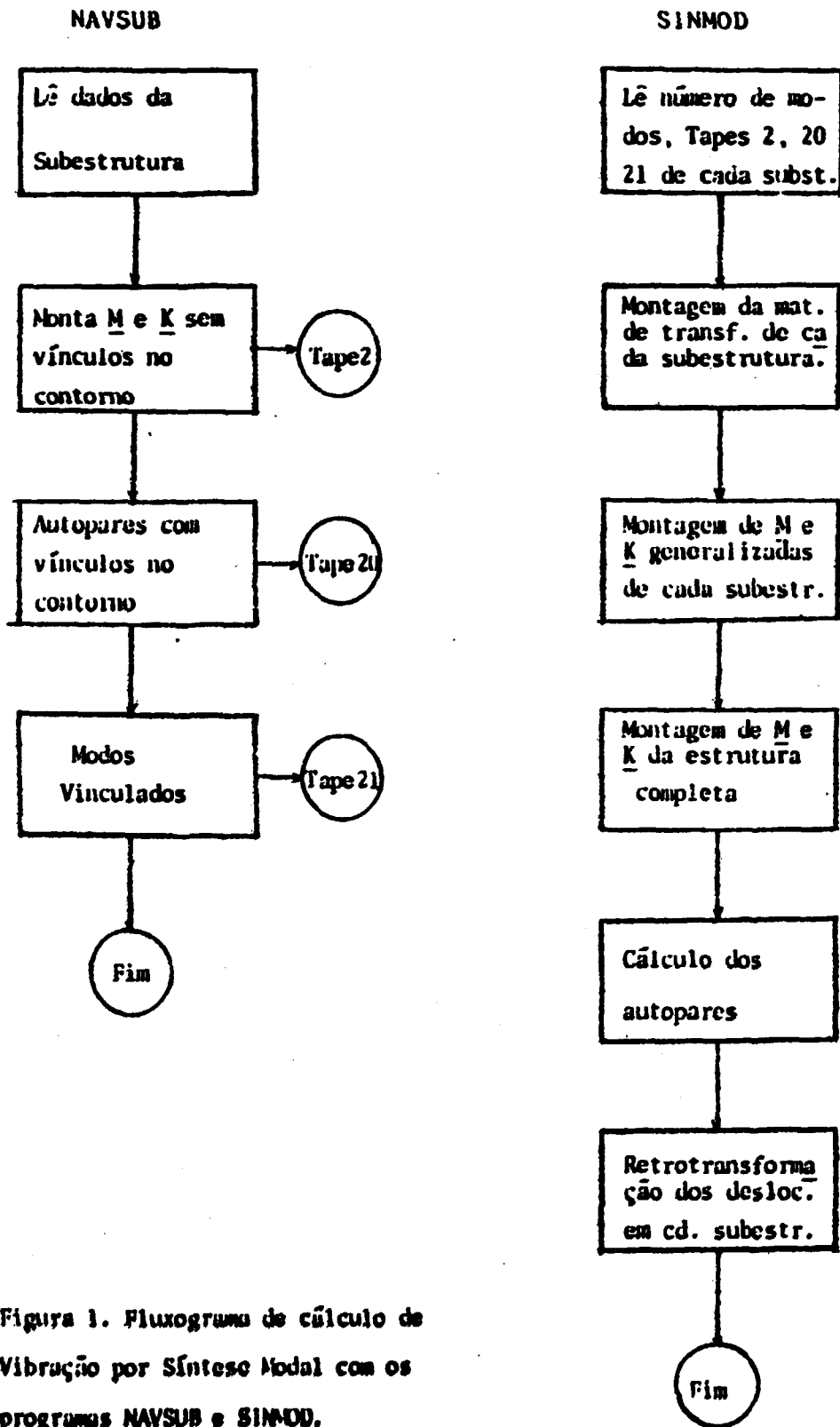


Figura 1. Fluxograma de cálculo de Vibração por Síntese Modal com os programas NAVSUB e SINMOD.

b. Exemplos

Escolheram-se dois exemplos para realizar-se a síntese modal:

1. Vibração de uma viga em balanço;
2. Vibração longitudinal de um sistema massa-mola.

As características dos dois exemplos bem como o modelo em elementos finitos completo e das subestruturas consideradas, estão nas figuras 2 e 3.

Os resultados obtidos, em termos de autovalores e autovetores estão nas tabelas 1 a 4.

