



**AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**DESENVOLVIMENTO DE UM FOCALIZADOR MAGNÉTICO  
UTILIZANDO UM ARRANJO PERIÓDICO DE ÍMÃS  
PERMANENTES PARA APLICAÇÃO EM DISPOSITIVOS  
DE MICROONDAS DE POTÊNCIA**

**ELIO ALBERTO PÉRIGO**

**Dissertação apresentada como parte  
dos requisitos para obtenção do Grau  
de Mestre em Ciências na Área de  
Tecnologia Nuclear - Materiais.**

**Orientador:  
Dr. Cláudio Costa Motta**

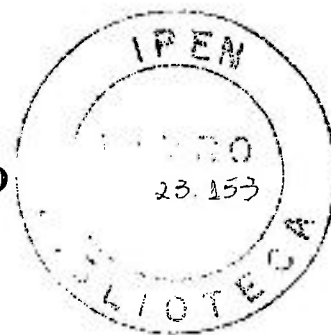
**São Paulo  
2005**

**INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES**

**Autarquia Associada à Universidade de São Paulo**

**DESENVOLVIMENTO DE UM FOCALIZADOR MAGNÉTICO  
UTILIZANDO UM ARRANJO PERIÓDICO DE ÍMÃS PERMANENTES  
PARA APLICAÇÃO EM DISPOSITIVOS DE MICROONDAS DE  
POTÊNCIA**

**ELIO ALBERTO PÉRIGO**



Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear - Materiais

Orientador:  
Dr. Cláudio Costa Motta

**SÃO PAULO**

**2005**

*Dedico este trabalho aos meus pais, Élio e Carmem, e à minha sempre companheira Cristiane.*

## AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho só foi possível com o auxílio de pessoas a quem expresso aqui meus mais sinceros agradecimentos:

ao Dr. Cláudio Costa Motta, Capitão-de-Fragata (EN) da Marinha do Brasil, pela paciência, disposição, orientação e, especialmente, espírito científico para auxiliar na escolha das melhores soluções para os problemas que surgiram durante o desenvolvimento deste projeto;

ao Dr. Rubens Nunes de Faria, pelas proveitosas discussões ao longo da realização deste trabalho;

à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo pela concessão da bolsa de estudos por meio do processo n.º 03/03586-4;

ao Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, por suas instalações e oportunidade de desenvolvimento deste projeto, e em especial à equipe da Divisão de Integração de Sistemas-Modelos Físicos;

ao Sr. Valdir Raimundo Jacob, pelo inestimável auxílio na construção do aparato experimental empregado ao longo deste trabalho;

ao SO-DT Cláudio Coutinho e ao 2º SG-ET Cosme da Silva, pela ajuda prestada durante a realização deste projeto;

à toda equipe do Laboratório de Materiais Magnéticos do IPEN, em especial ao Dr. Hidetoshi Takiishi, à Dra. Luzinete P. Barbosa e ao Me. Edson P. Soares pela amizade e ajuda nos momentos de necessidade;

ao Dr. J. J. Barroso, do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), pela colaboração na parte final deste projeto referente às simulações computacionais;

aos meus pais, Élio e Carmem, sem os quais estas linhas jamais teriam sido escritas, ao meu irmão Wellington e minha cunhada Sandra;

a minha querida Cristiane, por seu incansável apoio e afeto nos momentos alegres e tristes desta jornada, bem como toda sua família pela ajuda sempre presente; e

à todas as pessoas que, embora não estejam explicitamente apresentadas aqui, contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste projeto.

# DESENVOLVIMENTO DE UM FOCALIZADOR MAGNÉTICO UTILIZANDO UM ARRANJO PERIÓDICO DE ÍMÃS PERMANENTES PARA APLICAÇÃO EM DISPOSITIVOS DE MICROONDAS DE POTÊNCIA

**Elio Alberto Périgo**

## RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma investigação sobre focalizadores magnéticos com perfil de campo alternado PPM (“periodic-permanent magnet”) para utilização em uma válvula de ondas progressivas, em desenvolvimento no Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, operante com um feixe eletrônico de energia 30 keV, corrente elétrica de 4 A e raio de 1,8 mm. Este focalizador foi projetado para produzir 200 mT de densidade de fluxo magnético axial de pico ao longo de 300 mm utilizando magnetos comerciais de NdFeB, na ausência de “pole pieces” ferromagnéticos, juntamente com dois solenóides posicionados na entrada e saída da região de deriva, consistindo um sistema de colimação híbrido.

Projetou-se o arranjo de ímãs permanentes com base em um código computacional desenvolvido neste projeto, o qual permite avaliar a densidade de fluxo magnético gerada por cada magneto individualmente, totalizando a contribuição de todas as peças por meio do princípio de superposição. Para se obter o modelo computacional, realizou-se previamente o tratamento matemático teórico necessário para o cálculo da densidade de fluxo magnético.

Utilizou-se simulação computacional para investigar o comportamento do feixe eletrônico tanto na região do canhão como ao longo da região da deriva. No primeiro caso, determinou-se o raio do feixe na entrada no sistema de focalização bem como sua razão de convergência ( $\rho_k / \rho_{\text{feixe}} = 3,5$ ). Para a segunda situação, avaliou-se a influência da densidade de fluxo magnético aplicada e da diferença de potencial de aceleração, mantendo a corrente elétrica ou a perveância do feixe constantes.

Ademais, avaliou-se o sistema híbrido desenvolvido, de forma a garantir que o feixe eletrônico, durante sua propagação, não colidisse com a estrutura helicoidal posicionada no interior da válvula, demonstrando sua viabilidade.

# **DEVELOPMENT OF A MAGNETIC FOCUSING SYSTEM USING A PERIODIC PERMANENT MAGNET STACK FOR POWER MICROWAVE DEVICES**

**Elio Alberto Périgo**

## **ABSTRACT**

In this work it is shown an investigation of magnetic focusing structures with periodic field pattern PPM (periodic-permanent magnet) to be used on a traveling-wave tube, in construction at the Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, which works with an electron beam of 30 keV energy, electric current of 4 A and radius of 1.8 mm. This structure was designed to produce 200 mT peak axial magnetic density flux along 300 mm using commercial NdFeB permanent magnets, without ferromagnetic pole pieces, with two solenoids placed at entrance and at exit of the drift tube, becoming this arrangement a hybrid one.

The permanent magnets stack was designed using a computational code developed in this project which allows one to evaluate the magnetic density flux of each magnet individually, and the contribution of all pieces is obtained by means of the superposition principle. However, first of all, the mathematical work to obtain the magnetic flux density was carried out.

It was used computational simulations to investigate the electron beam behavior both of the electron gun and the drift tube. With the former, it was possible to find the beam radius when it reaches the focusing system and the convergence ratio ( $\rho_k / \rho_{beam} = 3.5$ ). The latter evaluated the influence of the magnetic density flux and the acceleration potential, keeping either the electric current or the beam perveance constant.

Furthermore, it was verified the hybrid system behavior to ensure that the beam, during its traveling, did not collide on the slow-wave structure inside de tube, showing its feasibility.

## SUMÁRIO

	<b>Página</b>
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	1
1.1 – Solenóides e ímãs permanentes.....	3
1.2 – Objetivo.....	6
1.3 – Organização do trabalho.....	7
CAPÍTULO 2 – AS CARGAS ESPACIAIS E SEUS EFEITOS EM FEIXES ELETRÔNICOS.....	 8
2.1 – Introdução do capítulo.....	8
2.2 – Dinâmica do movimento de feixes eletrônicos.....	8
2.3 – Efeito das cargas espaciais: um modelo analítico simplificado.....	10
2.4 – Efeito das cargas espaciais: uma abordagem mais realista.....	14
2.4.1 – A modulação em velocidade.....	15
2.5 – Conclusões do capítulo.....	19
CAPÍTULO 3 – DINÂMICA DO MOVIMENTO DE CARGAS ELÉTRICAS EM CAMPOS MAGNÉTICOS.....	 21
3.1 – Introdução do capítulo.....	21
3.2 – Interação entre campos magnéticos e cargas elétricas.....	21
3.3 – Propagação de uma carga elétrica em um campo magnético de perfil constante.....	22
3.4 – Determinação de $d\varphi / dt$ .....	26
3.5 – Movimento radial de feixes eletrônicos em campos magnéticos de perfil constante.....	 31
3.6 – Movimento radial de feixes eletrônicos em campos magnéticos de perfil alternado.....	 33

3.6.1 – Limitações do modelo analítico.....	40
3.7 – Projeto de um focalizador PPM.....	40
3.8 – Cálculo de campos magnéticos de ímãs permanentes.....	43
3.9 – Conclusões do capítulo.....	48
CAPÍTULO 4 – MATERIAIS E MÉTODOS.....	49
4.1 – Introdução do capítulo.....	49
4.2 – Seleção de materiais para construção do focalizador magnético.....	49
4.3 – Fabricação e alinhamento dos discos separadores.....	52
4.4 – Enrolamento das seções.....	53
4.5 – Caracterização magnética do SMS.....	54
4.6 – Avaliação térmica do SMS.....	56
4.7 – Envernizamento a vácuo.....	56
4.8 – Determinação dos perfis do campo magnético axial via simulação computacional e experimental de ímãs permanentes toroidais.....	57
4.9 – Simulações computacionais com o código KARAT®.....	59
4.10 – Investigação do sistema híbrido de focalização.....	60
4.11 – Conclusões do capítulo.....	60
CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	62
5.1 – Introdução do capítulo.....	62
5.2 – Caracterização elétrica do SMS.....	62
5.3 – Determinação da densidade de fluxo magnético de uma fita de corrente e caracterização magnética do SMS.....	63
5.4 – Caracterização térmica do SMS.....	70
5.5 – Cálculo do campo magnético no eixo de simetria de um ímã toroidal.....	71
5.5.1 – Validação do código computacional desenvolvido.....	74
5.6 – Cálculo do campo magnético fora do eixo de simetria de um ímã toroidal.....	79

5.7 – Projeto do PPM – Avaliação do raio do feixe eletrônico.....	88
5.8 – Projeto do PPM – Determinação das dimensões dos ímãs permanentes.....	89
5.9 – Simulações com feixes eletrônicos.....	94
5.9.1 – Variação da direção das linhas de campo magnético.....	94
5.9.2 – Perfis do feixe eletrônico – influência da densidade de fluxo magnético axial aplicada.....	95
5.9.3 – Perfis do feixe eletrônico – influência da diferença de potencial de aceleração para posterior avaliação experimental do PPM.....	99
5.9.3.1 – Influência da diferença de potencial de aceleração para feixes eletrônicos com corrente constante.....	99
5.9.3.2 – Influência da diferença de potencial de aceleração para feixes eletrônicos com perveância constante.....	104
5.9.4 – Perfis do feixe eletrônico – investigação do sistema híbrido de colimação.....	108
5.10 – Caracterização experimental do arranjo PPM e do sistema híbrido.....	113
5.11 – Conclusões do capítulo.....	116
<b>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>118</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>121</b>
<b>APÊNDICE A : DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO GERADA POR UMA FITA DE CORRENTE UTILIZANDO O POTENCIAL VETOR MAGNÉTICO.....</b>	<b>A1</b>
<b>APÊNDICE B : DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO GERADA POR UM ÍMÃ PERMANENTE TOROIDAL AXIALMENTE MAGNETIZADO.....</b>	<b>B1</b>

## LISTA DE TABELAS

	<b>Página</b>
TABELA 1.1 – Comparação entre os sistemas de focalização magnética empregados em amplificadores TWT.....	6
TABELA 4.1 – Resistividade de diversos materiais metálicos a 20°C [18].....	50
TABELA 4.2 – Características dimensionais dos materiais utilizados na construção do focalizador magnético SMS.....	50
TABELA 4.3 – Propriedades magnéticas e físicas de cada ímã permanente constituinte da lente proposta em [33] para validação do código computacional desenvolvido.....	58
TABELA 4.4 – Propriedades magnéticas e físicas das amostras analisadas para validação das equações de campo.....	58
TABELA 5.1 – Medidas da resistência elétrica para cada seção construída a temperatura ambiente ( $\sigma_R$ = desvio padrão).....	63
TABELA 5.2 – Parâmetros de projeto do focalizador PPM.....	89
TABELA 5.3 – Propriedades físicas e magnéticas prévias dos ímãs permanentes do focalizador magnético PPM.....	91
TABELA 5.4 – Valores da perveância $K$ , velocidade axial $v_z$ , frequência de plasma $\omega_p$ , comprimento de onda de plasma $\lambda_p$ e parâmetros de campo magnético $\alpha$ e cargas espaciais $\beta$ para feixes eletrônicos com $10 \leq V_0 \leq 35$ e corrente elétrica $I_0 = 4,00$ A.....	101
TABELA 5.5 – Valores da corrente elétrica $I_0$ , velocidade axial $v_z$ , frequência de plasma $\omega_p$ , comprimento de onda de plasma $\lambda_p$ e parâmetros de campo magnético $\alpha$ e cargas espaciais $\beta$ para feixes elétricos com $10 \leq V_0 \leq 35$ e perveância $K = 0,77 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> .....	105
TABELA 5.6 – Propriedades físicas e magnéticas dos ímãs permanentes a serem empregados experimentalmente no focalizador magnético PPM [47].	113
TABELA 5.7 – Propriedades magnéticas da liga Nd <sub>29,5</sub> Fe <sub>66,90</sub> B <sub>1,1</sub> Dy <sub>1,0</sub> Nb <sub>1,5</sub> (% peso) [46].....	113

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Página</b>
FIGURA 1.1 – Análise comparativa entre dispositivos a vácuo e de estado sólido em função da frequência e da potência gerada [1].....	2
FIGURA 1.2 – Vista esquemática de um amplificador TWT com identificação de seus constituintes.....	2
FIGURA 1.3 – Redução da massa em um focalizador magnético. (a) Ímã permanente para análise inicial; (b) ímã permanente com alteração de dimensões; e (c) arranjo periódico de magnetos para focalização magnética (sistema PPM) [10].....	5
FIGURA 2.1 – Curva de divergência de um feixe eletrônico que apresenta o raio $\rho$ normalizado em função da posição axial e perveância $K$ [21,22].....	14
FIGURA 2.2 – Cavidade cilíndrica responsável pela excitação das ondas de carga espacial em um feixe eletrônico.....	16
FIGURA 3.1 – Trajetória descrita por um elétron, em uma região onde está presente uma densidade de fluxo magnético constante, predominantemente axial, quando seu vetor velocidade apresenta certo ângulo $\gamma$ com $\vec{B}$ . Estão identificados o raio ( $R$ ) e o passo da hélice ( $P$ ), bem como os eixos do sistema de coordenadas adotado.....	25
FIGURA 3.2 – Situação adotada para determinação de $d\phi/dt$ . (a) Seção transversal do feixe através de seu eixo onde se mostra as linhas de campo magnético atravessando a extremidade do feixe, apresentando um elemento de trajetória PQ; (b) um elemento de área $dS$ para estimativa do fluxo magnético que atravessa tal área (a esquerda) e identificação dos versores $\hat{a}_\perp$ e $\hat{a}_z$ (a direita) [26].....	28
FIGURA 3.3 – Perfil periódico da componente axial do campo magnético gerado por um arranjo de ímãs permanentes indicando-se os parâmetros $B_0$ e $L$ . Tal perfil, por hipótese, é independente da distância radial.....	35

FIGURA 3.4	Extrapolação obtida a partir da relação mensurada entre campo magnético e voltagem do feixe eletrônico para o início da primeira região instável de $\alpha$ . Utilizou-se um feixe com perveância de $0,6 \times 10^{-6} \text{ A/V}^{3/2}$ e uma estrutura helicoidal com diâmetro de 2,0 mm e comprimento de 228,6 mm [10].....	38
FIGURA 3.5	Regiões de instabilidade do parâmetro $\alpha$ determinadas em [29].....	39
FIGURA 3.6	Condições de escolha para um campo magnético de focalização (a) com variação co-senoidal e (b) com variação senoidal [28]. $B_{00}$ representa um campo magnético uniforme que atravessa o catodo e se estende à posição inicial de um campo periódico, $B_b$ indica a densidade de fluxo magnético de Brillouin e $B_{z0}^{\wedge}$ é a densidade de fluxo magnético de pico [28].....	42
FIGURA 3.7	Linhas da densidade de fluxo magnético de um ímã permanente toroidal [35].....	47
FIGURA 4.1	Amostra da fita de cobre (a esquerda) e da fita de poliéster (a direita).....	51
FIGURA 4.2	Base do focalizador magnético [37].....	51
FIGURA 4.3	Discos de refrigeração do solenóide. (a) Conjunto separado de peças, antes da brasagem. (b) Arranjo montado após brasagem e acabamento mecânico.....	52
FIGURA 4.4	Solenóide multi-seções após montagem mecânica dos discos separadores envernizados. O suporte do SMS é necessário para conexão da TWT.....	53
FIGURA 4.5	Equipamento desenvolvido e utilizado para enrolamento do focalizador magnético. (1) Carretéis de suporte para o material dielétrico (acima) e condutor (abaixo); (2) sistema tensionador do equipamento; (3) trilho de posicionamento do carretel da fita de cobre; e (4) eixos para sustentação do solenóide.....	54
FIGURA 4.6	Sistema desenvolvido para caracterização magnética do solenóide. A imagem apresenta o solenóide pré-envernizamento [37].....	55
FIGURA 4.7	Translador mecânico para posicionamento radial do sensor Hall	

	axial.....	55
FIGURA 4.8 –	Câmara de envernizamento do focalizador magnético.....	57
FIGURA 4.9 –	Representação esquemática dos parâmetros geométricos adotados. (a) Indicação do raio interno ( $R_1$ ) e externo ( $R_2$ ). (b) Indicação do comprimento do ímã ( $2L$ ) e do espaçamento entre magnetos ( $D$ ).....	58
FIGURA 5.1 –	Geometria utilizada para determinação da densidade de fluxo magnético produzida por uma fita de corrente.....	63
FIGURA 5.2 –	Perfil teórico da componente axial da densidade de fluxo magnético de uma bobina constituída de fita com 680 espiras e $I = 10$ A no eixo de simetria.....	67
FIGURA 5.3	Componente axial teórica da densidade de fluxo magnético para o SMS com $I = 1$ A [40].....	68
FIGURA 5.4 –	Perfil experimental da densidade de fluxo magnético no eixo de simetria empregando duas correntes elétricas distintas com todas as 7 seções do SMS conectadas em série. Apresenta-se também o perfil calculado de $B_z$ para $I = 1$ A [37].....	69
FIGURA 5.5 –	Perfis teórico e experimental da densidade de fluxo magnético de 3 seções de polaridade reversa para $I = 1,0$ A [37].....	69
FIGURA 5.6 –	Perfis teórico e experimental da densidade de fluxo magnético de 5 seções de polaridade reversa para $I = 1,0$ A [37].....	70
FIGURA 5.7 –	Perfil típico de aquecimento do SMS para $I = (10,0 \pm 0,1)$ A [37].....	71
FIGURA 5.8 –	Geometria do ímã permanente toroidal considerado na determinação do campo magnético gerado por um material axialmente magnetizado utilizando o conceito de cargas magnéticas equivalentes	72
FIGURA 5.9 –	Perfil da densidade de fluxo magnético axial de pico para lente proposta em [33] utilizando (a) PANDIRA e (b) código desenvolvido. Tais resultados foram obtidos para o eixo de simetria da lente ( $\rho = 0$ ).....	75
FIGURA 5.10 –	Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de SmCo para $\rho = 0$ [39].....	77
FIGURA 5.11 –	Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético	

	axial de uma lente de SmCo para $\rho = 0$ [39].....	77
FIGURA 5.12	– Perfil da componente axial da densidade de fluxo magnético, no eixo de simetria ( $\rho = 0$ ), para uma lente de SmCo com diferentes raios internos [39].....	78
FIGURA 5.13	– Perfil da componente axial da densidade de fluxo magnético, no eixo de simetria ( $\rho = 0$ ), para uma lente de SmCo com diferentes raios externos [39].....	78
FIGURA 5.14	– Perfil da componente axial da densidade de fluxo magnético, no eixo de simetria ( $\rho = 0$ ), para uma lente de SmCo com diferentes espessuras [39].....	79
FIGURA 5.15	– Geometria do ímã permanente considerado na determinação do campo magnético gerado por um material axialmente magnetizado utilizando o conceito das cargas magnéticas equivalentes.....	80
FIGURA 5.16	– Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de ferrita para $\rho = 0$ .....	86
FIGURA 5.17	– Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de ferrita para $\rho = 1$ mm.....	87
FIGURA 5.18	– Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de ferrita para $\rho = 2$ mm.....	87
FIGURA 5.19	– Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de ferrita para $\rho = 3$ mm.....	88
FIGURA 5.20	– Geometria do canhão eletrônico do amplificador investigado e simulado no CTMSP. Apresenta-se a propagação do feixe eletrônico até a entrada da região de deriva [44].....	89
FIGURA 5.21	– Perfil teórico da componente axial da densidade de fluxo magnético utilizando os ímãs permanentes caracterizados na TAB. 5.3. (a) $2L = 9,25$ mm e $D = 2,75$ mm; (b) $2L = 9,50$ mm e $D = 2,50$ mm; (c) $2L = 9,75$ mm e $D = 2,25$ mm; (d) $2L = 10,00$ mm e $D = 2,00$ mm.....	94
FIGURA 5.22	– Variação de direção das linhas de campo magnético gerado por um	

	arranjo periódico de ímãs permanentes.....	95
FIGURA 5.23 –	Perfil de um feixe eletrônico, após 5 ns do início de sua propagação, com $V_0 = 30$ kV e $I_0 = 4,00$ A.....	97
FIGURA 5.24 –	Perfil de um feixe eletrônico confinado magneticamente por meio do PPM projetado utilizando $B_0 = \sqrt{2} / 2 B_{Br}$ , após 5 ns do início de sua propagação, com $V_0 = 30$ kV e $I_0 = 4,00$ A utilizando magnetos com $2L = 10,00$ mm. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular (Pt – indicado à direita) também são apresentados.....	98
FIGURA 5.25 –	Perfil de um feixe eletrônico confinado magneticamente por meio do PPM projetado utilizando $B_0 = \sqrt{2} B_{Br}$ , após 5 ns do início de sua propagação, para $V_0 = 30$ kV e $I_0 = 4,00$ A utilizando magnetos com $2L = 10,00$ mm. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	98
FIGURA 5.26 –	Perfil de um feixe eletrônico confinado magneticamente por meio do PPM projetado utilizando $B_0 = 2\sqrt{2} B_{Br}$ , após 5 ns do início de sua propagação, para $V_0 = 30$ kV e $I_0 = 4,00$ A utilizando magnetos com $2L = 10,00$ mm. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	99
FIGURA 5.27 –	Relação entre $\alpha$ e a diferença de potencial de aceleração para determinação do valor de $V_0$ a ser aplicado para teste do PPM projetado.....	101
FIGURA 5.28 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 10$ kV, $I_0 = 4,00$ A, $K = 4,00 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,172$ e $\beta = 0,273$ após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	102
FIGURA 5.29 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 15$ kV, $I_0 = 4,00$ A, $K = 2,18 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,114$ e $\beta = 0,149$ após 5 ns do início de sua	

	propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	102
FIGURA 5.30 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 20$ kV, $I_0 = 4,00$ A, $K = 1,41 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,086$ e $\beta = 0,097$ após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	103
FIGURA 5.31 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 25$ kV, $I_0 = 4,00$ A, $K = 1,01 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,069$ e $\beta = 0,069$ após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	103
FIGURA 5.32 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 35$ kV, $I_0 = 4,00$ A, $K = 0,61 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,049$ e $\beta = 0,042$ após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	104
FIGURA 5.33 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 10$ kV, $I_0 = 0,77$ A, $K = 0,77 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,172$ e $\beta = 0,053$ após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	106
FIGURA 5.34 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 15$ kV, $I_0 = 1,41$ A, $K = 0,77 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,114$ e $\beta = 0,053$ após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	106
FIGURA 5.35 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 20$ kV, $I_0 = 2,18$ A, $K = 0,77 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,086$ e $\beta = 0,053$ após 5 ns do início de sua	

	propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	107
FIGURA 5.36 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 25$ kV, $I_0 = 3,04$ A, $K = 0,77 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,069$ e $\beta = 0,053$ após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	107
FIGURA 5.37 –	Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com $V_0 = 35$ kV, $I_0 = 5,04$ A, $K = 0,77 \times 10^{-6}$ A/V <sup>3/2</sup> , $B_0 = 103,5$ mT, $\alpha = 0,049$ e $\beta = 0,053$ após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.....	108
FIGURA 5.38 –	Perfil teórico de $B_z$ ao longo do eixo de simetria do arranjo híbrido....	110
FIGURA 5.39	Perfil de propagação de um feixe eletrônico com $V_0 = 30$ kV e $I_0 = 4,00$ A empregando o sistema híbrido de colimação. As quatro imagens referem-se ao comprimento completo da região de deriva da TWT investigada.....	112
FIGURA 5.40	Comparação entre os perfis teórico e experimental da componente axial da densidade de fluxo magnético do arranjo PPM projetado.....	114
FIGURA 5.41 –	Sistema de colimação magnética PPM construído neste trabalho: (a) vista frontal e (b) vista lateral.....	114
FIGURA 5.42 –	Comparação entre os perfis teórico e experimental de $B_z$ gerado com o sistema híbrido.....	115
FIGURA 5.43 –	Sistema híbrido de colimação magnética construído.....	115

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{A}$	Potencial vetor magnético.
$a$	Raio do feixe eletrônico.
$\vec{B}$	Vetor densidade de fluxo magnético.
$B_{Br}$	Densidade de fluxo magnético de Brillouin com perfil de indução magnética constante.
$B_r$	Remanência da fase magnética de um ímã permanente.
$B_0$	Densidade de fluxo magnético de pico de Brillouin.
$B_{z0}^{\wedge}$	Densidade de fluxo magnético de pico gerado por um sistema PPM que utiliza “pole pieces” ferromagnéticos.
$BH_{máx}$	Produto de energia máximo de um ímã permanente.
$c$	Velocidade da luz.
$d$	Comprimento de uma cavidade cilíndrica responsável pela excitação das ondas de carga espacial em um feixe eletrônico.
$D$	Distância entre dois ímãs permanentes adjacentes.
$\vec{E}$	Campo elétrico aplicado para modulação em velocidade de um feixe eletrônico.
$e$	Carga elétrica do elétron.
$f$	Frequência.
$F$	Fator de redução da frequência de plasma.
$\vec{F}_{mag}$	Vetor força magnética.
$\vec{H}$	Vetor intensidade de campo magnético.
$I_0$	Corrente elétrica de um feixe eletrônico.
$I_m$	Função de Bessel modificada de ordem $m$ de primeiro tipo.
$iH_c$	Coercividade intrínseca de um ímã permanente.
$\vec{J}, J$	Densidade de corrente elétrica que circula em uma espira metálica. Densidade de corrente elétrica advinda dos momentos magnéticos atômicos.
$J_z$	Densidade de corrente elétrica do feixe eletrônico.
$K$	Perveância de um feixe eletrônico.

$K_m$	Função de Bessel modificada de ordem $m$ de segundo tipo.
$L$	Periodicidade da “onda magnética” gerada com o sistema PPM. Meia espessura de um ímã permanente integrante de um arranjo PPM.
$m$	Massa de um elétron.
$m_0$	Massa de um elétron em repouso.
$\vec{M}$	Vetor magnetização de um material magnético.
$M$	Parâmetro de acoplamento entre um feixe eletrônico e uma cavidade excitadora de ondas de carga espacial.
$\vec{n}$	Vetor normal à superfície da amostra magnética que se deseja calcular o campo.
$N$	Fator de alteração nas dimensões de um ímã permanente.
$P$	Passo da hélice gerada em virtude do movimento realizado por um elétron em um campo magnético axial.
$R$	Razão entre o raio mínimo da casca eletrônica no instante $t = 0$ e o raio da mesma casca em certo instante $t$ . Raio da hélice gerada em virtude do movimento realizado por um elétron em um campo magnético axial.
$R_1$	Raio interno de um ímã permanente toroidal.
$R_2$	Raio externo de um ímã permanente toroidal.
$t$	Tempo.
$T$	Tempo necessário para que uma carga elétrica realize uma volta completa ao longo de uma circunferência de perímetro $2\pi R$ . Parâmetro de normalização referente à distância axial.
$\vec{v}$	Vetor velocidade de um elétron.
$v_{zf}$	Velocidade das ondas de carga espacial lentas.
$v_{zs}$	Velocidade das ondas de carga espacial rápidas.
$v_{z=l}$	Componente axial da velocidade de um feixe eletrônico, considerando o efeito da modulação em velocidade, no ponto $z = 0$ .
$v_0$	Velocidade de um feixe eletrônico proveniente de sua diferença de potencial de aceleração na ausência do efeito de modulação em velocidade.
$V$	Potencial elétrico.

$V_0$	Diferença de potencial de aceleração de um elétron ou de um feixe eletrônico.
$W$	Trabalho.
$z$	Eixo axial do sistema de coordenadas cilíndricas.
$\dot{z}$	Componente axial da velocidade de um elétron ou de um feixe eletrônico.
$\alpha$	Parâmetro do campo magnético.
$\beta$	Parâmetro das cargas espaciais.
$\beta_f$	Constante de propagação das ondas rápidas.
$\beta_q$	Constante de propagação reduzida de um feixe eletrônico.
$\beta_s$	Constante de propagação das ondas lentas.
$\beta_0$	Constante de propagação DC de um feixe eletrônico.
$\epsilon_0$	Permissividade elétrica do vácuo.
$\phi_B$	Fluxo magnético (número de linhas de campo magnético que atravessa o feixe eletrônico).
$\phi_{BC}$	Fluxo magnético (número de linhas de campo magnético que atravessa o catodo).
$\gamma$	Ângulo formado entre o vetor velocidade de um elétron e o vetor densidade de fluxo magnético.
$\eta$	Relação carga-massa de um elétron. Resistividade de um material metálico.
$\lambda_l$	Densidade linear de cargas elétricas.
$\lambda_p$	Comprimento de onda de plasma.
$\lambda_q$	Comprimento de onda de plasma reduzido.
$\mu_0$	Permeabilidade magnética do vácuo.
$\rho$	Posição radial da(s) carga(s) elétrica(s) analisada(s). Posição radial da casca eletrônica analisada.
$\dot{\rho}$	Componente radial da velocidade de um elétron ou de um feixe eletrônico.
$\rho_{elet}$	Densidade volumétrica de cargas elétricas.
$\rho_k$	Raio do catodo.
$\rho_{mag}$	Densidade volumétrica de cargas magnéticas.
$\rho_{min}$	Raio mínimo atingido pela casca eletrônica durante a análise do efeito das

	cargas espaciais na ausência de campo magnético aplicado.
$\rho\dot{\phi}$	Velocidade angular de um elétron ou de um feixe eletrônico.
$(\rho, \phi, z)$	Identificação do sistema de coordenadas cilíndricas.
$\sigma$	Parâmetro de normalização referente ao raio do feixe eletrônico.
$\sigma_{mag}$	Densidade superficial de cargas magnéticas.
$\omega$	Frequência angular.
$\omega_c$	Frequência ciclotrônica.
$\omega_p$	Frequência de plasma.
$\omega_q$	Frequência de plasma reduzida.
$\psi$	Potencial escalar magnético.

## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

A partir de 1998 iniciou-se um projeto de pesquisa, nas instalações do Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo (CTMSP), destinado a obter-se o domínio da tecnologia para a construção de dispositivos ativos de microondas a feixe de elétrons, do tipo válvulas de ondas progressivas (“traveling-wave tube” – TWT), para a operação na banda-x com potência média de saída superior a 320 W. Tal desenvolvimento foi motivado quando a Marinha do Brasil adquiriu quatro navios de origem inglesa, criando uma nova classe de fragatas denominada Greenhalgh. Essas fragatas possuem sistemas de radar que utilizam amplificadores de microondas com potência elevada e empregam entre outros dispositivos a TWT.

A TWT é um amplificador de microondas banda larga operante geralmente entre 1 e 100 GHz com potência média de saída entre de  $10^1$  e  $10^5$  W, como mostra a FIG. 1.1 [1], embora se reportem estudos para a construção de TWTs de 400 GHz [2]. Apesar de sua concepção ter sido apresentada na década de 1940 [3], até a presente data realizam-se investigações para o desenvolvimento de novos modelos. Em particular a NASA, em conjunto com a Hughes, vem desenvolvendo TWTs para operação na frequência de 80 GHz objetivando a amplificação de sinais via satélite [4-7] e, similarmente, a Agência Espacial Européia (European Space Agency – ESA) também se interessa no desenvolvimento desta classe de dispositivos. A FIG. 1.2 apresenta esquematicamente um típico amplificador TWT com uma estrutura de ondas lentas em formato helicoidal.

Independentemente do modelo de TWT investigado, todos os dispositivos desta classe apresentam:

- um catodo termoiônico responsável pela emissão de elétrons;
- um canhão eletrônico e um sistema de focalização utilizados para formar um feixe eletrônico com cintura controlada;
- uma estrutura de RF (rádio frequência), empregada para excitação das ondas de carga espacial no feixe eletrônico e posterior extração da energia de microondas convertida a partir da energia cinética das cargas elétricas; e

- um coletor, que captura o feixe eletrônico possibilitando a dissipação da energia cinética não utilizada do feixe eletrônico em calor, além de completar o circuito elétrico.

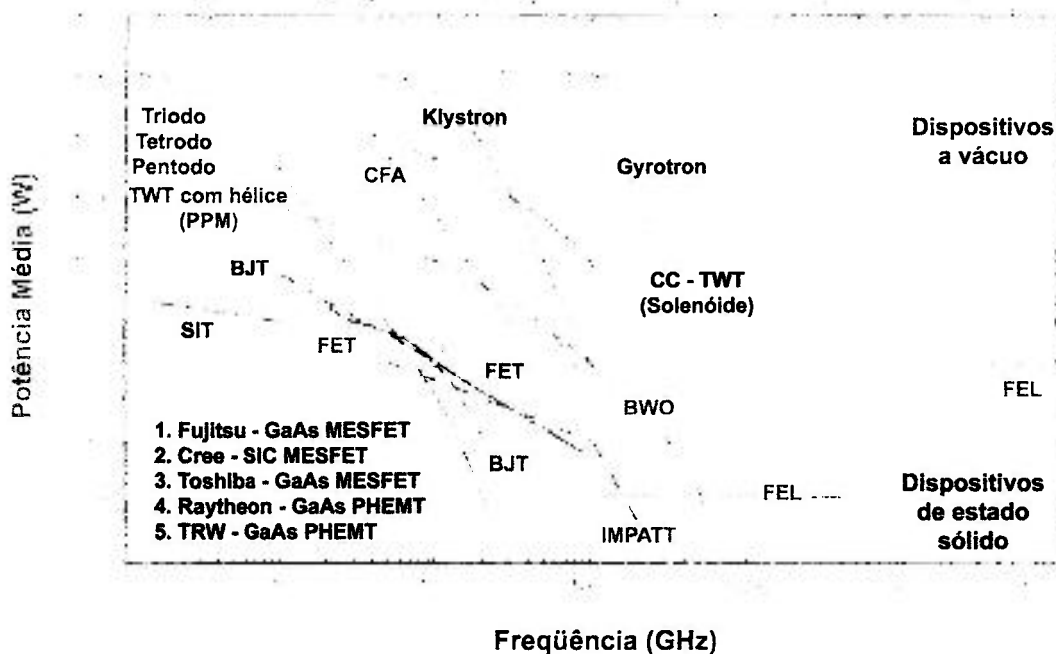


FIGURA 1.1 – Análise comparativa entre dispositivos a vácuo e de estado sólido em função da frequência e da potência gerada [1].

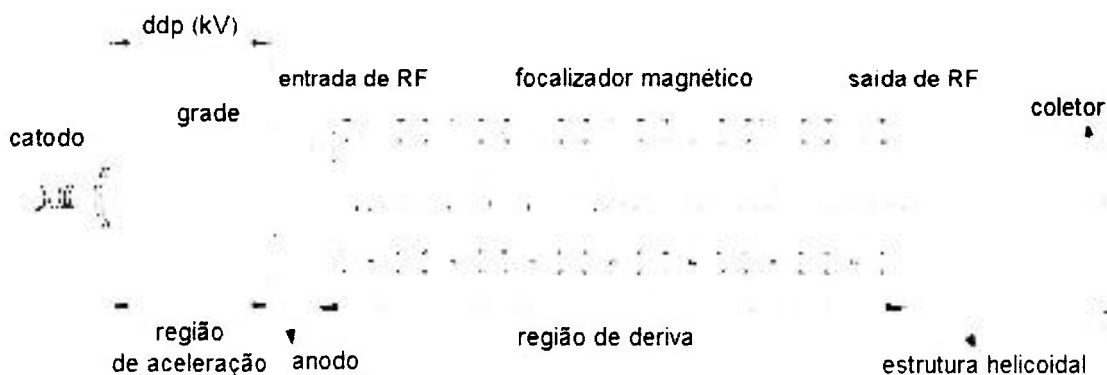


FIGURA 1.2 – Vista esquemática de um amplificador TWT com identificação de seus constituintes.

O canhão eletrônico é projetado para injetar o feixe de elétrons além do anodo com uma cintura (diâmetro) previamente estabelecida, valendo-se da razão de convergência (quociente entre o raio do catodo termoiônico e o raio do feixe). Na entrada do sistema de focalização magnética, espera-se que o conjunto de cargas esteja com seu raio mínimo e sem mais sofrer a ação do campo eletrostático de aceleração e focalização,

estando sujeito somente às forças de repulsão de carga espacial. Os efeitos destas cargas, na ausência de uma estrutura de focalização, tornam-se apreciáveis na distância percorrida de aproximadamente 1 diâmetro do feixe eletrônico e limitam sua transmissão a uma distância de 5 diâmetros [8].

Portanto, a necessidade de um sistema de focalização para estes amplificadores torna-se clara. A finalidade do focalizador é evitar a dispersão dos elétrons, garantindo a propagação de um feixe cilíndrico com diâmetro aproximadamente constante, de modo a constituir um meio material adequado à conversão de sua energia cinética em um sinal eletromagnético de RF. Isto é normalmente conseguido pela imersão do feixe eletrônico em um campo magnético, e o campo mais eficiente utilizado para essa situação é a densidade de fluxo magnético de Brillouin, quando o catodo é blindado magneticamente [9-10]. O campo magnético de um sistema de focalização pode ser obtido tanto por meio de solenóides como por ímãs permanentes, conforme apresentado a seguir.

### **1.1 – Solenóides e ímãs permanentes**

O solenóide é um dispositivo constituído do enrolamento de um material metálico o qual, existindo circulação de corrente de condução, gera um campo magnético perpendicular ao plano definido por sua seção transversal (considerando que seu comprimento é muito maior que seu diâmetro) conforme determina a lei de Biot-Savart.

No entanto, a maioria dos solenóides requer um sistema de refrigeração em virtude do efeito Joule. Para solenóides que fornecem entre 40 e 50 mT, a troca de calor por meio da circulação forçada de ar torna-se necessária. Para dispositivos que geram densidade de fluxo magnético superior, a refrigeração é obtida por meio de um trocador de calor que, por sua vez, eleva a complexidade do sistema de focalização [8]. Ademais, por se tratar de um equipamento elétrico, o solenóide requer o uso de uma fonte de alimentação, ocasionando um acréscimo ao volume e massa total do conjunto. Para aplicações de âmbito militar, aeroespacial e telecomunicações via satélite, massa e volume são fatores que devem ser minimizados.

Uma alternativa para a substituição do solenóide, em virtude do avanço na área de materiais magnéticos, é a utilização de ímãs permanentes. Estes materiais, quando processados em geometria adequada, podem fornecer a densidade de fluxo magnético necessária para o confinamento de um feixe eletrônico. É possível a construção de sistemas de focalização constituídos de somente um ímã permanente [11]. Neste caso, o perfil da densidade de fluxo magnético assemelha-se àquele de um solenóide, eliminando o uso de

uma fonte elétrica externa. Contudo, o excesso de massa em razão das dimensões do magneto ainda permanecia um fator limitante em vista da aplicação.

Um novo sistema desenvolvido para focalizar um feixe eletrônico é a montagem de uma série de ímãs permanentes igualmente espaçados que recebe o nome de sistema PPM (“periodic-permanent magnet”), de forma que o campo magnético produzido é periódico na direção de propagação do feixe de elétrons. As induções magnéticas axiais deste sistema são geralmente contrárias na direção (comparando-se dois ímãs adjacentes), obtendo-se uma redução na massa do magneto. Para a comprovação deste fato, toma-se por base o caso apresentado na FIG. 1.3.

Para um circuito magnético composto de apenas um ímã (vide FIG. 1.3 – (a)), considera-se que o campo magnético é uniforme ao longo do comprimento do magneto. Se todas as dimensões deste circuito são multiplicadas por um fator de escala  $N$ , a extensão axial em que o campo magnético atua torna-se  $N$  vezes maior, embora a magnitude de  $\vec{B}$  permaneça constante (vide FIG. 1.3 – (b)). Contudo, o volume da peça será alterado por um fator  $N^3$  e, considerando que a densidade do material é uma propriedade física constante (para a temperatura próxima à ambiente), a massa do ímã aumentará por um fator  $N^3$ . Entretanto, ao serem utilizados  $N$  magnetos iguais ao primeiro, ajustados com pólos semelhantes unidos, a massa deste sistema será  $1/N^2$  inferior quando comparado ao ímã permanente maior que produz aproximadamente a mesma densidade de fluxo magnético ao longo da mesma distância axial, variando somente a direção (vide FIG.1.3- (c)) [10].

Experimentalmente, a obtenção da focalização adequada de um feixe eletrônico requer que a densidade de fluxo magnético de pico de um sistema periódico seja superior quando comparada à densidade de fluxo magnético de somente um magneto ou solenóide. Isto leva a um acréscimo na massa do conjunto, situando este parâmetro no arranjo periódico de ímãs permanentes entre  $1/N$  e  $1/N^2$  em relação ao caso apresentado na FIG. 1.3 – (b). Portanto, a redução em massa e volume por causa da utilização de um arranjo periódico de ímãs permanentes pode atingir um fator de 30. Na TAB. 1.1 apresenta-se uma comparação entre os diferentes sistemas de focalização magnética que podem ser utilizados em uma TWT.

Um terceiro arranjo, plausível de ser considerado em sistemas de colimação empregando ímãs permanentes, consiste em uma estrutura onde os magnetos são posicionados de tal forma que duas peças adjacentes se atraiam (considerando um PPM, dois ímãs adjacentes se repelem). Para um conjunto de peças semelhantes geométrica e

magneticamente, a densidade de fluxo magnético axial do conjunto será inferior àquela de somente um ímã, além do perfil do campo gerado não ser constante (caso de um solenóide) ou mesmo periódico (caso de um PPM), tornando seu uso impraticável experimentalmente.

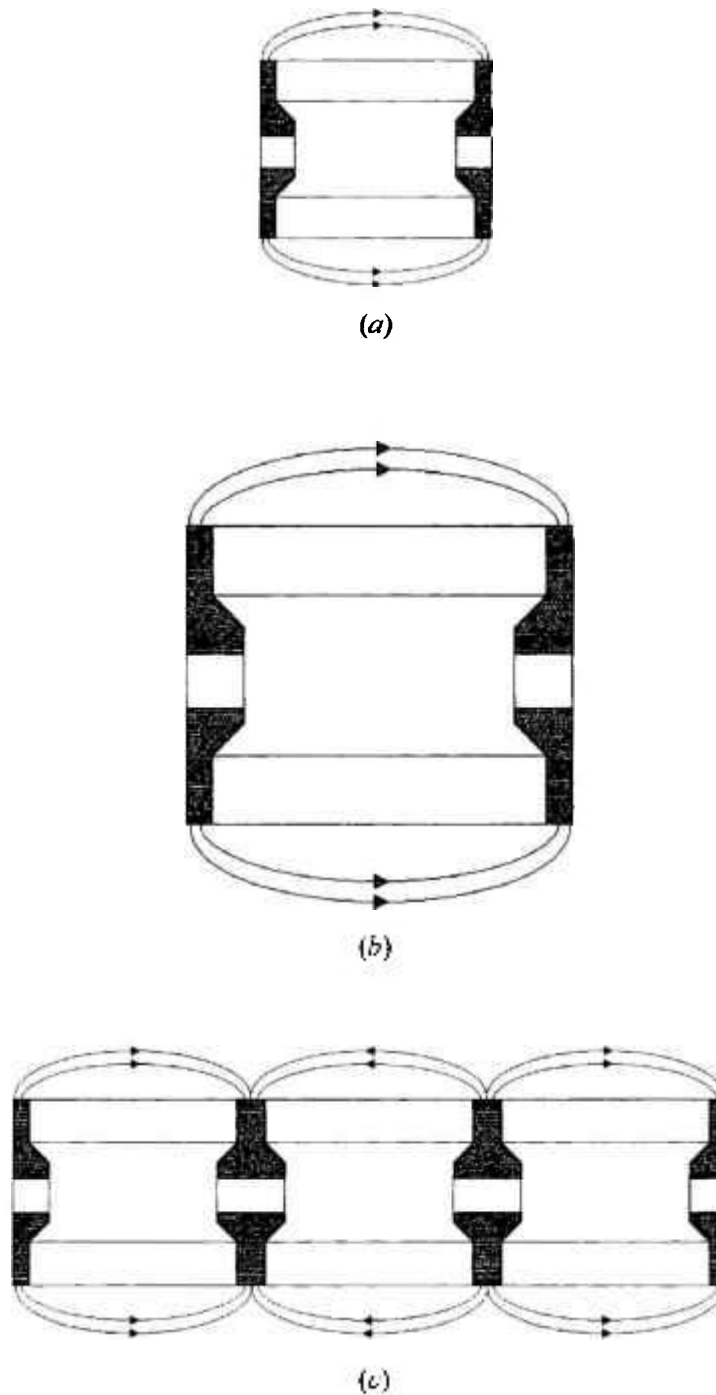


FIGURA 1.3 – Redução da massa em um focalizador magnético. (a) Ímã permanente para análise inicial; (b) ímã permanente com alteração de dimensões; e (c) arranjo periódico de magnetos para focalização magnética (sistema PPM) [10].

TABELA 1.1 – Comparação entre os sistemas de focalização magnética empregados em amplificadores TWT.

Sistema de Focalização	Vantagens	Desvantagens
Solenóide	Auxílio no desenvolvimento experimental de um PPM	Elevada massa Consumo de energia elétrica Uso de sistemas trocadores de calor
PPM	Massa e volume reduzidos Não necessita de fonte de energia externa	Características não podem ser modificadas após construção mecânica

Os primeiros ímãs permanentes empregados em um sistema PPM para focalização magnética pertenciam à classe Alnico (liga de alumínio-níquel-cobalto-ferro) e às ferritas. Porém, com o advento dos materiais magnéticos constituídos por terras raras, o ímã de samário-cobalto (SmCo) passou a ser comumente empregado para este fim [12-13] e, com o desenvolvimento da liga magnética ternária neodímio-ferro-boro (NdFeB) [14], a aplicação deste composto em focalizadores magnéticos tornou-se atrativa, pois se reduz massa e volume do arranjo, simultaneamente, em virtude dos melhores valores de remanência  $B_r$  e produto de energia  $BH_{máx}$ . Inúmeros trabalhos dedicados à investigação deste último material têm sido publicados, de forma a otimizar propriedades que podem impedir sua elegibilidade, como sua reduzida temperatura de Curie e resistência a corrosão. Ademais, a literatura apresenta uma revisão sobre o desenvolvimento no processamento e nas propriedades dos magnetos pertencentes à classe NdFeB [15].

## 1.2 – Objetivo

Tendo em vista o início do desenvolvimento de um novo modelo de TWT no CTMSP, pretende-se alterar o método de colimação magnética. As desvantagens de massa e consumo de energia elétrica impostas por solenóides deverão ser superadas utilizando o sistema PPM.

