



AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**UMA METODOLOGIA PARA DETERMINAÇÃO  
DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÕES  
CAUSADO POR TENSÕES TÉRMICAS  
UTILIZANDO A FOTOELASTICIDADE**

**MARCO ANTÔNIO DUTRA QUINAN**

**Tese apresentada como parte dos  
requisitos para obtenção do Grau  
de Doutor em Ciências na Área de  
Tecnologia Nuclear - Reatores.**

**Orientador:  
Prof. Dr. Miguel Mattar Neto**

São Paulo  
2005



**INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES**

**Autarquia associada à Universidade de São Paulo**

**UMA METODOLOGIA PARA A DETERMINAÇÃO DO FATOR DE  
INTENSIDADE DE TENSÕES CAUSADO POR TENSÕES  
TÉRMICAS UTILIZANDO A FOTOELASTICIDADE**

**Marco Antônio Dutra Quinan**

Tese apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Doutor em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear – Reatores.



**Orientador:  
Prof. Dr. Miguel Mattar Neto**

**São Paulo  
2005**

## AGRADECIMENTOS

Para a conclusão deste trabalho, muitas pessoas contribuíram de diversas formas. Uma vez que seria impossível enumerá-las, gostaria de agradecer especialmente

ao Prof. Dr. Miguel Mattar Neto pela orientação, contribuição técnica, agilização dos trâmites burocráticos e amizade;

aos meus colegas e amigos do Serviço de Integridade Estrutural, especialmente Antônio Eugênio, Edilson, Paulo de Tarso, Emerson, José Lúcio, Geraldo, Denis, Vlamir, Márcia, Júlio, Roberto e Donizete pelo apoio em diversas fases do trabalho;

ao Prof. Dr. Janes Landre Júnior, à Heloisa Santos Oliveira e ao Arivaldo Sacramento pela valiosa colaboração na elaboração dos modelos de elementos finitos;

ao Dr. Wellington Antônio Soares pela colaboração e pelo trabalho que serviu de base para esta tese;

ao Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear – CDTN, pelo apoio na realização dos trabalhos.

## DEDICATÓRIA

Por continuar acreditando no trabalho em equipe, dedico esta tese às duas grandes equipes da minha vida. A primeira, a minha família, Marcinha, Gabriel, Fernanda, Bárbara, Quinan (*in memoriam*) e Míriam. A segunda, o pessoal do Serviço de Integridade Estrutural.

# UMA METODOLOGIA PARA A DETERMINAÇÃO DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÕES CAUSADO POR TENSÕES TÉRMICAS UTILIZANDO A FOTOELASTICIDADE

Marco Antônio Dutra Quinan

## RESUMO

O Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ , é um dos parâmetros da Mecânica de Fratura Linear Elástica utilizados para se conhecer o comportamento de estruturas e componentes contendo trincas e defeitos. Em corpos com geometria simples,  $K_I$  pode ser determinado com o auxílio de tabelas e manuais ou, em alguns casos, até mesmo analiticamente. Em casos mais complexos, esta determinação só pode ser feita por meio de métodos numéricos como o método dos elementos finitos ou de procedimentos experimentais, dentre os quais a fotoelasticidade é um dos mais utilizados. Quando se tem carregamentos térmicos, as dificuldades para se calcular o Fator de Intensidade de Tensões tornam-se ainda maiores, em razão do comportamento não linear de algumas propriedades dos materiais e da dificuldade de se conhecer, com precisão, estes carregamentos térmicos. Neste trabalho, foi desenvolvida uma metodologia para se determinar o Fator de Intensidade de Tensões, causado por carregamentos térmicos, utilizando a técnica experimental da fotoelasticidade. Esta metodologia é baseada no processamento de imagens fotoelásticas adquiridas por meio de câmaras digitais. É utilizado para o cálculo de  $K_I$  o método superdeterminístico, de vários parâmetros, de Dally. É feita uma revisão dos fundamentos de fotoelasticidade, sua aplicação à Mecânica de Fratura e a estudos de choques térmicos, a teoria de modelos e similaridade, uma apresentação do método de análise por elementos finitos e sua aplicação a problemas de análise térmica e Mecânica de Fratura. São apresentados os equipamentos desenvolvidos para a execução dos experimentos fotoelásticos bem como a metodologia e condições de realização destes experimentos. Os resultados obtidos experimentalmente por meio dos ensaios fotoelásticos são comparados com os obtidos por meio de análises por elementos finitos. Com base nestas comparações, pode-se indicar que a metodologia experimental proposta é uma alternativa experimental válida e confiável para a determinação do Fator de Intensidade de Tensões causado por carregamentos térmicos.