Tabela 1. Vibração da viga em balanço (Frequências)

Modo	M. C.	S. M.	erro
1	1.440	1.443	0.21
2	1.569	1.569	0.00
3	4.360	4.312	-1.10
4	4.669	4.669	0.00
5	7.531	7.554	0.31
6	7.654	7.660	0.07

Tabela 2. Vibração da viga em balanço (1. modo)

no	M. C.	S. M.	erro
2	1.000	1.000	0.00
3	3.941	3.953	0.30
4	6.703	6.745	0.48
5	15.130	15.264	0.89
6	23.032	23.324	1.27
7	32.194	32.272	0.24
8	42.390	42.705	0.74
9	53.345	51.571	-3.32
10	64.826	60.158	5.13
11	76.541	82.146	7.32

Tabela 3. Vibração longitudinal do sistema massa-mola (freq.)

Modo	M. C.	S. M.	erro
1	31.182	31.188	0.02
2	62.492	62.538	0.07
3	98.933	98.944	0.01
4	128.241	128.569	0.26
5	154.225	155.306	0.70

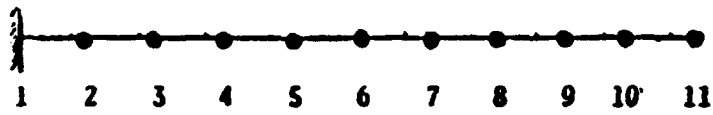
Tabela 4. Vibração Longitudinal do Sistema Massa-Mola (1.modo)

Nb	M. C.	S. M.	erro
2	1.000	1.000	0.00
3	1.959	1.944	-0.01
4	2.945	2.900	-1.54
5	3.826	3.754	-1.89
6	4.570	4.493	-1.69
7	5.220	5.159	-1.16
8	5.685	5.632	-0.92
9	5.966	5.893	-1.22
10	6.021	5.895	-2.09
11	5.880	5.738	-2.42
12	5.704	5.605	-1.74
13	5.691	5.617	-1.30
14	5.359	5.259	-1.86
15	4.491	4.428	-1.40
16	3.085	3.037	-1.55
17	1.265	1.247	-1.42

Observações

1. M. C. modelo completo
2. S. M. modelo com síntese modal
3. erro = $100(SM-MC)/MC$
4. Resultados obtidos em computador CYBER 170/750-precisão simples.
5. Síntese na viga em balanço com 6 modos de cada subestrutura.
6. Síntese no sistema massa mola com 5 modos na subestrutura 1 e 3 modos na 2.
7. Na tabela 4 mostra-se somente o deslocamento transversal.

$$L = 1.0 \text{ m}$$



Propriedades

$$E = 10. \text{ N/m}^2$$

$$A = 1. \text{ m}^2$$

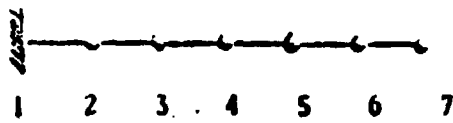
$$I = 1. \text{ m}^4$$

$$m_2 \text{ a } m_{10} = 1.0 \text{ kg}$$

$$m_{11} = 0.5 \text{ kg}$$

Subestrutura 1

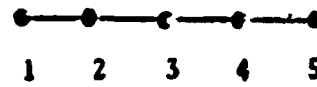
$$L = 0.6 \text{ m}$$



$$m_7 = 0.5 \text{ kg}$$

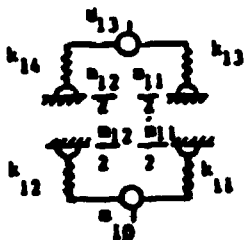
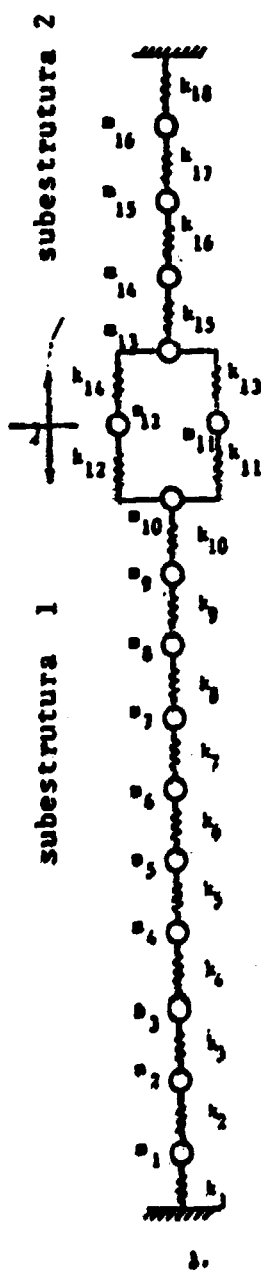
Subestrutura 2

$$L = 0.4$$



$$m_1 = 0.5 \text{ kg}$$

Figura 2. Viga em balanço



2.