O objetivo deste trabalho é projetar, construir e caracterizar um arranjo periódico de ímãs permanentes a ser utilizado como focalizador magnético de uma TWT. Especificamente, o PPM deverá ser capaz de manter confinado um feixe de elétrons pulsado, com pico do pulso de corrente de 4 A, duração de 2  $\mu$ s, taxa de repetição de 10 kHz, energia de 30 keV, diâmetro de 5 mm e distância de deriva de 300 mm (distância

entre o anodo e o coletor) utilizando ímãs permanentes de SmCo comerciais. Adicionalmente pretende-se verificar a adequação dos ímãs permanentes da classe NdFeB e/ou PrFeB (praseodímio-ferro-boro) para construção do focalizador PPM desenvolvido.

Este projeto de mestrado foi desenvolvido nas instalações do Laboratório de Microondas de Potência da Divisão de Engenharia Eletrônica do CTMSP em cooperação com o Laboratório de Materiais Magnéticos do Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN.

### **1.3 – Organização do trabalho**

O **Capítulo 2** descreve o efeito das cargas espaciais em feixes eletrônicos na ausência de campos magnéticos, apresentando alguns modelos utilizados para descrever sua dinâmica.

O **Capítulo 3** discute a dinâmica do movimento de cargas elétricas em campos magnéticos com perfis constante e alternado, a metodologia de projeto de arranjos PPM, além de descrever os métodos existentes para o cálculo do campo magnético gerado por ímãs permanentes.

O **Capítulo 4** trata dos materiais e métodos empregados na construção de um focalizador magnético multi-seções, além de apresentar as hipóteses adotadas nas simulações de cálculo de campos magnéticos e colimação de feixes eletrônicos.

O **Capítulo 5** apresenta os resultados da caracterização elétrica, magnética e térmica do focalizador multi-seções, as expressões para determinação do campo magnético gerado por ímãs permanentes toroidais (tanto no eixo de simetria como fora dele), o projeto do focalizador PPM e as simulações de propagação de feixes eletrônicos.

O **Capítulo 6** relata as conclusões obtidas durante o desenvolvimento deste projeto bem como algumas sugestões para trabalhos futuros.

Todas as grandezas apresentadas nesta dissertação estão no *SI* (Sistema Internacional de Unidades), exceto quando indicadas no texto.

## **CAPÍTULO 2 – AS CARGAS ESPACIAIS E SEUS EFEITOS EM FEIXES ELETRÔNICOS**

### **2.1 – Introdução do capítulo**

Como discutido no Capítulo 1, os focalizadores magnéticos utilizados nos amplificadores TWT evitam a divergência do feixe eletrônico que se propaga ao longo da região de deriva de tais dispositivos, garantindo a propagação de um feixe cilíndrico, com diâmetro aproximadamente constante, de modo a constituir um meio material adequado à conversão da energia cinética dos elétrons em um sinal eletromagnético de RF.

O efeito de divergência em um feixe eletrônico, proveniente das forças de repulsão de cargas espaciais, é inerente à existência do feixe em si. Portanto, é importante investigar a dinâmica do movimento das cargas elétricas sob ação de tais forças já que a quantificação de sua influência, sobre a trajetória dos elétrons, é fundamental para o projeto de um focalizador magnético na determinação do campo a ser empregado e, conseqüentemente, na operação de uma TWT.

Este Capítulo descreve, na Seção 2.2, alguns modelos teóricos para a descrição da dinâmica do movimento de feixes eletrônicos. A Seção 2.3 aborda o problema da divergência de um feixe eletrônico sob ação das cargas espaciais por meio de um modelo analítico simplificado. A Seção 2.4, utilizando de uma abordagem mais realista, discute o efeito das cargas espaciais, considerando o fenômeno da modulação em velocidade. Este fenômeno é necessário para descrever a amplificação do sinal eletromagnético que se propaga na região de interação feixe-onda de uma TWT.

### **2.2 – Dinâmica do movimento de feixes eletrônicos**

Antecedendo a investigação quantitativa a ser apresentada neste Capítulo, referente à dinâmica de feixes eletrônicos, apresentam-se as duas abordagens comumente empregadas para descrever o movimento dos elétrons:

- *Analítica*: modelo simplificado que permite determinar expressões matemáticas que descrevem os parâmetros relevantes da dinâmica do feixe eletrônico. Apesar das idealizações consideradas, os resultados teóricos obtidos são condizentes

fisicamente. Relacionam-se abaixo as hipóteses adotadas:

- o feixe eletrônico é tratado como um cilindro reto muito longo de raio  $a$  com densidade linear de carga  $\lambda_l$  uniforme. O campo elétrico radial gerado por esta distribuição de carga pode ser obtido utilizando a lei de Gauss;

- as cargas elétricas localizadas em  $\rho \leq a$ , onde  $\rho$  é a posição radial das cargas analisadas, são radialmente estáticas. Contudo, tais elétrons são livres para se movimentar axialmente e assim descrever a corrente elétrica  $I_0$  do feixe;

- a posição ocupada por um elétron consiste em uma casca cilíndrica de raio  $\rho$  uniformemente carregada, com carga elétrica total  $e$ , onde  $e$  representa a carga de um elétron;

- a equação de trajetória  $\rho = \rho(z)$  descreverá movimentos de contração ou expansão radial da casca cilíndrica que, para  $z = 0$  (entrada da região de deriva), se adotou com coordenada radial  $\rho = a$ ; e

- não se admite a existência do fenômeno de modulação em velocidade do feixe eletrônico.

- *Numérico-computacional*: um modelo capaz de resolver o problema proposto é o método PIC (“particle-in-cell” – partícula na célula) [16]. Com este modelo, em razão da geometria, o feixe eletrônico é dividido em macro-partículas simétricas, em formato de anel, denominadas de célula ou anel de carga. As macro-partículas são livres para apresentar movimento de translação, expansão e contração axiais, expansão ou contração radial dependendo da força resultante em cada uma delas. Para cada anel de carga, a trajetória da linha central é calculada e seguida de maneira a descrever a dinâmica do feixe de elétrons.

O processo básico de operação de um simulador PIC consiste em calcular os campos gerados pelas macro-partículas e o movimento produzido pelas forças. Primeiramente, determinam-se os campos elétrico e magnético utilizando as equações de Maxwell valendo-se da posição de todas as células e suas respectivas velocidades. Em seguida, encontra-se a força resultante sobre cada macro-partícula, com base nos campos elétrico e magnético previamente determinados, na equação de movimento de Newton-Lorentz. Por fim, movem-se as células para suas novas posições, após certo intervalo de tempo, e se recalculam os campos em virtude das novas posições e

velocidades das macro-partículas. Este procedimento é realizado inúmeras vezes até que se ajuste as constantes para simulação, geralmente determinadas pelo usuário do código. As duas equações diferenciais a serem integradas separadamente para cada macro-partícula do sistema são, considerando um caso unidimensional [16]

$$F = m \frac{dv}{dt} \quad (2.1)$$

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad (2.2)$$

as quais são substituídas pelas equações de diferenças finitas

$$m \frac{v_{novo} - v_{antigo}}{\Delta t} = F_{antigo} \quad (2.3)$$

$$\frac{x_{novo} - x_{antigo}}{\Delta t} = v_{novo}, \quad (2.4)$$

onde  $F$  representa a força resultante (força de Lorentz),  $x$  indica a posição da macro-partícula,  $m$  sua massa,  $v$  sua velocidade e  $t$  é o tempo. Implicitamente para este caso, considera-se que a velocidade das partículas é muito inferior quando comparada à velocidade da luz.

Condições de contorno (relacionadas à geometria da região de deriva), que garantem uma solução única para os campos elétrico magnético, bem como iniciais (corrente elétrica, diferença de potencial de aceleração e raio do feixe eletrônico) são necessárias para a obtenção de soluções fisicamente condizentes.

### 2.3 – Efeito das cargas espaciais: um modelo analítico simplificado

Com base nas considerações apresentadas na Seção 2.2, descrever-se-á o efeito de repulsão proveniente das cargas espaciais utilizando a equação do movimento radial da extremidade de um feixe eletrônico. A força radial resultante pode ser escrita, utilizando o sistema de coordenadas cilíndricas  $(\rho, \varphi, z)$  em virtude da geometria do feixe, valendo-se da combinação da segunda lei de Newton com a equação de força de Lorentz. Na ausência de campo magnético na região de propagação do feixe, obtém-se

$$m \frac{d^2 \rho}{dt^2} = e \left( \frac{\lambda_l}{2\pi\epsilon_0 \rho} \right), \quad (2.5)$$

onde  $m$  representa a massa de um elétron,  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo e  $\rho$  é a posição radial da casca eletrônica. O termo entre parênteses em (2.5) representa o campo elétrico radial gerado por um cilindro reto uniformemente carregado obtido pela lei de Gauss [17-18].

É possível substituir a densidade linear de cargas elétricas  $\lambda_l$  em (2.5) pela razão entre a corrente elétrica  $I_0$  do feixe eletrônico e sua velocidade axial  $\dot{z}$  ( $dz/dt$ ) considerando que: (i) exista uma distribuição uniforme de cargas elétricas; e (ii) a velocidade de propagação dos elétrons seja constante. A segunda hipótese, a princípio, é real em um amplificador TWT, pois uma vez emitidos os elétrons a partir do catodo, ao longo da região de deriva (espaço de interesse para a focalização magnética) estará presente somente o campo elétrico advindo das cargas espaciais. Já que todos os elétrons foram acelerados sob a mesma diferença de potencial  $V_0$ , o feixe pode ser considerado monoenergético e os elétrons se propagam todos com a mesma velocidade axial, existindo portanto uma distribuição uniforme de cargas [19]. Contudo, vale ressaltar que não se considera o efeito de modulação em velocidade do feixe eletrônico, justificando a simplicidade do modelo.

De acordo com a substituição sugerida, (2.5) é reescrita por

$$m \frac{d^2 \rho}{dt^2} = e \left( \frac{I_0}{2\pi\epsilon_0 \rho \dot{z}} \right), \quad (2.6)$$

onde o parâmetro  $\dot{z}$  pode ser determinado com base no princípio da conservação de energia

$$\frac{m\dot{z}^2}{2} = eV_0 \Rightarrow \dot{z} = \sqrt{2\eta V_0}, \quad (2.7)$$

e  $\eta$  identifica a relação carga-massa de um elétron. Valendo-se de (2.6), é possível determinar a variação de energia cinética (e posteriormente da velocidade radial  $d\rho/dt$ ) da casca cilíndrica eletrônica. Para tal é necessário utilizar a relação

$$\frac{d}{d\rho} \left( \frac{1}{2} \dot{\rho}^2 \right) = \dot{\rho} \frac{d}{d\rho} (\dot{\rho}) = \frac{d\rho}{dt} \frac{dt}{d\rho} \frac{d}{dt} (\dot{\rho}) = \ddot{\rho}, \quad (2.8)$$

a qual indica que a variação da metade da velocidade radial ao quadrado da casca eletrônica, em relação à sua posição radial, é igual à aceleração radial desta casca. Com base em (2.8), um breve trabalho algébrico é realizado utilizando-se (2.6), obtendo-se

$$\begin{aligned} m \frac{d}{d\rho} \left( \frac{1}{2} \dot{\rho}^2 \right) &= e \cdot \frac{I_0}{2\pi\epsilon_0 \dot{z}} \frac{1}{\rho} \\ m \int d \left( \frac{1}{2} \dot{\rho}^2 \right) &= e \frac{I_0}{2\pi\epsilon_0 \dot{z}} \int_{\rho_{min}}^{\rho} \frac{1}{\rho'} d\rho' \\ \frac{m\dot{\rho}^2}{2} &= e \frac{I_0}{2\pi\epsilon_0 \dot{z}} \ln \left( \frac{\rho}{\rho_{min}} \right). \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde o limite de integração  $\rho_{min}$  determina a posição radial mínima atingida pela casca eletrônica (e, conseqüentemente, pelo feixe) [20]. A velocidade radial  $v_\rho = (d\rho / dt)$  pode então ser determinada, encontrando-se

$$v_\rho = \dot{\rho} = \frac{\sqrt{\frac{e I_0 \rho}{\pi \epsilon_0 \dot{z}} \ln \left( \frac{\rho}{\rho_{min}} \right)}}{\rho} \quad (2.10)$$

Em (2.10) nota-se que o primeiro termo, após o sinal de igualdade, é constituído somente por constantes físicas ou parâmetros que podem ser mensurados, ao passo que o segundo termo é dependente somente das dimensões radiais da casca eletrônica. Realizando a separação dos termos que dependem somente de  $\rho$ , escreve-se

$$\frac{d\rho}{\sqrt{\ln \left( \frac{\rho}{\rho_{min}} \right)}} = \sqrt{\frac{e I_0}{\pi \epsilon_0 \dot{z}}} dt. \quad (2.11)$$

A equação (2.11) pode ser integrada para que se obtenha uma expressão

analítica que descreva, matematicamente, o efeito de repulsão advindo das cargas espaciais. Para tal, considera-se o limite inferior de integração  $\rho = \rho_{min}$ , utilizando a normalização  $R = \rho / \rho_{min}$ , a qual indica a relação entre o raio da casca eletrônica em certo instante  $t$  e o raio mínimo da mesma casca no instante  $t = 0$ . Empregando a equação horária para o movimento uniforme  $z = t\dot{z}$ , onde  $z$  é a distância axial, obtém-se [20]

$$\frac{I}{R} \int_1^R \frac{dR'}{\sqrt{\ln(R')}} = \frac{t}{\rho} \sqrt{\frac{\eta I_0}{\pi \epsilon_0 \dot{z}}} = \frac{z}{\rho} \sqrt{\frac{\eta I_0}{\pi \epsilon_0 \dot{z}^2}}, \quad (2.12)$$

onde o limite inferior da integral à esquerda é 1 pois este é o menor valor que pode ser obtido na relação  $R = \rho / \rho_{min}$ . É possível, então, simplificar (2.12) utilizando o princípio da conservação de energia apresentado em (2.7), obtendo-se

$$\frac{I}{R} \int_1^R \frac{dR'}{\sqrt{\ln R'}} = \frac{z}{\rho} \sqrt{\frac{\eta I_0}{\pi \epsilon_0 2\eta V_0 \sqrt{2\eta V_0}}} = \frac{z}{\rho} \sqrt{\frac{I_0}{V_0^{3/2}} \frac{1}{2\pi \epsilon_0 \sqrt{2\eta}}} \equiv \frac{z}{\rho} 174K^{1/2}, \quad (2.13)$$

onde  $K$  é denominado perveância do feixe (razão  $I_0 / V_0^{3/2}$ ) e é função apenas da geometria do canhão eletrônico e não depende de suas dimensões absolutas [8]. Com (2.13) determina-se a *curva de divergência* de um feixe eletrônico inicialmente paralelo, apresentada na FIG. 2.1, tomando-se por base seu raio inicial [20].

Verifica-se por este gráfico que, ao se elevar a corrente de um determinado feixe eletrônico, a carga elétrica total será aumentada e, portanto, o efeito da repulsão entre as cargas espaciais será maior, ao passo que a redução da diferença de potencial de aceleração do feixe eletrônico torna menor a velocidade do conjunto de cargas, diminuindo sua inércia, o que promoverá um efeito semelhante de repulsão dos elétrons ocorrido com o acréscimo da corrente elétrica.

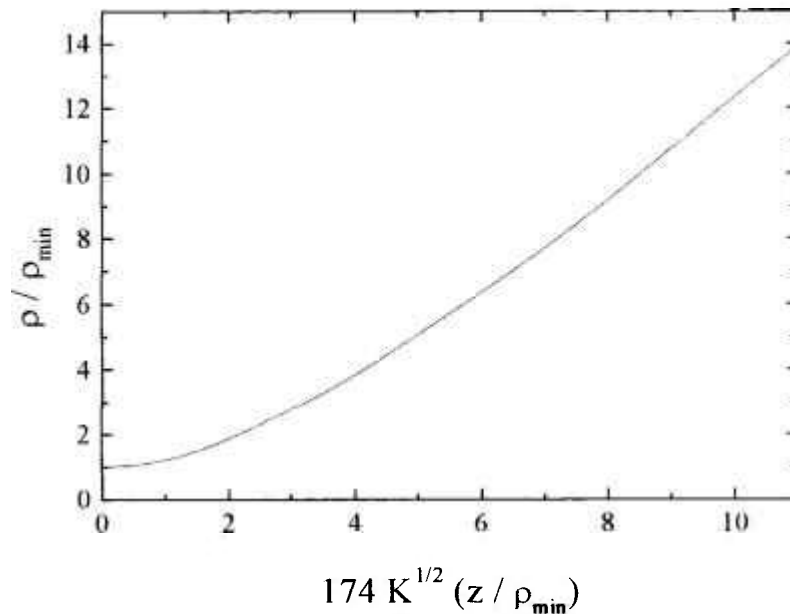


FIGURA 2.1 – Curva de divergência de um feixe eletrônico que apresenta o raio  $\rho$  normalizado em função da posição axial e perveância  $K$  [21, 22].

#### 2.4 – Efeito das cargas espaciais: uma abordagem mais realista

O modelo de espalhamento para um feixe eletrônico, com densidade uniforme de cargas elétricas e na ausência de campo magnético, apresentado na Seção 2.3, baseou-se em hipóteses simplificadoras de forma a facilitar o tratamento matemático analítico realizado. Este modelo apontou a influência da corrente elétrica e da diferença de potencial de aceleração sobre a propagação dos elétrons desconsiderando o efeito da modulação em velocidade, abordado a seguir, o qual é fundamental para descrever a amplificação do sinal eletromagnético de um amplificador TWT.

Na descrição da dinâmica de um feixe eletrônico considerar-se-á primeiramente a seguinte situação física hipotética: seja uma nuvem eletrônica de dimensões muito grandes, onde os elétrons são livres para se deslocarem somente sujeitos a ação dos elétrons a sua volta. Tendo em vista a força de repulsão eletrostática, à medida que cada par de elétrons se afasta, o par adjacente se aproxima. Este fenômeno resultará em um movimento oscilatório que se propaga ao longo da extensão da nuvem, cuja frequência é denominada frequência de plasma,  $\omega_p$ , dada por [8, 20]

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\eta F^2 \omega_0^2}{\epsilon_0}} \quad (2.14)$$

A esta frequência está relacionado o comprimento de onda de plasma  $\lambda_p$ , que representa a distancia percorrida por uma carga elétrica após uma oscilação completa. A relação existente entre estas duas grandezas é expressa por [20]

$$\lambda_p = \frac{2\pi z}{\omega_p} \quad (2.15)$$

Muito embora esta análise seja real, ela é válida somente para o caso de uma nuvem eletrônica de dimensões muito grandes, conforme mencionado anteriormente. Contudo, durante a operação de uma TWT, o feixe eletrônico apresenta, durante sua propagação, dimensões finitas e tal análise deve ser revista. Experimentalmente, existirá a indução de cargas elétricas na superfície do condutor metálico que constitui o arranjo do amplificador, causando uma redução na frequência de plasma quando comparada ao caso ideal [8]. Em virtude deste fato, o comprimento de onda de plasma aumenta. Assim, o termo  $\omega_q$  que representa a frequência de plasma reduzida [8] é expresso por

$$\omega_q = F\omega_p, \quad (2.16)$$

onde  $F$  é o fator de redução da frequência de plasma e depende da geometria do feixe eletrônico e do contorno que o envolve [23]. Vale ressaltar que seu valor será sempre inferior à unidade.

#### 2.4.1 – A modulação em velocidade

Verificou-se na Seção 2.4 que para uma nuvem eletrônica limitada por um contorno, adotando-se como exemplo um feixe de elétrons cilíndrico com velocidade DC  $v_0$  ( $v_0 = dz / dt$ ), a frequência de plasma será modificada para  $\omega_q = F\omega_p$ , em virtude da presença do tubo metálico que constitui a região de deriva do amplificador de microondas.

Considerar-se-á nesta Seção um feixe eletrônico de raio  $a$ , velocidade  $v_0$  (DC), frequência de plasma reduzida  $\omega_q$  propagando-se em um tubo de deriva. Tal feixe atravessa

em  $z = -d$  uma cavidade cilíndrica, de altura  $d$ , com um orifício central de raio  $a$ , conforme mostrado na FIG. 2.2. Tal cavidade é excitada por meio de um campo de RF expresso por

$$E(t) = E_g \cos(\omega t), \quad (2.17)$$

onde  $E_g$  é a amplitude do campo,  $\omega$  é a frequência angular e  $f$  é a frequência de ressonância, definida pela geometria da cavidade.

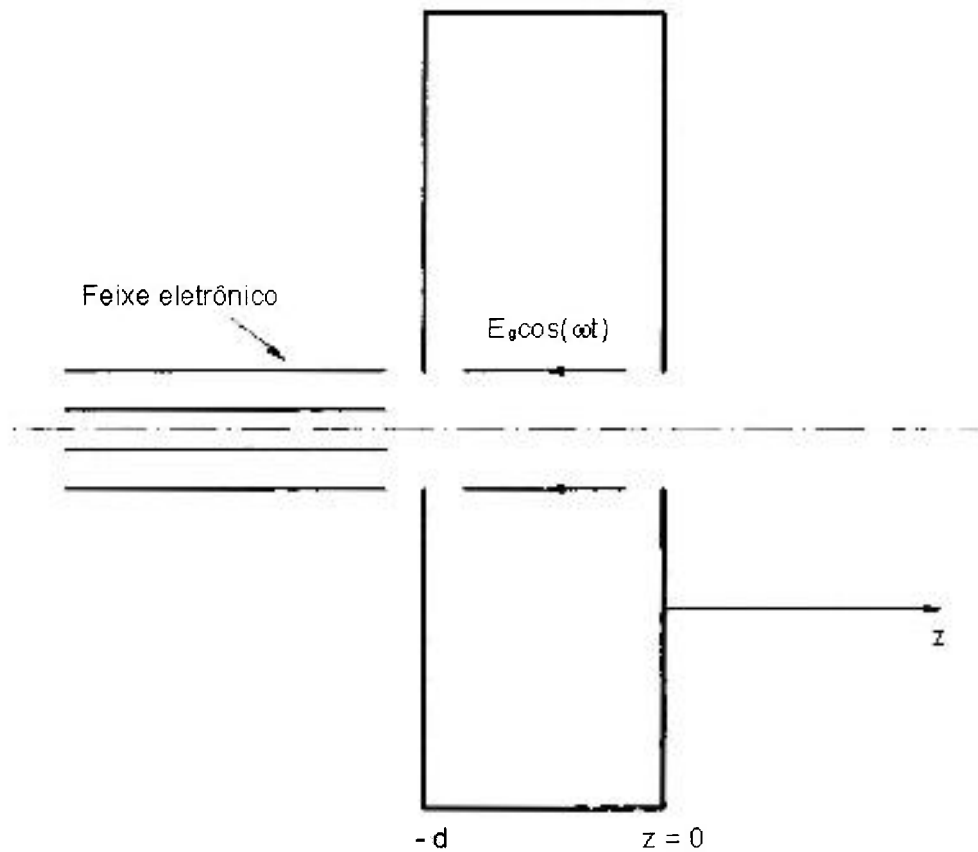


FIGURA 2.2 – Cavidade cilíndrica responsável pela excitação das ondas de carga espacial em um feixe eletrônico.

Se o tempo para um particular elétron cruzar o plano  $z = -(d/2)$  for  $t_1$ , então o campo elétrico na cavidade no tempo  $t$ , quando tal elétron estiver na posição  $z = -(d/2) + v_0(t - t_1)$  será

$$E_g \cos(\omega t) = E_g \cos \left[ \frac{\omega}{v_0} \left( z + \frac{d}{2} + v_0 t_1 \right) \right] = E_g \cos \beta_0 \left( z + \frac{d}{2} + v_0 t_1 \right), \quad (2.18)$$

onde  $\beta_0 = (\omega / v_0)$  é definido como a constante de propagação DC do feixe. Nestas condições o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre o elétron, durante seu tempo de trânsito no interior da cavidade, é dado por

$$W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{-d}^0 -eE_g \cos \beta_0 \left( z + \frac{d}{2} + v_0 t_1 \right) dz = -eE_g d \left( \frac{\text{sen } \beta_0 \frac{d}{2}}{\beta_0 \frac{d}{2}} \right) \cos \omega t_1. \quad (2.19)$$

O parâmetro de acoplamento do feixe e a cavidade, expresso por  $M$ , é definido segundo

$$M = \frac{\text{sen } \beta_0 \frac{d}{2}}{\beta_0 \frac{d}{2}}. \quad (2.20)$$

Portanto, para um elétron cruzando o plano médio da cavidade no tempo  $t$  arbitrário, o trabalho realizado pelo campo da cavidade sobre este elétron será expresso por

$$W = -eE_g dM \cos(\omega t). \quad (2.21)$$

Tendo em vista que o trabalho realizado pelo campo resulta na variação da energia cinética, então a velocidade de saída do elétron denotada por  $v_0 + v_z'(t)$  será

$$\frac{1}{2} m [v_0 + v_z'(t)]^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m [2v_0 v_z'(t) + v_z'^2(t)] \equiv m v_0 v_z'(t) = -eE_g dM \cos(\omega t), \quad (2.22)$$

desde que se admita uma condição de pequenos sinais, ou seja,  $|v_0| \gg |v_z'|$ . Reescrevendo (2.22) em função de  $v_z'$ , tem-se

$$v_z'(t) = -\frac{eE_g}{m v_0} dM \cos(\omega t) = \frac{\eta}{v_0} E_g dM \cos(\omega t), \quad (2.23)$$

que representa a diferença de velocidade axial do feixe eletrônico no plano de saída da

cavidade ( $z = 0$ ).

Na região de deriva para  $z > 0$  (existirá somente o campo elétrico advindo das cargas elétricas), as ondas de carga espacial serão excitadas devido à modulação em velocidade do feixe na cavidade. Sejam  $v_{zs}(z, t)$  e  $v_{zf}(z, t)$  as expressões para as ondas de carga espacial lentas e rápidas, respectivamente. Portanto

$$v_z'(z, t) = v_{zs}(z, t) + v_{zf}(z, t)$$

$$v_z'(z, t) = v_{zs} \cos(\beta_s z - \omega t) + v_{zf} \cos(\beta_f z - \omega t), \quad (2.24)$$

onde  $\beta_s$  e  $\beta_f$  representam as constantes de propagação das ondas lentas e rápidas, respectivamente. Considerando  $z = 0$ , é plausível admitir que  $v_{zs} = v_{zf}$ , uma vez que a amplitude do campo elétrico modulador apresenta amplitude máxima constante, variando apenas sua direção. Assim, ter-se-á

$$v_z'(z, t) = \frac{v_{z=0}}{2} [\cos(\beta_s z - \omega t) + \cos(\beta_f z - \omega t)], \quad (2.25)$$

onde  $v_{z=0} = -\frac{\eta}{v_0} E_g dM$ .

Por outro lado, é possível relacionar as constantes de propagação  $\beta_s$  e  $\beta_f$  com a frequência de plasma reduzida segundo as expressões [24]

$$\beta_f = \beta_0 \left( 1 + \frac{\omega_p}{\omega} \right) \quad (2.26)$$

$$\beta_s = \beta_0 \left( 1 - \frac{\omega_p}{\omega} \right), \quad (2.27)$$

o que permite concluir que  $v_f + v_0 > v_0 > v_0 + v_s$ . Substituindo as expressões acima em (2.24), e utilizando a propriedade trigonométrica  $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$ , obtém-se

$$v_z'(z, t) = v_{z=0} \cos(\beta_0 z) \cos(\beta_0 z - \omega t) \quad (2.28)$$

onde  $\beta_q = \beta_0 \frac{\omega_q}{\omega}$ .

Pode-se observar que devido ao batimento ou interferência construtiva entre as duas ondas de carga espacial, a velocidade e conseqüentemente a densidade de corrente do feixe eletrônico variarão de acordo com  $\cos(\beta_q z)$ . Pode-se observar que, analisando (2.28), a máxima densidade de corrente ocorre quando

$$z = n \frac{\lambda_q}{2} \quad (2.29)$$

onde  $n$  é um número inteiro e  $\lambda_q$  representa o comprimento de onda de plasma associado à frequência de plasma reduzida dada por

$$\lambda_q = \frac{2\pi}{\beta_q}, \quad (2.30)$$

e a densidade de corrente de convecção do feixe eletrônico modulado  $J_z(z, t) = \rho_{elet} v(z, t)$  pode ser escrita como

$$J_z(z, t) = \rho_{elet} v_{z=0} \cos(\beta_q z) \cos(\beta_0 z - \omega t). \quad (2.31)$$

## 2.5 – Conclusões do capítulo

Neste Capítulo apresentaram-se os efeitos das forças de cargas espaciais existentes em um feixe eletrônico, inicialmente com um modelo simplificado e, em seguida, utilizando uma abordagem mais realista quando se considerou o fenômeno da modulação em velocidade.

Verificou-se que o efeito de divergência será tão mais pronunciado quanto mais elevada a corrente do feixe eletrônico, uma vez que a carga elétrica total é acrescida, ou menor a diferença de potencial de aceleração, já que se reduz a inércia dos elétrons. Obteve-se a curva de espalhamento de um feixe eletrônico, a qual é normalizada em relação ao raio e é dependente da perveância  $K$ .

Em seguida, descreveu-se o efeito da modulação em velocidade e se determinaram parâmetros que serão utilizados posteriormente no projeto do focalizador

PPM, citando-se como exemplo o comprimento de onda de plasma  $\lambda_p$ . Adicionalmente, inferiu-se que devido ao contorno metálico da região de deriva, ocorre uma redução na frequência de plasma por um fator que depende da geometria do feixe eletrônico e do contorno que o envolve.

Por fim, é possível concluir que para um feixe confinado axialmente, ou seja, sem movimento na direção radial, as ondas de carga espacial são oscilações longitudinais, semelhantes às ondas mecânicas de pressão.

## CAPÍTULO 3 – DINÂMICA DO MOVIMENTO DE CARGAS ELÉTRICAS EM CAMPOS MAGNÉTICOS

### 3.1 – Introdução do capítulo

No Capítulo 2 obteve-se a equação de trajetória  $\rho = \rho(z)$  de uma casca cilíndrica eletrônica, com carga elétrica total  $e$ , coincidindo com a extremidade radial de um feixe de elétrons, na ausência de campo magnético na região de investigação. Com base na equação de movimento radial obtida, determinou-se a curva de divergência de um feixe eletrônico em função de sua corrente elétrica e da diferença de potencial de aceleração.

Neste Capítulo, o modelo será revisto de modo a se abordar a dinâmica do movimento das cargas elétricas quando um campo magnético é considerado. Pretende-se obter uma expressão matemática, que possibilite determinar a magnitude da componente axial da densidade de fluxo magnético, necessária para a colimação de um cilindro de corrente elétrica  $I_0$ , energia  $eV_0$  e raio  $a$ .

Este Capítulo descreve, na Seção 3.2, a interação entre campos magnéticos e cargas elétricas. A Seção 3.3 aborda a propagação de uma carga elétrica em um campo magnético de perfil constante. A Seção 3.4 apresenta a metodologia para obtenção de  $\dot{\phi}$  ( $d\phi/dt$ ) para que, na Seção 3.5, com base na investigação do movimento radial de elétrons em feixes eletrônicos, possa se determinar a densidade de fluxo magnético de Brillouin com perfil constante de indução. A Seção 3.6 discute o movimento radial de feixes eletrônicos em campos magnéticos de perfil alternado. A Seção 3.7 relata as etapas necessárias para o projeto de um focalizador PPM e, por fim, na Seção 3.8, abordam-se os métodos existentes para o cálculo do campo magnético gerado por ímãs permanentes.

### 3.2 – Interação entre campos magnéticos e cargas elétricas

Uma carga elétrica  $e$ , localizada em uma região onde está presente um campo magnético  $\vec{B}$ , estará sujeita à ação de uma força magnética originada por este campo. Esta força é dependente da carga em questão, de sua velocidade e do campo magnético aplicado, cujo caráter vetorial obedece a relação [25]

$$\vec{F}_{mag} = e(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (3.1)$$

onde  $\vec{F}_{mag}$  é o vetor força magnética e  $\vec{v}$  é o vetor velocidade da partícula. Em razão do produto vetorial existente em (3.1), a força magnética atuante nesta carga não agirá na mesma direção em que atua o campo magnético, mas será ortogonal ao plano formado pelos vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ . Caso a partícula não esteja se movendo ( $\vec{v} = \vec{0}$ ) ou o movimento seja paralelo à direção do campo magnético aplicado, a força magnética atuante sobre a partícula será nula.

Considerar-se-á a situação onde um elétron percorre um elemento de trajetória  $d\vec{r}$ . Multiplicando-se escalarmente ambos os lados de (3.1) por este elemento, obtém-se

$$\vec{F}_{mag} \cdot d\vec{r} = (e\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} dt, \quad (3.2)$$

onde o lado esquerdo de (3.2) corresponde à expressão para o trabalho elementar realizado pela força magnética sobre uma carga elétrica. Contudo, o lado direito de (3.2) pode ainda ser reescrito utilizando uma propriedade do produto misto [25]

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}), \quad (3.3)$$

e considerando  $\vec{a} = \vec{v} dt$ ,  $\vec{b} = e\vec{v}$  e  $\vec{c} = \vec{B}$ , tem-se

$$\vec{v} dt \cdot (e\vec{v} \times \vec{B}) = e\vec{B} \cdot (\vec{v} \times \vec{v}) \cdot dt. \quad (3.4)$$

Contudo, o produto vetorial entre dois vetores paralelos é nulo, resultando em

$$\vec{F}_{mag} \cdot d\vec{r} = 0, \quad (3.5)$$

demonstrando que a força magnética não realiza trabalho em uma carga elétrica em movimento. Portanto, um campo magnético é incapaz de alterar a energia total de uma partícula eletricamente carregada, influenciando somente sua direção de propagação.

### 3.3 – Propagação de uma carga elétrica em um campo magnético de perfil constante

Uma investigação preliminar importante para feixes eletrônicos é aquela em que se considera, primeiramente, uma carga elétrica que atinge uma região onde existe um

campo magnético  $\vec{B}$ . Por hipótese, esta carga ao ser injetada na região de análise descreve uma trajetória paralela ao eixo  $z$ , distando  $\rho$  do mesmo. É possível demonstrar, utilizando a segunda lei de Newton com a decomposição de (3.1) escrita em coordenadas cilíndricas  $(\rho, \varphi, z)$ , que a resultante das forças que atuam sobre esta carga apresenta três componentes

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} - \rho\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = \eta\left(B_\varphi \frac{dz}{dt} - B_\rho \rho \frac{d\varphi}{dt}\right) \quad (3.6)$$

$$2\frac{d\rho}{dt}\frac{d\varphi}{dt} + \rho\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \eta\left(B_z \frac{d\rho}{dt} - B_\rho \frac{dz}{dt}\right) \quad (3.7)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \eta\left(B_\rho \rho \frac{d\varphi}{dt} - B_\varphi \frac{d\rho}{dt}\right) \quad (3.8)$$

onde  $B_\rho$ ,  $B_\varphi$  e  $B_z$  denotam as componentes radial, azimutal (angular) e axial da densidade de fluxo magnético, respectivamente. Os termos à esquerda de (3.6), (3.7) e (3.8) representam as componentes da aceleração para  $\hat{a}_\rho$ ,  $\hat{a}_\varphi$  e  $\hat{a}_z$ , respectivamente, ao passo que à direita destas mesmas equações têm-se as forças, por unidade de massa, atuantes sobre a carga elétrica.

Considerar-se-á que o campo magnético apresenta simetria axial, ou seja,  $B_\varphi = 0$ . Ademais, para a análise em andamento tal campo apresenta, predominantemente, a componente axial de densidade de fluxo magnético, conforme verificado experimentalmente no interior de um solenóide (afastado de suas extremidades), expresso matematicamente por

$$\vec{B} = B_z \hat{a}_z. \quad (3.9)$$

Para um elétron que entra em uma região onde existe o campo acima descrito, cujo vetor velocidade forma um certo ângulo  $\gamma$  com  $\vec{B}$ , a componente radial da velocidade  $v_\rho = (d\rho/dt)$  interagirá com a componente axial da densidade de fluxo magnético  $B_z$ , ao passo que a componente axial da velocidade  $v_z = dz/dt$  interagirá com a componente radial  $B_\rho$  (quando, neste último caso, tal valor não for nulo – vide (3.7)), resultando em uma força atuante na direção  $\hat{a}_\varphi$ . Simultaneamente, surgirá uma componente de

velocidade na direção  $\hat{a}_\varphi$  advinda da aceleração centrífuga. Esta componente de velocidade  $v_\varphi = [\rho(d\varphi / dt)]$  também interagirá com  $B_z$ , resultando em uma componente radial de força cuja direção aponta para o eixo (vide (3.6)).

A interação entre  $v_\varphi$  e  $B_z$  causará um movimento circular à partícula, mas a componente axial  $v_z$  da velocidade não interage com  $B_z$ , uma vez que o produto vetorial entre dois vetores paralelos é nulo. A combinação dos efeitos ocasiona um movimento em formato de hélice à partícula, conforme mostrado na FIG. 3.1. Ademais, é importante ressaltar que ao se verificar o conjunto de equações (3.6) a (3.8), a presença da componente radial da densidade de fluxo magnético  $B_\rho$  interagindo com  $v_z$  ocasionaria uma seqüência de eventos semelhante àquela mencionada no parágrafo anterior, isto é, o movimento de rotação.

É possível caracterizar certos parâmetros da hélice gerada com o movimento do elétron. Contudo, convém ressaltar que a força magnética é ortogonal à velocidade da partícula, da mesma forma que a aceleração imposta ao elétron também será perpendicular a  $\vec{v}$ , causando apenas uma mudança de direção no vetor velocidade, indicando que tal aceleração é centrípeta [25]. O raio da circunferência formada, proveniente do movimento circular da carga é obtido por

$$R = \frac{v_\varphi^2}{a_{centripeta}} = \frac{\left(\rho \frac{d\varphi}{dt}\right)^2}{\eta B_z \rho \frac{d\varphi}{dt}} = \frac{\rho}{\eta B_z} \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.10)$$

Se  $T$  representa o período de revolução e indica o tempo necessário para que uma carga elétrica realize uma volta completa ao longo de uma circunferência de perímetro  $2\pi R$ , então tal parâmetro será dado por [25]

$$v_\varphi = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\eta B_z} \quad (3.11)$$

Com base em (3.11), nota-se que o período do movimento da carga não depende de sua velocidade  $v_\varphi$ . Partículas carregadas mais rápidas descrevem círculos maiores quando comparadas às mais lentas, porém todas aquelas que apresentam mesma carga realizam

uma volta completa no mesmo período  $T$ , denominado período ciclotrônico [25]. Define-se uma frequência angular ciclotrônica  $\omega_c$ , dada por

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \eta B_z. \quad (3.12)$$

Por fim, caracteriza-se o passo da hélice formada com a combinação do movimento circular e retilíneo da partícula. Tal parâmetro, mostrado na FIG 3.1, é dado pela distância percorrida entre duas voltas adjacentes, expresso por

$$P = v_z T = \frac{\pm 2\pi}{r_l B_z} \quad (3.13)$$

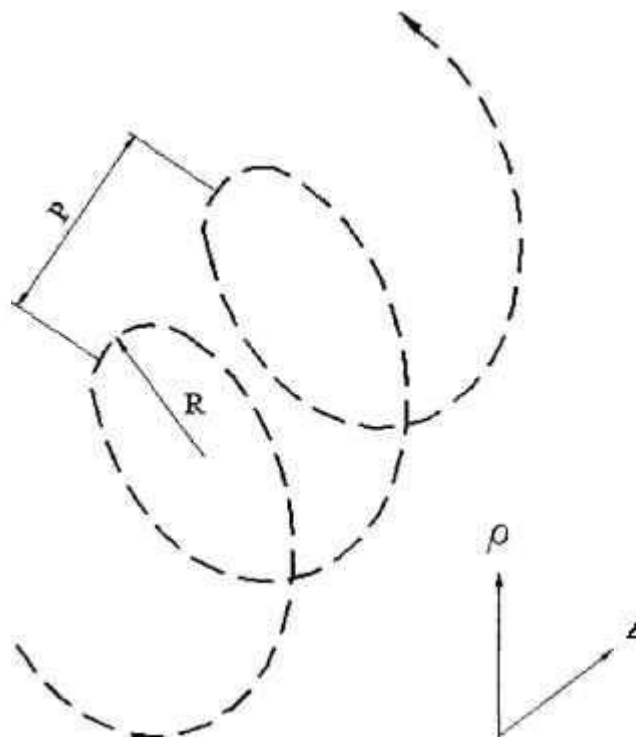


FIGURA 3.1 – Trajetória descrita por um elétron, em uma região onde está presente uma densidade de fluxo magnético constante, predominantemente axial, quando seu vetor velocidade apresenta certo ângulo  $\gamma$  com  $\vec{B}$ . Estão identificados o raio ( $R$ ) e o passo da hélice ( $P$ ), bem como os eixos do sistema de coordenadas adotado.

### 3.4 – Determinação de $d\varphi / dt$

A determinação da velocidade angular  $v_\varphi = \rho \dot{\varphi} = [\rho(d\varphi / dt)]$  dos elétrons que constituem um feixe eletrônico e, em especial  $d\varphi / dt$ , é essencial quando é presente um campo magnético, uma vez que esta possibilitará a avaliação da densidade de fluxo magnético necessário para o confinamento de tal feixe além de relacionar a variação da rotação angular de uma carga elétrica com a variação da densidade de fluxo magnético que influencia tal sistema [21]. Contudo, certas hipóteses devem ser admitidas.

Quando os elétrons são emitidos a partir de um catodo blindado magneticamente em uma TWT (sistema Brillouin de focalização), estes não possuem a componente angular de velocidade  $v_\varphi$ , mas só a adquirem ao atingirem a região onde  $\vec{B}$  é atuante, conforme discutido anteriormente. Na parte central da região de deriva, pode-se afirmar que a densidade de fluxo magnético é predominantemente axial, isto é, apresenta somente a componente que aponta ao longo do eixo de propagação do feixe eletrônico. No entanto, em ambas as extremidades de um solenóide, por exemplo, este campo apresenta tanto a componente radial como a componente axial e esta é a região de investigação para determinação de  $d\varphi / dt$ .

Considerar-se-á a situação ilustrada na FIG. 3.2 (a). Nesta figura, é possível observar um feixe eletrônico, com raio inicial  $a$ , divergindo à medida que se propaga paralelamente ao eixo  $z$ . Com base na distribuição das linhas de fluxo magnético, admite-se que o campo magnético gerado com o sistema de focalização é dado por

$$\vec{B} = B_\rho \hat{a}_\rho + B_z \hat{a}_z. \quad (3.14)$$

A FIG. 3.2 (b), por sua vez, ilustra a trajetória de um elétron, localizado na extremidade do feixe eletrônico analisado, o qual percorreu, durante certo tempo  $t$ , um elemento de trajetória indicado pelo segmento de reta  $PQ$ . Considerando somente a “superfície” do feixe eletrônico, determina-se um elemento de área  $dS$  obtido valendo-se da revolução do elemento de trajetória  $PQ$  por meio de uma variação angular infinitesimal  $d\varphi$ . Nesta mesma figura, adota-se que o elemento de área  $dS$  é dado pelo produto entre a base circular  $PP'$  e sua altura, referente ao elemento de trajetória  $PQ$ . Avaliando-se o triângulo-retângulo construído na região externa à superfície do feixe eletrônico, nota-se que  $PQ$  forma tal triângulo e pode ser decomposto em uma parcela axial ( $dz$ ) e outra radial

$(d\rho)$ , além de apresentar certo ângulo  $\psi$  com o segmento  $PN$ . Nestas condições,  $PQ$  é matematicamente descrito por [26]

$$d\rho = PQ \cos(\psi) \Rightarrow PQ = d\rho \sec(\psi). \quad (3.15)$$

O segmento de arco identificado por  $PP'$  é definido como

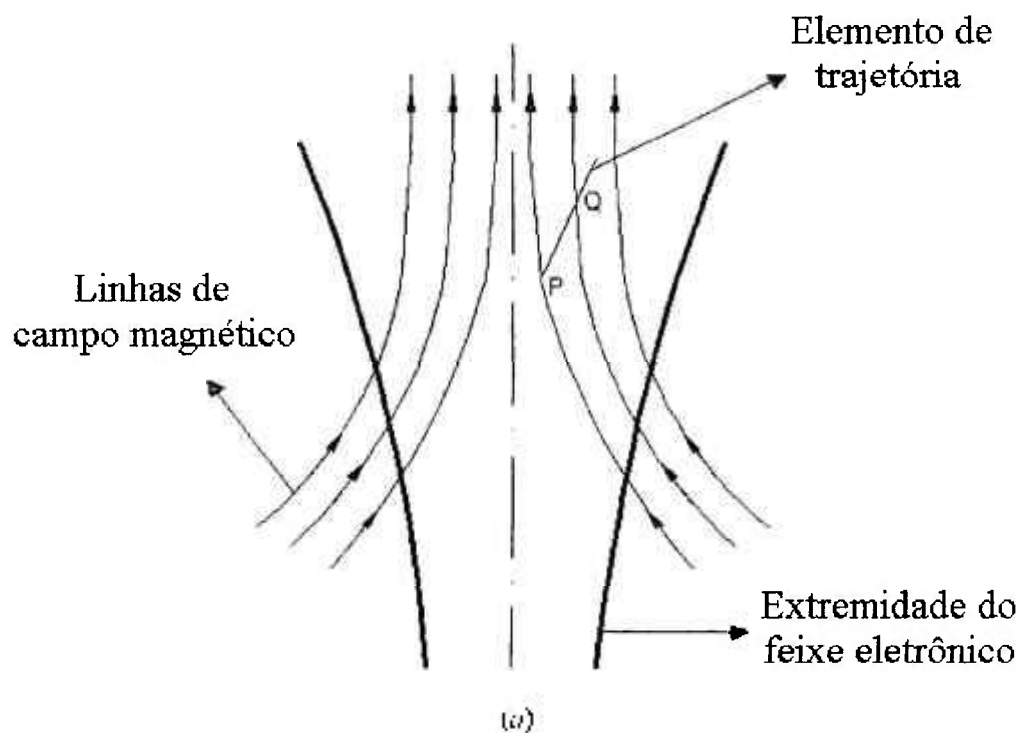
$$PP' = \rho d\varphi, \quad (3.16)$$

e combinando (3.15) e (3.16), o elemento de área  $dS$  será dado por

$$dS = \rho \sec(\psi) d\varphi d\rho. \quad (3.17)$$

O versor normal  $\hat{a}_\perp$ , apresentado na FIG. 3.2 (b), pode ser decomposto em uma componente axial e uma componente radial, descrito por

$$\hat{a}_\perp = -\text{sen}(\psi)\hat{a}_\rho + \text{cos}(\psi)\hat{a}_z. \quad (3.18)$$



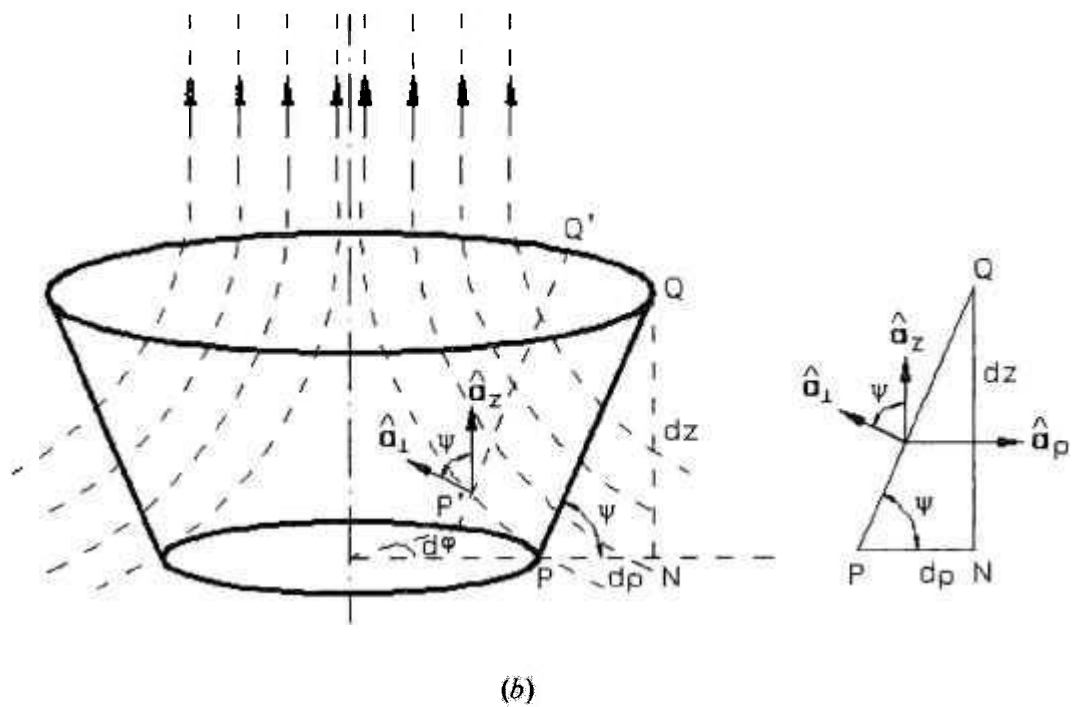


FIGURA 3.2 – Situação adotada para determinação de  $d\phi/dt$ . (a) Seção transversal do feixe através de seu eixo onde se mostra as linhas de campo magnético atravessando a extremidade do feixe, apresentando um elemento de trajetória PQ; (b) um elemento de área  $dS$  para estimativa do fluxo magnético que atravessa tal área (a esquerda) e identificação dos versores  $\hat{a}_\perp$  e  $\hat{a}_z$  (a direita) [26].