$m_1 = 5m$	$m_2 = 4.5m$	$m_3 = 4.0m$	$m_4 = 4.0m$
$m_5 = 4.0m$	$m_6 = 3.5m$	$m_7 = 3.5m$	$m_8 = 3.5m$
$m_9 = 3.0m$	$m_{10} = 3.0m$	$m_{11} = 2.5m$	$m_{12} = 2.0m$
$m_{13} = 1.5m$	$m_{14} = 5.0m$	$m_{15} = 1.0m$	$m_{16} = 3.0m$
$k_1 = 30K$	$k_2 = 30K$	$k_3 = 27K$	$k_4 = 27K$
$k_5 = 27K$	$k_6 = 24K$	$k_7 = 24K$	$k_8 = 22.5K$
$k_9 = 22.5K$	$k_{10} = 22.5K$	$k_{11} = 21K$	$k_{12} = 19.5K$
$k_{13} = 21K$	$k_{14} = 19.5K$	$k_{15} = 18K$	$m_{16} = 15K$
$k_{17} = 12K$	$k_{18} = 18K$		

$m = 0.25 \text{ lb. sec.}^2/\text{in.} (43.8 \text{ kg})$

$K = 1000 \text{ lb./in.} (175.1 \text{ N/m})$

Figura 3. Sistema massa-molas (1) todo completo; (2) Divisão em duas subestruturas.

7. Conclusões

Pelos resultados obtidos com os exemplos pode-se dizer que a síntese modal permite um cálculo preciso dos autovalores e autovetores da estrutura completa, a partir do conhecimento de características de subcomponentes desta estrutura.

As vantagens desta metodologia de cálculo de vibrações são imensuráveis. Basta dizer que no projeto de grandes sistemas, sub-itens destes, sofrem diversas modificações até a fase final do projeto. Neste caso, no cálculo de vibrações basta modificar as características deste sub-item e efetuar a síntese modal, obtendo-se os autopares para a nova estrutura.

Outra vantagem está na independência entre os grupos de engenharia que trabalham num projeto de estudarem e modificarem itens específicos daquela área de projeto, sem afetar as outras áreas.

8. Referências Bibliográficas

- [1] OLSON, D.E. *Vibrations of Piping Systems*, Pressure Vessel and Piping Design and Technology, A Decade of Progress, EUA, 1982, pag449-461.
- [2] WANG, B.P., PIREY, W.D., PARAZZOLO, A.R. *Reanalysis, Modal Synthesis and Dynamic Design*, State-of-art Surveys on Finite Element Technology, EUA, 1983.
- [3] CRAIG Jr., R.R. *Methods of Component Mode Synthesis* Shock and Vibrations Digest, vo.9, 3-10, Nov.1977.
- [4] HALQUIST, J.O., SYNDER, V. *Synthesis of Two Discrete Vibratory Systems Using Eigenvalue Modifications*; AIAA Journal, 44; 247-249, Fev. 1973.
- [5] HURTY, W.C.; COLLINS, J.D.; HART, G.C. *Dynamic Analysis of Large Structures by Modal Synthesis Techniques*; Computers and Structures, v o.1, p. 535-563; 1974.
- [6] GOLDMAN, R.R. *Vibration Analysis by Dynamic Partitioning*; AIAA Journal, vo. 7, 1152-1154; 1969.
- [7] BENFIELD, W.A. ;HRUDA, R.F. *Vibration Analysis of Structures by Component Mode Substitution* AIAA/ASME 11th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Denver, Colorado, April, 22-24, 1970.

- [8] HURTY, W.C. *On the Dynamic Analysis of Structural Systems using Component Modes* AIAA Journal, 3 p.678-685, April, 1965.
- [9] CRAIG Jr, R.R.; BAMPTON, M.C.C. *Coupling of Substructures for Dynamic Analysis*; AIAA Journal vo. 6;1313-1319; July, 1968.
- [10] GLADWELL, G.M.L. *Branch Mode Analysis of Vibrating Systems* Journal of Sound Vibrations; 1; 41-59; 1964.
- [11] AUGUSTO, O.B.; MATTAR NETO, M. *NAVSUB programa de elementos finitos* ; CNEN sp ; 1985.
- [12] MATTAR NETO, M. ; AUGUSTO, O.B. *SINMOD Pós-processador para Síntese Modal*:CNEN SP; 1986.