Considerando que  $\vec{B}$  obedece (3.14), a densidade de fluxo magnético que atravessa o elemento de área  $dS$  é dada por [26]

$$\vec{B} \cdot \hat{a}_\perp dS = -B_\rho \rho d\varphi dz + B_z \rho d\rho d\varphi. \quad (3.19)$$

Ao se integrar (3.19) em  $\varphi$ , utilizando como limite inferior e superior de integração, respectivamente,  $0$  e  $2\pi$  (variação angular para a construção da superfície na FIG. 3.2 (b)), obtém-se o parâmetro  $d\phi_B$ , o qual representa o fluxo magnético que atravessa o elemento de área  $dS$ , expresso por

$$d\phi_B = -2\pi\rho(B_\rho dz - B_z d\rho). \quad (3.20)$$

Considerando (3.7), que apresenta a resultante das forças que atuam sobre um feixe

eletrônico na direção  $\hat{a}_\varphi$ , é possível reescrever a aceleração imposta ao elétron de forma sucinta, tornando-se

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} \left( \rho^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) &= 2 \frac{d\rho}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + \rho \frac{d^2\varphi}{dt^2} \\ \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} \left( \rho^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) - \eta \left( B_z \frac{d\rho}{dt} - B_\rho \frac{dz}{dt} \right) & \end{aligned} \quad (3.21)$$

e multiplicando ambos os lados de (3.21) por  $\rho dt$ , tem-se

$$d \left( \rho^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) = \eta \rho (B_z d\rho - B_\rho dz). \quad (3.22)$$

Analisando (3.22), verifica-se que o termo à direita, entre parênteses, pode ser substituído por (3.20), obtendo-se

$$d \left( \rho^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) = -\eta \frac{d\phi_B}{2\pi}. \quad (3.23)$$

A equação (3.23) pode ser integrada de forma a se avaliar a variação da velocidade angular de uma casca eletrônica que inicia sua propagação sem a presença de um campo magnético e, ao emergir em uma região onde  $\vec{B}$  é presente, sofre sua influência. Desta forma

$$\rho^2 \frac{d\varphi}{dt} = -\eta \frac{\phi_B}{2\pi} + C, \quad (3.24)$$

onde  $C$  é uma constante de integração [26]. A densidade de fluxo magnético que atravessa o feixe eletrônico, conforme mencionado anteriormente, apresenta na entrada do sistema de focalização as duas componentes, expressas matematicamente por (3.14) mas, considerando a porção central de um solenóide, por exemplo, encontrar-se-á somente a componente axial da densidade de fluxo magnético  $B_z$ .

Valendo-se desta hipótese, o fluxo magnético  $\phi_B$  é dado pelo produto entre a densidade de fluxo magnético  $B$  e  $\pi\rho^2$  de tal forma que

$$\phi_B = \pi \rho^2 B_z, \quad (3.25)$$

onde  $\pi \rho^2$  indica a área da seção transversal da casca eletrônica. A constante de integração  $C$  é determinada ao se escolher  $d\phi / dt = 0$ , uma vez que tal condição retrata a situação inicial de propagação das cargas elétricas e traduz a ausência da componente azimutal de velocidade do feixe eletrônico. Assim, substituindo-se tal valor em (3.24) e rearranjando os termos, obtém-se

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\eta}{2\pi} \left( \frac{\dot{\phi}_c}{\rho^2} - \frac{\dot{\phi}_{BC}}{\rho^2} \right), \quad (3.26)$$

onde  $\phi_{BC}$  refere-se ao fluxo magnético que atravessa o catodo e se identifica com a constante de integração  $C$ . A equação (3.26) é conhecida por teorema de Busch e relaciona a variação da rotação angular de uma carga elétrica (ou casca eletrônica) com a variação da densidade de fluxo magnético que influencia tal sistema [21].

É possível determinar uma segunda forma de se descrever o teorema de Busch [26]. Considerando que  $\phi_{BC}$  seja, de forma semelhante a (3.25), expresso por

$$\phi_B = \pi \rho_k^2 B_c, \quad (3.27)$$

onde  $\rho_k$  é o raio do catodo e  $B_c$  é a densidade de fluxo magnético que atravessa o catodo, (3.27) pode ser reescrita por [26]

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\eta B_z}{2} \left[ 1 - \left( \frac{B_c}{B_z} \right) \left( \frac{\rho_k}{\rho} \right)^2 \right] \quad (3.28)$$

Experimentalmente, um caso de extrema importância ocorre quando o catodo é blindado magneticamente ( $\phi_{BC} = 0$ ), ou seja, empregando o sistema Brillouin de focalização adotado na realização deste trabalho. Para esta situação, (3.28) reduz-se a

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\eta B_z}{2}, \quad (3.29)$$

mostrando que  $d\varphi / dt$  é diretamente proporcional à componente axial da densidade de fluxo magnético gerado pelo sistema de focalização, bem como à relação carga-massa do elétron. Seu sentido de movimento (horário ou anti-horário) dependerá da orientação de  $B_z$ .

### 3.5 – Movimento radial de feixes eletrônicos em campos magnéticos de perfil constante

Com base nos fundamentos teóricos apresentados até o presente momento, é possível demonstrar, com a combinação da segunda lei de Newton com a força de Lorentz, que a equação radial de movimento da casca cilíndrica que constitui um feixe eletrônico pode ser expressa, em coordenadas cilíndricas ( $\rho, \varphi, z$ ), por

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} - \rho \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \eta \left[ \frac{\lambda_z}{2\pi\epsilon_0 \rho} + (\vec{v} \times \vec{B})_r \right]. \quad (3.30)$$

Para uma densidade linear de cargas elétricas expressa pela razão entre a corrente elétrica do feixe eletrônico e sua velocidade axial e considerando  $B_\varphi = 0$ , substitui-se (3.29) em (3.30) expandindo-se o produto vetorial de (3.30), obtendo-se

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = \frac{\eta I_0}{2\pi\epsilon_0 \dot{z} \rho} - \frac{\eta^2 B_z^2 \rho}{2} + \frac{\eta^2 B_z^2 \rho}{4}. \quad (3.31)$$

É relevante notar que os termos em (3.31) representam as forças envolvidas durante o processo de focalização de um feixe eletrônico. O primeiro termo do lado direito em (3.31) descreve a força radial de repulsão eletrostática em virtude do cilindro de corrente. O segundo termo representa a força radial de colimação do feixe eletrônico por meio da componente magnética da força de Lorentz e a terceira parcela apresenta a força radial de repulsão advinda do movimento circular do elétron (força centrífuga). É possível reduzir (3.31) por meio da combinação dos dois últimos termos à direita, resultando em

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = \left( \frac{\eta I_0}{2\pi\epsilon_0 \dot{z}} \right) \frac{1}{\rho} - \left( \frac{\eta^2 B_z^2}{4} \right) \rho. \quad (3.32)$$

Com base em (3.32), é possível obter a equação da trajetória da extremidade do feixe eletrônico, que percorre certa distância axial no interior da região de deriva de um amplificador TWT. Para tal, torna-se necessária a substituição

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{dz} \frac{dz}{dt} = \dot{z} \frac{d\rho}{dz}, \quad (3.33)$$

e, para a determinação da derivada segunda da posição radial em relação à distância axial, escreve-se, primeiramente, o termo  $dt$  segundo

$$dt = \frac{dz}{\dot{z}}, \quad (3.34)$$

para que, substituindo (3.34) em (3.33) obtenha-se o termo  $d^2\rho/dz^2$  escrito por

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\rho}{dt} \right) = \dot{z} \frac{d}{dz} \left( \dot{z} \frac{d\rho}{dz} \right) = \dot{z}^2 \frac{d^2\rho}{dz^2} \quad (3.35)$$

Resolvendo-se  $\dot{z}^2$  em (3.35) com a ajuda de (2.7) e substituindo-se o resultado encontrado em (3.32), obtém-se

$$\frac{d^2\rho}{dz^2} = \left( \frac{\eta I_0}{2\pi\epsilon_0 (2\eta V_0)^{3/2}} \right) \frac{1}{\rho} - \left( \frac{\eta^2 B_z^2}{4(2\eta V_0)} \right) \rho. \quad (3.36)$$

A equação (3.36) é uma equação diferencial ordinária, de segunda ordem, cuja solução descreve a trajetória da casca cilíndrica eletrônica conforme considerado anteriormente e é dependente do potencial  $V_0$  aplicado aos elétrons, corrente elétrica  $I_0$  e da componente axial da densidade de fluxo magnético  $B_z$ . O parâmetro  $\eta$  será dependente do valor de  $V_0$  (para velocidades próximas a  $c$ ), uma vez que a massa de repouso do elétron varia com sua velocidade. Contudo, neste modelo não se consideram as correções relativistas na massa de repouso da carga elétrica, muito embora tal correção seja apresentada, empregando os valores de trabalho do projeto do focalizador magnético PPM, no Capítulo 5.

Considerando que o catodo esteja blindado magneticamente (não existirá fluxo magnético atravessando a região de emissão eletrônica), que o feixe eletrônico atinja a região de deriva com raio igual àquele especificado (dimensão para a operação ideal do amplificador de microondas) e o eixo central tanto do sistema de colimação como o do feixe sejam coincidentes, é possível determinar a densidade de fluxo magnético axial ideal para a focalização de um certo cilindro de corrente. Nestas condições, o valor do campo é obtido tomando por base (3.36), sob a hipótese  $d^2\rho/dz^2 = 0$ , ou seja, não existe alteração da posição radial da casca eletrônica ao longo de sua propagação axial, resultando em

$$B_{Br}^2 = 0,69 \times 10^{-6} \frac{I_0}{\sqrt{V_0} a^2}, \quad (3.37)$$

onde  $B_{Br}$  é a densidade de fluxo magnético axial de Brillouin com perfil de indução magnética constante, tal qual aquele produzido um solenóide, para a focalização de um feixe eletrônico. Este importante parâmetro recebe o nome do pesquisador francês L. Brillouin, o qual considerou, ineditamente, a possibilidade de equilíbrio entre as forças de repulsão das cargas espaciais de um feixe eletrônico em vista da colimação por meio de campos magnéticos [27].

### 3.6 – Movimento radial de feixes eletrônicos em campos magnéticos de perfil alternado

A equação (3.36), que descreve a trajetória da casca eletrônica posicionada na extremidade de um feixe eletrônico, apresenta a dependência funcional do termo  $d^2\rho/dz^2$  com a densidade de fluxo magnético. Contudo, é preciso salientar que nenhuma limitação com relação ao perfil desse campo magnético foi mencionada, uma vez que apenas se determinou a equação de trajetória para um campo magnético que apresentaria magnitude  $B_z$ . A princípio, isto leva a crer que  $B_z$  pode ser matematicamente expresso de forma arbitrária (desde que satisfaça  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ) e, valendo-se desta idéia, supõe-se que (3.36) seja válida independentemente do perfil de  $\vec{B}$  [26].

Para a obtenção de um focalizador magnético que produz um perfil alternado de campo (sistema PPM), duas dependências funcionais de campo podem ser utilizadas para a realização de projeções teóricas: senoidal ou co-senoidal [28]. Tomando-se por base a hipótese de que a variação da densidade de fluxo magnético obedeça uma periodicidade

co-senoidal, descreve-se  $\bar{B}$  por [10, 26, 29, 30]

$$B_z = B_0 \cos\left(\frac{2\pi z}{L}\right), \quad (3.38)$$

onde  $B_0$  é a densidade de fluxo magnético axial de pico,  $z$  indica a distância axial e  $L$  representa a periodicidade da “onda magnética” gerada com o sistema de focalização. Tais parâmetros são apresentados na FIG. 3.3. Substituindo (3.38) em (3.36), além de utilizar a relação trigonométrica apresentada abaixo [31]

$$\cos^2 A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2A), \quad (3.39)$$

onde o argumento  $A$  deverá ser substituído por  $(2\pi z / L)$ , obtém-se a equação que descreve a trajetória da extremidade de um feixe eletrônico, sob a ação de uma densidade de fluxo magnético alternada, descrita por [26]

$$\frac{d^2 \rho}{dz^2} + \left[ \frac{\eta^2 B_0^2 \left( 1 + \cos\left(\frac{4\pi z}{L}\right) \right)}{8(2\eta V_0)} \right] \rho - \left( \frac{\eta V_0}{2\pi \epsilon_0 (2\eta V_0)^{3/2}} \right) \frac{I}{\rho} = 0. \quad (3.40)$$

Cabe ressaltar que a equação que determina o valor de  $\phi$ , para um campo magnético periódico é a mesma daquela encontrada quando o campo magnético aplicado apresentava perfil constante. Isto se deve ao fato que, na focalização utilizando o sistema de Brillouin, o catodo é blindado magneticamente. Neste caso a ação de um  $\bar{B}$  constante ou alternado será exatamente a mesma, uma vez que ambos os perfis de campo apresentarão uma componente radial na entrada do sistema de focalização, que causará o surgimento da componente angular de velocidade, que é dependente da relação carga-massa do elétron e da componente axial da densidade de fluxo magnético. Uma diferença, que deve ser observada entre ambos os sistemas, consistirá no movimento das cargas elétricas ao longo de sua propagação, uma vez que o campo magnético no sistema PPM apresentará valores ora positivos, ora e negativos e, conseqüentemente, espera-se que os

elétrons apresentem um movimento circular que seguirá ora em sentido horário, ora em sentido anti-horário.

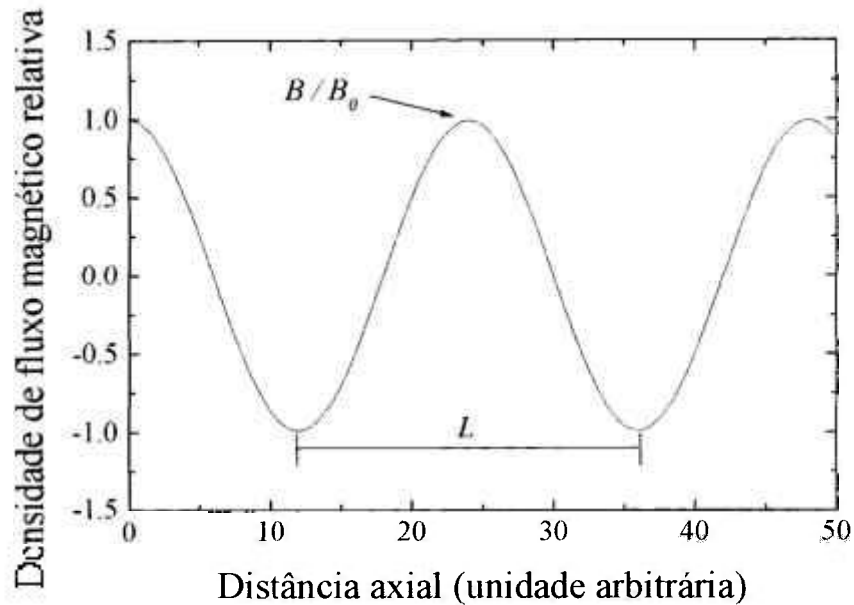


FIGURA 3.3 – Perfil periódico da componente axial do campo magnético gerado por um arranjo de ímãs permanentes indicando-se os parâmetros  $B_0$  e  $L$ . Tal perfil, por hipótese, é independente da distância radial.

É possível descrever a trajetória do feixe eletrônico utilizando duas novas variáveis normalizadas:  $T$ , relativo a distância axial, e  $\sigma$ , referente ao raio do feixe eletrônico. Para tal, a literatura define duas substituições em (3.40), expressas por [10, 26]

$$T = \frac{2\pi z}{L} \quad (3.41)$$

$$\sigma = \frac{\rho}{a} \quad (3.42)$$

onde  $\rho$  indica, neste momento, a posição radial da camada interna do feixe eletrônico e  $a$  é o raio do feixe eletrônico. Com base em (3.41) e (3.42), é possível substituí-las em (3.40), obtendo-se [26]

$$\frac{d^2 \rho}{dz^2} = \frac{d^2(\sigma a)}{d\left(\frac{1L}{2\pi}\right)^2} = \frac{a}{\left(\frac{L}{2\pi}\right)^2} \frac{d^2 \sigma}{dT^2} - \left(\frac{4\pi^2 a}{L^2}\right) \frac{d^2 \sigma}{dT^2}, \quad (3.43)$$

onde as grandezas  $a$  e  $L$  são parâmetros de operação mensuráveis do amplificador de microondas e do sistema de focalização, respectivamente. Substituindo (3.41), (3.42) e o valor encontrado de (3.43) em (3.40) novamente, o resultado obtido será

$$\frac{4\pi^2 a}{L^2} \frac{d^2 \sigma}{dT^2} - \left[ \frac{\eta K}{2\pi \epsilon_0 (2\eta)^{3/2}} \right] \frac{1}{\sigma a} \left[ \frac{\eta B_0^2 (1 + \cos 2T)}{16V_0} \right] \sigma a, \quad (3.44)$$

A equação (3.44) pode ser simplificada, tornando-a dependente somente de  $d^2 \sigma / dT^2$ . O resultado desta operação será [26]

$$\frac{d^2 \sigma}{dT^2} \left[ \frac{\eta K L^2}{8\pi^3 \epsilon_0 a^2 (2\eta)^{3/2}} \right] \frac{1}{\sigma} - \left[ \frac{\eta B_0^2 (1 + \cos 2T) L^2}{64\pi^2 V_0} \right] \sigma. \quad (3.45)$$

É possível verificar em (3.45) que as expressões entre colchetes são constituídas de constantes físicas ou do projeto do focalizador magnético. Reescreve-se (3.45) de forma a auxiliar seu entendimento, expressando-a por [10, 26, 29, 30, 32]

$$\frac{d^2 \sigma}{dT^2} + \alpha (1 + \cos 2T) \sigma - \frac{\beta}{\sigma} = 0, \quad (3.46)$$

onde os parâmetros  $\alpha$ , denominado parâmetro do campo magnético e  $\beta$ , denominado parâmetro das cargas espaciais, são dados por

$$\alpha = \frac{\eta B_0^2 L^2}{64\pi^2 V_0} \quad (3.47)$$

$$\beta = \frac{\eta K L^2}{8\pi^3 \epsilon_0 a^2 (2\eta)^{3/2}}. \quad (3.48)$$

Reporta-se na literatura experimentos relacionados com a focalização de um feixe eletrônico que apresentava, em todas as condições estudadas, a mesma perveância ( $0,6 \times 10^{-6} \text{ A/V}^{3/2}$ ), verificando-se apenas o efeito da densidade de fluxo magnético alternado aplicado nas cargas elétricas [10]. Notou-se que para baixos valores de  $B_z$  (quando comparado ao valor de projeto), o comportamento do feixe foi semelhante àquele apresentado quando se utilizou um solenóide, isto é, ocorreu uma melhoria na transmissão com o acréscimo na intensidade do campo magnético aplicado. Entretanto, para aproximadamente  $B_0 = 40 \text{ mT}$ , a corrente elétrica reduziu a zero rapidamente e encontrou-se uma “região proibida” de transmissão, não existindo a propagação das cargas elétricas. Denomina-se este efeito por “stop band”, que se situou entre 47,5 e 85 mT. Este fenômeno se repetiu para campos magnéticos aplicados de maior intensidade, e concluiu-se que este fato é inerente à focalização periódica. Ademais, definiu-se, analiticamente, que a primeira “stop band” tem início quando se satisfaz a relação [10]

$$\frac{\eta B_0^2 L^2}{V_0} \geq 418. \quad (3.49)$$

Analisou-se a dependência funcional entre  $B_0^2$  e  $V_0$ , apresentada na FIG. 3.4, e verificou-se um comportamento quase linear entre ambos os parâmetros. Ademais, a literatura apresenta a separação entre as regiões onde a focalização periódica é satisfatória e aquelas em que não ocorrerá a transmissão do feixe eletrônico em função do valor do parâmetro  $\alpha$  [29]. Esta classificação é apresentada na FIG. 3.5.

Ademais, em [29] se apresenta o comportamento do feixe eletrônico de acordo com os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ . Usualmente, o parâmetro das cargas espaciais  $\beta$  será pequeno o suficiente para situar-se no interior da primeira zona de estabilidade apresentada por (3.46). As características da propagação do feixe de acordo com o aumento de  $\alpha$  a partir de zero são relacionadas a seguir:

- para  $\alpha = 0$ , o feixe eletrônico divergirá uma vez que não existe campo magnético aplicado para focalização;
- quando  $\alpha < \beta$ , o feixe eletrônico se propaga axialmente com certa alteração em sua dimensão radial (seu raio será acrescido) e, após certa distância, retornará ao seu

diâmetro original, caso seu movimento de retorno não seja impedido por colisões com as paredes do amplificador durante seu espalhamento;

- conforme  $\alpha$  aumenta, tanto o período quanto a amplitude do movimento radial do feixe eletrônico decrescem, até que para  $\alpha = \beta$ , as trajetórias dos elétrons deverão ser paralelas umas às outras;

- com o contínuo acréscimo no valor de  $\alpha$ , o feixe eletrônico sofrerá variações em sua dimensão radial, em direção ao eixo de simetria do arranjo PPM, até que se atinja a situação em que as velocidades radiais se tornem elevadas, de forma que o efeito das cargas espaciais seja desprezível e o fluxo laminar de elétrons não mais exista;

- quando  $\alpha = 0,66$ , o fluxo de elétrons torna-se instável e as cargas elétricas se perdem do feixe eletrônico; e

- para valores de  $\alpha$  ainda mais elevados, existirão novas regiões tanto de estabilidade como de instabilidade de fluxo de elétrons.

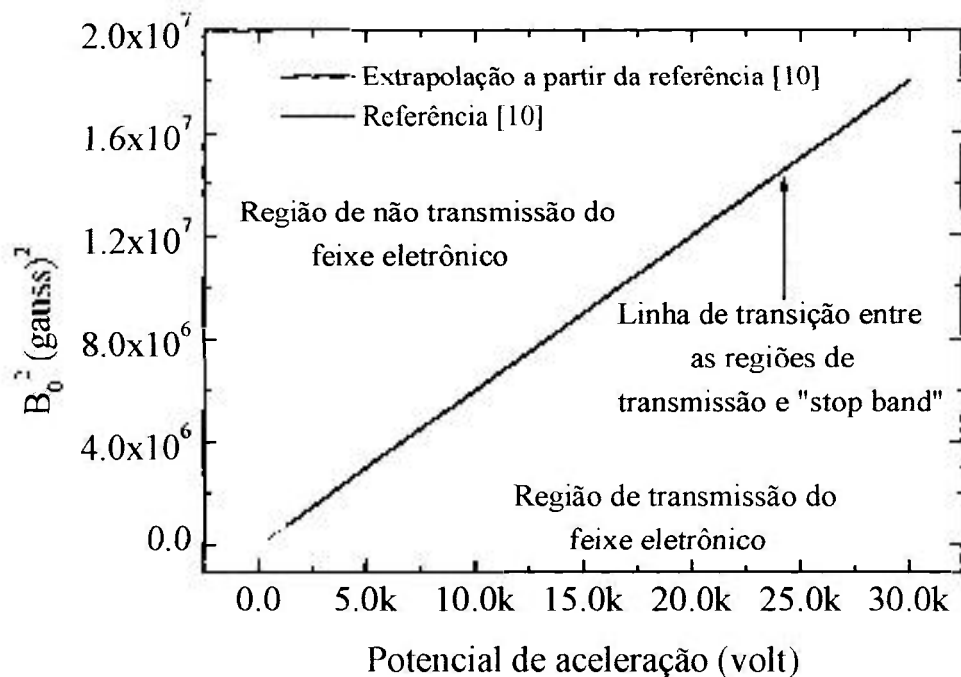


FIGURA 3.4 – Extrapolação obtida a partir da relação mensurada entre campo magnético e voltagem do feixe eletrônico para o início da primeira região instável de  $\alpha$ . Utilizou-se um feixe com perveância de  $0,6 \times 10^{-6} A/V^{3/2}$  e uma estrutura helicoidal com diâmetro de 2,0 mm e comprimento de 228,6 mm [10].

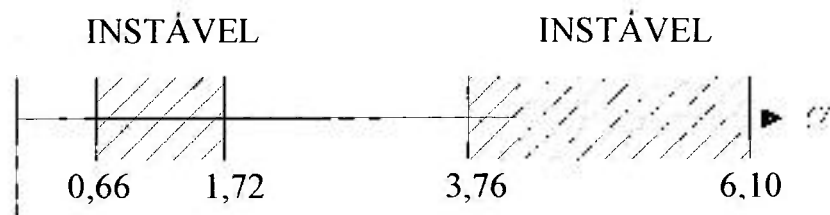


FIGURA 3.5 – Regiões de instabilidade do parâmetro  $\alpha$  determinadas em [29].

Na realidade, as situações descritas anteriormente indicam que, para a existência de um fluxo de elétrons próximo da idealidade, ou seja, sem variações das dimensões radiais de um feixe eletrônico, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  devem ser tão próximos quanto possível e, de preferência, iguais. Isto significa dizer que, existindo tal igualdade, a força de repulsão em virtude do efeito das cargas espaciais e do movimento circular dos elétrons será contrabalançada por completo devido à ação colimadora da força magnética advinda da estrutura de focalização. Considerando tal fato, é possível determinar a densidade de fluxo magnético que obedeceria tal condição, escrevendo-se

$$\alpha = \beta \quad (3.50)$$

$$\frac{\eta L^2 B_0^2}{64\pi^2 V_0} = \frac{\eta K L^2}{8\pi^3 \epsilon_0 a^2 (2\eta)^{3/2}}$$

$$B_0 \cong 1,18 \times 10^{-3} \frac{\sqrt{I_0}}{a(V_0)^{3/4}}, \quad (3.51)$$

Este valor, se analisado cuidadosamente, revela um fato interessante:  $B_0$  será exatamente igual ao valor rms (“root mean square”) do campo magnético de perfil constante (DC) necessário para focalização do mesmo feixe eletrônico [26].

Contudo, vale salientar que este campo não será aquele empregado experimentalmente. Em virtude de aberrações existentes no canhão eletrônico provenientes do processo de fabricação e a desfocalização devido ao efeito de modulação em velocidade, o parâmetro  $\beta$  deve ser acrescido. Então, o parâmetro  $\alpha$  também deve ser acrescido, de forma a manter a relação (3.50) verdadeira, gerando o menor “ripple” possível do feixe eletrônico. Experimentalmente, a metodologia adotada utiliza valores entre 1,5 a 2  $B_0$  [7, 10, 30]. Pode-se dizer, por fim, que as equações (3.47), (3.48) e (3.51)

são as expressões matemáticas de projeto de um focalizador magnético que emprega ímãs permanentes [26].

### 3.6.1 – Limitações do modelo analítico

Na Seção 3.6 se discutiu o desenvolvimento do modelo analítico da colimação de feixes eletrônicos para investigação da trajetória das cargas elétricas. As considerações adotadas são válidas para demonstrar o efeito físico de propagação dos elétrons, com base nos parâmetros de operação de um amplificador de microondas, e as limitações impostas pelos valores  $\alpha$  e  $\beta$ . Entretanto, é necessário verificar a validade experimental deste modelo de forma a se obter melhores resultados.

Toda a abordagem, até o presente momento, é fundamentada em idealizações que não são obtidas facilmente, durante a concepção de uma TWT, com base no sistema Brillouin de focalização. O caso mais importante a ser analisado, relativo a este trabalho, considera que o campo magnético, na posição em que o feixe eletrônico atinge a região de deriva, apresenta um perfil exatamente senoidal ou co-senoidal (magnitude 0 ou  $B_0$ , respectivamente).

Conforme será explanado posteriormente, quando se emprega um focalizador PPM, existe um efeito nas extremidades do arranjo de forma que o perfil de  $B_z$  não segue a hipótese proposta por (3.38). Na posição em que o feixe de elétrons atinge a região de deriva, é provável que a componente axial do campo magnético apresente uma magnitude intermediária entre zero e seu valor de pico projetado. Em virtude desta análise, é certo que o feixe eletrônico não manterá sua dimensão radial constante ao longo de sua propagação axial de forma que uma solução deve ser encontrada para este novo problema.

Com base em limitações mecânicas e de operação do dispositivo investigado, uma solução proposta é a utilização de um sistema híbrido de colimação. Tal sistema seria constituído, além da presença do arranjo PPM, por um solenóide próximo à localização do catodo termoiônico, de forma que a interação entre ambos os campos magnéticos seja tal que o perfil de  $B_z$  atenda às exigências do modelo teórico. Contudo, uma nova investigação torna-se necessária, uma vez que é preciso determinar o comprimento deste solenóide, número de espiras a serem empregadas e a corrente elétrica que o percorrerá. Uma abordagem deste projeto será realizada no Capítulo 5.

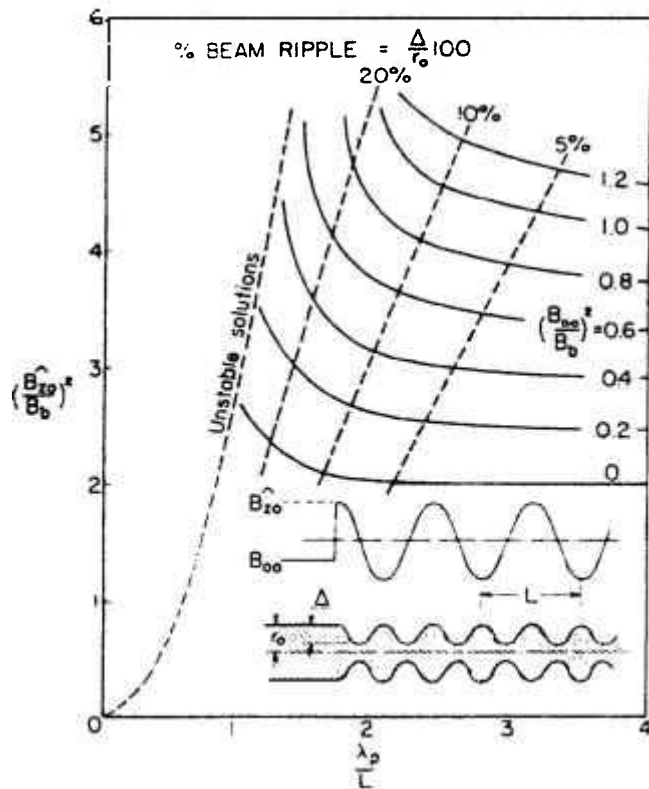
### 3.7 – Projeto de um focalizador PPM

O projeto deste dispositivo envolve, basicamente, o uso de três equações

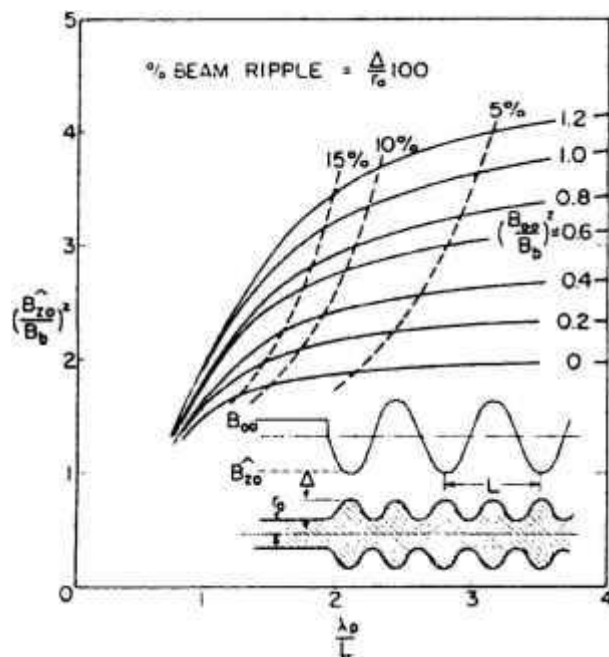
quando o catodo é blindado magneticamente: a expressão que determina a densidade de fluxo magnético de Brillouin e as equações que representam os parâmetros das cargas espaciais e do campo magnético. Como pôde ser observado, determina-se facilmente  $B_0$ , uma vez que se conhece as variáveis envolvidas: corrente elétrica, diferença potencial de aceleração e raio do feixe eletrônico. Por outro lado, analisando-se (3.47) e (3.48), verifica-se que os dois únicos parâmetros que podem ser alterados (ou projetados) no desenvolvimento de um sistema PPM são: o campo magnético e o período da “onda magnética”, relacionado à espessura dos magnetos e distância entre ímãs permanentes adjacentes.

O valor de  $\alpha$  deve ser o menor possível quando o projeto é realizado sem considerar os efeitos de aberrações ou mesmo de desfocalização por meio de RF. Isto se deve ao fato que, conforme mencionado, a inclusão destes efeitos elevará o valor do parâmetro  $\beta$ , gerando uma desigualdade entre ambos os parâmetros. Quando isto ocorre, deverá elevar-se o valor de  $B_0$  ou reduzir-se  $L$ .

Reporta-se na literatura [28] um procedimento sistemático de projeto de um focalizador magnético PPM. Tal procedimento pode ser utilizado para o desenvolvimento do arranjo, porém utilizando “pole pieces”, ou seja, peças fabricadas em material ferromagnético de alta permeabilidade capaz de elevar a densidade de fluxo magnético no eixo de simetria do arranjo. Para se utilizar este procedimento, cujo monograma é apresentado na FIG. 3.6, é necessária a determinação prévia do máximo “ripple” admissível. A seguir, seleciona-se a curva que descreve a razão entre o campo que atravessa o catodo e o campo de Brillouin. A partir do ponto encontrado, determina-se a razão  $\lambda_p / L$  e o quociente  $(B_{z0}^{\wedge} / B_b)$ . É importante salientar que a FIG. 3.6 poderia ser empregada sem qualquer problema mesmo no projeto de um PPM que não apresente “pole pieces” em sua constituição, pois como pode ser notado o “ripple” do feixe eletrônico é dependente da relação  $\lambda_p / L$  e dos campos magnéticos envolvidos como um todo, sem especificar a contribuição dos “pole pieces”. A ausência destas peças não descaracterizaria o perfil periódico do campo.



(a)



(b)

FIGURA 3.6 – Condições de escolha para um campo magnético de focalização (a) com variação co-senoidal e (b) com variação senoidal [28].  $B_{00}$  representa um campo magnético uniforme que atravessa o catodo e se estende à posição inicial de um campo periódico,  $B_b$  indica a densidade de fluxo magnético de Brillouin e  $\hat{B}_{z0}$  é a densidade de fluxo magnético de pico [28].

A título de informação, os “pole pieces” foram desenvolvidos nas décadas de 1950 e 1960 em virtude das limitadas propriedades magnéticas dos ímãs permanentes até então fabricados. Contudo, os “pole pieces” são empregados atualmente quando a densidade de fluxo magnético necessário para a colimação de certo feixe eletrônico, obtido por um arranjo que emprega somente ímãs permanentes, não é suficiente.

Entretanto, nada impede que um focalizador magnético seja projetado somente com ímãs permanentes e espaçadores que não sejam constituídos de materiais ferromagnéticos. O projeto deste tipo de focalizador é mais simples comparado ao tratamento matemático a ser realizado quando se utilizam os “pole pieces”. Devido aos avanços da área de materiais magnéticos, as ligas NdFeB e PrFeB surgem como grandes opções de uso no desenvolvimento de focalizadores PPM sem “pole pieces”, desde que estas gerem a densidade de fluxo magnético necessária para a colimação de determinado feixe eletrônico.

Recentemente [30], reportou-se na literatura, de maneira didática, as etapas que devem ser seguidas para o desenvolvimento otimizado de um arranjo PPM utilizando “pole pieces”. Descreve-se a seguir a seqüência de etapas para a obtenção de cada parâmetro:

- determinam-se os valores teóricos de  $B_0$  e  $\lambda_p$  e calcula-se o parâmetro  $\alpha$  utilizando a diferença de potencial de aceleração do feixe eletrônico, corrente elétrica e raio;
- seleciona-se a razão  $(\lambda_p/L) = 3$  e verifica-se o “ripple” do feixe eletrônico. Se a variação nas dimensões radiais do feixe se apresentarem elevadas, o período do arranjo deve ser reduzido até que as condições de operação sejam satisfeitas; e
- determinam-se as dimensões dos magnetos e dos “pole pieces”.

### 3.8 – Cálculo de campos magnéticos de ímãs permanentes

Existem duas formas distintas de calcular o campo magnético produzido por um material magnético [32]. O primeiro destes métodos utiliza a relação

$$\nabla \times \vec{M} = \mu_0 \vec{J}, \quad (3.52)$$

onde  $\vec{M}$  é a magnetização do material magnético,  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do

vácuo e  $\vec{J}$  é a densidade de corrente equivalente advinda dos momentos magnéticos atômicos [32]. O segundo método emprega o conceito das cargas magnéticas equivalentes, expresso por

$$-\nabla \cdot \vec{M} = \rho_{mag} \quad (3.53)$$

$$\vec{M} \cdot \vec{n} = \sigma_{mag}, \quad (3.54)$$

onde  $\rho_{mag}$  e  $\sigma_{mag}$  denotam, respectivamente, a densidade volumétrica e superficial de cargas magnéticas e  $\vec{n}$  é um vetor normal à superfície do material magnético que se deseja calcular o campo.

A equação (3.52) emprega o conceito das correntes elétricas equivalentes. Este conceito baseia-se no fato do material magnetizado, em geometria cilíndrica por exemplo, ser tratado como se existisse uma capa de corrente elétrica circulando em sua superfície responsável pela geração da indução magnética (a distribuição de tal capa de corrente seria similar àquela existente em um solenóide) considerando que o ímã permanente esteja magnetizado axialmente, isto é, o vetor magnetização  $\vec{M}$  é paralelo ao eixo da espessura do magneto. Para o caso de um ímã permanente em geometria toroidal, considera-se que existam duas distribuições de corrente: uma circulando na superfície externa do material e uma segunda capa de corrente percorrendo a superfície interna do magneto, porém em direções contrárias [33]. É necessário para sua completa resolução considerar as propriedades magnéticas remanência,  $B_r$ , e coercividade,  $iH_c$ .

Por outro lado, o princípio das cargas magnéticas equivalentes, expresso em (3.53) e (3.54), é empregado na resolução de problemas reais, muito embora ambas as formas de resolução (cargas magnéticas equivalentes e correntes elétricas equivalentes) sejam corretas e devam apresentar a mesma solução [32]. Ademais, a consideração da existência de cargas magnéticas facilita o trabalho matemático quando comparado ao método das correntes elétricas equivalentes pois apresenta quantidades escalares em seu desenvolvimento. Por fim, possui grande semelhança na formulação matemática com a eletrostática, permitindo que soluções conhecidas para problemas com cargas elétricas sejam prontamente utilizadas em situações semelhantes na magnetostática.

A analogia entre a magnetostática e a eletrostática pode ser observada valendo-se da lei de Ampère, a qual indica que

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}, \quad (3.55)$$

e, em uma região do espaço em que a densidade de corrente é nula, (3.55) se torna [25]

$$\nabla \times \vec{B} = \vec{0}, \quad (3.56)$$

Contudo, quando o rotacional de um campo vetorial é nulo, é possível descrever tal campo como o gradiente de uma função escalar [25]. Matematicamente

$$\nabla \times (-\nabla \psi) = 0, \quad (3.57)$$

e, desta forma, pode-se descrever a densidade de fluxo magnético por

$$\vec{B} = -\mu_0 \nabla \psi, \quad (3.58)$$

onde  $\psi$  é o potencial escalar magnético. Entretanto, a analogia entre a magnetostática e a eletrostática não foi realizada por completo. Para tal, deve-se considerar a lei de Gauss para o magnetismo, que descreve a inexistência de monopólos magnéticos sendo, matematicamente, expressa por

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (3.59)$$

É possível substituir (3.58) em (3.59), de forma que se obtém

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (-\mu_0 \nabla \psi) &= 0 \\ \nabla^2 \psi &= 0, \end{aligned} \quad (3.60)$$

onde (3.60) indica que o potencial escalar magnético, da mesma maneira que o potencial elétrico, obedece à equação de Laplace e todo o desenvolvimento existente para a eletrostática é plausível de ser utilizado em problemas na magnetostática. Embora se tenha apresentado os fundamentos do princípio das cargas magnéticas equivalentes, vale salientar que este é um artifício puramente matemático, assim como o conceito das

correntes elétricas equivalentes, uma vez que até a presente data não se provou a existência dos monopólos magnéticos.

Por analogia [34], substitui-se  $\vec{E}$  por  $\vec{H}$ ,  $\frac{\rho_{elet}}{\epsilon_0}$  por  $\rho_{mag}$ , e  $V$  por  $\psi$ , obtendo-se

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \left[ \int_V \rho_{mag}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV' + \int_S \sigma_{mag}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dS' \right] \quad (3.61)$$

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \left[ \int_V \frac{\rho_{mag}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' + \int_S \frac{\sigma_{mag}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' \right], \quad (3.62)$$

onde  $\vec{r}'$  representa a localização da fonte geradora de campo,  $\vec{r}$  indica o ponto em que se deseja calcular o campo,  $(\vec{r} - \vec{r}')$  é o vetor diferença entre os dois pontos considerados,  $|\vec{r} - \vec{r}'|$  denota o módulo de  $(\vec{r} - \vec{r}')$  e  $\vec{H}$  é o vetor intensidade de campo magnético, relacionado à indução magnética no vácuo por meio de  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ .

Para o caso de um ímã permanente ideal, considera-se que o mesmo apresenta magnetização rígida e uniforme, eliminando a primeira integral de (3.61) pois, neste caso, não haverá cargas magnéticas volumétricas responsáveis pela variação da magnetização ( $\nabla \cdot \vec{M} = 0$ ). O campo magnético gerado será dado apenas pela contribuição das superfícies (extremidades) magneticamente carregadas, expresso por

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \left( \int_S \sigma_{mag}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dS' \right). \quad (3.63)$$

Por fim, para um ímã permanente ideal axialmente magnetizado, a densidade superficial de cargas magnéticas  $\sigma_{mag}$ , em virtude da curva de desmagnetização do material magnético estudado, pode ser descrita por

$$\sigma_{mag} = \vec{M} \cdot \vec{n}|_S = M|_S = B_r. \quad (3.64)$$

Isto pode ser explicado com base na análise do segundo quadrante do ciclo de histerese de um ímã permanente. Sabendo que  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ , quando  $\vec{H} = \vec{0}$ , ou seja, não existe campo magnético externo aplicado à amostra, a indução magnética gerada por um magneto será dada por  $\vec{B} = \mu_0\vec{M}$  e, assim, a substituição expressa por (3.64) pode ser utilizada. Vale salientar que todas as considerações realizadas para a expressão que determina o campo magnético também são válidas para a determinação do potencial escalar magnético.

As linhas do vetor densidade de fluxo magnético de um ímã permanente toroidal (em formato de anel) visto em corte são apresentadas na FIG. 3.7. Nota-se que a direção das linhas sofre uma inversão ao atingirem a região interna e externa do toróide (onde não está presente qualquer porção de material magnético – vide região central do magneto), o que está relacionado com sua característica de serem fechadas. Contudo, através do material magnético da amostra, verifica-se que a direção das linhas que entram no material é a mesma das linhas que deixam a amostra, indicio que tais linhas referem-se às linhas do vetor  $\vec{B}$ , uma vez que as linhas do vetor  $\vec{H}$ , através do material magnético, apresentam direção contrária e representam o chamado campo desmagnetizante, o qual é dependente da magnetização da amostra e de sua geometria, muito embora externamente ao material da amostra as linhas de  $\vec{H}$  e  $\vec{B}$  sejam exatamente as mesmas.

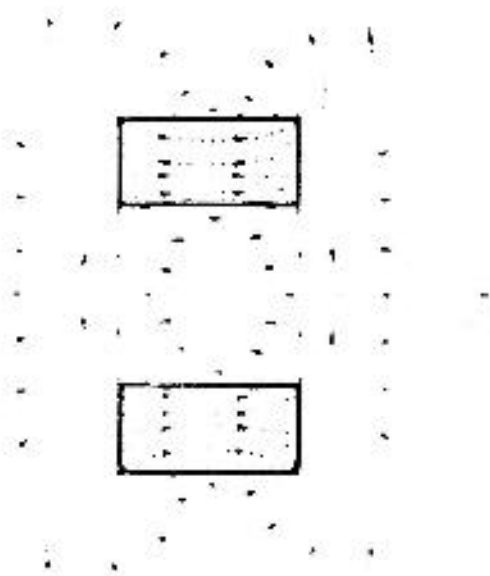


FIGURA 3.7 Linhas da densidade de fluxo magnético de um ímã permanente toroidal [35].

### 3.9 – Conclusões do capítulo

Neste Capítulo apresentaram-se alguns fenômenos relacionados à dinâmica do movimento de cargas elétricas em campos magnéticos. Primeiramente, verificou-se a impossibilidade de transferência de energia de um campo magnético para uma carga elétrica, alterando somente sua direção de propagação. Em seguida, caracterizou-se o movimento descrito por um elétron em um campo magnético que apresenta apenas a componente axial por meio da determinação do raio, período, frequência e passo do helicóide gerado.

Posteriormente, determinou-se  $\dot{\phi}$ , tomando-se por base o teorema de Busch, investigando um feixe eletrônico que inicia sua propagação em uma região blindada magneticamente em direção à uma região em que se encontra um campo magnético com componentes radial e axial, concluindo-se que  $\dot{\phi}$  depende somente da relação carga-massa de um elétron e de  $B_z$ .

Determinou-se teoricamente, em seguida, a densidade de fluxo magnético de Brillouin com perfil de indução magnética constante para a focalização de um feixe eletrônico com corrente elétrica  $I_0$ , diferença de potencial de aceleração  $V_0$  e raio  $a$ . Tal análise baseou-se na investigação do movimento radial da casca eletrônica localizada na extremidade do feixe adotando-se que o catodo esteja blindado magneticamente, que o feixe eletrônico atinja a região de deriva com raio igual àquele projetado e o eixo central tanto do sistema de colimação como do feixe sejam coincidentes.

Posteriormente, abordou-se o problema do movimento radial de feixes eletrônicos em campos magnéticos de perfil alternado. Encontrou-se a equação de trajetória da casca eletrônica em tal situação e determinou-se a densidade de fluxo magnético periódico a ser empregada para a focalização de um feixe eletrônico com corrente elétrica  $I_0$ , diferença de potencial de aceleração  $V_0$  e raio  $a$ . Descreveram-se as limitações do modelo teórico-analítico apresentado bem como as etapas de projeto de um sistema PPM.

Por fim, apresentou-se os métodos existentes para o cálculo do campo magnético gerado por ímãs permanentes com ênfase no método das cargas magnéticas equivalentes.

## **CAPÍTULO 4 – MATERIAIS E MÉTODOS**

### **4.1 – Introdução do capítulo**

Muito embora este trabalho não objetive a construção de um focalizador magnético com perfil constante de indução, é necessário ressaltar que seu uso, conforme relatado no Capítulo 1, pode ser de grande importância para o desenvolvimento de um sistema PPM, uma vez que a densidade de fluxo magnético a ser gerada por um solenóide e por um arranjo periódico de ímãs permanentes, para a colimação de um mesmo feixe eletrônico, utilizando o sistema Brillouin, difere por uma constante. Desta forma, este Capítulo descreve a metodologia desenvolvida e empregada para a construção de um solenóide multi-seções (SMS) com perfil de campo constante a ser utilizado em amplificadores TWT. Tal desenvolvimento baseou-se em um dispositivo semelhante, de origem inglesa e avariado, mantendo-se inalteradas suas características construtivas e operacionais: 680 espiras em cada enrolamento, para um total de 7 seções, conectadas em série e operando com 10 A de corrente elétrica para obtenção de  $B_z \cong 160$  mT ao longo de aproximadamente 220 mm.

A seleção de materiais para a construção do SMS é apresentada na Seção 4.2. Descreve-se, nas Seções 4.3 e 4.4, o processo de montagem mecânica do focalizador. As caracterizações magnética e térmica são descritas nas Seções 4.5 e 4.6 respectivamente. A última etapa do processo de fabricação, que constitui o envernizamento do SMS, é apresentada na Seção 4.7. A determinação do perfil do campo magnético axial teórica e experimental de ímãs permanentes toroidais é apresentada na Seção 4.8 ao passo que as simulações de feixes eletrônicos empregando o código KARAT® [36] são descritas nas Seções 4.9 e 4.10.

### **4.2 – Seleção de materiais para construção do focalizador magnético**

Iniciou-se o projeto do SMS tomando-se por base a seleção do material condutor e dielétrico que o constituiriam. O material condutor é responsável pelo transporte de corrente elétrica ao longo do enrolamento, o qual possibilita a geração do campo magnético e o material dielétrico, por sua vez, evita o contato físico entre as

espiras metálicas que pode ocasionar curtos-circuitos prejudicando a operação adequada do focalizador.

A determinação do material condutor a ser utilizado é de extrema importância, sobretudo do ponto de vista energético, pois necessita-se de um material com baixa resistividade, o que reflete em uma baixa resistência (para uma relação largura / área adequada) e menor potência dissipada (lembrando que  $P = I^2R$ ). Portanto, de acordo com tal especificação, optou-se pelo cobre eletrolítico em formato de fita. A TAB. 4.1 apresenta o valor de resistividade de diversos materiais metálicos e, embora a prata apresente resistividade inferior quando comparada ao cobre, a construção deste solenóide seria economicamente inviável utilizando tal material.

Semelhantemente, a escolha do material isolante é dependente de um fator fundamental: resistência a alta temperatura ( $\sim 120$  °C). Tal material deve suportar a temperatura de operação do dispositivo, que é acrescida por meio do efeito Joule, além da necessidade de permanecer inalterado fisicamente com a temperatura de cura após o envernizamento do SMS. Com base nestas exigências, se escolheu o poliéster por se adequar às condições impostas. A TAB. 4.2 apresenta as características dimensionais dos materiais utilizados. Amostras de ambos os materiais são apresentadas na FIG. 4.1. Elegeu-se o focalizador com uso de fitas pois este tipo de solenóide apresenta melhor simetria axial de campo que solenóides constituídos de fios, sujeitos a variações de enrolamento [37], além de proporcionar melhor troca de calor nas condições de operação requeridas.

TABELA 4.1 – Resistividade de diversos materiais metálicos a 20°C [18].

Material	$\eta(\Omega \cdot m)$
Cobre	$1,67 \times 10^{-8}$
Alumínio	$2,65 \times 10^{-8}$
Ouro	$2,35 \times 10^{-8}$
Níquel	$6,84 \times 10^{-8}$
Prata	$1,59 \times 10^{-8}$
Tungstênio	$5,51 \times 10^{-8}$

TABELA 4.2 – Características dimensionais dos materiais utilizados na construção do focalizador magnético SMS.

Características	Cobre eletrolítico ( $\pm 2\%$ )	Poliéster ( $\pm 2\%$ )	Unidade
Largura	36,0	37,0	mm
Espessura	0,05	0,01	mm

Selecionados os materiais para a construção do solenóide, empregou-se como base de construção do focalizador magnético uma peça cilíndrica da liga Cu-Zn (latão) ASTM 120 a qual foi seccionada com  $(41,0 \pm 0,2)$  mm de comprimento (ao total foram obtidas sete destas peças, uma para cada enrolamento). Nas extremidades de cada peça, usinou-se um sulco que tem por objetivo melhorar a resistência mecânica do conjunto. Utilizou-se fibra de vidro para isolar eletricamente cada uma das peças da base e aplicou-se nestes sulcos uma resina polimérica para a colagem base-fibra de vidro. O resultado final destas operações é apresentado na FIG. 4.2.



*FIGURA 4.1 – Amostra da fita de cobre (a esquerda) e da fita de poliéster (a direita).*



*FIGURA 4.2 - Base do focalizador magnético [37]*

### 4.3 – Fabricação e alinhamento dos discos separadores

Esta etapa consistiu na fabricação, montagem e ajuste dos discos separadores sobre o conjunto construído e descrito na Seção anterior. Usinaram-se 8 discos de tal forma a permitirem a passagem de um líquido refrigerante (água) em seu interior para refrigeração do SMS. Por fim, foram vedadas com um anel maciço por meio de uma brasagem utilizando solda eletrônica BEST (liga Sn-Pb – proporção não informada pelo fabricante). Neste mesmo processo, brasaram-se dois tubos responsáveis pela conexão do sistema de circulação de água. O material constituinte deste conjunto deve ser tal que possibilite a troca de calor entre o líquido refrigerante e o dispositivo em funcionamento. Por se adequar novamente aos requisitos propostos, utilizou-se cobre eletrolítico para a fabricação deste arranjo, apresentado na FIG. 4.3. Em seguida, envernizaram-se todas as placas refrigeradoras com o verniz SÃO MARCO ISALPHEN P-056, levando-as para uma estufa FANEM 320-SE aquecida a 125°C durante 24 horas para cura. A FIG. 4.4 mostra a montagem das placas refrigeradoras sobre a base do SMS.

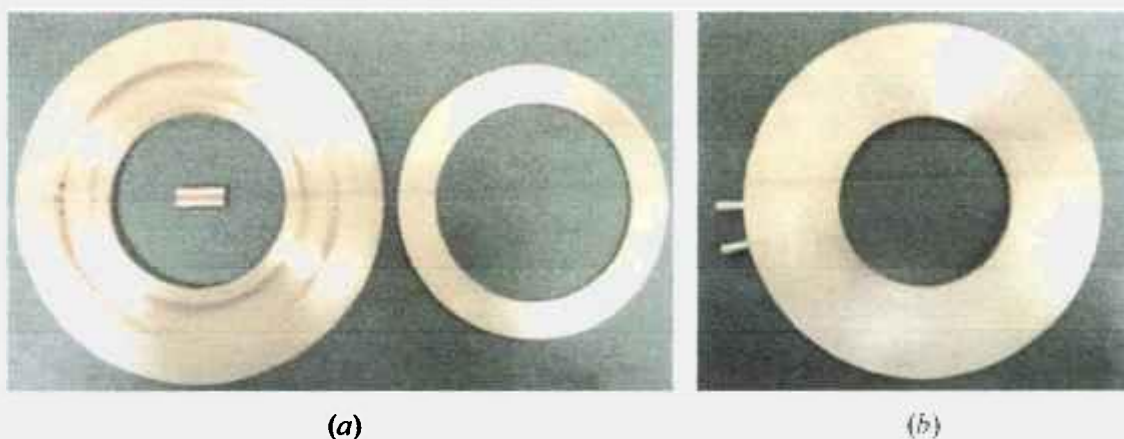
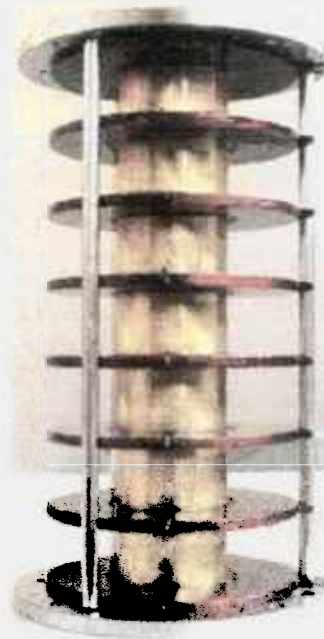


FIGURA 4.3 – Discos de refrigeração do solenóide. (a) Conjunto separado de peças, antes da brasagem. (b) Arranjo montado após brasagem e acabamento mecânico.



*FIGURA 4.4 – Solenóide multi-seções após montagem mecânica dos discos separadores envernizados. O suporte do SMS é necessário para conexão da TWT.*

#### **4.4 – Enrolamento das seções**

Sustentado por um cilindro maciço de fenolite, posicionou-se o focalizador em um equipamento desenvolvido no próprio laboratório e mostrado na FIG. 4.5. O processo consiste na transferência simultânea das fitas condutora e dielétrica formando um enrolamento compacto. Tal transferência ocorre a partir de carretéis posicionados em eixos independentes. Vale salientar que o contato elétrico existente entre a fita de cobre e a base de latão foi obtido por meio de brasagem empregando-se a solda eletrônica BEST. Durante o enrolamento da seção, monitorou-se a evolução da resistência elétrica a cada 100 espiras para futura comparação entre todas as seções produzidas por meio de um multímetro digital WAVETEK DM27XT. Encerrado o processo, lacrou-se cada enrolamento utilizando cadarço de algodão empregado em transformadores elétricos.



*FIGURA 4.5 Equipamento desenvolvido e utilizado para enrolamento do focalizador magnético.*

*(1) Carretéis de suporte para o material dielétrico (acima) e condutor (abaixo); (2) sistema tensionador do equipamento; (3) trilho de posicionamento do carretel da fita de cobre; e (4) eixos para sustentação do solenóide.*

#### **4.5 – Caracterização magnética do SMS**

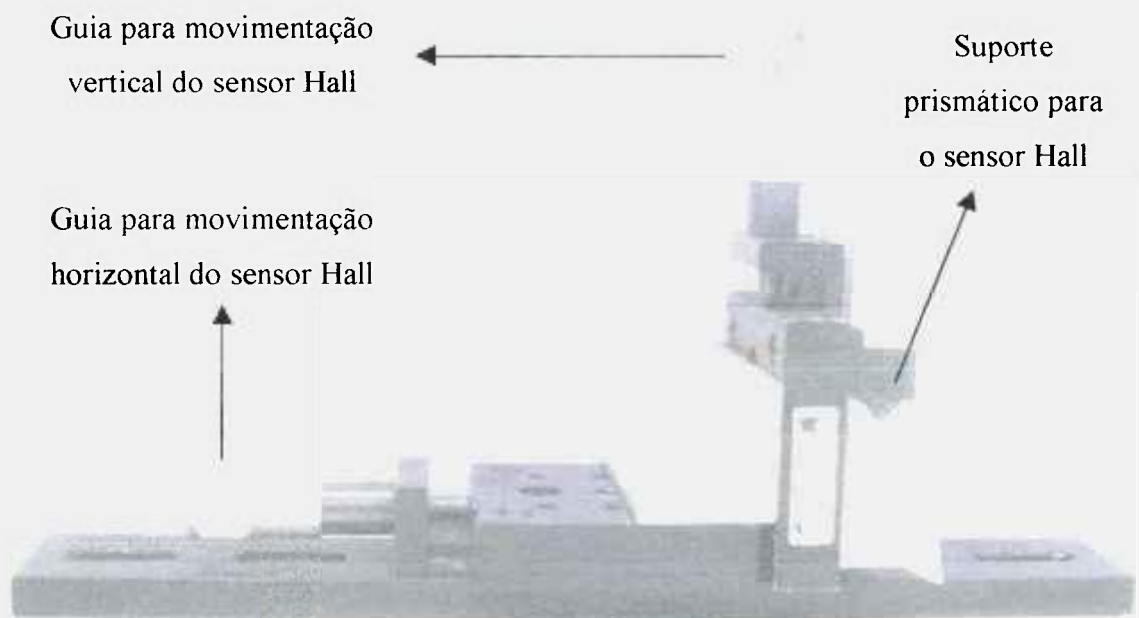
Realizou-se a caracterização magnética do SMS construído por meio de uma mesa 2-D apresentada na FIG. 4.6. Tal arranjo consiste em dois eixos retificados de aço têmpera paralelos, fixados por três peças de alumínio paralelepípedicas. Em cada eixo introduziu-se um rolamento linear que sustenta uma quarta peça de alumínio, sobre a qual se fixou um sistema de posicionamento para um sensor Hall axial. Tal sistema possibilita a movimentação tanto vertical quanto horizontal do sensor, mostrado em detalhe na FIG. 4.7, ao passo que o deslocamento em profundidade é obtido por meio de um fuso. Anexada ao dispositivo de medida encontra-se uma escala milimétrica metálica com 1 metro de comprimento que permite a identificação da posição do sensor Hall no interior do dispositivo em análise ou de um ímã permanente toroidal. Os valores de precisão trabalhados para  $B_z$  e deslocamento do sensor Hall são 0,1 mT e 1 mm, respectivamente.

O sensor Hall utilizado neste trabalho está posicionado na extremidade de uma haste com área de seção transversal de  $2 \text{ cm}^2$  (as dimensões do sensor em si não podem ser

obtidas em virtude de seu posicionamento no interior da haste) e encontra-se conectado ao transdutor de campo magnético GLOBALMAG TMAG-01T. Este transdutor é ligado a um multímetro digital WAVETEK 85XT e a leitura da voltagem registrada refere-se a diferença de potencial elétrico devido à intensidade de campo elétrico presente no sensor Hall gerado pelo campo magnético axial do(a) dispositivo / magneto em análise. Para o acionamento elétrico do solenóide, utilizou-se uma fonte estabilizada de tensão elétrica TECTROL TCY 250-25.



*FIGURA 4.6 - Sistema desenvolvido para caracterização magnética do solenóide. A imagem apresenta o solenóide pré-envernizamento [37].*



*FIGURA 4.7 - Translador mecânico para posicionamento radial do sensor Hall axial.*

#### **4.6 – Avaliação térmica do SMS**

O sistema de refrigeração do focalizador possui, tanto na entrada como na saída do solenóide, uma termo-resistência PT-100 que indica, por meio de um mostrador digital NOVUS N440, a temperatura de entrada e de saída da água que circula pela linha de distribuição, tornando-se possível avaliar o comportamento térmico do SMS durante sua operação. Na realidade, o comportamento térmico de todo o solenóide pode ser antevisto com a avaliação de apenas uma seção, uma vez que a conexão do circuito refrigerador ao SMS encontra-se em paralelo.

A pureza da água que resfria o SMS é um fator obrigatório para o funcionamento adequado de um amplificador TWT. A presença de impurezas no líquido refrigerante, combinadas com a alta temperatura das superfícies proveniente de sua operação, podem induzir reações químicas que resultam na corrosão de materiais e formação de aglomerados sólidos que podem obstruir o trajeto de circulação da água, reduzindo o tempo de vida do conjunto [38].

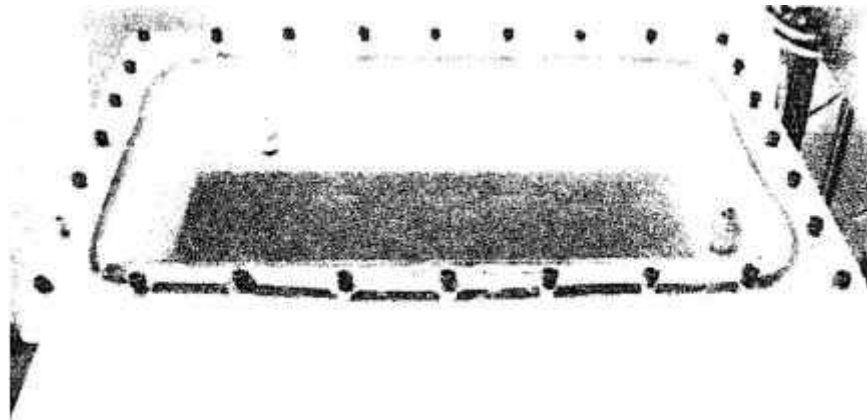
Com o intuito de se evitar os efeitos acima mencionados, o sistema de refrigeração construído pelo grupo conta com um filtro de água AQUALAR AP200PE e um deionizador DEION NEW MIX. Ademais, a água deionizada, cuja resistividade é controlada por meio de um resistímetro DEION, é quimicamente estável e apresenta capacidade de troca de calor superior quando comparada à água em seu estado comum [38].

#### **4.7 – Envernizamento a vácuo**

A última etapa do processo de fabricação do SMS consiste no envernizamento do focalizador magnético, onde utilizou-se uma câmara de aço com volume de 25 litros. Construiu-se um suporte de alumínio que sustenta, no interior de tal compartimento, o SMS. Selou-se a câmara, apresentada na FIG. 4.8, com uma tampa de acrílico que possui duas entradas: a primeira destinada a uma bomba de vácuo mecânica EDWARDS E2M8 e a segunda para a inserção do verniz. Este conjunto, por completo, foi desenvolvido e construído no laboratório.

Primeiramente, manteve-se o sistema em vácuo até que a pressão atingisse aproximadamente  $10^{-2}$  Torr promovendo a total retirada de umidade, que é eliminada do sistema em pressões da ordem de 1 Torr. Uma vez realizado este processo, preencheu-se por completo o volume do compartimento com o verniz SÃO MARCO ISALPHEN P-056. Manteve-se o SMS imerso em verniz durante 24 horas na ausência de qualquer tipo de

bombeamento. Após este período, retirou-se o excesso de líquido e o focalizador foi levado a uma estufa FANEM 320-SE aquecida a 125°C durante 24 horas para cura.



*FIGURA 4.8 Câmara de envernizamento do focalizador magnético.*

#### **4.8 – Determinação dos perfis do campo magnético axial via simulação computacional e experimental de ímãs permanentes toroidais**

Para a determinação do perfil teórico de  $B_z$  de um ímã permanente toroidal ou um arranjo de magnetos, escreveu-se um código computacional que considera a contribuição de todas as superfícies magneticamente carregadas por meio do efeito de superposição no eixo de simetria [39]. Para tal, empregou-se o compilador livre DEV + GNU PASCAL versão 1.9.4.2. Utilizou-se para validação dos resultados apresentados por este código uma lente magnética descrita na TAB. 4.3 proposta em [33].

Para a validação experimental das equações de cálculo de campo encontradas, escolheram-se amostras de dois materiais diferentes: i) ímãs de SmCo, utilizado em sistemas de focalização magnética em amplificadores TWT; e ii) ímãs permanentes comerciais de ferrita, comumente empregados em dispositivos eletrônicos, tais como alto-falantes. As propriedades dimensionais e magnéticas das amostras são apresentadas na TAB. 4.4. Ademais, construiu-se uma lente magnética constituída de dois ímãs permanentes de SmCo semelhantes àquele caracterizado na TAB. 4.4, onde a separação entre os magnetos escolhida foi de 2 mm. A FIG. 4.9 mostra a representação esquemática dos parâmetros geométricos adotados.

TABELA 4.3 – Propriedades magnéticas e físicas de cada ímã permanente constituinte da lente proposta em [33] para validação do código computacional desenvolvido.

Características	Identificação	Valor	Unidade	Magnetização
Raio interno	$R_1$	6,00	mm	Axial
Raio externo	$R_2$	20,00	mm	
Espessura	$2L$	30,00	mm	
Espaçamento entre ímãs	$D$	11,00	mm	
Remanência	$B_r$	1,35	T	

TABELA 4.4 – Propriedades magnéticas e físicas das amostras analisadas para validação das equações de campo.

Material	Magnetização	$R_1$ (mm) ( $\pm 2\%$ )	$R_2$ (mm) ( $\pm 2\%$ )	$2L$ (mm) ( $\pm 2\%$ )	$B_r$ (T) ( $\pm 2\%$ )
SmCo	Axial	5,0	9,0	5,5	0,9
Ferrita		8,9	19,9	6,0	0,2

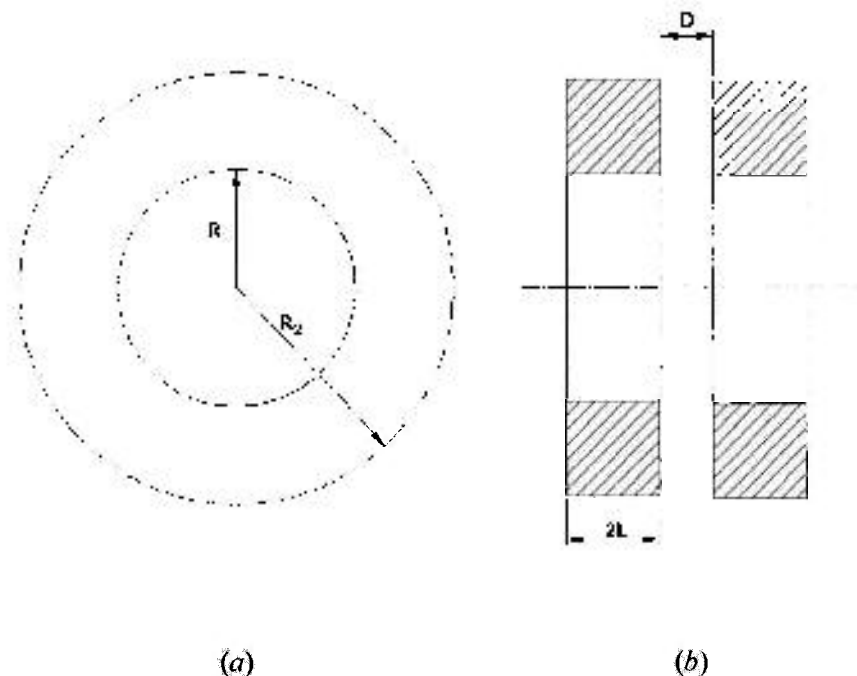


FIGURA 4.9 – Representação esquemática dos parâmetros geométricos adotados. (a) Indicação do raio interno ( $R_1$ ) e externo ( $R_2$ ); e (b) Indicação do comprimento do ímã ( $2L$ ) e do espaçamento entre magnetos ( $D$ ).

Comparou-se posteriormente os perfis teórico e experimental de  $B_z$  no eixo de simetria das amostras em análise como também fora dele (este último somente para as amostras de ferrita). Para o caso teórico da equação do cálculo de campo fora do eixo de simetria, utilizaram-se os 5 primeiros termos de uma expansão em série para obtenção de

melhor precisão. Os resultados de uma planilha eletrônica Microsoft Excel<sup>®</sup>, onde se calculou a contribuição de cada um dos termos encontrados, foram comparados com os dados apresentados pelo software Mathsoft Mathcad<sup>®</sup> quando se resolveram as 5 integrais fundamentais da expansão mencionada, onde a concordância foi exata até a décima casa decimal.

#### 4.9 – Simulações computacionais com o código KARAT<sup>®</sup>

O código KARAT<sup>®</sup> [36], desenvolvido pelo pesquisador russo Vladimir Tarakanov, consiste em um simulador eletromagnético, de plasmas e feixes eletrônicos 3-D. Para a resolução do problema de cargas espaciais, o código emprega o conceito PIC. O uso deste sistema computacional requer a definição da geometria do dispositivo investigado, onde é necessária a identificação de, no mínimo, 3 regiões:

- *catodo*: nesta região é definido um volume que é adotado como base para a emissão do feixe eletrônico;
- *tubo de deriva*: nesta região ocorre a propagação do feixe eletrônico e pode-se verificar o efeito dos parâmetros de operação do amplificador sobre seu comportamento; e
- *coletor*: nesta região, da mesma forma que ocorre no catodo, define-se um volume para que os elétrons, após percorrerem a região de deriva, sejam coletados.

No código KARAT<sup>®</sup>, a geometria do amplificador é construída com pontos localizados em um espaço determinado pelo próprio programa e que são conectados por linhas e/ou arcos definidos pelo usuário, obtendo-se a forma desejada.

Durante as simulações, se considerou um feixe eletrônico ideal, isto é, as trajetórias dos elétrons são paralelas umas as outras na entrada do sistema de focalização e sem modulação em velocidade verificando-se o efeito de diferentes densidades de fluxo magnético sobre o comportamento do feixe eletrônico. Escolheu-se para tal estudo valores de  $\frac{1}{2}$ , 1 e  $2 B_0$ . A influência da diferença de potencial de aceleração do feixe eletrônico também foi investigada mantendo-se ora  $I_0$  e ora  $K$  constante; porém, em todos os casos, os parâmetros de focalização magnética mantiveram-se constantes: densidade de fluxo magnético e período do arranjo.

O simulador KARAT<sup>®</sup> permite o uso de duas opções de campo magnético ao se trabalhar com feixes eletrônicos. Com os recursos do próprio programa, se avalia o

efeito de campos magnéticos de perfil constante, tal qual um solenóide. Para se utilizar campos com perfil alternado, é necessário um arquivo tipo texto que forneça o perfil da indução magnética ao longo do eixo de simetria. A quantidade de pontos que determinam a variação da densidade de fluxo magnético é limitada a 99, o que impôs a simulação de um tubo de deriva com 85 mm de comprimento para que se obtivesse um perfil senoidal de  $\vec{B}$ , proporcionando adicionalmente uma redução no tempo de processamento.

#### 4.10 – Investigação do sistema híbrido de focalização

A investigação de um sistema de focalização híbrido baseou-se, primeiramente, em medidas experimentais do perfil de  $B_z$  gerado por uma única seção de um focalizador magnético multi-seções desenvolvido pelo grupo (apresentado na FIG. 4.2).

A análise experimental da componente axial  $B_z$  tornou-se necessária pois, após a região de emissão eletrônica da TWT, existe uma peça ferromagnética responsável pela blindagem magnética do catodo que altera o valor do campo na entrada da região de deriva e dificulta a determinação do perfil teórico do campo magnético. Utilizou-se uma corrente elétrica de  $(1,00 \pm 0,02)A$ , monitorada por meio da leitura da diferença de potencial em uma resistência “shunt” calibrada para 60 mV – 10 A, para avaliação do perfil de  $B_z$  e, empregando o aparato reportado na Seção 4.5, mediu-se o valor da componente axial do campo até o ponto em que tal valor se tornasse inferior a 0,5 mT. Determinaram-se os valores de  $B_z$  para correntes elétricas superiores, teoricamente, por meio do efeito de superposição.

Em seguida, utilizando as simulações do sistema PPM, combinaram-se ambos os perfis (do solenóide e do arranjo de magnetos) empregando novamente o efeito de superposição de forma a se obter um único valor de campo para cada ponto axial, considerando apenas o eixo de simetria do sistema ( $\rho = 0$ ). Empregando o código KARAT<sup>®</sup>, avaliou-se a propagação do feixe eletrônico para a determinação das melhores condições do arranjo híbrido.

#### 4.11 – Conclusões do capítulo

Apresentou-se primeiramente, neste Capítulo, a metodologia desenvolvida e empregada para a construção de um solenóide multi-seções com perfil de campo constante a ser utilizado em amplificadores TWT. Abordou-se a seleção de materiais para sua fabricação, construção mecânica, seu envernizamento e as etapas de caracterização elétrica,

magnética e térmica.

Posteriormente, descreveu-se a metodologia utilizada para a caracterização teórica (por meio do desenvolvimento de um código computacional) e experimental (utilizando um sensor Hall para a leitura da componente axial da densidade de fluxo magnético) de ímãs permanentes toroidais a serem utilizados na construção do focalizador magnético PPM. Abordaram-se as etapas necessárias para a realização das simulações utilizando o código KARAT<sup>®</sup>, relatando-se a discretização da geometria a ser investigada. Por fim, relatou-se da metodologia de investigação do sistema híbrido de focalização.

## **CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÃO**

### **5.1 – Introdução do capítulo**

Neste Capítulo apresentam-se os resultados obtidos referentes à caracterização do SMS, o cálculo do campo magnético considerando apenas um único ímã permanente toroidal (para o eixo de simetria ou pontos “off-axis”) ou um arranjo periódico de magnetos (somente para o eixo de simetria do focalizador) sem a presença de “pole pieces” ferromagnéticos e as simulações computacionais com feixes eletrônicos, avaliando-se a influência da densidade de fluxo magnético aplicada, diferença de potencial de aceleração, além de avaliar a eficácia teórica do sistema híbrido de focalização projetado.

A Seção 5.2 relata a caracterização elétrica do solenóide multi-seções construído. A Seção 5.3 determina a densidade de fluxo magnético gerada por uma fita de corrente além de apresentar a caracterização magnética do SMS. A Seção 5.4 reporta a investigação do comportamento térmico do SMS desenvolvido. As Seções 5.5 e 5.6 calculam a densidade de fluxo magnético gerada por magnetos toroidais magnetizados axialmente tanto em seu eixo de simetria como fora dele, respectivamente. As Seções 5.7 a 5.10 tratam das simulações computacionais realizadas a fim de se projetar o focalizador PPM.

Posteriormente, nos apêndices A e B, determina-se a densidade de fluxo magnético gerada por uma fita de corrente ou por um ímã permanente axialmente magnetizado para casos mais gerais.

### **5.2 – Caracterização elétrica do SMS**

Os valores obtidos da resistência elétrica para cada seção do SMS durante sua construção, à temperatura ambiente, são apresentados na TAB. 5.1. O valor de  $R_1$  representa a resistência para a seção 1,  $R_2$  para a seção 2 e assim sucessivamente.

Nota-se por meio da TAB. 5.1 que os valores obtidos das resistências para todas as seções mantiveram-se próximos entre si, validando a metodologia de construção desenvolvida.

TABELA 5.1 – Medidas da resistência elétrica para cada seção construída a temperatura ambiente ( $\sigma_R =$  desvio padrão)

N.º de espiras	$R_1 (\Omega)$ ( $\pm 2\%$ )	$R_2 (\Omega)$ ( $\pm 2\%$ )	$R_3 (\Omega)$ ( $\pm 2\%$ )	$R_4 (\Omega)$ ( $\pm 2\%$ )	$R_5 (\Omega)$ ( $\pm 2\%$ )	$R_6 (\Omega)$ ( $\pm 2\%$ )	$R_7 (\Omega)$ ( $\pm 2\%$ )	$R_{\text{médio}} (\Omega)$	$\sigma_R (\Omega)$
100	0,4	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,1
200	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,0
300	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	0,1
400	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	0,0
500	1,9	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	0,0
600	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,6	2,5	2,5	0,1
680	2,7	3,0	2,9	3,1	3,1	3,0	2,9	3,0	0,1

### 5.3 – Determinação da densidade de fluxo magnético de uma fita de corrente e caracterização magnética do SMS

A FIG. 5.1 apresenta a geometria utilizada na determinação da densidade de fluxo magnético de uma espira de corrente fina, em formato de fita, de comprimento  $L$  e raio  $a$  percorrida por uma corrente elétrica  $I$  para posterior avaliação do perfil de  $\vec{B}$  para um SMS.

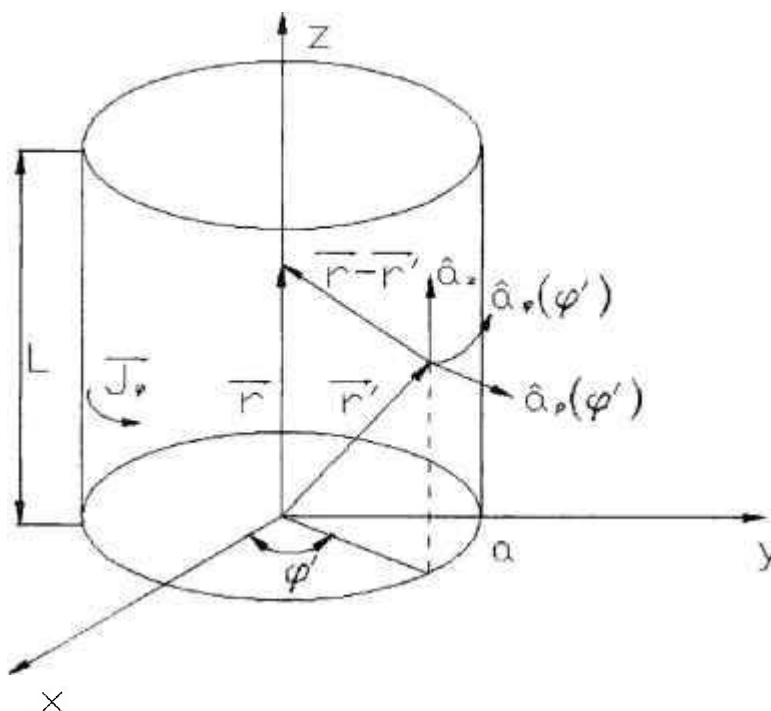


FIGURA 5.1 – Geometria utilizada para determinação da densidade de fluxo magnético produzida por uma fita de corrente.

A solução deste caso parte de (5.1), utilizando a lei de Biot-Savart

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3\vec{r}' \quad (5.1)$$

Para  $\rho = 0$ , ou seja, ao longo do eixo de simetria da fita de corrente, a análise vetorial do problema proposto resulta em

$$\begin{aligned} \vec{r} &= z\hat{a}_z \\ \vec{r}' &= a \cos \varphi' \hat{a}_x + a \sin \varphi' \hat{a}_y + z' \hat{a}_z \\ \vec{r} - \vec{r}' &= (z - z')\hat{a}_z - a \cos \varphi' \hat{a}_x - a \sin \varphi' \hat{a}_y \\ |\vec{r} - \vec{r}'|^3 &= \left[ (z - z')^2 + a^2 \right]^{3/2} \\ \vec{J} &= J_z \hat{a}_z \Rightarrow \vec{J} = J_z \hat{a}_z \\ \vec{J} \times (\vec{r} - \vec{r}') &= (z - z')J_z \cos \varphi' \hat{a}_x + (z - z')J_z \sin \varphi' \hat{a}_y + aJ_z \hat{a}_z \end{aligned} \quad (5.2)$$

A densidade superficial de corrente  $J_\varphi$  será expressa em termos da função delta de Dirac, resultando em

$$J_\varphi = \frac{I}{L} \delta(\rho' - a) \quad (5.3)$$

Substituindo em (5.1) os termos apresentados em (5.2) e (5.3), ter-se-á

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty \rho' d\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^L dz' \frac{\left[ (z - z')J_z \cos \varphi' \hat{a}_x + (z - z')J_z \sin \varphi' \hat{a}_y + aJ_z \hat{a}_z \right]}{\left[ (z - z')^2 + a^2 \right]^{3/2}} \quad (5.4)$$

Integrando-se em  $\varphi'$  (5.4), verifica-se que as integrais que apresentam as funções trigonométricas seno e co-seno serão nulas em virtude do limite de integração e (5.4) pode ser reescrita por

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty \rho' d\rho' \int_0^L dz' \frac{(aJ_z \hat{a}_z)}{\left[ (z - z')^2 + a^2 \right]^{3/2}} \quad (5.5)$$

e substituindo a densidade de corrente segundo (5.3), ter-se-á

$$\bar{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi L} \int_0^a \delta(\rho' - a) \rho' d\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^L \frac{dz'}{\left[(z - z')^2 + a^2\right]^{3/2}} \quad (5.6)$$

Considerando a propriedade da função delta de Dirac

$$\int_0^{\infty} \delta(\rho' - a) \rho' d\rho' = a, \quad (5.7)$$

resolvendo-se a integral em  $d\varphi'$  que resultará em  $2\pi$ , (5.6) pode ser reescrita segundo

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{L} \int_0^L \frac{dz'}{\left[(z - z')^2 + a^2\right]^{3/2}} \quad (5.8)$$

A integral expressa em (5.8) pode ser resolvida por meio de duas transformações: uma de variáveis e outra trigonométrica. Tais transformações são relatadas a seguir

$$u = z - z'$$

$$du = -dz'$$

$$B(z) = -\frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{L} \int_0^{z-L} \frac{du}{\left[u^2 + a^2\right]^{3/2}} \quad (5.9)$$

$$u = a \operatorname{tg} \theta$$

$$u^2 = a^2 \operatorname{tg}^2 \theta$$

$$du = a^2 \sec^2 \theta d\theta \quad (5.10)$$

Substituindo a transformação (5.10) em (5.9), o resultado das operações propostas será

$$B(z) = -\frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{L} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{a \sec^2 \theta d\theta}{\left[a^2 \sec^2 \theta\right]^{3/2}} = -\frac{\mu_0 I}{2} \frac{1}{L} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = -\frac{\mu_0 I}{2L} \operatorname{sen} \theta, \quad (5.11)$$

onde os limites de integração referentes ao termo  $\sin \theta$  podem ser expressos por

$$\sin \theta_1 = \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \text{ - limite inferior de interação} \quad (5.12)$$

$$\sin \theta_2 = \frac{z - L}{\sqrt{(z - L)^2 + a^2}} \text{ - limite superior de integração,} \quad (5.13)$$

obtendo-se, por fim [40]

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2L} \left[ \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} - \frac{z - L}{\sqrt{(z - L)^2 + a^2}} \right] \hat{a}_z \quad (5.14)$$

A expressão (5.14) determina a densidade de fluxo magnético produzida por uma fita de corrente fina, de raio  $a$  e comprimento  $L$  percorrida por uma corrente  $I$ , ao longo do eixo  $z$ . Nota-se que o termo entre colchetes é adimensional e a unidade do campo dependerá da presença ou não da permeabilidade magnética do vácuo (na ausência de  $\mu_0$ , o campo será dado em A/m e refere-se ao vetor  $\vec{H}$ ). Convém salientar que esta expressão é semelhante àquela de um solenóide fabricado com fio, conforme apresentado em [25].

Com (5.14) calcula-se a densidade de fluxo magnético, utilizando o princípio da superposição, gerada por uma seção constituinte de um solenóide fabricado com fita, onde cada seção apresenta  $N$  espiras considerando a espessura da fita de corrente e do dielétrico. Neste este caso, reescreve-se (5.14) como [40]

$$\vec{B}_{seção}(z) = \frac{\mu_0 I}{2L} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{z}{\sqrt{z^2 + a_i^2}} - \frac{z - L}{\sqrt{(z - L)^2 + a_i^2}} \right] \hat{a}_z \quad (5.15)$$

onde  $N$ , no solenóide construído, deve ser substituído por 680 e  $a_i$  deverá ser alterado para cada espira analisada pois como as espiras em um SMS estão sobrepostas, tal parâmetro deve ser avaliado individualmente. Ademais, é possível antever o campo magnético gerado por um solenóide que apresente  $M$  seções em sua constituição, considerando o espaçamento entre elas, novamente utilizando o princípio de superposição, uma vez que na região de cálculos não estarão presentes materiais magnéticos ou correntes elétricas. Desta

forma, (5.14) pode ser reescrita por

$$\vec{B}_{\text{resultante}}(z) = \frac{\mu_0 I}{2l} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left[ \frac{z - (i-1)(L+b)}{\sqrt{[z - (i-1)(L+b)]^2 + a_j^2}} - \frac{[z - (i-1)(L+b)] - L}{\sqrt{[z - (i-1)(L+b) - L]^2 + a_j^2}} \right] \hat{a}_z, \quad (5.16)$$

onde  $b$  representa o espaçamento entre as seções e  $M$  e  $N$  devem ser substituídos, neste projeto, por 7 e 680, respectivamente. Vale ressaltar que a soma em  $i$  refere-se somente à translação axial do campo produzido pela  $i$ -ésima seção.

A FIG. 5.2 apresenta o perfil teórico de  $B_z$  que seria gerado por uma bobina que possui 680 espiras com uma fita de corrente com  $L = 36,0$  mm,  $I = 10$  A (parâmetros empregados experimentalmente no SMS). Conforme esperado, a curva é simétrica, apresentando o valor de pico de  $B_z$  na região central da fita. Encontrou-se como valor de pico 77 mT (ou 770 gauss no sistema CGS de unidades).

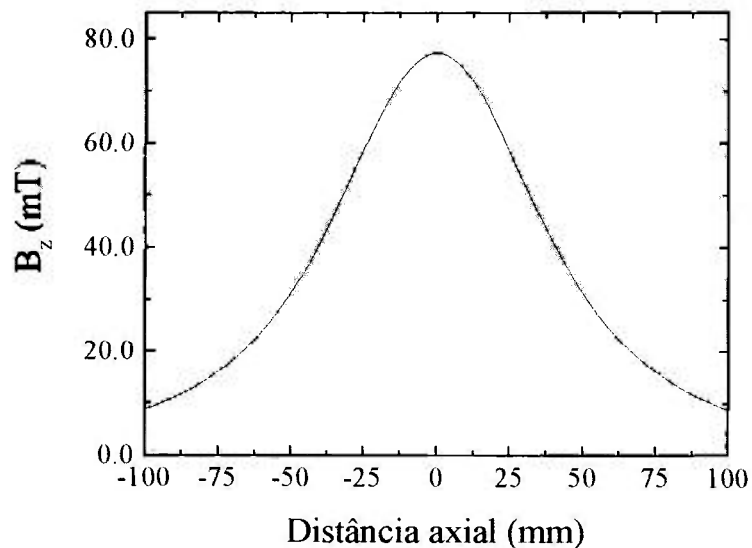


FIGURA 5.2 – Perfil teórico da componente axial da densidade de fluxo magnético de uma bobina constituída de fita com 680 espiras e  $I = 10$  A no eixo de simetria.

O perfil calculado da componente axial da densidade de fluxo magnético  $B_z$  com todas as 7 seções conectadas com  $I = 1$  A e 680 espiras é mostrada na FIG 5.3. Pode-se verificar que tal curva é similar àquelas reportadas na literatura [42-43] e conforme esperado,  $B_z$  apresenta maior intensidade na região central quando comparado aos valores obtidos nas extremidades. Obteve-se um “patamar” com valor de pico de

18,5 mT com flutuação de 5% ao longo de uma extensão axial de 150 mm.

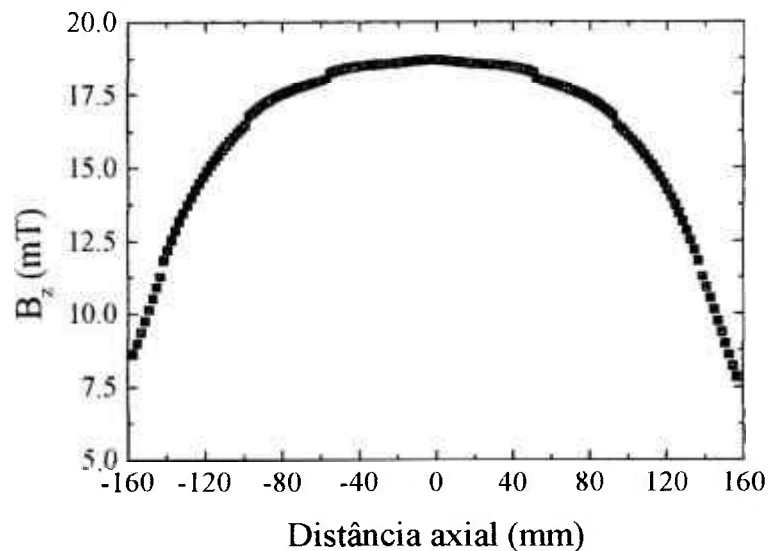


FIGURA 5.3 – Componente axial teórica da densidade de fluxo magnético para o SMS com  $I = 1 A$  [40].

A caracterização magnética do SMS com todas as seções conectadas em série é apresentada na FIG. 5.4. O perfil da curva é similar àquele apresentado anteriormente e a variação da densidade de fluxo magnético com a corrente foi linear. Quando o perfil teórico de  $B_z$  é comparado aquele obtido experimentalmente para  $I = (1,0 \pm 0,1)A$ , nota-se que existe uma discrepância nas extremidades das curvas. Tal fato pode ser atribuído à presença do suporte ferromagnético que sustenta mecanicamente o SMS, conforme apresentado na FIG. 4.4. Quando as intensidades máximas de ambos os perfis são comparadas, a discrepância é da ordem de 5%.

Obteve-se adicionalmente um perfil periódico da densidade de fluxo magnético com o SMS. A FIG 5.5 apresenta uma comparação entre os perfis teórico e experimental de  $B_z$  com 3 seções conectadas. Verifica-se que ambas as curvas são coincidentes na região central (próximo a 0), mas verifica-se também uma discrepância nas extremidades, efeito este que pode ser explicado de maneira semelhante ao caso reportado anteriormente. Os perfis teórico e experimental não se tornam positivos pois existem duas fontes de campo magnético, com linhas apontando na mesma direção, agindo sobre apenas uma fonte de campo na direção oposta (a direção das linhas depende da direção do fluxo de corrente elétrica que gera  $\vec{B}$ ). Outro perfil, com 5 seções conectadas, é apresentado na FIG. 5.6. As seções posicionadas nas extremidades do SMS têm suas linhas de campo interagindo com

as linhas provenientes das seções a seu lado. As linhas de campo da seção central interagem principalmente com as seções ao seu lado e, em virtude deste fato, o segundo “vale” apresenta intensidade inferior quando comparado ao primeiro ou ao terceiro. Novamente, existe uma concordância satisfatória tanto no perfil como na magnitude entre os valores calculados e experimentais.

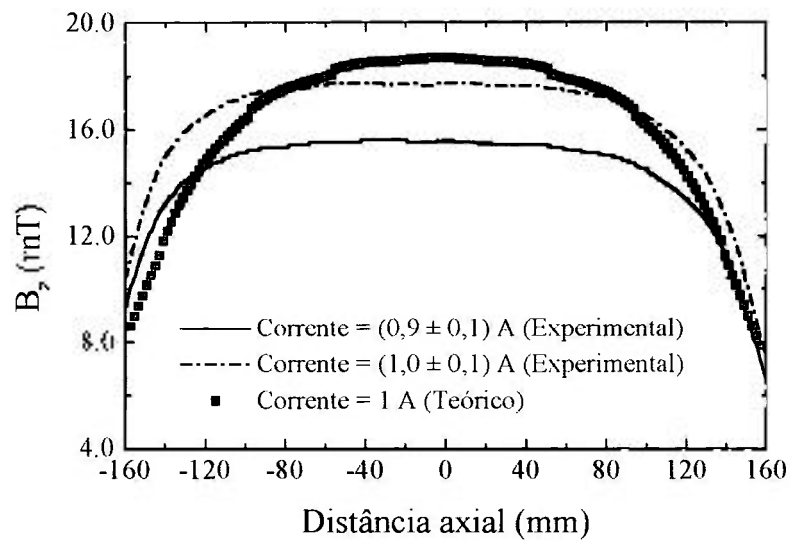


FIGURA 5.4 – Perfil experimental da densidade de fluxo magnético no eixo de simetria empregando duas correntes elétricas distintas com todas as 7 seções do SMS conectadas em série. Apresenta-se também o perfil calculado de  $B_z$  para  $I = 1$  A [37].

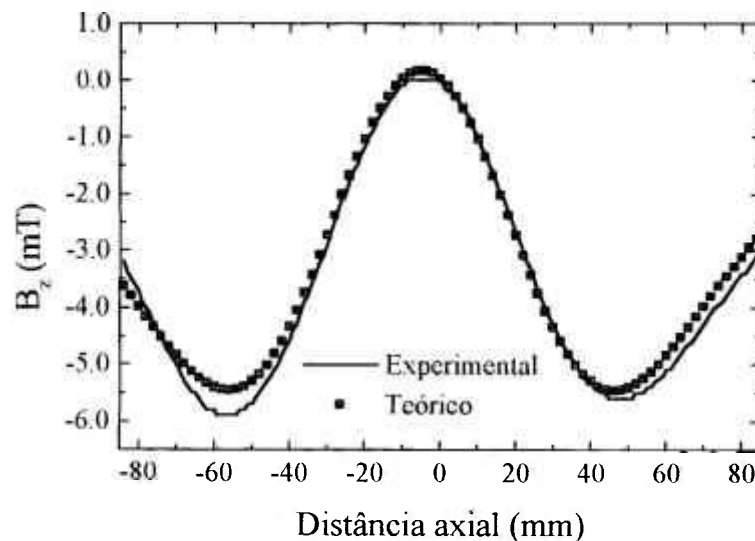


FIGURA 5.5 – Perfis teórico e experimental da densidade de fluxo magnético de 3 seções de polaridade reversa para  $I = 1,0$  A [37].

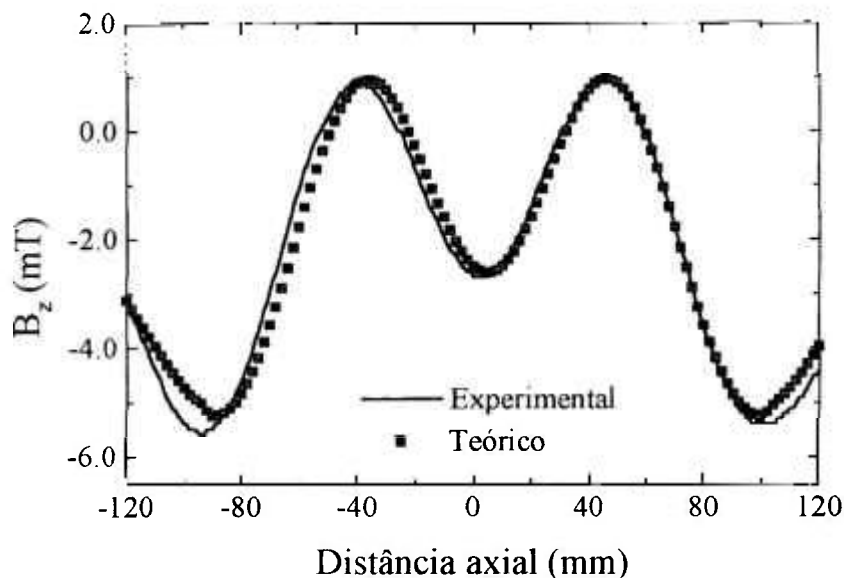


FIGURA 5.6 – Perfis teórico e experimental da densidade de fluxo magnético de 5 seções de polaridade reversa para  $I = 1,0 A$  [37].

#### 5.4 – Caracterização térmica do SMS

A avaliação do comportamento térmico do focalizador magnético é de extrema importância para o bom funcionamento dos amplificadores TWT. Experimentalmente, verificou-se que o líquido refrigerante deve entrar no focalizador apresentando uma temperatura tão baixa quanto possível de forma a não comprometer o desempenho do SMS. Temperatura e fluxo de água são parâmetros de grande influência. Vale salientar que em seu ponto de trabalho, este dispositivo dissipa, aproximadamente, 2,2 kW de potência térmica.

O focalizador, uma vez energizado, causa seu próprio aquecimento (por meio do efeito Joule) e também da água que por ele circula. Durante a operação do SMS, em seu ponto de trabalho, sempre ocorreu o aumento na resistência elétrica do enrolamento, promovendo a redução da corrente elétrica, já que o tipo de fonte utilizada neste projeto fornece tensão elétrica constante independente da corrente elétrica. Desta forma, o ajuste manual da voltagem sempre foi necessário até que se atingisse o intervalo de tempo de equilíbrio térmico, ou seja, o momento a partir do qual a potência elétrica dissipada pelo focalizador é a mesma extraída pela água.

O comportamento do aquecimento típico do SMS durante sua operação é apresentado na FIG. 5.7. Neste gráfico nota-se um acentuado aquecimento inicial do

solenóide e, após aproximadamente 50 minutos do início de seu funcionamento,  $\Delta T$  (indicativo da diferença de temperatura entre o líquido refrigerante que sai e entra no SMS) se torna constante indicando que o focalizador atinge seu equilíbrio térmico. Este mesmo período de tempo é necessário para a estabilização do campo magnético gerado uma vez que não mais existem variações da resistência do condutor advindas do efeito Joule. Neste momento, a potência elétrica dissipada por apenas uma seção é de aproximadamente 315 W e pode-se inferir que este valor deve ser multiplicado por 7 (o número de seções existentes no SMS analisado) para totalizar a potência elétrica dissipada pelo dispositivo, o qual é de aproximadamente 2,2 kW. Existe a total conversão de energia elétrica em térmica, conforme esperado. Utilizou-se, aproximadamente, 3 L/h de fluxo de água.

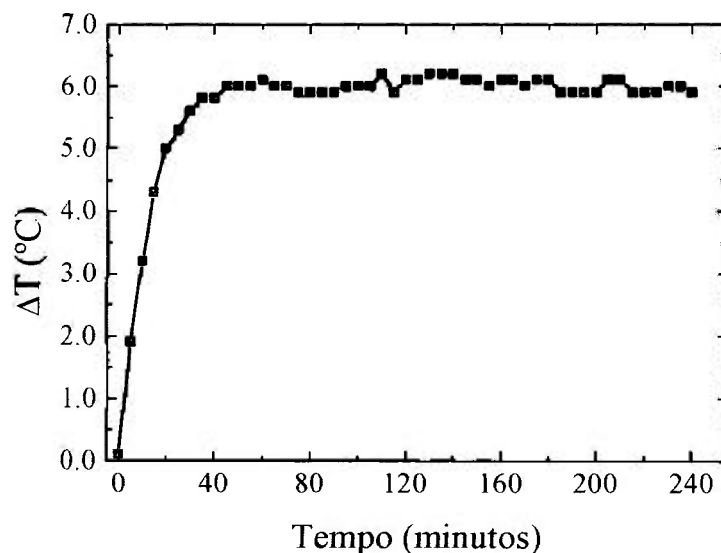


FIGURA 5.7 – Perfil típico de aquecimento do SMS para  $I = (10,0 \pm 0,1) A$  [37].

### 5.5 – Cálculo do campo magnético no eixo de simetria de um ímã toroidal

A FIG 5.8 apresenta a geometria adotada na determinação do campo magnético de um ímã toroidal, em seu eixo de simetria e axialmente magnetizado, com comprimento  $2L$ , raio interno  $R_1$  e raio externo  $R_2$ , utilizando o princípio de cargas magnéticas equivalentes. A solução deste caso envolve a integração da expressão

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_S \sigma_m(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dS'$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = B_{\text{superfície circular externa}} + B_{\text{superfície circular interna}} + B_{\text{frontal superior}} + B_{\text{frontal inferior}} \quad (5.17)$$

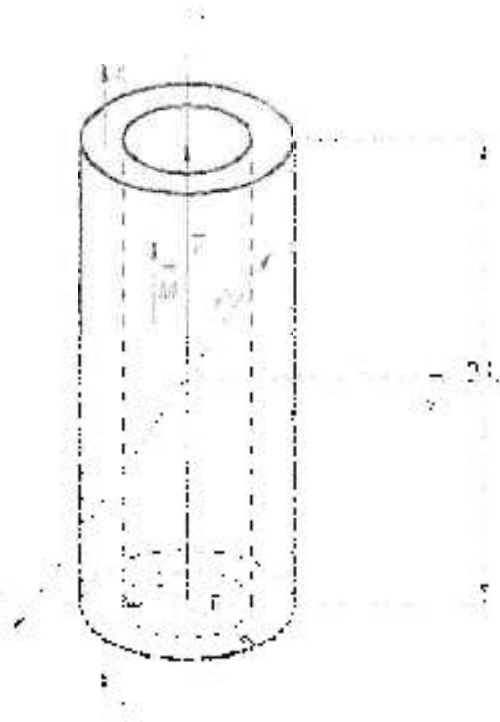


FIGURA 5.8 – Geometria do ímã permanente toroidal considerado na determinação do campo magnético gerado por um material axialmente magnetizado utilizando o conceito de cargas magnéticas equivalentes.

Analisando (5.17) e a geometria adotada na FIG. 5.8, verifica-se que só haverá a contribuição dos dois últimos termos de tal equação, pois lembrando que a densidade superficial de cargas magnéticas  $\sigma_{mag}$  é dada pelo produto escalar entre o vetor magnetização  $\vec{M}$  e o vetor normal à superfície  $\hat{n}$ ,  $\sigma_{mag}$  será nula para os dois primeiros termos de (5.17) uma vez que  $\vec{M}$  será ortogonal a qualquer  $\hat{n}$  sobre as superfícies circulares interna ou externa do ímã permanente toroidal (adotando-se que a magnetização seja axial). Desta forma, determinaram-se todos os elementos necessários para a resolução deste problema com uma análise vetorial, obtendo-se

$$\vec{r}' = \rho' \hat{a}_\rho + z' \hat{a}_z \quad (5.18)$$

$$\vec{r} = z \hat{a}_z \quad (5.19)$$

$$(\vec{r} - \vec{r}') = (z - z') \hat{a}_z - \rho' \hat{a}_\rho$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^3 = [\rho'^2 + (z - z')^2]^{3/2} \quad (5.20)$$

$$dS' = \rho' d\rho' d\varphi' \quad (5.21)$$

De posse destas expressões, substitui-se (5.18), (5.19), (5.20), (5.21) além de (3.66) em (5.17) para a superfície superior, obtendo-se

$$\vec{B}_{(\text{sup } l)} = \frac{I}{4\pi} B_r \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \frac{[(z-L)\hat{a}_z - \rho'(\cos\varphi'\hat{a}_x - \text{sen}\varphi'\hat{a}_y)]}{[(z-L)^2 + \rho'^2]^{3/2}} \rho' d\rho' d\varphi', \quad (5.22)$$

onde  $z$  indica o ponto axial em que a medida é realizada e  $L$  representa a metade do comprimento do ímã permanente toroidal. As integrais com as funções trigonométricas serão nulas em virtude dos limites de integração adotados e, como o termo  $(z-L)\hat{a}_z$  é uma constante, este pode ser retirado do sinal da integral, de forma que (5.22) se transforma em

$$\vec{B}_{(\text{sup } l)} = \frac{I}{2} B_r (z-L)\hat{a}_z \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho' d\rho'}{[(z-L)^2 + \rho'^2]^{3/2}} \quad (5.23)$$

Utilizando a técnica de substituição de variáveis (adotando-se  $x = (z-L)^2 + \rho'^2$ ) para a resolução da integral expressa em (5.23), obtém-se

$$\vec{B}_{(\text{sup } l)} = \frac{I}{4} B_r (z-L)\hat{a}_z \int_{(z-L)^2 + R_1^2}^{(z-L)^2 + R_2^2} \frac{dx}{x^{3/2}}, \quad (5.24)$$

e o campo gerado apenas pela superfície (face) superior é expresso por

$$\vec{B}_{(\text{sup } l)}(z) = \frac{B_r}{2} \left[ \frac{(z-L)}{\sqrt{(z-L)^2 + R_1^2}} - \frac{(z-L)}{\sqrt{(z-L)^2 + R_2^2}} \right] \hat{a}_z \quad (5.25)$$

Entretanto, é necessário computar o campo gerado pela segunda superfície. A contribuição desta extremidade será dada por

$$\bar{B}_{(sup.2)}(z) = -\frac{B_r}{2} \left[ \frac{(z+L)}{\sqrt{(z+L)^2 + R_1^2}} - \frac{(z+L)}{\sqrt{(z+L)^2 + R_2^2}} \right] \hat{a}_z, \quad (5.26)$$

onde o sinal negativo surge devido ao fato que, nesta superfície, as cargas magnéticas seriam negativas, uma vez que na extremidade oposta considerou-se que as cargas superficiais fossem positivas (a hipótese de cargas magnéticas equivalentes positivas e negativas deve ser realizada, assim como na eletrostática, em virtude da necessidade de neutralidade de cargas). O resultado total, ao se considerar a contribuição de ambas as extremidades será

$$\bar{B}_{(total)}(z) = \frac{B_r}{2} \left[ \left( \frac{(z+L)}{\sqrt{(z+L)^2 + R_2^2}} - \frac{(z-L)}{\sqrt{(z-L)^2 + R_2^2}} \right) - \left( \frac{(z+L)}{\sqrt{(z+L)^2 + R_1^2}} - \frac{(z-L)}{\sqrt{(z-L)^2 + R_1^2}} \right) \right] \hat{a}_z, \quad (5.27)$$

É importante salientar que o termo entre colchetes em (5.27) é adimensional e, desta forma, o campo magnético será expresso na unidade da remanência. A equação (5.27) também é apresentada em [35], porém não é demonstrado o trabalho matemático aqui desenvolvido. Esta mesma equação foi empregada no código computacional desenvolvido para avaliação do campo magnético axial no eixo de simetria dos magnetos analisados experimentalmente, além das lentes magnéticas descritas no Capítulo 4.

### 5.5.1 – Validação do código computacional desenvolvido

A comparação entre os perfis obtidos em [33] e por meio do código desenvolvido utilizando a lente caracterizada na TAB. 4.3, apresentada na Seção 4.8, é apresentada na FIG. 5.9. Conforme pode ser observado, ambos os gráficos estão perfeitamente sobrepostos, o que indica que o código escrito neste projeto apresenta boa concordância com os resultados obtidos por [33]. Ademais, convém ressaltar que em [33] utilizou-se um simulador comercial (PANDIRA), o qual emprega o método das correntes elétricas equivalentes, para o cálculo da densidade de fluxo magnético.

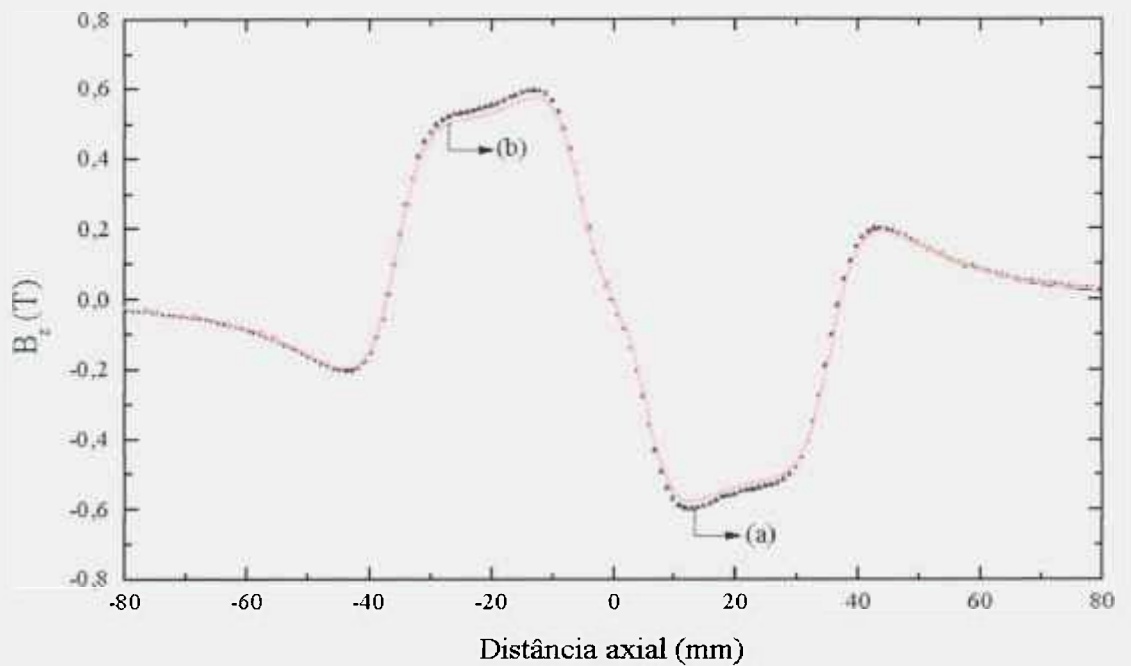


FIGURA 5.9 – Perfil da densidade de fluxo magnético axial de pico para lente proposta em [33] utilizando (a) PANDIRA e (b) código desenvolvido. Tais resultados foram obtidos para o eixo de simetria da lente ( $\rho = 0$ ).

Comparando-se os perfis teórico e experimental de  $B_z$  gerado por um ímã de SmCo caracterizado na TAB. 4.4 da Seção 4.8, verifica-se que a concordância é excelente, validando as considerações adotadas, como apresenta a FIG. 5.10. Para o cálculo do campo gerado a partir de 2 ímãs permanentes que compõem uma lente magnética separados por 2 mm, infere-se que o princípio da superposição é válido, uma vez que a região de determinação de  $B_z$  não possui correntes elétricas ou materiais magnéticos, conforme mostrado na FIG. 5.11. Medidas adicionais para pontos fora do eixo de simetria com os ímãs de SmCo não foram realizadas em virtude de sua reduzida dimensão interna comparada à dimensão radial da haste que sustenta o sensor Hall.

As FIG. 5.12 a 5.14 mostram a influência (teórica) da variação de  $R_1$ ,  $R_2$  e  $2L$  sobre a lente magnética constituída de dois ímãs permanentes de SmCo descrita acima. Quando o raio interno de ambos os magnetos é reduzido, como apresentado na FIG 5.12, a densidade de fluxo magnético no eixo de simetria é aumentada substancialmente comparado aos resultados da FIG. 5.11. Este efeito ocorre em virtude do acréscimo do volume de material magnético que constitui o ímã permanente. Por outro lado, o acréscimo de  $R_1$ , conforme esperado, causa a redução de  $B_z$ . Pode-se dizer que tais efeitos estão relacionados com a adição ou remoção das cargas magnéticas fictícias. Cabe ressaltar que a

massa do ímã é dependente de  $R_1^2$ .

O comportamento da lente magnética quando seu raio externo é reduzido, conforme indicado na FIG. 5.13, é exatamente o oposto se comparado à situação explanada acima. Com o decréscimo de  $R_2$ , o valor de  $B_z$ , em qualquer ponto no eixo de simetria do arranjo, seguirá a mesma ação realizada sobre o raio externo, indicando a retirada de parte do material magnético que constitui o ímã. A analogia utilizada para verificação do efeito proveniente na alteração de  $R_1$  referente às cargas magnéticas fictícias pode ser novamente empregada, inferindo-se que parte destas foram removidas. Contudo, ressalta-se que a redução de massa provocada com o decréscimo de  $R_2$  será mais acentuada quando comparada à redução de  $R_1$ , considerando que ambos os parâmetros sejam modificados pelo mesmo fator. O efeito da variação do raio externo sobre a densidade de fluxo magnético é inferior quando comparado aos resultados obtidos com a variação de  $R_1$  uma vez que a porção de material magnética afetada está mais afastada do eixo de simetria do arranjo. Sabendo-se que o fenômeno de indução magnética é dependente da posição em que se encontram as fontes de campo e do ponto investigado, nota-se que tais resultados apresentam-se condizentes fisicamente.

Quando o comprimento  $2L$  dos ímãs permanentes é acrescido, conforme mostrado na FIG. 5.14, o período da “onda magnética” da lente também aumenta, ocorrendo o mesmo para  $B_z$ . Entretanto, o projetista de um focalizador PPM deve ter em mente que, ao modificar este parâmetro, embora a densidade de fluxo seja aumentada, o “ripple” do feixe eletrônico possivelmente será acrescido, uma vez que tal propriedade é dependente da razão  $\lambda_p / L$ .

A influência da remanência não é discutida em nenhuma das curvas apresentadas nas FIG. 5.12 a 5.14, mas uma análise em (5.27) leva a crer que a densidade de fluxo magnético no eixo de simetria será diretamente proporcional a  $B_r$ , que substitui  $\sigma_{mag}$  nos casos investigados.

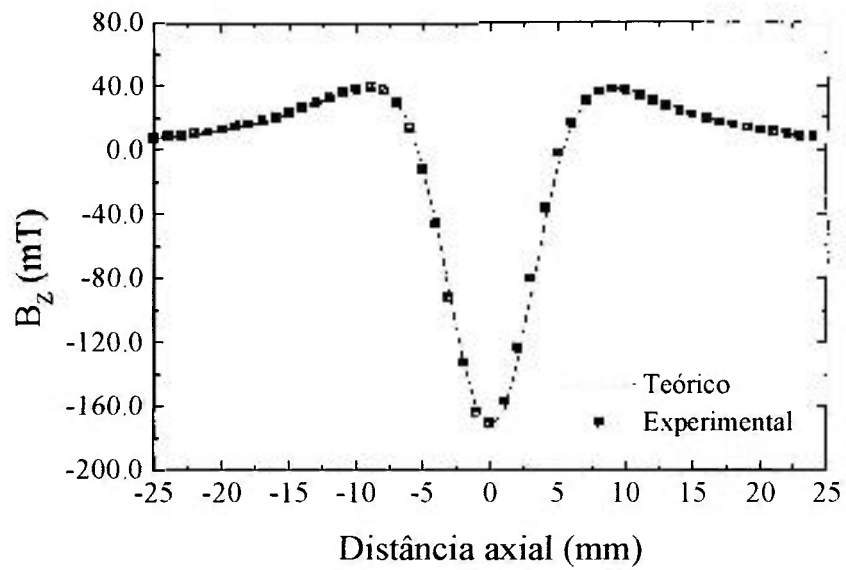


FIGURA 5.10 – Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de SmCo para  $\rho = 0$  [39].

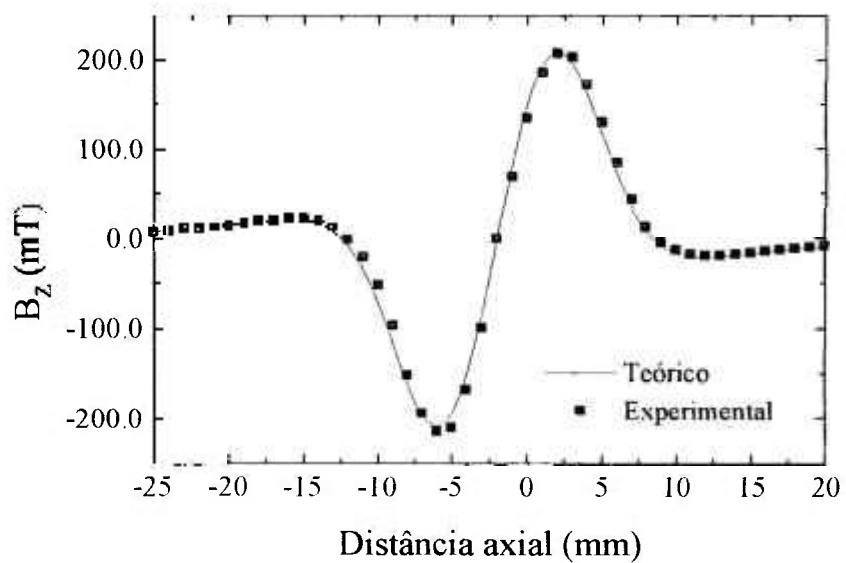


FIGURA 5.11 – Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de uma lente de SmCo para  $\rho = 0$  [39].

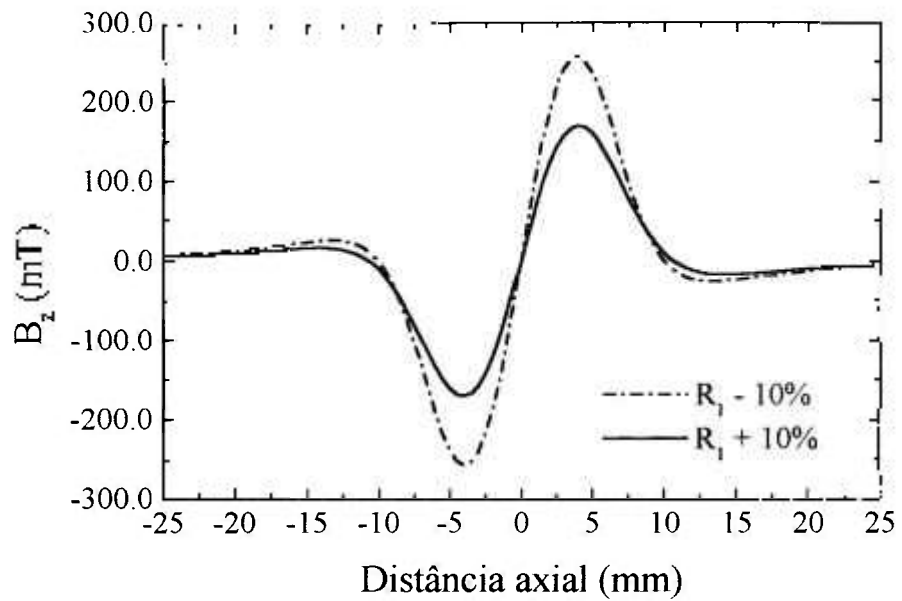


FIGURA 5.12 – Perfil da componente axial da densidade de fluxo magnético, no eixo de simetria ( $\rho = 0$ ), para uma lente de SmCo com diferentes raios internos [39].

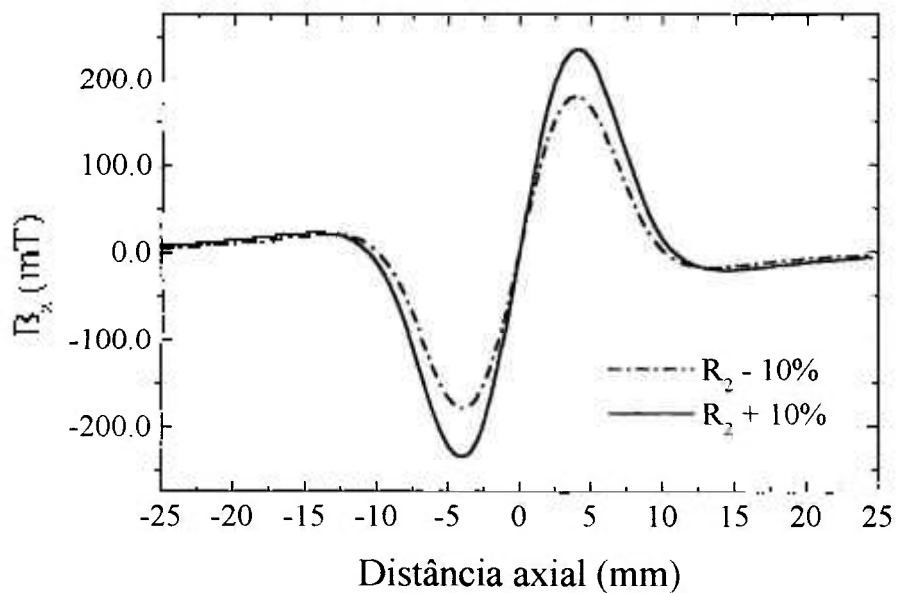


FIGURA 5.13 – Perfil da componente axial da densidade de fluxo magnético, no eixo de simetria ( $\rho = 0$ ), para uma lente de SmCo com diferentes raios externos [39].

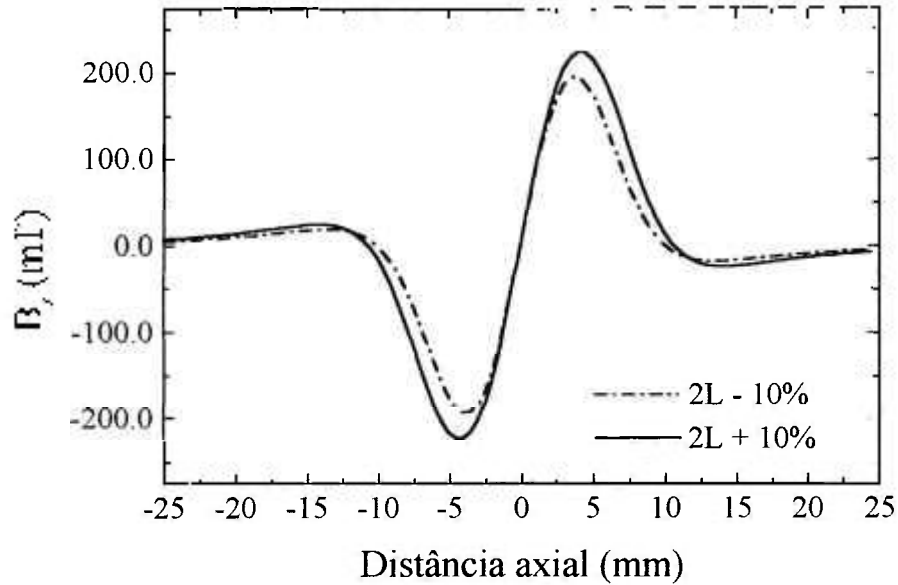


FIGURA 5.14 – Perfil da componente axial da densidade de fluxo magnético, no eixo de simetria ( $\rho = 0$ ), para uma lente de SmCo com diferentes espessuras [39].

### 5.6 – Cálculo do campo magnético fora do eixo de simetria de um ímã toroidal

A FIG. 5.15 apresenta a geometria adotada na determinação da densidade de fluxo magnético fora do eixo de simetria de um ímã toroidal utilizando o princípio das cargas magnéticas equivalentes. Neste caso, tomou-se por base a equação do potencial escalar magnético, uma vez que o cálculo desta variável é mais simples de ser realizado quando comparado ao cálculo realizado por meio da integral do campo magnético. Assim,  $\psi$  é descrito por

$$\psi(\vec{r}) = \frac{I}{4\pi} \int \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot \hat{n}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' \quad (5.28)$$

A seguir, determinaram-se todos os elementos necessários para a resolução deste problema por meio de uma análise vetorial, obtendo-se

$$\vec{r} = \rho \hat{a}_\rho(\varphi) + z \hat{a}_z = \rho(\cos \varphi \hat{a}_x + \sin \varphi \hat{a}_y) + z \hat{a}_z \quad (5.29)$$

$$\vec{r}' = \rho' \hat{a}_\rho(\varphi') + z' \hat{a}_z = \rho'(\cos \varphi' \hat{a}_x + \sin \varphi' \hat{a}_y) + L \hat{a}_z \quad (5.30)$$

$$\bar{r} - \bar{r}' = \left[ \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z - L)^2 \right]^{1/2}. \quad (5.31)$$

onde  $\bar{r}$  representa o ponto campo (observação) e  $\bar{r}'$  indica o ponto fonte.

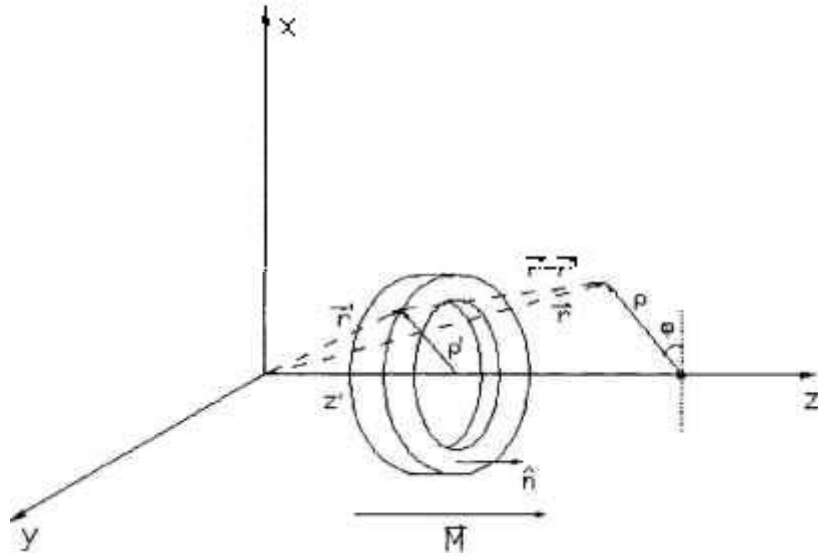


FIGURA 5.15 – Geometria do ímã permanente considerado na determinação do campo magnético gerado por um material axialmente magnetizado utilizando o conceito das cargas magnéticas equivalentes.

Substituindo os valores encontrados em (5.29), (5.30) e (5.31) em (5.28), obtém-se

$$\psi_{sup}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{M_0 \hat{a}_z \cdot (\hat{a}_r)}{\left[ \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z - L)^2 \right]^{3/2}} \rho' d\rho' d\varphi', \quad (5.32)$$

onde  $\psi_{sup}$  representa o potencial escalar magnético da superfície frontal da amostra na FIG. 5.15,  $M_0$  é a magnetização da amostra (que será substituída pela remanência),  $\rho'$  é a variável de integração,  $\rho$  é a posição radial onde a medida é realizada,  $z$  é a distância axial,  $L$  é a metade da espessura do ímã permanente e  $\varphi'$  é o ângulo relativo à posição definida por  $\rho'$ . Notando-se que o termo  $M_0$  é uma constante, este pode ser retirado da integral e, portanto, (5.32) pode ser reescrita por

$$\psi_{sup}(\bar{r}) = \frac{M_0}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \rho' d\rho' \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi'}{\left[ \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z - L)^2 \right]^{3/2}} \quad (5.33)$$

Para  $\varphi = 0$ , em virtude da simetria do problema, é possível obter-se

$$\psi_{\text{sup}}(\vec{r}) = \frac{M_0}{4\pi} \int_{R_i}^{R_o} \rho' d\rho' \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi'}{\left[\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos \varphi' + (z-L)^2\right]^{1/2}}. \quad (5.34)$$

Neste ponto, realiza-se uma substituição de variáveis. Utilizando-se a relação expressa por (5.35)

$$\alpha = \varphi' - \pi \quad (5.35)$$

a equação (5.34) pode ser reescrita segundo

$$\psi_{\text{sup}}(\vec{r}) = \frac{M_0}{4\pi} \int_{R_i}^{R_o} \rho' d\rho' \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\alpha}{\left[\rho^2 + \rho'^2 + 2\rho\rho' \cos \alpha + (z-L)^2\right]^{1/2}}. \quad (5.36)$$

Trabalhando somente em  $\alpha$  em (5.36), é possível reescrevê-la de uma segunda forma. Para tal, altera-se o período de integração e assim ter-se-á

$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{d\alpha}{\left[\rho^2 + \rho'^2 + 2\rho\rho' \cos \alpha + (z-L)^2\right]^{1/2}}. \quad (5.37)$$

Utilizando a identidade trigonométrica expressa em (5.38)

$$\cos \alpha = 1 - 2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right), \quad (5.38)$$

e substituindo (5.38) em (5.37) obtém-se

$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{d\alpha}{\left[\rho^2 + \rho'^2 + 2\rho\rho' \left[1 - 2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right] + (z-L)^2\right]^{1/2}}. \quad (5.39)$$

Analisando (5.39), verifica-se que o denominador é um produto notável e pode ser desenvolvido. Desta forma, tomando-se por base (5.39), tem-se

$$\int_0^{\pi} \frac{d\alpha}{\left[ (\rho + \rho')^2 + (z - L)^2 - 4\rho\rho' \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]^{1/2}} \quad (5.40)$$

É possível descrever (5.40) em função de uma integral elíptica. É necessário, contudo, uma nova substituição de variáveis expressa em (5.41)

$$\beta = \frac{\alpha}{2}, \quad (5.41)$$

e reescrevendo (5.40) com a alteração proposta em (5.41) obtém-se

$$\int_0^{\pi} \frac{d\beta}{\left[ (\rho + \rho')^2 + (z - L)^2 - 4\rho\rho' \sin^2 \beta \right]^{1/2}} \quad (5.42)$$

Definindo

$$\kappa^2 = \frac{4\rho\rho'}{(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2}, \quad (5.43)$$

(5.42) pode então ser descrita por

$$\frac{4}{\left[ (\rho + \rho')^2 + (z - L)^2 \right]^{1/2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\left( 1 - \kappa^2 \sin^2 \beta \right)}, \quad (5.44)$$

onde a integral apresentada em (5.44) é exatamente a integral elíptica completa de primeira classe  $K(\kappa)$  [31].

Reunindo (5.44) com a primeira integral descrita em (5.36), o potencial escalar magnético gerado pela superfície frontal do ímã toroidal será dado por

$$\psi_{uv}(\bar{r}) = \frac{M_0}{4\pi} \int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} \frac{4\rho' d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{1/2}} K(\kappa) \quad (5.45)$$

A integral elíptica pode ser expressa em termos de uma expansão em série [31], e (5.45) se torna

$$\psi_{uv}(\bar{r}) = \frac{M_0}{\pi} \int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} \frac{\rho' d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{1/2}} \frac{\pi}{2} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \kappa^2 + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \kappa^4 + \dots \right\}$$

$$\psi_{uv}(\bar{r}) = \frac{M_0}{2} \int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} \frac{\rho' d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{1/2}} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \kappa^2 + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \kappa^4 + \dots \right\}. \quad (5.46)$$

Uma característica deste método desenvolvido é que o número de termos obtidos a cada processo de integração se torna maior quando comparado ao caso anterior em virtude do crescimento do expoente do numerador e do denominador. Contudo, todas as integrais podem ser resolvidas utilizando-se da fórmula geral apresentada por [43]

$$\int \frac{x^m}{(x^2 + a^2)^{n-(l/2)}} dx = -\frac{x^{m-1}}{(2n-l)(x^2 + a^2)^{n-(l/2)}} + \frac{m-l}{2n-l} \int \frac{x^{m-2}}{(x^2 + a^2)^{n-(l/2)}} dx, \quad (5.47)$$

onde  $x$  é a variável de integração,  $a$  é uma constante (para o caso do problema proposto substitui-se pelo termo  $(z - L)$  ou  $(z + L)$ ) e  $m$  e  $n$  são parâmetros que determinam o valor do expoente do numerador e denominador, respectivamente. Em seguida, realizou-se o processo de integração termo a termo de (5.46) para obtenção de cada parcela da expansão, para um total de cinco, conforme indicado no Capítulo 4.

As integrais fundamentais a serem avaliadas são apresentadas a seguir, identificando-as de acordo com qual termo se referem

$$\psi_1 = \int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} \frac{\rho' d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{1/2}} \quad (5.48)$$

$$\psi_2 = \rho \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho'^2 d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{3/2}} \quad (5.49)$$

$$\psi_3 = \rho^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho'^3 d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{5/2}} \quad (5.50)$$

$$\psi_4 = \rho^3 \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho'^4 d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{7/2}} \quad (5.51)$$

$$\psi_5 = \rho^4 \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho'^5 d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{9/2}} \quad (5.52)$$

permitindo antever uma equação geral, expressa por

$$\psi_n(\rho, z) = \rho^{n-1} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho'^n d\rho'}{[(\rho + \rho')^2 + (z - L)^2]^{n-(1/2)}} \quad (5.53)$$

Muito embora não estejam apresentadas dentre as equações (5.48) a (5.53), será preciso avaliar também a contribuição destas mesmas integrais, variando-se o termo do denominador de  $(z - L)$  para  $(z + L)$  de forma a computar o efeito da segunda extremidade “carregada magneticamente”. Por fim, o potencial escalar magnético total será dado por

$$\psi_{total}(\rho, z) = \sum_{n=1}^N \psi_n(\rho, z) \quad (5.54)$$

onde  $N$ , para o caso trabalhado, deve ser 5.

Ressalta-se neste ponto que as equações desenvolvidas de cada processo são referentes ao potencial escalar magnético. Portanto, é necessário realizar o processo de derivação com relação à distância axial ou radial para a obtenção da componente axial ou radial da densidade de fluxo magnético representadas, respectivamente, por

$$B_{\rho} = -\frac{\partial\psi}{\partial\rho} \quad (5.55)$$

$$B_z = -\frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad (5.56)$$

onde  $\psi$  deverá ser expresso em T-m. É preciso salientar que não existirá uma componente azimutal de densidade de fluxo magnético a ser calculada, uma vez que o campo magnético deste tipo de amostra é axialmente simétrico, isto é, não deverá ocorrer a variação do valor de  $\vec{B}$  com a rotação do toróide.

Acredita-se que (5.54) seja válida para a determinação do potencial escalar magnético em qualquer ponto axial ou radial (dentro do toróide) de um ímã permanente ou mesmo um arranjo periódico de magnetos (desde que os pontos de cálculo não possuam corrente elétrica ou material magnético) bastando utilizar-se do princípio da superposição. Contudo, é preciso salientar que (5.54) é válida somente para o caso em que todos os ímãs permanentes analisados sejam *axialmente magnetizados*.

Nota-se que, ao se realizarem os cálculos do potencial escalar magnético no eixo de simetria de um magneto ou de um arranjo destes, o ponto de observação  $\rho$  é nulo e, portanto, exceto o primeiro termo da expansão, todos os outros serão cancelados. Ao se derivar (5.48) em relação a  $z$  após a resolução da integral utilizando a relação expressa por (5.56), determina-se a componente axial da densidade de fluxo magnético e verifica-se que a expressão encontrada será exatamente aquela apresentada em (5.27), o que era esperado.

A comparação entre os resultados teóricos e experimentais para a verificação do método desenvolvido é apresentada nas FIG. 5.16 a 5.19. Verifica-se que para o ímã de ferrita analisado, os resultados experimentais e calculados estão de acordo. Conforme é acrescida a distância em relação ao eixo em que a medida é realizada, a componente axial da densidade de fluxo magnético ( $B_z(\rho)$ ) também aumenta, fato este também indicado pela equação teórica proposta. Uma causa que poderia ser atribuída à discrepância existente na região negativa da distância axial em todas as medidas seria a magnetização não uniforme da amostra, uma vez que tal variação manteve-se aproximadamente constante em todas as medidas. Para o caso do último resultado apresentado (vide FIG. 5.19) nota-se que o valor de  $B_z$  mensurado é superior quando comparado ao valor determinado teoricamente, indicando a necessidade do uso de uma quantidade maior de termos na somatória em (5.54) de forma que os resultados sejam melhorados. Verificou-se, com o uso desta

integração termo a termo proposta, que o erro existente entre os valores mensurados e calculados são superiores para pontos que estão próximos ao centro da amostra ( $z = 0$ ) ou quando a distância radial é acrescida.

A relevância em se calcular o campo magnético fora do eixo de simetria surge do fato que seria possível, a princípio, determinar a força magnética em qualquer elétron que constituísse um feixe eletrônico com elevada precisão, trazendo melhorias com relação aos resultados de simuladores computacionais no que se refere à focalização magnética.

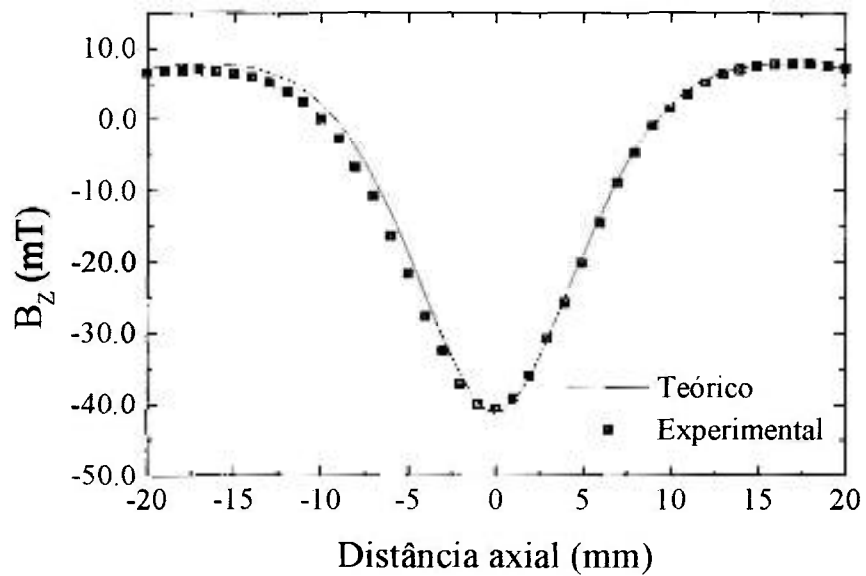


FIGURA 5.16 – Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de ferrita para  $\rho = 0$ .

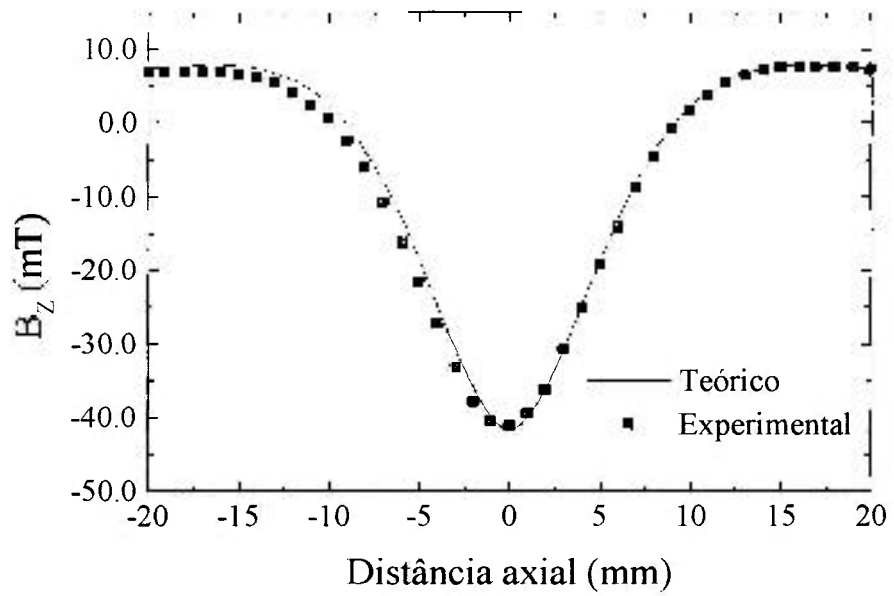


FIGURA 5.17 – Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de ferrita para  $\rho = 1$  mm.

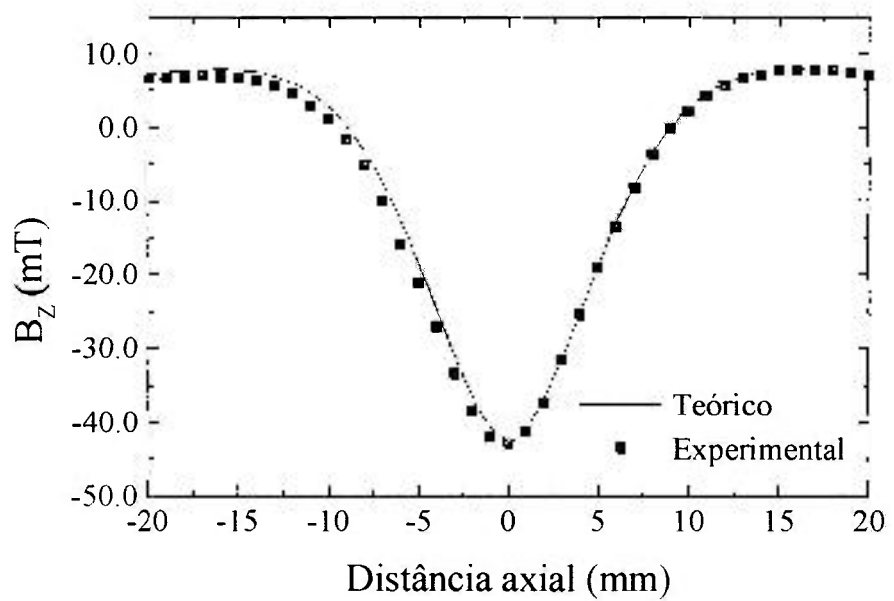


FIGURA 5.18 – Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de ferrita para  $\rho = 2$  mm.

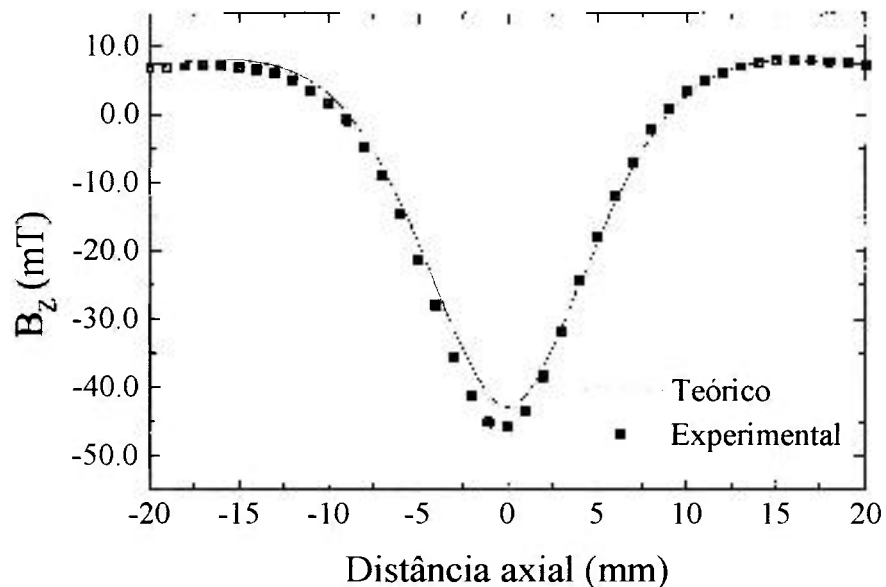


FIGURA 5.19 – Comparação dos perfis teórico e experimental do campo magnético axial de um ímã toroidal de ferrita para  $\rho = 3$  mm.

### 5.7 – Projeto do PPM – Avaliação do raio do feixe eletrônico

Conforme abordado anteriormente, três são os parâmetros necessários para o projeto de um focalizador PPM: a diferença de potencial de aceleração dos elétrons, a corrente elétrica e o raio do feixe eletrônico. Obteve-se a avaliação desta última característica do amplificador por meio da simulação do canhão eletrônico que constitui a válvula TWT em desenvolvimento no CTMSP, apresentada na FIG. 5.20.

É possível verificar nesta figura que os elétrons, ao término da região de simulação, apresentam suas respectivas trajetórias aproximadamente paralelas umas às outras, situação desejável para a perfeita focalização magnética posterior. A razão de convergência encontrada, dada pela razão entre o raio do catodo e o raio do feixe eletrônico, é de 3,5.

Contudo, deve-se notar que a geometria apresentada consiste em uma vista em corte da peça empregada experimentalmente e que, portanto, a dimensão do conjunto de elétrons ao longo do eixo  $r$  representa o raio do feixe eletrônico. Avaliou-se que tal valor, para a posterior determinação da densidade de fluxo magnético de pico e do período do arranjo, não seria 2,5 mm conforme apresentado no Capítulo 1 deste trabalho. Este parâmetro, de acordo com os resultados obtidos em simulação utilizando o código KARAT<sup>®</sup> será substituído por 1,8 mm.

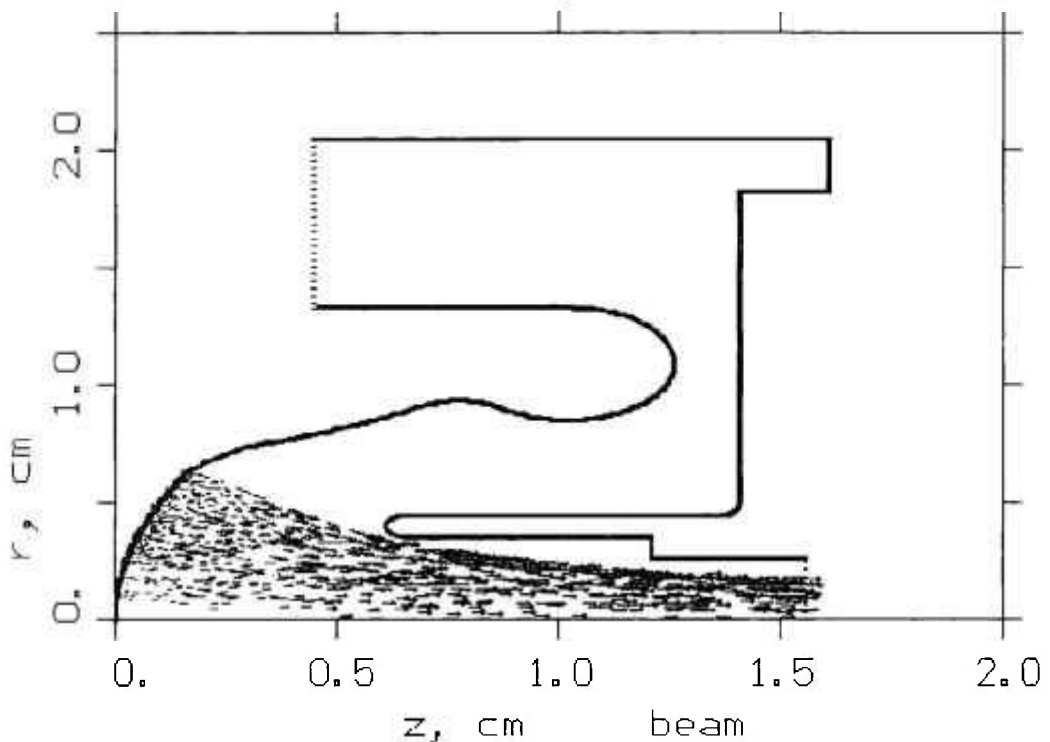


FIGURA 5.20 – Geometria do canhão eletrônico do amplificador investigado e simulado no CTMSP. Apresenta-se a propagação do feixe eletrônico até a entrada da região de deriva [44].

### 5.8 – Projeto do PPM – Determinação das dimensões dos ímãs permanentes

Utilizando a seqüência de etapas descritas por [30], determinou-se a densidade de fluxo de Brillouin de pico para um focalizador de perfil alternado, calculou-se o comprimento de onda de plasma e avaliou-se, por fim, os parâmetros do campo magnético e de carga espacial. Todos os parâmetros são apresentados na TAB. 5.2.

TABELA 5.2 – Parâmetros de projeto do focalizador PPM.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Densidade de fluxo magnético de pico	$B_0$	99,6	mT
Comprimento de onda de plasma	$\lambda_p$	74	mm
Parâmetro do campo magnético	$\alpha$	$\cong 0,05$	adimensional
Parâmetro das cargas espaciais	$\beta$	$\cong 0,05$	adimensional

O período da onda magnética geralmente escolhido como valor inicial de projeto é de 1 polegada (25,40 mm) [10, 29]. Utilizando tal valor na relação  $\lambda_p / L$ , obter-se-á 2,90. Tal resultado é inadequado, conforme mencionado anteriormente, uma vez

que esta relação deve apresentar-se igual ou superior a 3 para a obtenção de um “ripple” do feixe eletrônico igual ou inferior a 5% comparado ao valor de projeto. Desta forma, reduziu-se o termo  $L$  para 24,00 mm, obtendo-se 3,07 para tal relação e o projeto do focalizador magnético pôde ser continuado.

Analisando os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  na TAB. 5.2, ambos os parâmetros de projeto do focalizador PPM apresentam aproximadamente o mesmo valor, indício que o feixe eletrônico, teoricamente, se propagará ao longo da região de deriva com possíveis variações em sua dimensão radial, porém de reduzida amplitude. O parâmetro  $\alpha$  é pequeno quando comparado ao limite determinado por (3.50) ou (3.51) ( $\alpha_{limite} = 0,66$ ) e mesmo considerando os efeitos adicionais de desfocalização, seu valor se situará na região em que ocorre o efeito da transmissão do feixe eletrônico.

Outro fato relevante é que em todos os cálculos envolvendo a massa do elétron utilizou-se o valor de repouso de tal propriedade. Contudo, existirá a variação da massa com o potencial de aceleração de 30,0 kV que pode ser determinada valendo-se da relação de Lorentz

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (5.58)$$

onde  $m(v)$  é a massa do elétron na velocidade  $v$  e  $m_0$  é a massa do elétron em repouso. Utilizando o teorema da conservação de energia, se obtém a velocidade de um elétron acelerado com a energia a ser empregada neste projeto, possibilitando a determinação da nova massa que será de aproximadamente  $9,7 \times 10^{-31}$  kg, o que possibilita inferir que a diferença de massa de um elétron em repouso e acelerado a 30,0 kV é da ordem de +6% e, portanto, os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  serão ainda menores quando comparados aos valores reportados na TAB. 5.2. Entretanto, deverá existir uma diferença entre ambos os valores, pois o parâmetro das cargas espaciais depende no denominador pelo fator  $\eta^{3/2}$ , havendo uma tendência de divergência do feixe eletrônico. Portanto, a densidade de fluxo magnético de pico  $B_0$  deve ser maior de forma a igualar novamente ambos os parâmetros, uma vez que  $L$ , o qual representa o período do arranjo dos ímãs permanentes, está presente em (3.47) e (3.48) e sua alteração será ineficiente. O novo valor de  $\alpha$  e  $\beta$  será

$$\alpha = \beta = 0,054, \quad (5.59)$$

considerando  $B_0 = 103,5$  mT.

Com  $B_0$  e  $L$  definidos, especificaram-se as dimensões dos magnetos a serem empregados no focalizador magnético por meio do código computacional desenvolvido, considerando o efeito de modulação em velocidade (lembrando que o campo a ser obtido é de aproximadamente 200 mT). É importante salientar que durante todas as simulações realizadas, definiu-se o valor do raio interno do ímã permanente toroidal valendo-se de considerações mecânicas, próximo ao valor do raio externo do tubo de deriva.

Verificou-se que, mantido o período  $L$  constante ( $L = 24,00$  mm), é possível alterar as dimensões dos ímãs permanentes e o espaçamento entre as peças de forma a se obter aproximadamente a mesma densidade de fluxo magnético de pico. Este fato indica que é plausível considerar a existência de mais de uma possível solução a ser trabalhada para o desenvolvimento de um focalizador PPM. A TAB. 5.3 apresenta quatro soluções encontradas e a FIG. 5.21 mostra a variação, ao longo do eixo  $z$ , da componente axial da densidade de fluxo magnético de todos os arranjos caracterizados na TAB. 5.3. O uso de um ímã permanente que apresente a coercividade intrínseca superior à remanência visa evitar a desmagnetização das peças em função do campo proveniente dos demais magnetos.

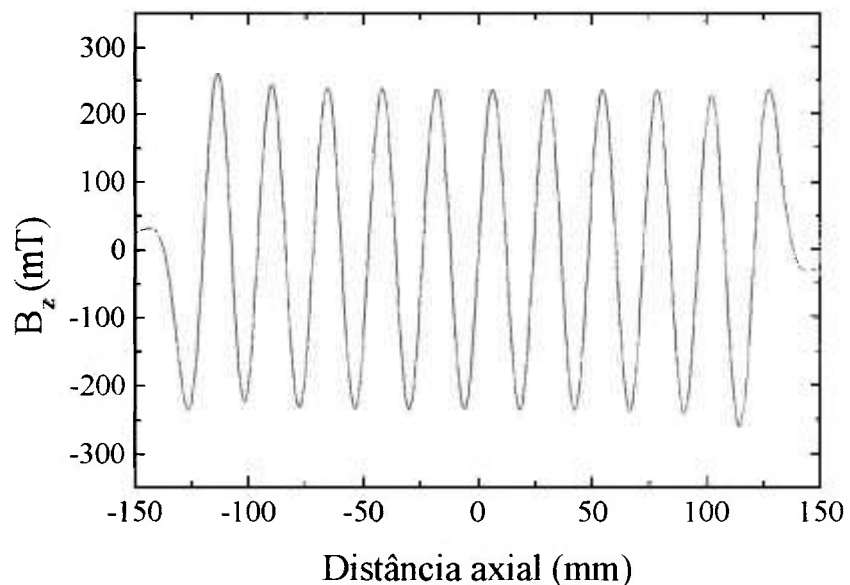
Convém salientar que não se considerou a necessidade dos ímãs permanentes estarem seccionados, em duas peças iguais, (em formato de U) para serem montados no arranjo PPM. Portanto,  $B_z$  deverá ser inferior, quando comparado ao valor determinado teoricamente, por um fator que será proporcional à área extraída do magneto, admitindo que o ímã permanente é ideal e somente as “cargas magnéticas” localizadas na superfície do corpo contribuem para  $B_z$ . Para se determinar esta perda, é necessário considerar a espessura da lâmina utilizada durante o processo de corte para, então, se calcular a área retirada.

TABELA 5.3 – Propriedades físicas e magnéticas prévias dos ímãs permanentes do focalizador magnético PPM.

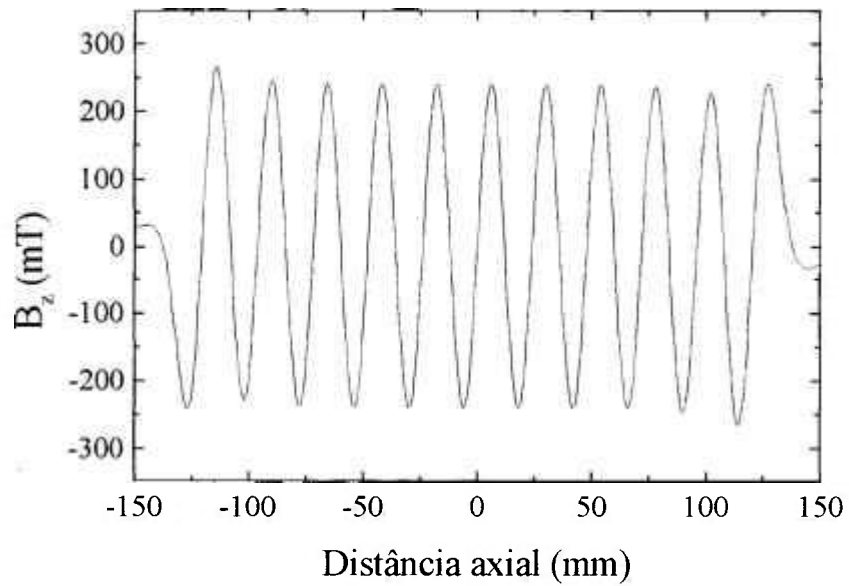
$R_1$ (mm)	$R_2$ (mm)	$2L$ (mm)	$D$ (mm)	$B_r$ (T)	$\mu_0 i H_c$ (T)
9,50	17,00	9,25	2,75	1,30	$> B_r$
9,50	17,00	9,50	2,50	1,30	$> B_r$
9,50	17,00	9,75	2,25	1,30	$> B_r$
9,50	17,00	10,00	2,00	1,30	$> B_r$

Como pode ser notado na FIG. 5.21 (a–d), a variação pico a pico de  $B_z$  é praticamente constante ao longo de toda a extensão do eixo  $z$ , exceto nas regiões localizadas nas extremidades do arranjo. Este é um efeito característico neste tipo de montagem e recebe justamente o nome de efeito de extremidade. Em um arranjo PPM, todos os ímãs permanentes contribuem para o valor de  $B_z$  em um determinado ponto e tal contribuição se torna cada vez menor com o acréscimo da distância entre o ponto considerado e o magneto. Na região central do arranjo, todos os ímãs “operam” sob as mesmas condições, uma vez que estarão sujeitos à presença dos mesmos campos. Contudo, quando se considera a extremidade do focalizador, uma parcela do campo magnético é ausente em virtude da distância entre a região em questão e toda a série de ímãs, e espera-se que o valor de  $B_z$  seja acrescido [45].

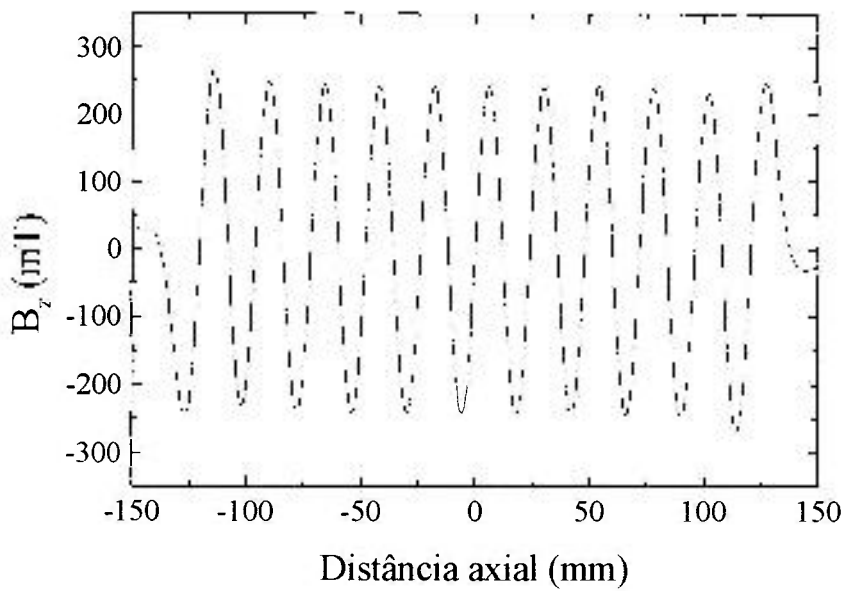
Verificou-se adicionalmente, por meio dos dados resultantes das simulações computacionais, que não será possível a utilização de ímãs de SmCo para a construção deste focalizador magnético sem “pole pieces” em virtude do elevado valor de remanência necessária. O material a ser empregado deverá pertencer à classe das ligas NdFeB / PrFeB. Em geral, a remanência dos magnetos empregados em arranjos PPM não é tão elevada devido ao uso dos “pole pieces” de forma que a não utilização destas peças é compensada por  $B_r$  mais intenso.



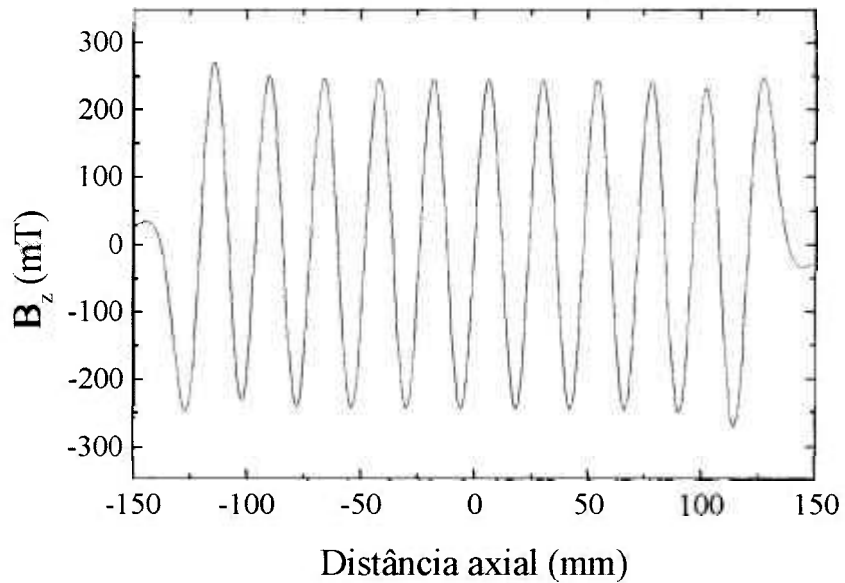
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURA 5.21 – Perfil teórico da componente axial da densidade de fluxo magnético utilizando os ímãs permanentes caracterizados na TAB. 5.3. (a)  $2L = 9,25 \text{ mm}$  e  $D = 2,75 \text{ mm}$ ; (b)  $2L = 9,50 \text{ mm}$  e  $D = 2,50 \text{ mm}$ ; (c)  $2L = 9,75 \text{ mm}$  e  $D = 2,25 \text{ mm}$ ; (d)  $2L = 10,00 \text{ mm}$  e  $D = 2,00 \text{ mm}$ .

## 5.9 – Simulações com feixes eletrônicos

### 5.9.1 – Variação da direção das linhas de campo magnético

A FIG. 5.22 apresenta a variação de direção das linhas de campo magnético gerado com o uso de um focalizador que emprega ímãs permanentes em sua constituição. Verifica-se que as linhas de campo têm seu sentido de orientação alterado ao longo do eixo axial em virtude do perfil periódico gerado com o arranjo dos magnetos. Nota-se claramente regiões onde existe somente a componente axial  $B_z$  (pontos próximos a  $z = 0$  e  $\rho = 0$ , por exemplo), espaços onde coexistem tanto a componente radial quanto axial do campo magnético (vetores que apresentam ângulo intermediário entre  $0$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo  $z$ ) e, por fim, regiões onde a componente axial do campo magnético é nula, ou seja, haverá somente vetores que apontarão radialmente para cima ou para baixo, dependendo do ponto analisado, indicando unicamente a presença de  $B_\rho$ .

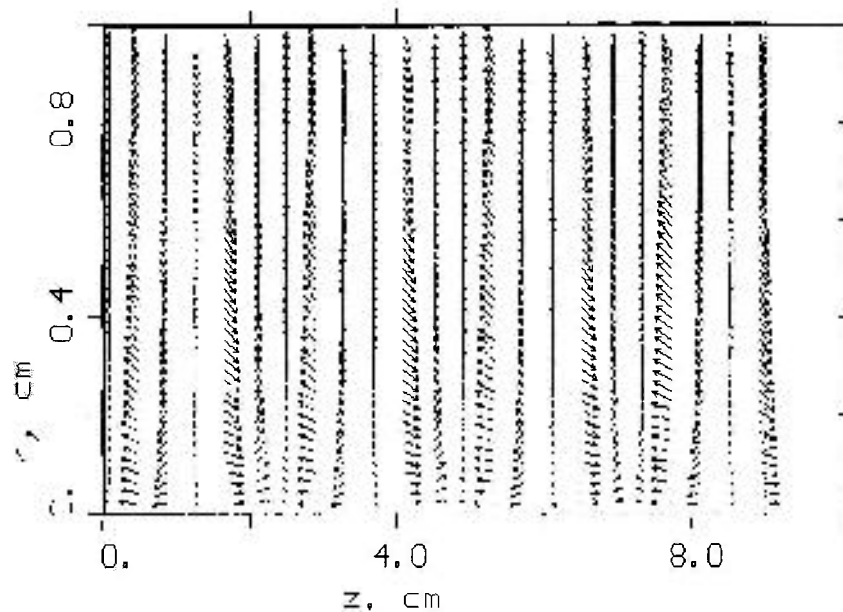


FIGURA 5.22 – Variação de direção das linhas de campo magnético gerado por um arranjo periódico de ímãs permanentes.

### 5.9.2 – Perfis do feixe eletrônico – influência da densidade de fluxo magnético axial aplicada

A FIG. 5.23 mostra o perfil de propagação de um feixe eletrônico que apresenta as características operacionais daquele que será empregado experimentalmente na ausência de campo magnético externo aplicado. Como esperado, ocorre a completa divergência das cargas elétricas, em torno de  $z = 20$  mm, as quais colidem com a superfície interna do tubo de deriva em aproximadamente  $z = 65$  mm e, portanto, tal comportamento é inaceitável. Vale salientar que o perfil da extremidade radial do feixe se assemelha com a curva apresentada na Capítulo 2 (vide FIG. 2.1) quando se analisou o espalhamento dos elétrons nesta mesma situação.

A FIG. 5.24 apresenta os perfis da propagação do feixe eletrônico e do momentum angular quando aplicou-se  $B = \sqrt{2}/2 B_{Br}$ . Primeiramente, verifica-se a completa divergência das cargas elétricas ao longo da distância axial em virtude da baixa densidade de fluxo magnético de focalização e a variação na dimensão radial do feixe eletrônico supera a dimensão da estrutura helicoidal presente no interior do amplificador TWT, que é de 2,5 mm. Contudo, o feixe eletrônico apresenta uma tendência a retornar ao seu raio original e espera-se que esta alternância de dimensões continue até que o feixe atinja o coletor do amplificador. Este resultado é semelhante a uma das situações

apresentadas no Capítulo 3, quando se realiza um estudo dos valores dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ . Neste caso simulado, o parâmetro do campo magnético é menor quando comparado ao parâmetro das cargas espaciais ( $\beta = \alpha / 4$ ). Observa-se, também, que a trajetória dos elétrons localizados próximos ao eixo de simetria do tubo de deriva (e, conseqüentemente, do focalizador magnético) não está sujeita a grandes variações, quando comparada às alterações existentes na trajetória dos elétrons mais externos ao feixe, em virtude da blindagem elétrica advinda do próprio feixe eletrônico.

Analisando o momentum angular deste mesmo feixe, é possível inferir que o conjunto de cargas elétricas apresenta tal parâmetro ora positivo e ora negativo, indicando que o feixe eletrônico sofre um movimento de rotação que apresenta sentido ora horário e ora anti-horário, considerando que a velocidade angular de uma carga elétrica (e conseqüentemente do feixe) é diretamente proporcional à componente axial da densidade de fluxo magnético bem como de sua posição radial (vide (3.10)). Nas regiões em que  $B_z$  é nulo, o momentum angular inexistente. Porém, nos pontos em que a densidade de fluxo magnético axial é diferente de zero, verifica-se um aumento na “amplitude” do momentum angular conforme o raio do feixe eletrônico é acrescido, especialmente entre  $60 \leq z \leq 85$  mm.

A FIG. 5.25 apresenta os perfis do feixe eletrônico e do momentum angular quando se aplicou para focalização  $B = \sqrt{2} B_{Br}$ . Infere-se nesta situação que as cargas elétricas se propagam de forma homogênea, mantendo a dimensão radial do feixe eletrônico próximo ao valor encontrado durante a avaliação do canhão eletrônico, embora ainda exista uma pequena variação. Contudo, previu-se esta alteração durante o projeto do focalizador magnético e o “ripple” manteve-se em torno de 5%, conforme esperado. Os elétrons localizados na região mais externa do feixe eletrônico são responsáveis pelo “ripple”, que ocorre de forma periódica durante a propagação do feixe. É de relevância informar que nesta situação existe proximidade entre os valores dos parâmetros do campo magnético e das cargas espaciais e o resultado concorda perfeitamente com as bases teóricas existentes. Com relação ao momentum angular, verifica-se um sincronismo entre o período do campo magnético e o sentido do movimento do feixe eletrônico. A “amplitude” de tal parâmetro manteve-se aproximadamente constante ao longo de toda a extensão de propagação das cargas elétricas.

Por fim, a FIG. 5.26 apresenta os perfis do feixe eletrônico e do momentum angular quando se utilizou para focalização  $B = 2\sqrt{2} B_{Br}$ . Nota-se que existiu a

convergência prematura do feixe eletrônico uma vez que o valor de  $\alpha$  é superior quando comparado ao valor de  $\beta$  ( $\alpha = \beta / 4$ ) e que a dimensão do conjunto de elétrons atingiu um valor crítico, ocorrendo em seguida a divergência das cargas elétricas. Esta divergência do feixe eletrônico ocorreu até o instante em que  $\beta > \alpha$ , quando se iniciou novamente o efeito de convergência dos elétrons. Muito embora esteja claro que a propagação axial das cargas elétricas tenha existido, assim como no caso onde  $\beta > \alpha$  mostrado por meio da FIG. 5.24, o raio atingido pelo feixe eletrônico foi superior ao valor da dimensão radial da estrutura helicoidal no interior do tubo de deriva e, portanto, a transmissão do feixe não seria satisfatória. O perfil do momentum angular para esta situação é irregular. Verifica-se que nos pontos em que o raio do feixe eletrônico aproximou-se de zero ( $z \cong 15$  mm e  $z \cong 40$  mm), a “amplitude” do momentum foi reduzida, ao passo que nas regiões em que ocorreu a divergência das cargas elétricas, tal parâmetro apresenta um acréscimo comparado ao perfil do início da propagação ( $z \cong 0$ ).

Para todos os casos analisados, o feixe eletrônico apresenta velocidade axial de  $1,03 \times 10^8$  m/s (obtida por meio de (2.7)), frequência de plasma  $\omega_p = 8,7$  GHz (utilizando de (2.14)) e comprimento de onda de plasma  $\lambda_p = 74$  mm (calculado empregando (2.15)).

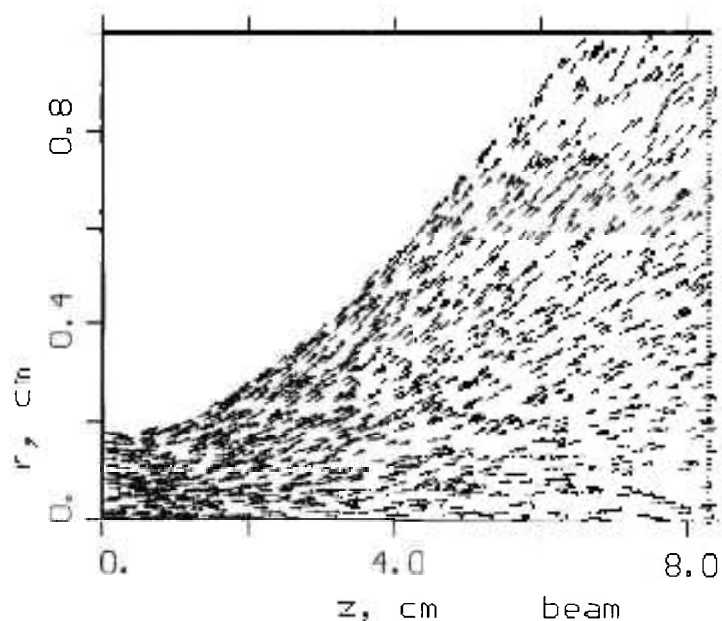


FIGURA 5.23 – Perfil de um feixe eletrônico, após 5 ns do início de sua propagação, com  $V_0 = 30$  kV e  $I_0 = 4,00$  A.

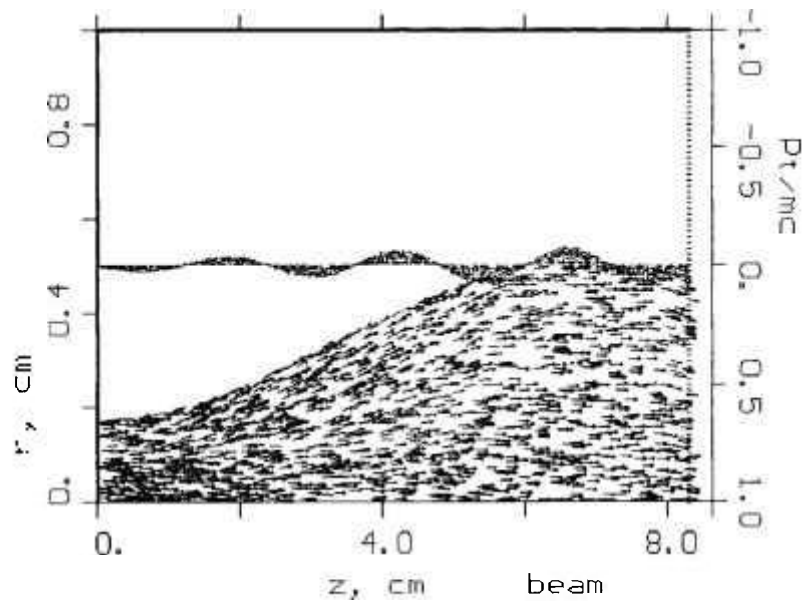


FIGURA 5.24 - Perfil de um feixe eletrônico confinado magneticamente por meio do PPM projetado utilizando  $B_0 = \sqrt{2} / 2 B_{Br}$ , após 5 ns do início de sua propagação, com  $V_0 = 30$  kV e  $I_0 = 4.00$  A utilizando magnetos com  $2L = 10.00$  mm. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular ( $P_t$  - indicado à direita) também são apresentados.

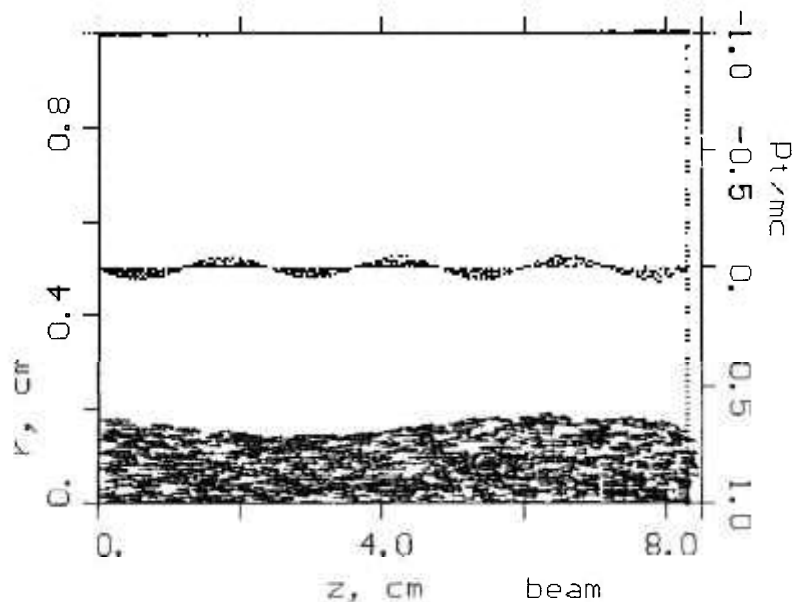


FIGURA 5.25 - Perfil de um feixe eletrônico confinado magneticamente por meio do PPM projetado utilizando  $B_0 = \sqrt{2} B_{Br}$ , após 5 ns do início de sua propagação, para  $V_0 = 30$  kV e  $I_0 = 4.00$  A utilizando magnetos com  $2L = 10.00$  mm. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

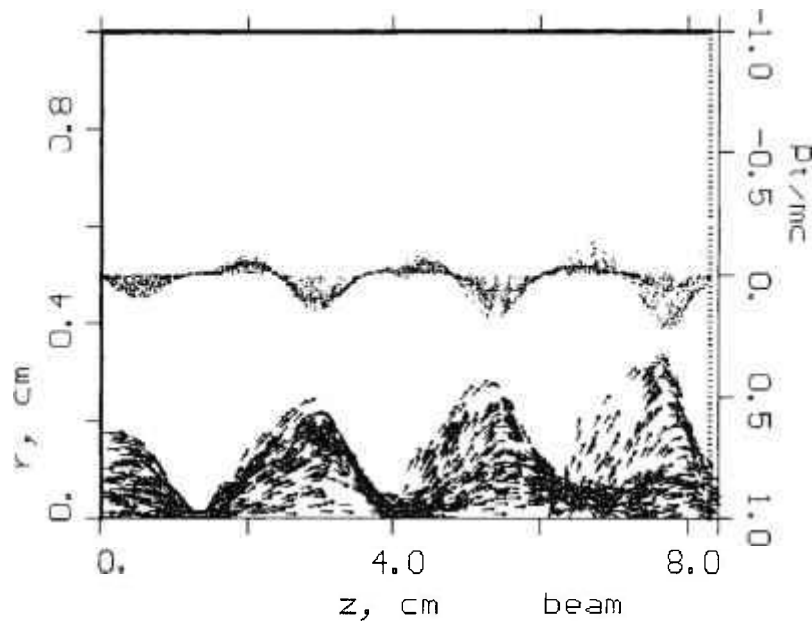


FIGURA 5.26 Perfil de um feixe eletrônico confinado magneticamente por meio do PPM projetado utilizando  $B_0 = 2\sqrt{2} B_{B_0}$ , após 5 ns do início de sua propagação, para  $V_0 = 30$  kV e  $I_0 = 4.00$  A utilizando magnetos com  $2L = 10.00$  mm. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

### 5.9.3 – Perfis do feixe eletrônico – influência da diferença de potencial de aceleração para posterior avaliação experimental do PPM

Diferentemente do que ocorre no caso da focalização com solenóides, a colimação de feixes eletrônicos com campos periódicos requer cuidados, de forma a garantir que o parâmetro do campo magnético  $\alpha$  se situe dentro da primeira região de transmissão das cargas elétricas. É possível determinar a diferença de potencial de aceleração mínima a ser empregada para avaliação experimental do PPM projetado. Tal investigação se concentrará em duas abordagens distintas: a primeira, considerando a corrente elétrica do feixe eletrônico constante alterando-se  $V_0$  e, em seguida, considerando a perveância  $K$  do feixe constante com a variação da diferença de potencial de aceleração.

#### 5.9.3.1 – Influência da diferença de potencial de aceleração para feixes eletrônicos com corrente constante

A FIG. 5.27 apresenta a relação existente entre  $\alpha$  e  $V_0$ , obtida valendo-se de (3.47). Verifica-se por meio da análise desta curva que, para diferenças de potencial elétrico inferiores a 2,5 kV, não haverá a colimação do feixe eletrônico investigado, uma

vez que o valor do parâmetro do campo magnético será superior ao limite admissível para a transmissão dos elétrons. Para valores de  $V_0$  acima de 2,5 kV, porém próximos a este, o valor de  $\alpha$  se situará abaixo de 0,66, mas pode-se esperar que também não ocorra o confinamento das cargas elétricas, devido ao reduzido valor do parâmetro do campo magnético quando comparado ao valor de  $\beta$ . Tais fatos são confirmados por meio de simulações computacionais realizadas no código KARAT<sup>®</sup>, apresentadas nas FIG. 5.28 a 5.32.

Quando o feixe eletrônico é acelerado sob uma diferença de potencial de 10 kV, nota-se certa divergência inicial das cargas elétricas. Observa-se o efeito do movimento circular alternado mencionado anteriormente, característico de um arranjo PPM e, embora tenha ocorrido a transmissão dos elétrons, em certos pontos ao longo do eixo axial, o raio do feixe atingiu valores da ordem de 3 mm (em  $z \cong 20$  mm e  $z \cong 55$  mm), existindo a colisão entre as cargas elétricas e a estrutura helicoidal da TWT. Quando se utilizou 15 kV para  $V_0$  (vide FIG. 5.29), o perfil de propagação das cargas elétricas apresentou melhoras relativas ao raio máximo atingido, muito embora a distribuição do momentum angular tenha se mantido semelhante ao caso anterior.

Para  $V_0 = 20$  kV (FIG. 5.30), pode-se inferir que o fluxo de elétrons tornou-se mais homogêneo, quando comparado aos casos apresentados para 10 e 15 kV, e o “ripple” existente foi menor, efeito devido ao acréscimo na inércia do feixe eletrônico, de forma que o conjunto de elétrons apresenta como raio máximo aproximadamente 2 mm em  $z \cong 40$  mm. O perfil do momentum angular mostra-se bem definido.

Ao se utilizar 25 kV como diferença de potencial de aceleração, nota-se que o perfil de propagação das cargas elétricas é muito similar àquele em que  $V_0 = 20$  kV, onde se percebe que a posição axial em que ocorre a máxima divergência do feixe eletrônico é deslocado para pontos posteriores. Nenhuma alteração relativa ao perfil do momentum angular pode ser verificada.

Por fim, ao se empregar  $V_0 = 35$  kV, observa-se que em  $z \cong 30$  mm o feixe eletrônico apresenta certa convergência, em virtude do elevado valor da densidade de fluxo magnético para este caso específico. É importante salientar que na posição exata em que existe esta contração radial a “amplitude” do momentum angular (embora pouco perceptível) também é reduzida, lembrando que tal propriedade é diretamente proporcional à posição radial das cargas elétricas analisadas. Com base nos dados apresentados, espera-se que, com a alteração da diferença de potencial de aceleração, mantendo-se a

corrente elétrica do feixe eletrônico constante, o PPM projetado possa ser empregado, teoricamente, quando  $V_0$  for inferior ou superior, comparado ao valor proposto neste trabalho em aproximadamente 20%.

A TAB. 5.4 apresenta os valores da perveância, da velocidade axial, da frequência de plasma, do comprimento de onda de plasma bem como dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  de todas as situações investigadas.

TABELA 5.4 – Valores da perveância  $K$ , velocidade axial  $v_z$ , frequência de plasma  $\omega_p$ , comprimento de onda de plasma  $\lambda_p$  e parâmetros de campo magnético  $\alpha$  e cargas espaciais  $\beta$  para feixes eletrônicos com  $10 \leq V_0 \leq 35$  e corrente elétrica  $I_0 = 4,00$  A.

$V_0$ (kV)	$K$ ( $\times 10^{-6} \text{ A/V}^{3/2}$ )	$v_z$ ( $\times 10^7 \text{ m/s}$ )	$\omega_p$ (GHz)	$\lambda_p$ (mm)	$\alpha$ (adimensional)	$\beta$ (adimensional)
10	4,00	5,9	12	32,5	0,172	0,273
15	2,18	7,3	10	44,0	0,114	0,149
20	1,41	8,4	9,6	54,6	0,086	0,097
25	1,01	9,4	9,1	64,6	0,069	0,069
35	0,61	11	8,4	83,1	0,049	0,042

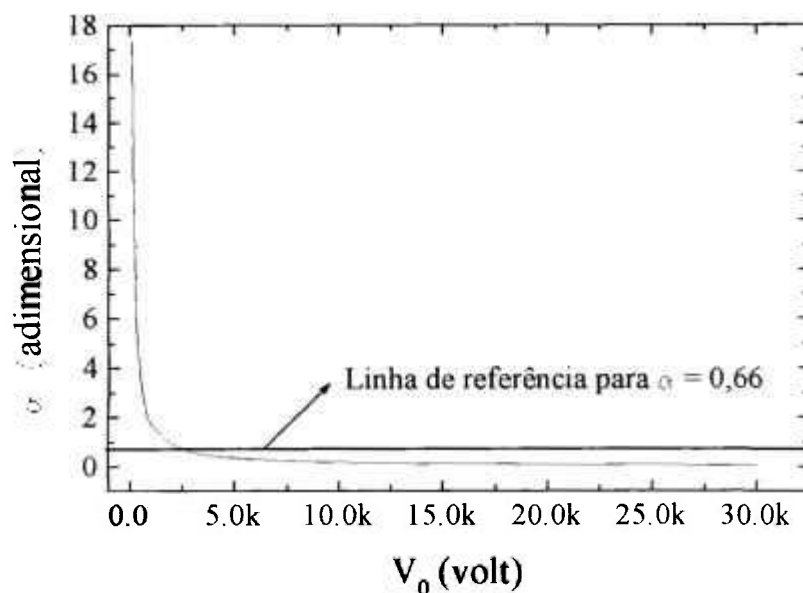


FIGURA 5.27 – Relação entre  $\alpha$  e a diferença de potencial de aceleração para determinação do valor de  $V_0$  a ser aplicado para teste do PPM projetado.

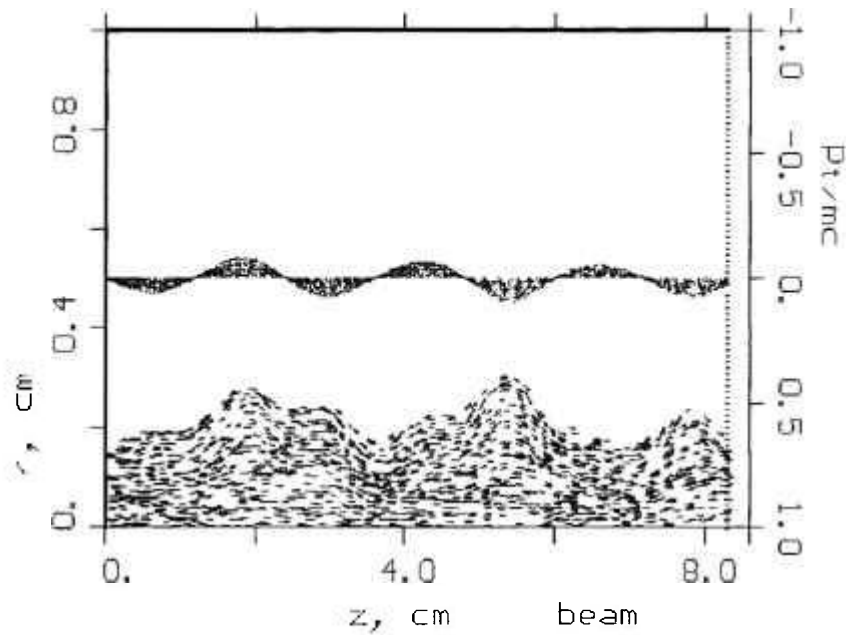


FIGURA 5.28 Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 10 \text{ kV}$ ,  $I_0 = 4.00 \text{ A}$ ,  $K = 4.00 \times 10^6 \text{ A V}^3$ ,  $B_0 = 103.5 \text{ mT}$ ,  $\alpha = 0.172$  e  $\beta = 0.273$  após  $5 \text{ ns}$  do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

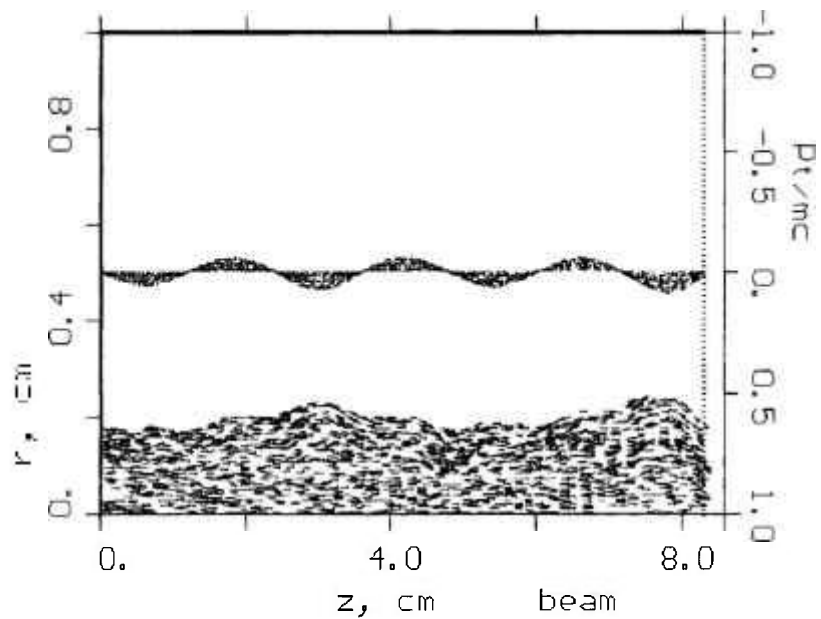


FIGURA 5.29 Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 15 \text{ kV}$ ,  $I_0 = 4.00 \text{ A}$ ,  $K = 2.18 \times 10^6 \text{ A V}^3$ ,  $B_0 = 103.5 \text{ mT}$ ,  $\alpha = 0.114$  e  $\beta = 0.149$  após  $5 \text{ ns}$  do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

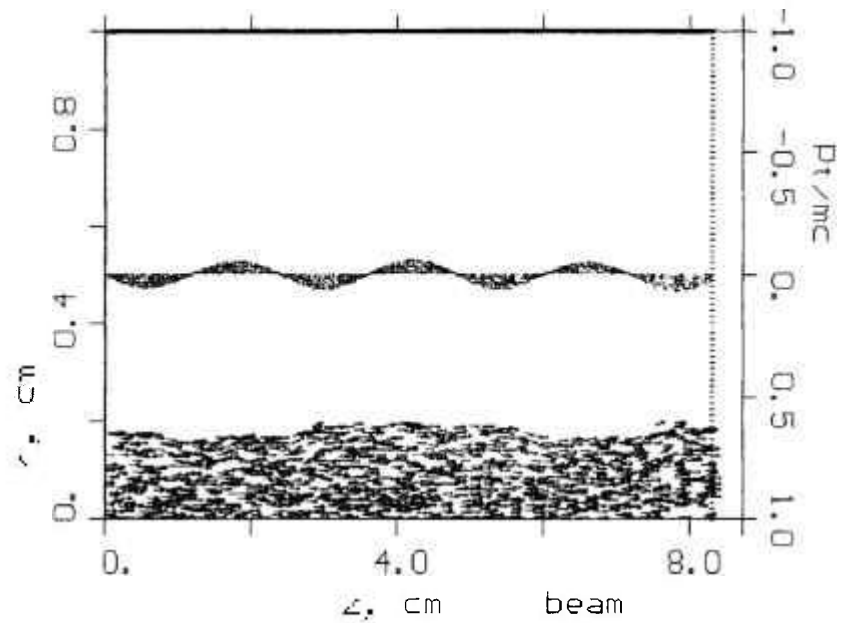


FIGURA 5.30 Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 20 \text{ kV}$ ,  $I_0 = 4.00 \text{ A}$ ,  $K = 1.41 \times 10^{-6} \text{ A V}^3$ ,  $B_0 = 103.5 \text{ mT}$ ,  $\alpha = -0.086$  e  $\beta = 0.097$  após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

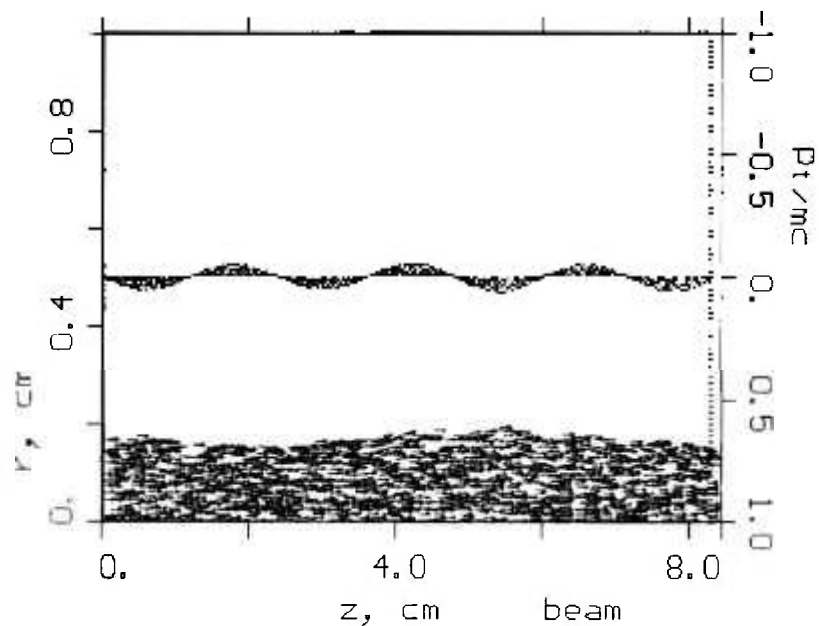


FIGURA 5.31 Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 25 \text{ kV}$ ,  $I_0 = 4.00 \text{ A}$ ,  $K = 1.01 \times 10^{-6} \text{ A V}^3$ ,  $B_0 = 103.5 \text{ mT}$ ,  $\alpha = 0.069$  e  $\beta = 0.069$  após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

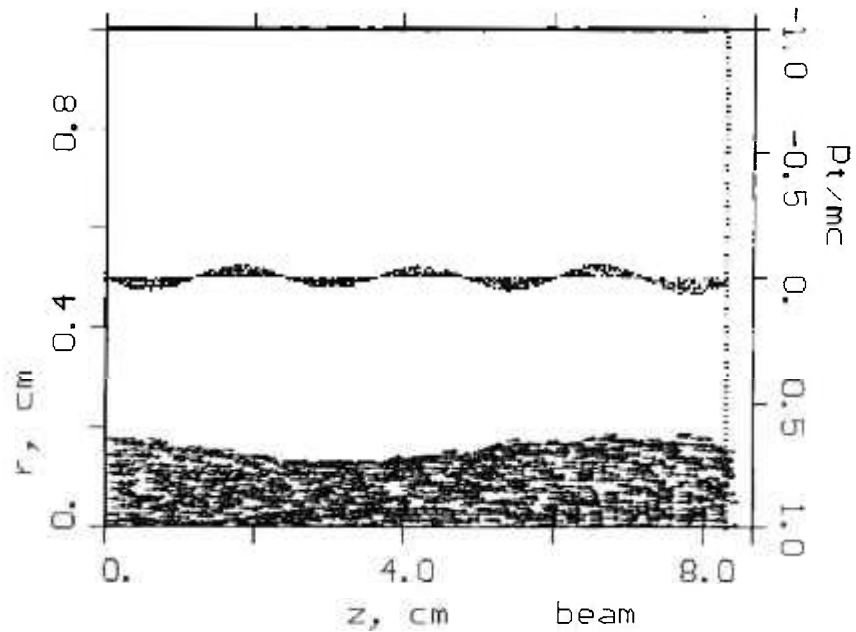


FIGURA 5.32 Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 35 \text{ kV}$ ,  $I_0 = 4.00 \text{ A}$ ,  $K = 0.61 \times 10^{-6} \text{ A V}^{-3/2}$ ,  $B_0 = 103.5 \text{ mT}$ ,  $\alpha = 0.049$  e  $\beta = 0.042$  após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

### 5.9.3.2 – Influência da diferença de potencial de aceleração para feixes eletrônicos com perveância constante

Apresenta-se nas FIG. 5.33 a 5.37 os perfis de propagação do feixe eletrônico, em conjunto com a distribuição do momentum angular e linhas de campo magnético do arranjo PPM, quando a diferença de potencial de aceleração do feixe eletrônico é alterada entre 10 e 35 kV, mantendo-se a perveância  $K$  constante (razão  $I_0 / V_0^{3/2}$ ).

Para a primeira situação analisada (vide FIG. 5.33), nota-se a convergência prematura do feixe eletrônico, indicando que o valor do parâmetro do campo magnético é superior ao parâmetro das cargas espaciais. Para  $z \cong 18 \text{ mm}$ , nota-se que a “amplitude” do momentum angular é praticamente nula em virtude do reduzido raio do feixe. O perfil de propagação das cargas elétricas assemelha-se a uma senóide (considerando somente a extremidade do feixe), salientando que tal comportamento é indesejável para a operação de um amplificador TWT.

Com  $V_0 = 15 \text{ kV}$ , verifica-se claramente que o fluxo de elétrons tornou-se mais homogêneo, muito embora a distribuição do momentum angular ainda não apresente o sincronismo desejado e obtido em situações anteriores (vide FIG. 5.25). A variação da

dimensão radial é inferior comparada ao caso em que se utilizou  $V_0 = 10$  kV, uma vez que se reduziu a discrepância existente entre os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .

Empregando uma diferença de potencial de 20 kV, o resultado obtido é melhor. A propagação das cargas elétricas, embora não seja homogênea, apresenta como raios máximo e mínimo aproximadamente 2 mm e 1 mm, respectivamente. Em virtude do “ripple” ainda presente, o perfil do momentum angular não se apresenta homogêneo, existindo pontos em que a “amplitude” positiva (crista) difere da “amplitude” negativa (vale).

Considerando  $V_0 = 25$  kV, o “ripple” do feixe de elétrons torna-se menor, existindo também uma melhora na distribuição do momentum angular. As variações entre o raio mínimo e máximo tornam-se menores, atingindo um caso próximo à idealidade com  $V_0 = 35$  kV, apresentado na FIG. 5.37, onde se verifica que a propagação das cargas elétricas não sofre quaisquer alterações em relação à sua dimensão radial, levando ao perfeito sincronismo na distribuição do momentum angular nesta situação.

A TAB. 5.5 apresenta os valores da corrente elétrica, da velocidade axial, da frequência de plasma, do comprimento de onda de plasma bem como dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  de todas as situações investigadas.

TABELA 5.5 – Valores da corrente elétrica  $I_0$ , velocidade axial  $v_z$ , frequência de plasma  $\omega_p$ , comprimento de onda de plasma  $\lambda_p$  e parâmetros de campo magnético  $\alpha$  e cargas espaciais  $\beta$  para feixes elétricos com  $10 \leq V_0 \leq 35$  e perveância  $K = 0,77 \times 10^{-6} \text{ A/V}^{3/2}$ .

$V_0$ (kV)	$I_0$ (A)	$v_z$ ( $\times 10^7$ m/s)	$\omega_p$ (GHz)	$\lambda_p$ (mm)	$\alpha$ (adimensional)	$\beta$ (adimensional)
10	0,77	5,9	5,0	74,0	0,172	0,053
15	1,41	7,3	6,2	74,1	0,114	0,053
20	2,18	8,4	7,1	74,0	0,086	0,053
25	3,04	9,4	8,0	74,1	0,069	0,053
35	5,04	11	9,4	74,0	0,049	0,053

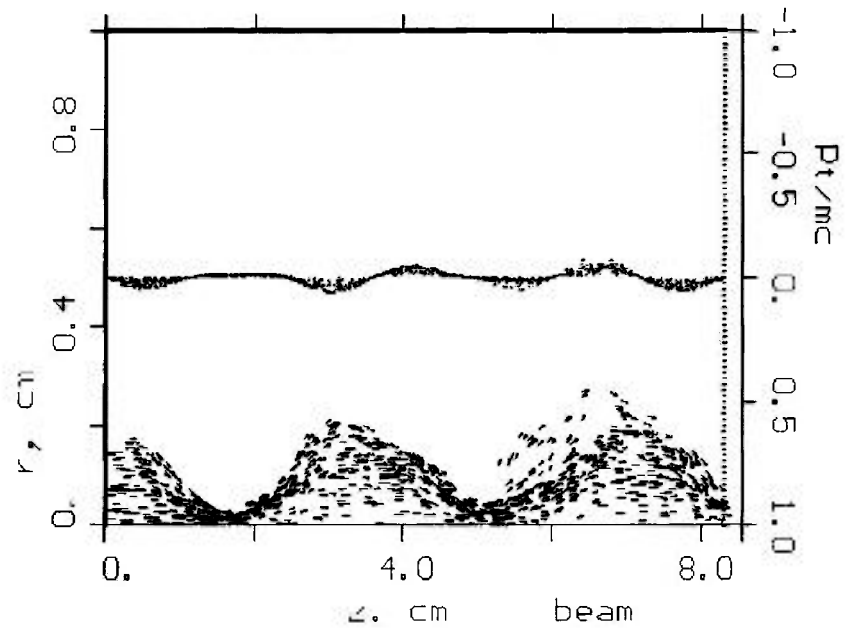


FIGURA 5.33 - Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 10 \text{ kV}$ ,  $I_0 = 0.77 \text{ A}$ ,  $K = 0.77 \times 10^{-6} \text{ A V}^3$ ,  $B_0 = 103.5 \text{ mT}$ ,  $\alpha = 0.172$  e  $\beta = 0.053$  após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

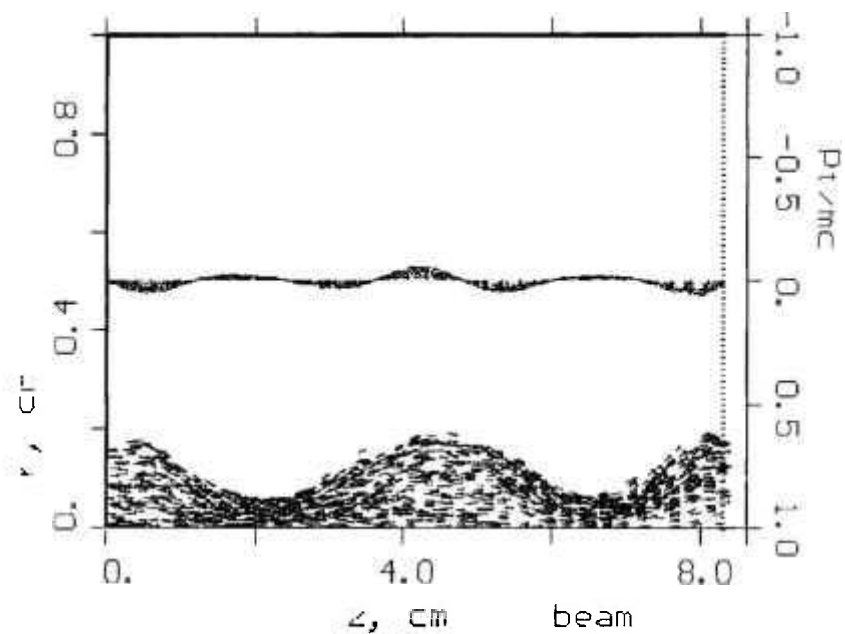


FIGURA 5.34 - Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 15 \text{ kV}$ ,  $I_0 = 1.41 \text{ A}$ ,  $K = 0.77 \times 10^{-6} \text{ A V}^3$ ,  $B_0 = 103.5 \text{ mT}$ ,  $\alpha = 0.114$  e  $\beta = 0.053$  após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

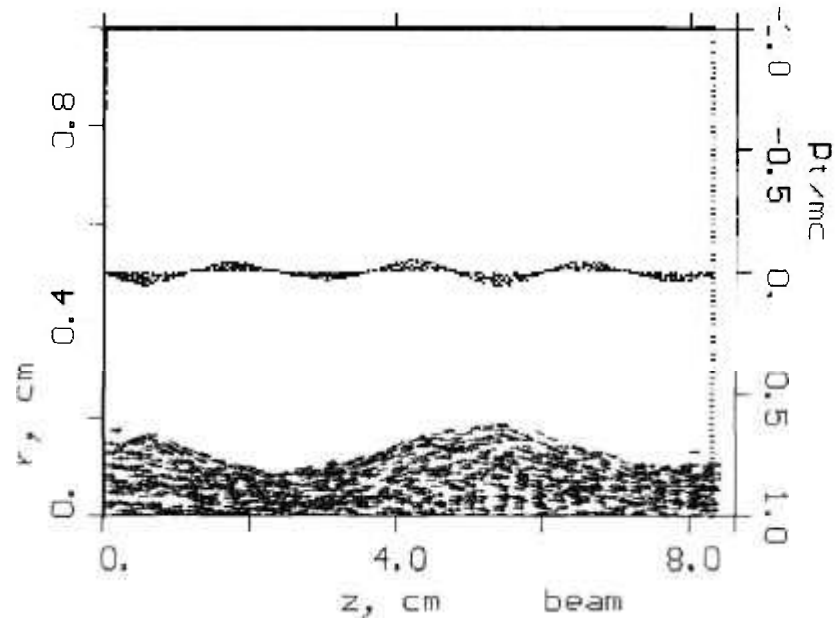


FIGURA 5.35 – Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 20$  kV,  $I_0 = 2,18$  A,  $K = 0,77 \times 10^{-6} \text{ A V}^3$ ,  $B_0 = 103,5$  mT,  $\alpha = 0,086$  e  $\beta = 0,053$  após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

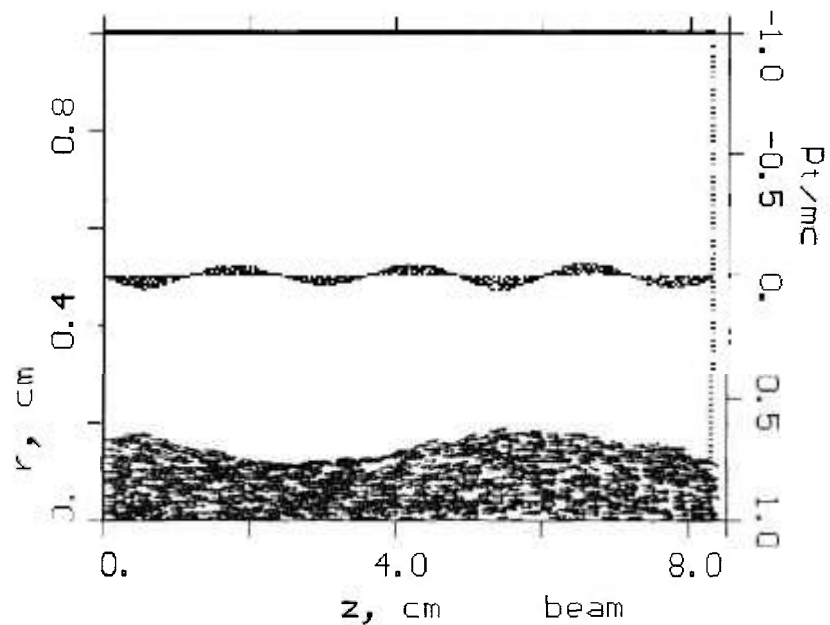


FIGURA 5.36 – Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 25$  kV,  $I_0 = 3,04$  A,  $K = 0,77 \times 10^{-6} \text{ A V}^3$ ,  $B_0 = 103,5$  mT,  $\alpha = 0,069$  e  $\beta = 0,053$  após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

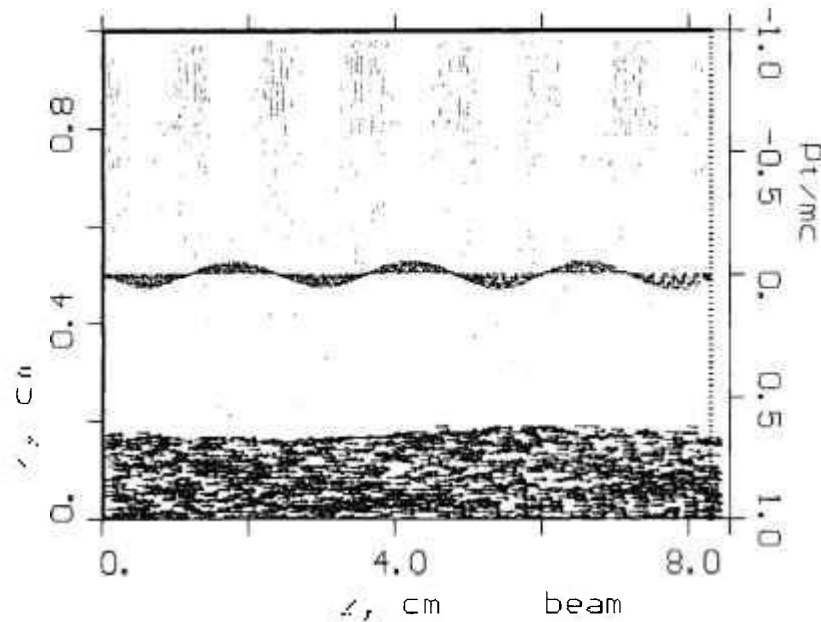


FIGURA 5.37 – Influência do potencial de aceleração na colimação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 35 \text{ kV}$ ,  $I_0 = 5.04 \text{ A}$ ,  $K = 0.77 \times 10^{-6} \text{ A/V}^{3/2}$ ,  $B_0 = 103.5 \text{ mT}$ ,  $\alpha = 0.049$  e  $\beta = 0.053$  após 5 ns do início de sua propagação. As linhas de campo magnético e o perfil do momentum angular também são apresentados.

#### 5.9.4 – Perfis do feixe eletrônico – investigação do sistema híbrido de colimação

A FIG. 5.38 mostra o perfil teórico da componente axial da densidade de fluxo magnético, utilizando o sistema híbrido projetado, ao passo que as FIGs. 5.39 (a-d) apresentam os perfis de propagação do feixe eletrônico, juntamente com o momentum angular, ao longo da região de deriva da TWT investigada, sob a ação do sistema de colimação magnética. Tal sistema consiste em duas seções do SMS reportado nas seções 5.2, 5.3 e 5.4 deste Capítulo em conjunto com ímãs permanentes com dimensões próximas daquelas descritas na TAB. 5.3 discutidas posteriormente.

O feixe eletrônico inicia sua trajetória com raio de 1,8 mm e, na região onde  $20 \leq z \leq 40 \text{ mm}$ , apresenta certa expansão radial que pode ser atribuída à baixa densidade de fluxo magnético nestes pontos. Tais valores de  $B_z$  são provenientes da interação entre o campo gerado com o solenóide e aquele proveniente do sistema PPM, em particular dos magnetos posicionados na entrada do tubo de deriva. A corrente elétrica empregada em ambas as seções, na simulação, foi de 4 A e estas apresentam as mesmas características físicas das seções que constituem o SMS. A necessidade do uso de tal corrente advém do fato que, caso este valor fosse maior, o campo na região de entrada do sistema PPM não

seria capaz de prover a ação colimadora desejada e, portanto, optou-se pela existência desta divergência inicial, que se mostrou com a menor amplitude entre as investigadas. Um fato interessante a ser abordado refere-se ao perfil do momentum angular do feixe eletrônico. Na região em que o campo magnético é predominantemente devido ao enrolamento metálico, nota-se que a “amplitude” do momentum é crescente e contínua uma vez que não ocorre a alteração na direção de  $B_z$ . Para um ponto próximo a  $z \cong 40$  mm, a componente axial da densidade de fluxo magnético torna-se nula, indicando o início do perfil periódico de  $B_z$ , e neste ponto o momentum angular é nulo. Deste ponto em diante, inicia-se o perfil em que o feixe eletrônico, além de seu movimento retilíneo, apresentará um movimento circular em sentido ora horário, ora anti-horário, característica do sistema PPM de focalização.

Na FIG. 5.39 (b), verifica-se que a propagação do feixe eletrônico mantém-se homogênea, bem como a distribuição do momentum angular. Nota-se uma diferença no perfil das linhas de campo do arranjo PPM quando comparado ao caso anterior, porém este novo perfil é capaz de proporcionar a adequada focalização das cargas elétricas. Na terceira região simulada, observa-se o início de um espalhamento dos elétrons, de forma que o feixe atinge dimensão radial de aproximadamente 2 mm em  $z \cong 45$  mm. Tal divergência não compromete a operação da TWT uma vez que as cargas elétricas não colidiriam com a estrutura helicoidal do amplificador.

Na quarta e última região de simulação, mostrada na FIG. 5.39 (d), observa-se primeiramente uma diferença no perfil das linhas de campo magnético existentes. Os dois conjuntos iniciais são referentes à presença de ímãs permanentes, ao passo que o terceiro e último conjunto de linhas é proveniente do segundo solenóide do arranjo híbrido. Ao término da propagação, o feixe sofre um efeito de convergência e, em seguida, se expande, uma vez que não mais existe campo magnético aplicado, de forma que o momento angular do feixe torna-se nulo como esperado. A região onde ocorre o espalhamento (a partir de  $z \cong 50$  mm) representa a posição em que o coletor da TWT deve estar instalado, ainda que o mesmo não esteja apresentado na simulação.

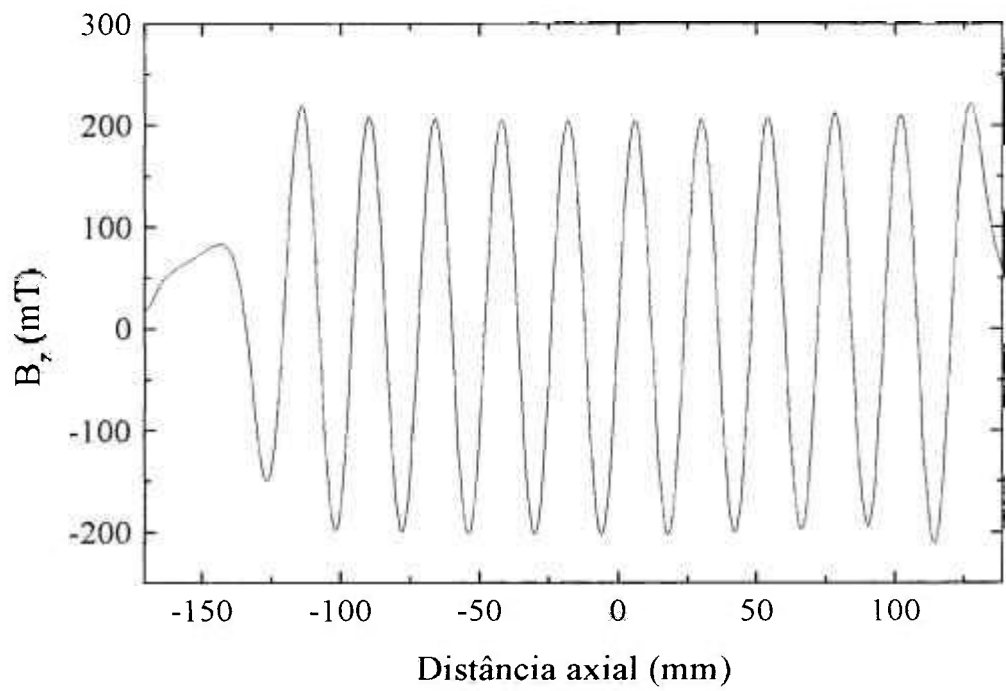
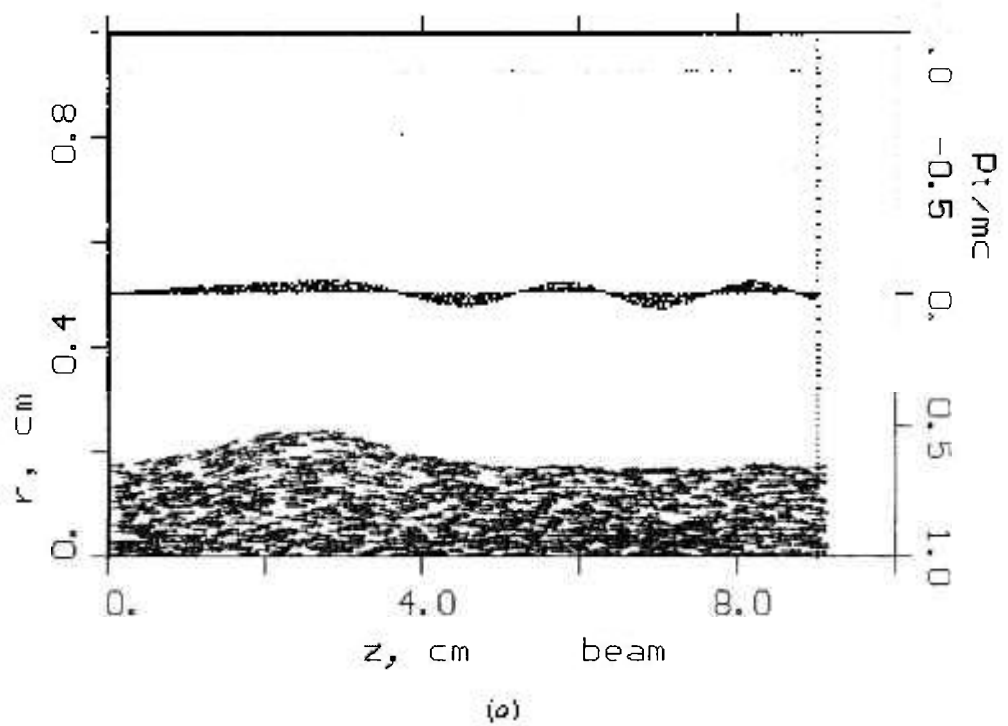
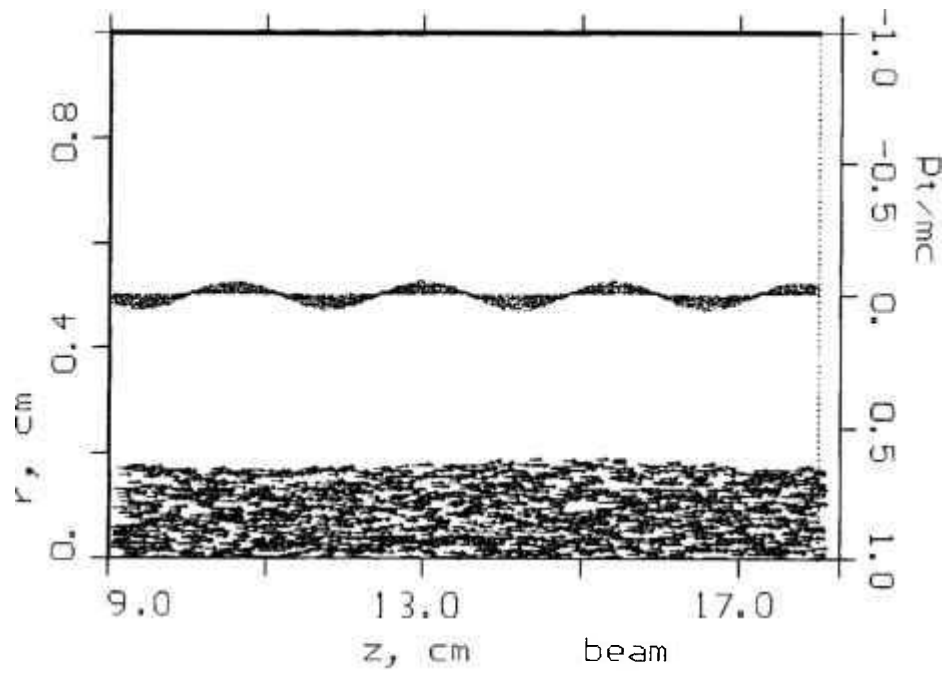
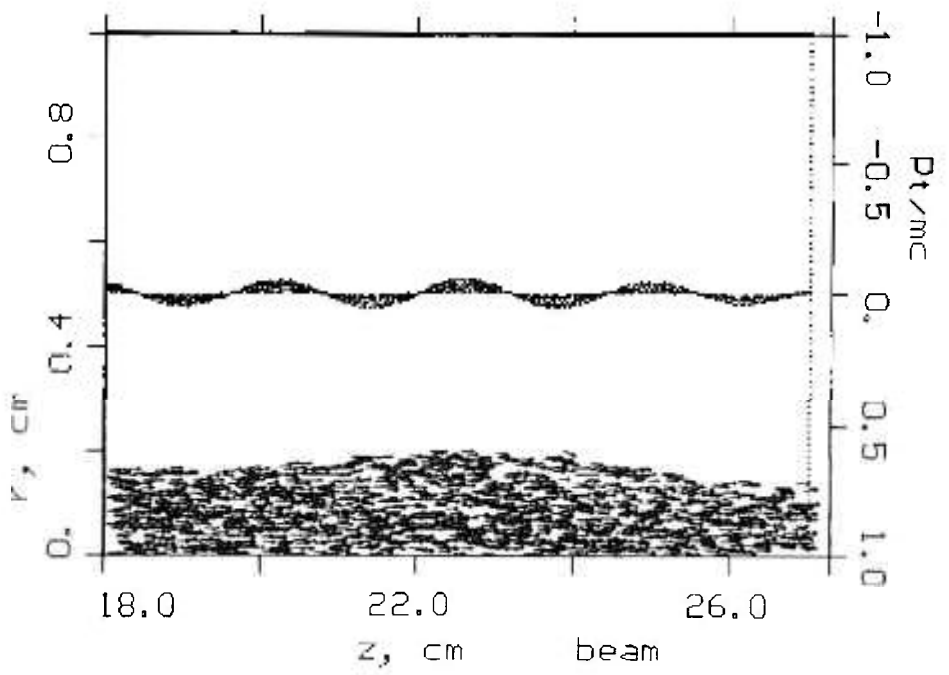


FIGURA 5.38 – Perfil teórico de  $B_z$  ao longo do eixo de simetria do arranjo híbrido.

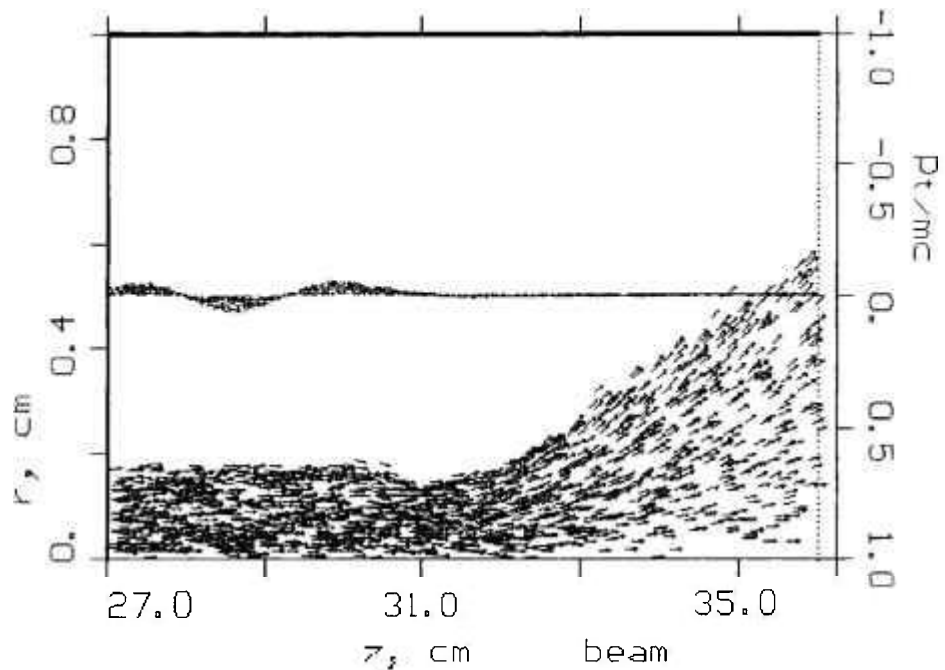




(b)



(c)



(d)

FIGURA 5.39 Perfil de propagação de um feixe eletrônico com  $V_0 = 30 \text{ kV}$  e  $I_0 = 4,00 \text{ A}$  empregando o sistema híbrido de colimação. As quatro imagens referem-se ao comprimento completo da região de deriva da TWT investigada.

Verificou-se adicionalmente durante as simulações que as dimensões dos ímãs permanentes deveriam ser alteradas de forma a garantir uma satisfatória colimação das cargas elétricas na entrada da região de deriva, e em especial seus raios externos, uma vez que se determinou o raio interno das peças por considerações mecânicas e a espessura em virtude da relação  $\lambda_p / L$ . Com relação às propriedades magnéticas, os valores selecionados encontram-se no limite superior da produção industrial atual e, portanto, não poderiam ser modificadas. A TAB. 5.6 apresenta as propriedades dos magnetos a serem empregados, experimentalmente, na construção do focalizador magnético PPM, juntamente com sua identificação comercial.

O ímã que apresenta raio externo maior e identificação comercial N28UH deverá ser posicionado na entrada da região de deriva para se obter experimentalmente os resultados simulados. O magneto seguinte será aquele com  $R_2 = 13,0 \text{ mm}$ , seguido de uma peça com  $R_2 = 17,0 \text{ mm}$  (ambos da identificação N42SH) e assim sucessivamente até

completar a extensão do tubo de deriva.

Selecionando-se a matéria-prima que poderia satisfazer os requisitos das propriedades magnéticas, reporta-se da literatura as propriedades da liga magnética  $\text{Nd}_{29,5}\text{Fe}_{66,90}\text{B}_{1,1}\text{Dy}_{1,0}\text{Nb}_{1,5}$  (% peso) [46] a qual seria de grande valia para futuras concepções de arranjos PPM com características magnéticas próximas daquelas descritas na TAB. 5.7.

TABELA 5.6 – Propriedades físicas e magnéticas dos ímãs permanentes a serem empregados experimentalmente no focalizador magnético PPM [47].

$R_1$ (mm)	$R_2$ (mm)	2L (mm)	$B_r$ (T)	$\mu_0 i H_c$ (T)	Grade comercial
9,5	17,0	10,0	1,06	> 2,5	N28UH
			1,30	> 2,0	N42SH
9,5	13,0	10,0	1,30	> 2,0	N42SH

TABELA 5.7 – Propriedades magnéticas da liga  $\text{Nd}_{29,5}\text{Fe}_{66,90}\text{B}_{1,1}\text{Dy}_{1,0}\text{Nb}_{1,5}$  (% peso) [46].

$B_r$ (T)	$\mu_0 i H_c$ (T)	$BH_{\text{máx}}$ ( $\text{kJm}^{-3}$ )
$\cong 1,3$	$\cong 1,6$	$\cong 328,0$

### 5.10 – Caracterização experimental do arranjo PPM e do sistema híbrido

A FIG. 5.40 mostra a comparação entre os perfis simulado e mensurado de  $B_z$  gerado por um arranjo periódico de ímãs permanentes de NdFeB, descrito na Seção anterior e constituído por 22 peças, sem a presença das seções de enrolamento metálico que formam o sistema híbrido de colimação. Verifica-se que a concordância dos resultados é excelente ao longo do eixo da simetria do arranjo ( $\rho = 0$ ), validando as hipóteses consideradas.

Nota-se a presença do efeito da extremidade, onde a componente axial da densidade de fluxo magnético torna-se maior próximo às extremidades do PPM, porém o mesmo já era esperado e fora antevisto teoricamente. A periodicidade de  $B_z$  é mantida em 24 mm como projetado e, ademais, infere-se que não ocorreu a desmagnetização entre os magnetos toroidais uma vez que a coercividade intrínseca do material é superior quando comparado à remanência. Na FIG 5.41 apresenta-se o sistema PPM desenvolvido, sustentado externamente por braçadeiras fabricadas em latão que impedem a repulsão entre as peças bem como permitem a circulação de água para refrigeração do dispositivo durante a operação da TWT.

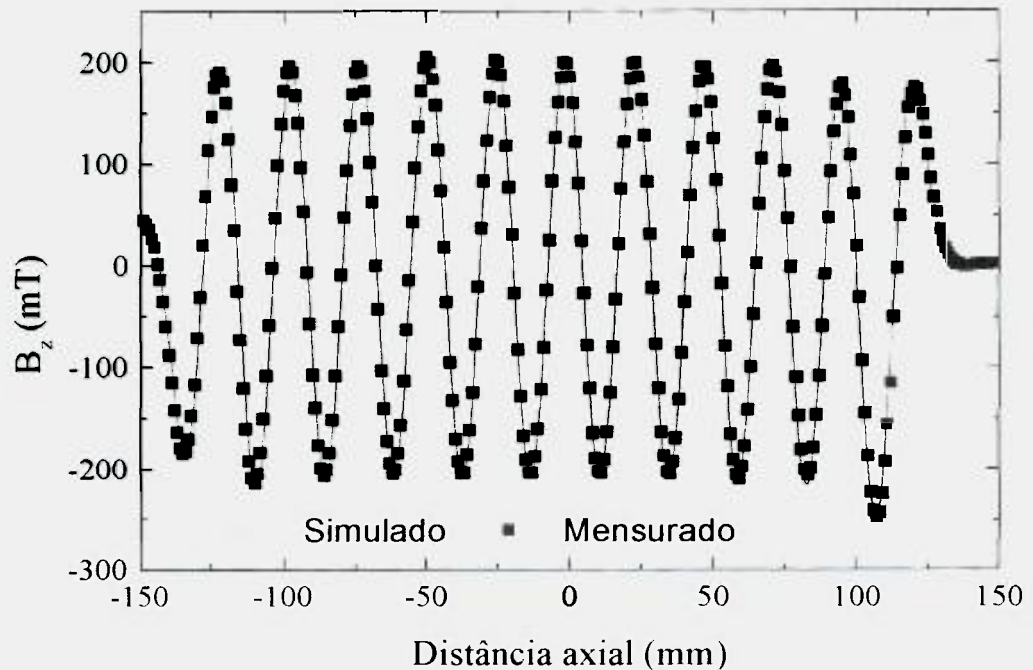


FIGURA 5.40 – Comparação entre os perfis teórico e experimental da componente axial da densidade de fluxo magnético do arranjo PPM projetado.



FIGURA 5.41 – Sistema de colimação magnética PPM construído neste trabalho: (a) vista frontal e (b) vista lateral.

A comparação entre os perfis teórico e experimental de  $B_z$  ao longo do eixo de simetria do arranjo híbrido é apresentado na FIG. 5.42, quando se utilizou uma corrente elétrica de condução em ambas as seções de  $(4,0 \pm 0,1)A$ . Verifica-se que a concordância dos dados está de acordo ao longo da região simulada e mensurada, indicando que é possível considerar a colimação satisfatória do feixe eletrônico, conforme apresentado nas simulações da FIG. 5.39. Por fim, a FIG. 5.43 mostra o sistema híbrido após sua completa construção mecânica.

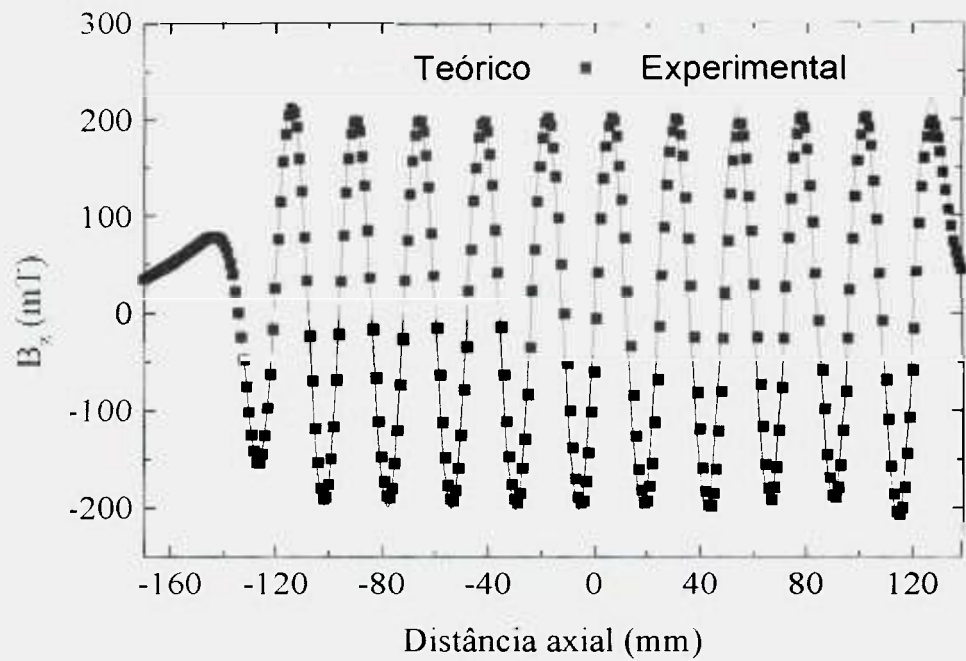


FIGURA 5.42 – Comparação entre os perfis teórico e experimental de  $B_z$  gerado com o sistema híbrido.



FIGURA 5.43 – Sistema híbrido de colimação magnética construído.

## 5.11 – Conclusões do capítulo

Neste Capítulo se apresentaram os resultados referentes ao solenóide multi-seções bem como a seleção dos ímãs permanentes a serem aplicados em dispositivos de microondas de potência. Ademais, avaliou-se o perfil de feixe eletrônico com a variação da densidade de fluxo magnético aplicada, diferença de potencial de aceleração mantendo ora a corrente elétrica, ora a perveância do feixe constantes e, por fim, propôs-se um sistema híbrido de colimação.

Com relação ao SMS, se discutiu suas caracterizações elétrica, térmica e magnética. Encontrou-se uma equação que descreve, ao longo do eixo de simetria, o perfil da densidade de fluxo magnético axial gerado com este dispositivo e que foi verificada experimentalmente. A discrepância existente entre os valores teóricos e experimentais pode ser atribuída à presença do suporte ferromagnético que sustenta mecanicamente o SMS.

Determinou-se uma expressão que indica o valor de  $\vec{B}$  no eixo de simetria da amostra e, utilizando um código computacional desenvolvido neste trabalho, validaram-se seus resultados, tomando-se por base dados reportados na literatura. Utilizando o potencial escalar magnético, apresentou-se uma equação que possibilita encontrar tanto a componente axial como a componente radial da densidade de fluxo magnético de um único ímã permanente ou de um arranjo PPM fora do eixo de simetria (“off-axis”), e validaram-se experimentalmente os resultados.

Avaliou-se posteriormente o desempenho do canhão eletrônico da TWT investigada e inferiu-se que as trajetórias dos elétrons apresentaram-se, a princípio, paralelas umas as outras, conforme requerido pela teoria da colimação magnética.

Depois de concluído o projeto teórico do focalizador PPM, apresentou-se quatro arranjos que tornariam possível a colimação satisfatória do feixe eletrônico investigado. As simulações computacionais utilizando o código KARAT<sup>®</sup> geraram os perfis de movimento das cargas elétricas de acordo com a condição proposta e confirmaram o valor do campo de Brillouin previamente calculado. Ademais, variando-se o potencial de aceleração do feixe eletrônico verificou-se a influência de tal parâmetro sobre o comportamento do movimento das cargas elétricas.

Analisou-se o perfil de propagação do feixe eletrônico empregando-se um sistema híbrido de colimação proposto e confirmou-se que é plausível o uso de tal configuração, muito embora tenha existido alguma divergência no movimento das cargas elétricas na região de transição entre o solenóide e o PPM. Contudo, tal espalhamento não

deve comprometer a eficácia do sistema projetado, uma vez que o conjunto de cargas elétricas manteve sua trajetória de forma satisfatória até o coletor.

Posteriormente, compararam-se os perfis teórico e experimental da componente axial da densidade de fluxo magnético gerado com o PPM projetado e construído neste trabalho, bem como sistema híbrido, e os resultados mostraram-se satisfatórios. O efeito de extremidade, antevisto por meio das simulações, foi comprovado e o perfil de  $B_z$  manteve-se senoidal, exceto nas extremidades, com período de 24 mm ao longo de aproximadamente 220 mm.

## CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou os resultados obtidos durante o desenvolvimento de um focalizador magnético com campo de perfil periódico utilizando ímãs permanentes denominado PPM, bem como a construção e caracterização de um focalizador com perfil constante de indução denominado solenóide multi-seções (SMS).

A caracterização magnética do SMS mostrou que utilizando-se 7 seções, cada qual com 36,0 mm de largura, 680 espiras e 10 A é suficiente para a colimação do feixe eletrônico investigado neste projeto, o qual apresenta energia de 30 keV e corrente elétrica de 4 A.

Obteve-se uma expressão que descreve a densidade de fluxo magnético de um ímã permanente toroidal axialmente magnetizado empregando o conceito das cargas magnéticas equivalentes. Comparações entre resultados teóricos e experimentais mostram bom acordo.

Foi apresentada uma equação, proveniente de uma expansão numérica, capaz de determinar teoricamente a densidade de fluxo magnético de um ímã permanente (ou um arranjo de magnetos) tanto no eixo de simetria ( $\rho = 0$ ) quanto fora dele. Este método é dependente da remanência da amostra trabalhada e de suas dimensões físicas, e independe do material investigado. O perfil de campo de um sistema PPM pode ser encontrado empregando o princípio da superposição. A comparação entre resultados teóricos e experimentais mostra bom acordo e a necessidade de um número maior de termos para a obtenção de uma melhor precisão pode ser rapidamente resolvida com o auxílio de uma ferramenta computacional. Determinou-se com boa precisão a densidade de fluxo magnético para  $\rho = 3$  mm utilizando um ímã de ferrita. Tal valor, em geral, é similar ou mesmo superior ao raio de feixes eletrônicos empregados em dispositivos de microondas de potência e poderia ser utilizado, juntamente com um simulador computacional, para se determinar a força magnética em qualquer elétron constituinte de um feixe.

Durante o projeto teórico do focalizador PPM definiu-se a densidade de fluxo magnético de pico de Brillouin, o comprimento de onda de plasma e os parâmetros de campo magnético e cargas espaciais. Verificou-se que para um mesmo período é possível

encontrar várias soluções de arranjos, alterando-se a espessura dos magnetos e o espaçamento entre as peças. A configuração utilizada durante as simulações no código KARAT<sup>®</sup> foi conduzida com ímãs de espessura 10,00 mm e distância entre os magnetos adjacentes de 2,00 mm. O projeto não utiliza “pole pieces” em sua constituição e, em virtude deste fato, conclui-se que as propriedades magnéticas do material a ser empregado devem ser superiores de forma a compensar a ausência do material ferromagnético. Verificou-se a impossibilidade do uso de magnetos de SmCo devido à remanência requerida para este tipo de arranjo. Contudo, a utilização deste material poderia se tornar viável com a presença dos “pole pieces”, embora este composto possua um custo superior quando comparado às ligas de NdFeB e/ou PrFeB.

As simulações computacionais utilizando um feixe eletrônico ideal indicaram que o projeto atende às exigências do amplificador TWT. Avaliou-se a influência do valor de  $\bar{B}$  e concluiu-se que a ausência ou excesso de campo magnético causa efeitos deletérios à propagação dos elétrons. Para uma densidade de fluxo magnético inferior ao valor ideal, ocorreu a rápida divergência do feixe eletrônico, muito embora tenha se verificado a tendência do retorno à dimensão original durante a propagação. Os elétrons mais externos ao feixe colidiriam com a estrutura helicoidal reduzindo a corrente elétrica que atingiria o coletor. Para a situação oposta, notou-se a rápida convergência do feixe eletrônico no início da propagação das cargas elétricas, existindo um movimento quase periódico de elétrons, mas atingindo dimensões que reduziriam a transmissão do feixe. Contudo, na situação em que se utilizou a densidade de fluxo magnético ideal, o fluxo de elétrons manteve-se próximo da homogeneidade ao longo da extensão da região de deriva simulada, existindo um “ripple” que se manteve em torno de 5%.

Avaliou-se a influência da diferença de potencial de aceleração do feixe eletrônico, ora com corrente elétrica, ora com perveância constantes. Para o primeiro caso, concluiu-se que teoricamente o PPM poderia ser empregado quando o parâmetro  $V_0$  se situasse, aproximadamente, entre  $\pm 20\%$  em relação aos 30 keV previamente propostos. Para um feixe que apresenta perveância constante, pode-se considerar que a faixa de validade é semelhante ao caso explanado anteriormente.

Demonstrou-se a viabilidade de focalização de um feixe eletrônico a partir de um sistema híbrido, o qual emprega duas seções de um SMS e um arranjo PPM. Com base em simulações computacionais, verificou-se que os ímãs permanentes mais próximos à entrada da região de deriva não devem apresentar as mesmas dimensões dos magnetos

localizados próximos ao coletor, existindo uma alternância entre os ímãs de maior ( $R_2 = 17,0$  mm) e menor dimensão ( $R_2 = 13,0$  mm), lembrando que a espessura de todas as peças é a mesma de forma a não alterar a razão  $\lambda_p / L$ . Empregou-se em ambas as seções do sistema híbrido uma corrente de 4 A. As seções apresentam as mesmas características do SMS: 680 espiras e largura de 36,0 mm.

Posteriormente, apresentou-se a comparação entre os perfis teórico e experimental da componente axial da densidade de fluxo magnético gerado com o PPM, bem como do arranjo híbrido construído, e os resultados mostraram-se em boa concordância. O perfil de  $B_z$  manteve-se senoidal, exceto nas extremidades, conforme antevisto teoricamente, com período de 24 mm ao longo de aproximadamente 220 mm.

Sugere-se, para trabalhos futuros, uma investigação a respeito dos “pole pieces” de forma a se utilizar magnetos com propriedades magnéticas menos restritivas quando comparados aos ímãs permanentes empregados neste trabalho, mantendo por ora as mesmas dimensões dos magnetos já que se mostraram satisfatórios nas simulações realizadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] KOLDA, P. Milimeter wave vacuum technology. In: Fifth International Vacuum and Electronics Conference, April 27-29, 2004, Monterey, *Proceedings...* Monterey: IEEE, 2004. p. 6-7.
- [2] BHATTACHARJEE, S.; BOOSKE, J. H.; KORY, C. L. et.al. Folded waveguided traveling-wave tube sources for terahertz radiation. *IEEE on Plasma Science*, v. 32, n.º 3, p. 1002-1014.
- [3] KOMPFFNER, R. The traveling-wave tube as amplifier at microwaves. *Proceedings of the IRE*, p. 124-127, 1947.
- [4] KORY, C. L.; DAYTON, J. A. Accurate cold-test model of helical TWT slow-wave circuits, *IEEE Transactions on Electron Devices*, v. 45 ,n.º 4, p. 966-971, 1998.
- [5] KORY, C. L. Novel high-gain, improved bandwidth, finned-ladder V-band TWT slow-wave circuit design. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v. 42, p. 1686-1692, 1995.
- [6] KORY, C. L. Three-dimensional simulation of helix traveling-wave tube cold test characteristics using MAFIA. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v. 43, p. 1317-1319, 1996.
- [7] KORY, C. L. Effect of geometric azimuthal asymmetries of PPM stack on electron beam characteristics. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v. ED-48, p. 38-44, 2001.
- [8] STAPRANS, A.; McCUNE, E. W.; RUETZ, J. A. High-power linear-beam tubes. *Proceedings of the IEEE*, v. 61, p. 299-330, 1973.
- [9] PIERCE, J. R. *Theory and design of electron beams*. New York, N.Y.: Van Nostrand, 1950.
- [10] MENDEL, J. T.; QUATE, C. F.; YOCOM, W. H. Electron beam focusing with periodic permanent magnet fields. *Proceedings of the IRE*, v. 42, p. 800-810, 1954.

- [11] WAGNER, I. F. Oriented barium ferrite straight-field focusing structure. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG. 6, n.º 2, p. 292-295, 1970.
- [12] MARTIN, D. L.; BENZ, M. G. Magnetic properties of cobalt-rare earth magnets for microwave applications. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-7, p. 291-294, 1971.
- [13] XIA, S. K.; ZHAI, T. High performance Sm-Co permanent magnets for traveling wave tube applications. In: Fifth International Vacuum Electronics Conference, April 27-29, 2004, Monterey. *Proceedings...* Monterey: IEEE, 2004. p. 364-365.
- [14] SAGAWA, M.; FUJIMURA, S.; TOGAWA, N.; YAMAMOTO, H.; MATSUURA, Y. New material for permanent magnets on a base of Nd and Fe. *Journal of Applied Physics*, v. 55, p. 2083-2087, 1984.
- [15] BROWN, D.; MA, B. M.; CHEN, Z. Developments in the processing and properties of NdFeB-type permanent magnets. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 248, p. 432-440, 2002.
- [16] BIRDSALL, C. K.; LANGDON, A. B. *Plasma physics via computer simulation*. Bristol: Adam Hilger, 1991.
- [17] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de física 3 – Eletromagnetismo*. Rio de Janeiro, R.J.: Livros Técnicos e Científicos, 1996.
- [18] REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. *Fundamentos da teoria eletromagnética*. Rio de Janeiro, R. J.: Editora Campus, 1982.
- [19] MOTTA, C. C. *Construção do conjunto catodo-grade da TWT VX-1086*. São Paulo: CTMSP – Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, Nov. 1998 (ZZ020001EN02-01-00).
- [20] CHODOROW, M.; SUSSKIND, C. *Fundamentals of microwave electronics*. New York, N.Y.: McGraw-Hill, 1964.
- [21] GILMOUR, A. S. *Microwave tubes*, Norwood: Artech House, 1986.
- [22] SPANGENBERG, K. R. *Vacuum tubes*. New York, N. Y.: McGraw-Hill, 1948.

- [23] PLONSEY, R.; COLLIN, R. E. *Principles and applications of electromagnetic fields*. New York, N. Y.: McGraw-Hill, 1961.
- [24] COLLIN, R. E. *Engenharia de microondas*. Rio de Janeiro, R.J.: Guanabara Dois, 1979.
- [25] MACHADO, K. D. *Teoria do Eletromagnetismo*. v. 2, Ponta Grossa: UEPG, 2002.
- [26] BAZU, B. N. *Electromagnetic theory and applications in beam-wave electronics*. Singapore: World Scientific, 1996.
- [27] BRILLOUIN, L. A theorem of Larmor and its importance for electrons in magnetic fields. *Physical Review*, v. 67, p. 260-266, 1945.
- [28] STERRETT, J. E.; HEFFNER, H. The design of periodic magnetic focusing structures, *IRE Transactions on Electron Devices*, v. ED-5, p. 35-42, 1958.
- [29] CLOGSTON, A. M.; HEFFNER, H. Focusing of an electron beam by periodic fields. *Journal of Applied Physics*, v. 25, p. 436-447, 1954.
- [30] LIU, S. Optimum design of the focusing magnetic field for MMW TWTs. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, v. 22, p. 399-405, 2001.
- [31] SPIEGEL, M. R. *Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas*, McGraw Hill, 1973.
- [32] EL NAHAS, I.; SZABADOS, B.; POLOUJADOFF, M.; FINDLAY, R.; WU, X. A three-dimensional electromagnetic field analysis technique utilizing the magnetic charge concept", *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-23 (5), p. 3853-3859, 1987.
- [33] PENG, Q.L.; McMURRY, S. M.; COEY, J. M. D. Axial magnetic field produced by axially and radially magnetized permanent rings. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 268, p. 165-169, 2004.
- [34] NASAR, S. A.; XIONG, G. Determination of the field of a permanent-magnet disk machine using the concept of magnetic charge", *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 24 (3), p. 2038-2044, 1988.

- [35] DURAND, E. *Magnetostatique*, Paris-Masson, 1968.
- [36] KARAT, version 8.03: 3-D PIC beam simulation code: Vladimir Tarakanov, 2000.
- [37] PÉRIGO, É. A.; FARIA, R. N.; MOTTA, C. C. Construction and characterization of a multi-sections solenoid for power microwave tubes. In: International Microwave and Optoelectronics Conference, July 25-28, 2005, Brasília, *Proceedings...* Brasília: IEEE, 2005. Aceito para publicação.
- [38] CPI. Desenvolvido pela Communications & Power Industries, 1995-1998. Application Notes: Cleaning and Flushing Water and Vapor-Cooling Systems. Disponível em: <[http://www.cpii.com/mpp/company\\_info/PDF/AEB\\_32.pdf](http://www.cpii.com/mpp/company_info/PDF/AEB_32.pdf)>. Acesso em: 20 jul. 2004.
- [39] PÉRIGO, É. A.; FARIA, R. N.; MOTTA, C. C. A fast approach to PPM design. In: Sixth International Vacuum and Electronics Conference, April 20-22, 2005, Noordwijk, *Proceedings...* Noordwijk: ESA, 2005. p. 361-364.
- [40] PÉRIGO, É. A.; FARIA, R. N.; BARROSO, J.J.; MOTTA, C. C. Design of a multi-sections solenoid for power microwave tubes. In: International Microwave and Optoelectronics Conference, July 25-28, 2005, Brasília, *Proceedings...* Brasília: IEEE, 2005. Aceito para publicação.
- [41] CULLITY, B. D. *Introduction to magnetic materials*. Reading, MA: Addison Wesley Publishing Co., 1972.
- [42] WORCESTER, W. G.; WEITZMANN, A. L. TOWNLEY, R. J. Light-weight aluminum foil solenoids for traveling-wave tubes, *IRE Transactions on Electron Devices*, pp. 70-74, 1956.
- [43] PRUDNIKOV, A. P. *Integrals and Series*. New York, N.Y.: Gordon and Breach Science Publishers, 1992.
- [44] PÉRIGO, É. A.; BARROSO, J.J.; MOTTA, C.C. A power TWT PPM design using a 3-D PIC code. In: Sixth International Vacuum and Electronics Conference, April 20-22, 2005, Noordwijk, *Proceedings...* Noordwijk: ESA, 2005. p. 181-184.

- [45] SCHINDLER, M. J. An improved procedure for the design of periodic-permanent-magnet assemblies for traveling-wave tubes. *IEEE Transactions on Electron Devices*, ED-13 (12) p. 942-949, 1966.
- [46] YU, L. Q.; WEN, Y. H.; YAN, M. Effects of Dy and Nb on the magnetic properties and corrosion resistance of sintered NdFeB. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 283, p. 353-356, 2004.
- [47] MMC. Desenvolvido pela MMC Corp. 1995-1998. Product List: Sintered NdFeB permanent magnets Disponível em:  
< [http://www.mmcmagnetics.com/ourproducts/main\\_NdFeB.htm#sintered](http://www.mmcmagnetics.com/ourproducts/main_NdFeB.htm#sintered) >  
Acesso em: 25 abr. 2005.

## APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO GERADA POR UMA FITA DE CORRENTE UTILIZANDO O POTENCIAL VETOR MAGNÉTICO

Uma segunda forma para determinação da densidade de fluxo magnético gerado por uma fita de corrente com comprimento  $L$ , raio  $a$  e percorrida por uma corrente elétrica azimutal  $I$ , conforme apresentado na FIG. 5.1, consiste na utilização potencial vetor magnético, expresso por

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{J(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3\vec{r}', \quad (\text{A1})$$

relacionado ao vetor densidade de fluxo magnético  $\vec{B}$  por

$$\vec{B}(\vec{r}) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}). \quad (\text{A2})$$

Substituindo em (A1) a expressão da densidade de corrente de condução (5.3), bem como o desenvolvimento do elemento de volume em coordenadas cilíndricas, além de selecionar o ponto de observação em  $\varphi = 0$ , escreve-se

$$A_\varphi(\rho, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi L} \int_0^\infty \rho' d\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^L dz' \frac{\delta(\rho' - a) \cos \varphi'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (\text{A3})$$

onde (A3) refere-se à componente azimutal do potencial vetor magnético, semelhantemente à direção da densidade de corrente de condução. Substituindo em (A3) o desenvolvimento do termo  $|\vec{r} - \vec{r}'|^{-1}$  utilizando a transformação integral em termos de funções reais apresentada abaixo [1]

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dk \cos[k(z - z')] \left\{ \frac{1}{2} I_0(k\rho_<) K_0(k\rho_>) + \sum_{m=1}^\infty \cos[m(\varphi - \varphi')] I_m(k\rho_<) K_m(k\rho_>) \right\} \quad (\text{A4})$$

onde  $\rho_{<}(\rho_{>})$  é o menor(maior) entre  $\rho'$  e  $\rho$ , tem-se

$$A_{\varphi}(\rho, z) = \frac{\mu_0}{\pi^2} \frac{I}{L} \int_0^{\infty} \rho' \delta(\rho' - a) d\rho' \int_0^{2\pi} \cos \varphi' d\varphi' \int_0^L dz' \int_0^{\infty} dk \cos[k(z - z')] \left\{ \frac{I}{2} I_0(k\rho_{<}) K_0(k\rho_{>}) + \sum_{m=1}^{\infty} \cos(m\varphi') I_m(k\rho_{<}) K_m(k\rho_{>}) \right\}, \quad (A5)$$

onde  $I_m$  e  $K_m$  são as funções de Bessel modificadas de ordem  $m$  de primeiro e segundo tipo, respectivamente.

Parte-se para a solução de (A5) tomando-se por base a integral azimutal, a qual pode ser realizada observando-se a propriedade de ortogonalidade

$$\int_0^{2\pi} \cos m\varphi \cos n\varphi d\varphi = \pi \delta_{m,n}, \quad (A6)$$

onde

$$\delta_{m,n} = \begin{cases} 0 & \text{se } n \neq m \\ 1 & \text{se } n = m \end{cases}$$

é o símbolo de Kronecker. Desta forma, obtém-se

$$\int_0^{2\pi} \cos \varphi' d\varphi' \left[ \frac{I}{2} I_0(k\rho_{<}) K_0(k\rho_{>}) + \sum_{m=1}^{\infty} \cos(m\varphi') I_m(k\rho_{<}) K_m(k\rho_{>}) \right] = \pi I_1(k\rho_{<}) K_1(k\rho_{>}). \quad (A7)$$

Considerando a integração na variável radial em (A5), a mesma pode ser realizada em virtude da função delta de Dirac

$$\pi \int_0^{\infty} I_1(k\rho_{<}) K_1(k\rho_{>}) \rho' \delta(\rho' - a) d\rho'. \quad (A8)$$

Para conduzir a integração, devem ser analisadas as seguintes situações:

- se  $\rho_< = \rho'$  então  $\rho_> = \rho$  e portanto a integral em  $\rho'$  se escreve

$$\pi \int_a^{\infty} I_1(k\rho') K_1(k\rho) \rho' \delta(\rho' - a) d\rho' = \pi a I_1(ka) K_1(k\rho), \quad (\text{A9})$$

onde se utilizou a propriedade da função delta de Dirac  $\int f(x) \delta(x - a) dx = f(a)$ .

- se  $\rho_< = \rho$  então  $\rho_> = \rho'$  e portanto neste caso a integral em  $\rho'$  se escreve

$$\pi \int_b^{\infty} I_1(k\rho) K_1(k\rho') \rho' \delta(\rho' - a) d\rho' = \pi a I_1(k\rho) K_1(ka), \quad (\text{A10})$$

e reunindo (A9) e (A10), escreve-se

$$\pi \int_a^{\infty} I_1(k\rho_<) K_1(k\rho_>) \rho' \delta(\rho' - a) d\rho' = 2\pi a I_1(k\rho_<) K_1(k\rho_>). \quad (\text{A11})$$

onde  $\rho_<(\rho_>)$  é o menor(maior) entre  $\rho$  e  $a$ . Por fim, tem-se a integração dependente de  $z'$ , a qual será dada por

$$\int_a^{\infty} \cos[k(z - z')] dz' = -\frac{1}{k} \{ \text{sen}[k(z - L)] - \text{sen}(kz) \}. \quad (\text{A12})$$

Agrupando-se os resultados obtidos em (A11) e (A12), obtém-se a seguinte expressão integral para o potencial vetor magnético

$$A_\varphi(\rho, z) = -\frac{\mu_0 I a}{\pi L} \int_0^{\infty} I_1(k\rho_<) K_1(k\rho_>) \frac{1}{k} \{ \text{sen}[k(z - L)] - \text{sen}(kz) \} dk. \quad (\text{A13})$$

Tomando-se por base (A2), pode-se obter as componentes da densidade de fluxo magnético, em coordenadas cilíndricas, segundo

$$B_{\phi} = -\frac{\partial}{\partial z} [A_{\phi}(\rho, z)] \quad (A14)$$

$$B_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho A_{\phi}(\rho, z)] \quad (A15)$$

lembrando que, devido à simetria axial,  $B_{\phi} = 0$ . A componente radial  $B_{\rho}$  da densidade de fluxo magnético será dada por

$$B_{\rho}(\rho, z) = -\frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^{\infty} I_1(k\rho_{<}) K_1(k\rho_{>}) \{\cos[k(z-L)] - \cos(kz)\} dk \quad (A16)$$

Para a determinação da componente axial da densidade de fluxo magnético, é necessário considerar as seguintes situações:

- se  $\rho_{<} = \rho$  então  $\rho_{>} = a$  e, portanto, a integral em  $k$  se escreve

$$B_z(\rho, z) = \frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^{\infty} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho [I_1(k\rho)] K_1(ka) \frac{1}{k} \{\sin[k(z-L)] - \sin(kz)\} dk \quad (A17)$$

e, valendo-se da relação de recorrência

$$k\rho I_1'(k\rho) = k\rho I_0'(k\rho) - I_1(k\rho), \quad (A18)$$

obtem-se como expressão final da componente axial da densidade de fluxo magnético no interior da fita

$$B_z(\rho, z) = \frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^{\infty} I_0(k\rho) K_1(ka) \{\sin[k(z-L)] - \sin(kz)\} dk \quad (A19)$$

- se  $\rho < a$  então  $\rho > = \rho$  e, portanto, a integral em  $k$  se escreve

$$B_z(\rho, z) = \frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^{\infty} I_1(ka) \frac{I}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho [K_1(k\rho)] \frac{I}{k} \{\sin[k(z-L)] - \sin(kz)\} dk, \quad (A20)$$

e, valendo-se da relação de recorrência

$$k\rho K_1'(k\rho) = -k\rho K_0'(k\rho) - K_1(k\rho), \quad (A21)$$

obtém-se como expressão final da componente axial da densidade de fluxo magnético na região externa da fita

$$B_z(\rho, z) = -\frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^{\infty} I_1(ka) K_0(k\rho) \{\sin[k(z-L)] - \sin(kz)\} dk. \quad (A22)$$

Apesar da determinação apresentada de  $B_\rho$  e  $B_z$ , tanto interna como externamente a uma fita de corrente, é interessante verificar a validade de tais resultados por meio de  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ . Em coordenadas cilíndricas, a expressão para o divergente é dada por

$$\nabla \cdot \vec{B} = \frac{I}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_\rho) + \frac{\partial}{\partial z} B_z. \quad (A23)$$

Para um ponto qualquer interno à fita de corrente, isto é,  $\rho < a$ , as expressões para os campos considerando as derivadas são dadas por

$$\frac{I}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho B_\rho(\rho, z) = -\frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^{\infty} k I_0(k\rho) K_1(ka) \{\cos[k(z-L)] - \cos(kz)\} dk \quad (A24)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B_z(\rho, z) = \frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^{\infty} k I_0(k\rho) K_1(ka) \{\cos[k(z-L)] - \cos(kz)\} dk, \quad (A25)$$

e, analisando (A24) e (A25), para  $\rho < a$ ,  $\nabla \cdot \vec{B} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_\rho) + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0$ .

Para um ponto qualquer externo à fita de corrente, isto é,  $\rho > a$ , as expressões para os campos considerando as derivadas são dadas por

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho B_\rho(\rho, z) = -\frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^\infty k I_1(ka) K_0(k\rho) \{\cos[k(z-L)] - \cos(kz)\} dk \quad (A26)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B_z(\rho, z) = \frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^\infty k I_1(ka) K_0(k\rho) \{\cos[k(z-L)] - \cos(kz)\} dk, \quad (A27)$$

e, portanto, para  $\rho > a$  verifica-se também que  $\nabla \cdot \vec{B} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_\rho) + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0$ .

Um caso especial a ser investigado é aquele apresentado e discutido na Seção 5.3 no Capítulo 5 deste trabalho, quando se determina a densidade de fluxo magnético no eixo de simetria da fita de corrente, isto é, para  $\rho = 0$ . Nesta situação, ter-se-á

$$B_z(0, z) = -\frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \int_0^\infty K_1(ka) \{\sin[k(z-L)] - \sin(kz)\} dk, \quad (A28)$$

uma vez que  $I_0(0) = 1$ . A equação (A28) pode ser resolvida utilizando o resultado [2]

$$\int_0^\infty K_1(ka) \sin(kz) dk = \frac{\pi}{2a} \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}}, \quad (A29)$$

e substituindo (A29) em (A28), obter-se-á

$$B_z(0, z) = -\frac{\mu_0}{\pi} \frac{Ia}{L} \left[ \frac{\pi}{2a} \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + a^2}} - \frac{\pi}{2a} \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right]$$

$$B_z(0, z) = \frac{\mu_0 I}{2L} \left[ \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} - \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + a^2}} \right], \quad (A30)$$

que é exatamente a expressão (5.14) obtida anteriormente.

As FIG. A1 a A3 apresentam os perfis da magnitude de  $B_z$  para uma fita com  $L = 36,0$  mm,  $a = 33,0$  mm pela qual circula uma corrente  $I = 10,0$  A (esta espira é exatamente a primeira do SMS apresentado no Capítulo 5). A FIG. A1 mostra o perfil de  $B_z$ , no ponto axial  $z = 18$  mm (centro da fita) variando-se a distância radial em relação ao eixo de simetria. Nota-se que ocorre o acréscimo da magnitude da componente axial da densidade de fluxo magnético com o aumento quando se atinge pontos cada vez mais próximos da fita. Contudo, na parte externa da fita, apresentada na FIG A2,  $B_z$  reduz com o aumento da distância entre o ponto de observação a fonte geradora de campo, como esperado, já que a lei de Biot-Savart é do tipo inverso do quadrado da distância.

Para o eixo de simetria da fita, mostra-se a variação de  $B_z$ , ao longo de  $z$ , na FIG A3. Comparando o perfil de tal curva com aquele reportado na FIG 5.2, nota-se a semelhança entre ambos, indicando que os dois métodos empregados conduzem à mesma solução.

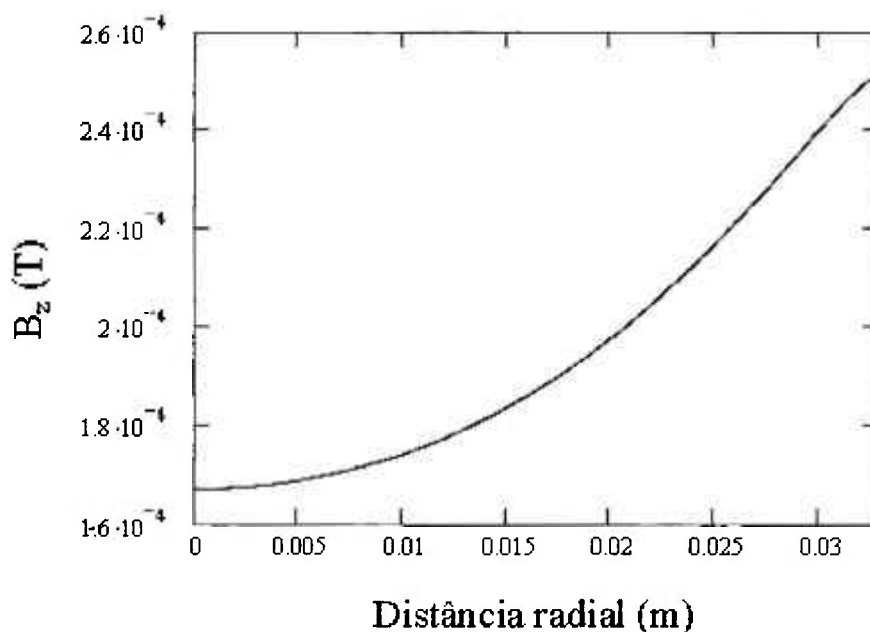


FIGURA A1 – Perfil de  $B_z$  para  $z = 18$  mm ao longo de  $\rho$ , no interior de uma fita de corrente com  $L = 36,0$  mm,  $a = 33,0$  mm e  $I = 10,0$  A.

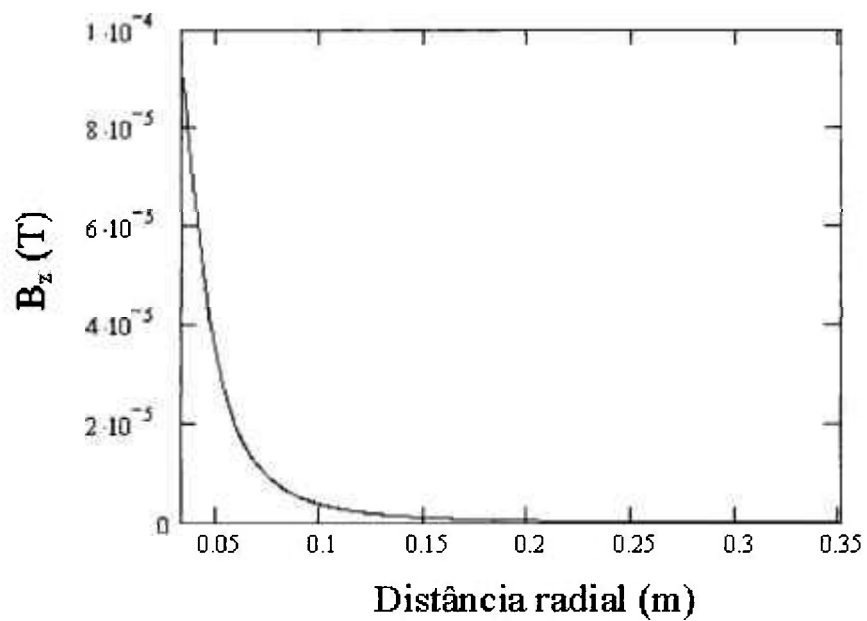


FIGURA A2 – Perfil de  $B_z$ , para  $z = 18$  mm ao longo de  $\rho$ , externamente à uma fita de corrente com  $L = 36,0$  mm,  $a = 33,0$  mm e  $I = 10,0$  A.

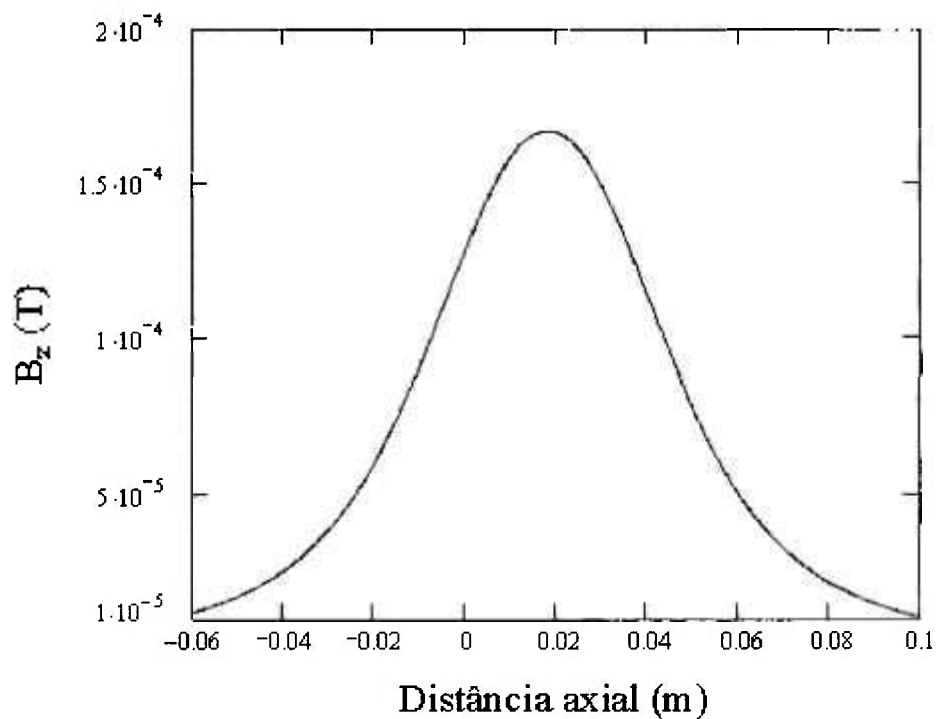


FIGURA A3 – Perfil de  $B_z$ , para  $\rho = 0$  de uma fita de corrente com  $L = 36,0$  mm,  $a = 33,0$  mm e  $I = 10,0$  A.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. 2ª ed. New York, N.Y.: John Wiley & Sons, 1975.
- [2] GRADSHTEYN, I. S., RYZHIK, I. M. *Tables of integrals, series and products*. San Diego. C.A.: Academic Press, 1994.

## APÊNDICE B – DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO GERADA POR UM ÍMÃ PERMANENTE TOROIDAL AXIALMENTE MAGNETIZADO

Este apêndice tem como objetivo a determinação da densidade de fluxo magnético, gerado por um ímã permanente axialmente magnetizado, em qualquer ponto no espaço. Para tal, parte-se da expressão do potencial escalar magnético

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{M(\vec{r}') \cdot \hat{n}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' \quad (B1)$$

Conforme explanado no Capítulo 5, em virtude do produto escalar de (B1), somente a superfície superior e inferior da geometria apresentada na FIG. 5.8 são responsáveis pela geração do campo magnético. Desta forma, adotando-se primeiramente a superfície superior para solução de (B1), tem-se

$$\psi_{\text{sup}}(\vec{r}) = \frac{M_0}{4\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{\rho' d\rho' d\varphi'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (B2)$$

Substituindo em (B2) o desenvolvimento do termo  $|\vec{r} - \vec{r}'|^{-1}$  utilizando a transformação integral em termos de funções reais apresentada abaixo [1]

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} dk \cos[k(z - z')] \left\{ \frac{1}{2} I_0(k\rho_<) K_0(k\rho_>) + \sum_{m=1}^{\infty} \cos[m(\varphi - \varphi')] I_m(k\rho_<) K_m(k\rho_>) \right\} \quad (B3)$$

onde  $\rho_<(\rho_>)$  é o menor(maior) entre  $\rho'$  e  $\rho$  e, adotando-se o ponto de observação em  $\varphi = 0$ , obtém-se

$$\psi_{\text{sup}}(\vec{r}) = \frac{M_0}{\pi^2} \int_0^{\infty} dk \cos[k(z - L)] \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} I_0(k\rho_<) K_0(k\rho_>) + \sum_{m=1}^{\infty} \cos(m\varphi') I_m(k\rho_<) K_m(k\rho_>) \right\} \rho' d\rho' d\varphi' \quad (B4)$$

onde  $I_m$  e  $K_m$  são as funções de Bessel modificadas de ordem  $m$  de primeiro e segundo tipo, respectivamente.

Parte-se para a solução de (B4) tomando-se por base a integral azimutal, a qual pode ser realizada observando-se a propriedade de ortogonalidade

$$\int_0^{2\pi} \cos m\varphi \cos n\varphi d\varphi = \pi \delta_{m,n}, \quad (\text{B5})$$

onde

$$\delta_{m,n} = \begin{cases} 0 & \text{se } n \neq m \\ 1 & \text{se } n = m \end{cases}$$

é o símbolo de Kronecker. Desta forma, obtém-se

$$\psi_{\text{sup}}(\vec{r}) = \frac{M_0}{\pi} \int_0^{\infty} dk \cos[k(z-L)] \int_{R_1}^{R_2} I_0(k\rho_<) K_0(k\rho_>) \rho' d\rho'. \quad (\text{B6})$$

Considerando a integração na variável radial em (B6), devem ser analisadas as seguintes situações:

- se  $\rho_< = \rho'$  então  $\rho_> = \rho$  e portanto a integral em  $\rho'$  se escreve

$$\int_{R_1}^{R_2} I_0(k\rho') K_0(k\rho) \rho' d\rho' = K_0(k\rho) \int_{R_1}^{R_2} I_0(k\rho') \rho' d\rho'. \quad (\text{B7})$$

Contudo, (B7) pode ser resolvida em vista do resultado

$$\int I_0(x) x dx = x I_1(x), \quad (\text{B8})$$

e, desta forma, tem-se

$$\int_{R_1}^{R_2} I_0(k\rho') K_0(k\rho) \rho' d\rho' = K_0(k\rho) \frac{1}{k} [(R_2) I_1(kR_2) - (R_1) I_1(kR_1)]. \quad (\text{B9})$$

- se  $\rho < \rho$  então  $\rho > \rho'$  e portanto a integral em  $\rho'$  se escreve

$$\int_{R_1}^{R_2} I_0(k\rho) K_0(k\rho') \rho' d\rho' = I_0(k\rho) \int_{R_1}^{R_2} K_0(k\rho') \rho' d\rho'. \quad (\text{B10})$$

Contudo, (B10) pode ser resolvida em vista do resultado

$$\int K_0(x) x dx = -x K_1(x), \quad (\text{B11})$$

e, desta forma, tem-se

$$\int_{R_1}^{R_2} I_0(k\rho) K_0(k\rho') \rho' d\rho' = -I_0(k\rho) \frac{1}{k} [(R_2) K_1(kR_2) - (R_1) K_1(kR_1)] \quad (\text{B12})$$

Agrupando os resultados de (B9) e (B12) em (B6), obtém-se

$$\psi_{\text{sup}}(\vec{r}) = -\frac{M_0}{\pi} \int_0^{\infty} dk \cos[k(z-L)] I_0(k\rho) \frac{1}{k} [(R_2) K_1(kR_2) - (R_1) K_1(kR_1)], \text{ para } \rho < R_1 \quad (\text{B13})$$

$$\psi_{\text{sup}}(\vec{r}) = \frac{M_0}{\pi} \int_0^{\infty} dk \cos[k(z-L)] K_0(k\rho) \frac{1}{k} [(R_2) I_1(kR_2) - (R_1) I_1(kR_1)], \text{ para } \rho > R_2. \quad (\text{B14})$$

Uma vez determinada a expressão para o potencial escalar magnético tanto no interna como externamente ao ímã permanente toroidal, calcula-se a densidade de fluxo magnético segundo

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\nabla\psi(\vec{r}) = -\left[ \frac{\partial\psi}{\partial\rho} \hat{a}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial\psi}{\partial\varphi} \hat{a}_\varphi + \frac{\partial\psi}{\partial z} \hat{a}_z \right] \quad (\text{B15})$$

considerando que o potencial escalar magnético seja dado em T.m. Caso contrário, (B15) deverá ser multiplicada por  $\mu_0$ . A componente radial da densidade de fluxo magnético, para  $\rho < R_1$ , será dada por

$$B_\rho(\vec{r}) = -\frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \cos[k(z-L)] Y_1(k\rho) [(R_2)K_1(kR_2) - (R_1)K_1(kR_1)], \quad (\text{B16})$$

e, para  $\rho > R_2$ , tem-se

$$B_\rho(\vec{r}) = \frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \cos[k(z-L)] K_1(k\rho) [(R_2)I_1(kR_2) - (R_1)I_1(kR_1)]. \quad (\text{B17})$$

A componente axial da densidade de fluxo magnético, por sua vez, para  $\rho < R_1$  é escrita segundo

$$B_z(\vec{r}) = \frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \sin[k(z-L)] Y_0(k\rho) [(R_2)K_1(kR_2) - (R_1)K_1(kR_1)], \quad (\text{B18})$$

e, para  $\rho > R_2$ , será dada por

$$B_z(\vec{r}) = -\frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \sin[k(z-L)] K_0(k\rho) [(R_2)I_1(kR_2) - (R_1)I_1(kR_1)], \quad (\text{B19})$$

lembrando que, devido à simetria axial,  $B_\phi = 0$ .

Apesar da determinação apresentada anteriormente de  $B_\rho$  e  $B_z$ , tanto interna como externamente a um ímã permanente toroidal axialmente magnetizado, é interessante verificar a validade de tais resultados por meio de  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ . Em coordenadas cilíndricas, a expressão para o divergente é dada por

$$\nabla \cdot \vec{B} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_\rho) + \frac{\partial}{\partial z} B_z \quad (\text{B20})$$

Para um ponto qualquer interno ao magneto toroidal, isto é,  $\rho < a$ , as expressões para as componentes axial e radial do campo magnético são dadas por

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho B_\rho(\rho, z) = -\frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \cos[k(z-L)] k I_0(k\rho) [(R_2)K_1(kR_2) - (R_1)K_1(kR_1)] \quad (\text{B21})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B_z(\rho, z) = \frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \cos[k(z-L)] k I_0(k\rho) [(R_2)K_1(kR_2) - (R_1)K_1(kR_1)], \quad (\text{B22})$$

e, analisando (B21) e (B22), para  $\rho < a$ ,  $\nabla \cdot \vec{B} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_\rho) + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0$ .

Para um ponto qualquer externo ao imã permanente toroidal, isto é,  $\rho > a$ , as expressões para os campos considerando as derivadas são dadas por

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho B_\rho(\rho, z) = \frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \cos[k(z-L)] k K_0(k\rho) [(R_2)I_1(kR_2) - (R_1)I_1(kR_1)] \quad (\text{B23})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B_z(\rho, z) = -\frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \cos[k(z-L)] k K_0(k\rho) [(R_2)I_1(kR_2) - (R_1)I_1(kR_1)], \quad (\text{B24})$$

e, portanto, para  $\rho > a$  verifica-se também que  $\nabla \cdot \vec{B} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_\rho) + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0$ .

Um caso especial a ser investigado é aquele apresentado e discutido na Seção 5.5 no Capítulo 5 deste trabalho, quando se determina a densidade de fluxo magnético no eixo de simetria do magneto toroidal isto é, para  $\rho = 0$ . Nesta situação, ter-se-á

$$B_z(0, z) = -\frac{M_0}{\pi} \int_0^\infty dk \sin[k(z-L)] [(R_2)K_1(kR_2) - (R_1)K_1(kR_1)], \quad (\text{B26})$$

uma vez que  $I_0(0) = 1$ . A equação (B26) pode ser resolvida utilizando o resultado [2]

$$\int_0^\infty K_1(ka) \sin(kz) dk = \frac{\pi}{2a} \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}}, \quad (\text{B27})$$

e substituindo (B27) em (B26), obter-se-á

$$B_z(\theta, z) = \frac{M_0}{\pi} \left[ R_2 \frac{\pi}{2R_2} \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + R_2^2}} - R_1 \frac{\pi}{2R_1} \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + R_1^2}} \right] \quad (\text{B28})$$

e, reagrupando os termos, tem-se

$$B_z(\theta, z) = \frac{M_0}{2} \left[ \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + R_2^2}} - \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + R_1^2}} \right] \quad (\text{B29})$$

Entretanto, é necessário considerar a densidade de fluxo magnético proveniente da superfície inferior do ímã permanente, a qual será dada por

$$B_z(0, z) = -\frac{M_0}{2} \left[ \frac{z+L}{\sqrt{(z+L)^2 + R_2^2}} - \frac{z+L}{\sqrt{(z+L)^2 + R_1^2}} \right], \quad (\text{B30})$$

e somando as contribuições de (B29) e (B30), tem-se

$$B_z(\theta, z) = \frac{M_0}{2} \left\{ \left[ \frac{z+L}{\sqrt{(z+L)^2 + R_2^2}} - \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + R_2^2}} \right] - \left[ \frac{z+L}{\sqrt{(z+L)^2 + R_1^2}} - \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + R_1^2}} \right] \right\} \quad (\text{B31})$$

que é semelhante à equação (5.27) obtida anteriormente por meio de processos elementares.

As FIG. B1 a B3 apresentam os perfis da magnitude de  $B_z$  para um ímã permanente toroidal com  $R_1 = 9,5$  mm,  $R_2 = 17,0$  mm,  $2L = 10$  mm e  $B_r = 1,3$  T (ímã permanente empregado no sistema PPM desenvolvido).

A FIG. B1 mostra o perfil de  $B_z$ , no ponto axial  $z = 0$  (centro do magneto) variando-se a distância radial em relação ao eixo de simetria. Nota-se que ocorre o aumento da magnitude de  $B_z$  quando se atinge pontos cada vez mais próximos do ímã. Contudo, na parte externa ao magneto, apresentado na FIG B2,  $B_z$  reduz com o aumento da

distância entre o ponto de observação a fonte geradora de campo, como esperado.

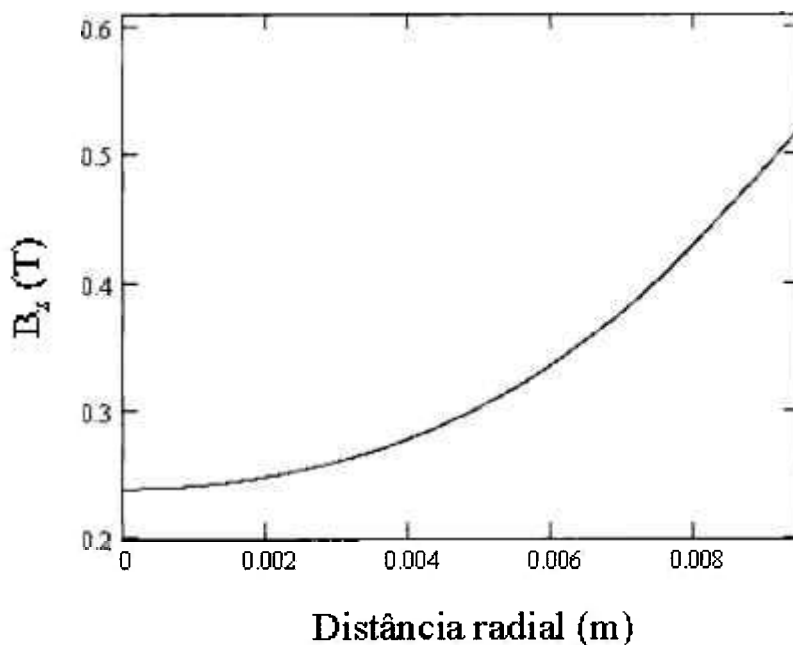


FIGURA B1 – Perfil de  $B_z$ , para  $z = 0$  ao longo de  $\rho$ , no interior de um ímã permanente toroidal com  $R_1 = 9,5$  mm,  $R_2 = 17,0$  mm,  $2L = 10,0$  mm e  $B_r = 1,3$  T.

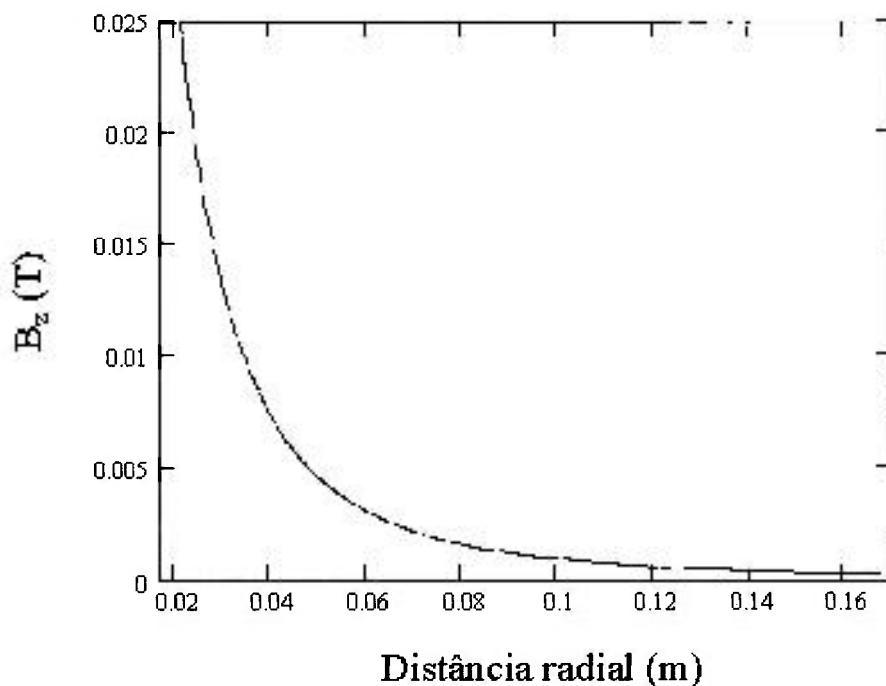


FIGURA B2 – Perfil de  $B_z$ , para  $z = 0$  ao longo de  $\rho$ , externamente a um ímã permanente toroidal com  $R_1 = 9,5$  mm,  $R_2 = 17,0$  mm,  $2L = 10,0$  mm e  $B_r = 1,3$  T.

Para o eixo de simetria do ímã permanente, mostra-se a variação de  $B_z$ , ao longo de  $z$ , na FIG B3. Comparando o perfil de tal curva com aquele reportado nas FIG. 5.10 e 5.16, nota-se a semelhança, indicando que os dois métodos empregados proporcionam o mesmo tipo de solução.

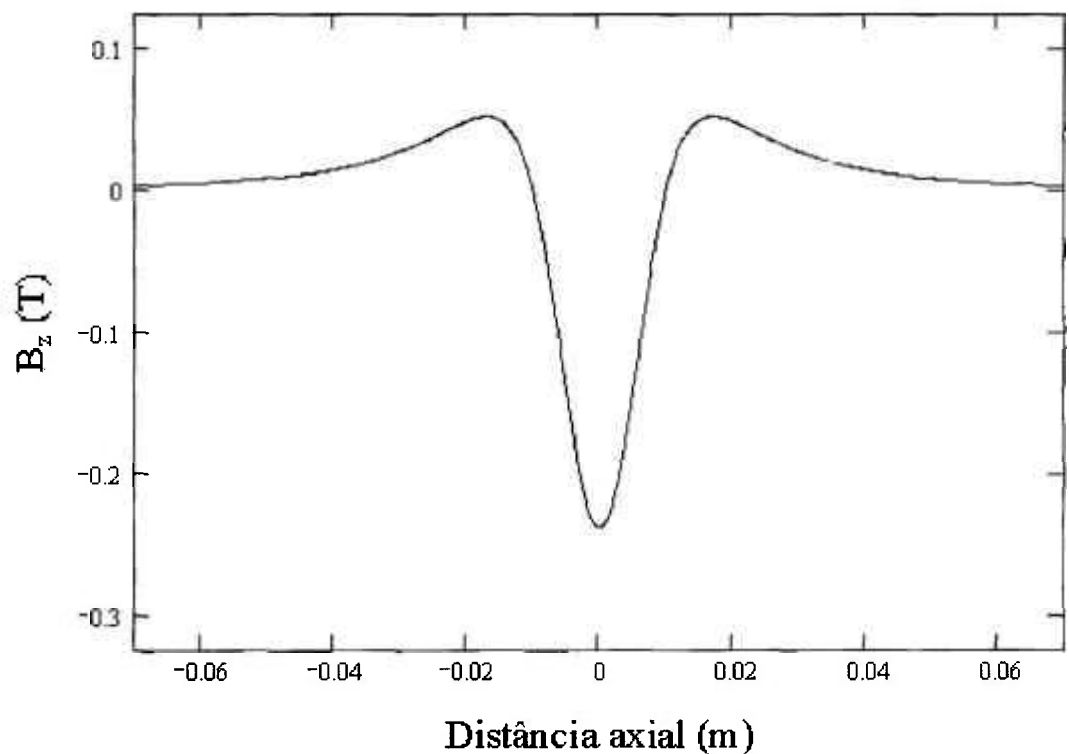


FIGURA A3 – Perfil de  $B_z$ , para  $\rho = 0$  de um ímã permanente toroidal com  $R_1 = 9,5$  mm,  $R_2 = 17,0$  mm,  $2L = 10,0$  mm e  $B_r = 1,3$  T.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. 2ª ed. New York, N.Y.: John Wiley & Sons, 1975.
- [2] GRADSHTEYN, I. S., RYZHIK, I. M. *Tables of integrals, series and products*. San Diego, C.A.: Academic Press, 1994.