## **A METHODOLOGY TO CALCULATE THE STRESS INTENSITY FACTOR DUE TO THERMAL LOADING BY MEANS OF PHOTOELASTICITY**

Marco Antônio Dutra Quinan

### **ABSTRACT**

The Stress Intensity Factor,  $K_I$ , is a Linear Elastic Fracture Mechanics used to know the behavior of structures and equipment containing cracks and flaws. When the involved geometry is simple,  $K_I$  may be found using Tables and handbooks, or, in some cases, by analytical methods. For complex cases, that determination can be achieved exclusively by numerical methods, e.g. Finite Elements, or experimental procedures such as Photoelasticity. Under thermal loading conditions, difficulties to calculate the Stress Intensity Factor increase, due to the non-linear behavior of some properties of the materials. Furthermore, there are difficulties to establish the thermal loading itself. In this work, a methodology to calculate the Stress Intensity Factor, due to thermal loading, by means of Photoelasticity experimental methods was developed. It is based on photoelastic digital image processing, employing *Dally's*, many parameters, superdeterministic method. Fundamentals of Photoelasticity and its application to Fracture Mechanics and to thermal shock studies were done. Additionally, many relevant aspects of Models and Similarity theory were discussed. The equipment developed to enable the execution of practical experiments and the related methodology are presented. Results obtained experimentally were compared to Finite Elements equivalents. The comparison demonstrated that the proposed methodology is valid and reliable to calculate the Stress Intensity Factor due to thermal loading.

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1	<i>Definição do tema</i>	14
1.2	<i>Justificativa e relevância</i>	15
1.3	<i>Objetivos, originalidade e aspectos relevantes do trabalho</i>	17
1.4	<i>Estrutura do texto</i>	18
<b>2.</b>	<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS E REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>20</b>
2.1	<i>Introdução</i>	20
2.2	<i>Fotoelasticidade – Fundamentos</i>	21
2.3	<i>Fotoelasticidade bidimensional</i>	28
2.4	<i>Fotoelasticidade tridimensional</i>	29
2.5	<i>Técnica de recobrimento</i>	32
2.6	<i>Materiais para fotoelasticidade</i>	33
2.7	<i>Fototermoelasticidade: métodos e materiais</i>	35
2.8	<i>Aplicação da fotoelasticidade em Mecânica de Fratura</i>	37
2.8.1	Introdução	37
2.8.2	Método de Irwin	38
2.8.3	Métodos de vários parâmetros para determinação de $K_I$	41
2.8.4	Método superdeterminístico de Dally	44
2.9	<i>Modos de carregamento de uma trinca e Fator de Intensidade de Tensões</i>	46
2.10	<i>Teoria de modelos e similaridade</i>	50
2.11	<i>Aplicação da fototermoelasticidade a estudos de carregamentos térmicos e a determinações do Fator de Intensidade de Tensões</i>	53
2.11.1	Análise fototermoelástica de tensões em anéis circulares planos multiconectados	53
2.11.2	Estudo fototermoelástico de concentrações de tensões em placa com aquecimento interno	55
2.11.3	Investigação fototermoelástica de tensões de transientes térmicos em nervuras de asas de aviões	57
2.11.4	Fator de intensidade de tensões para trincas que se interagem	58
2.11.5	Estudo fotoelástico de corpos-de-prova com trincas em ângulo, submetidos a carregamentos em modos I e III	62
2.12	<i>Método de análise por elementos finitos aplicado a problemas de análise térmica e de Mecânica de Fratura</i>	67
2.12.1	Introdução	67
2.12.2	O método de análise por elementos finitos (MEF)	67

2.12.3	Considerações sobre análises térmicas e termo-mecânicas de elementos fraturados	69
<b>3.</b>	<b>METODOLOGIA ADOTADA</b>	<b>74</b>
<b>3.1</b>	<b><i>Equipamentos desenvolvidos</i></b>	<b>74</b>
3.1.1	Estufa Fotoelástica	74
3.1.2	Sistema de aquisição de imagens	76
<b>3.2</b>	<b><i>Experimentos fotoelásticos</i></b>	<b>78</b>
<b>3.3</b>	<b><i>Tratamento das imagens fotoelásticas e cálculo de <math>K_I</math></i></b>	<b>83</b>
<b>3.4</b>	<b><i>Análises por elementos finitos</i></b>	<b>86</b>
3.4.1	Análises térmicas	87
3.4.2	Análises estruturais e cálculos de $K_I$	89
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>92</b>
<b>4.1</b>	<b><i>Carregamento térmico</i></b>	<b>92</b>
<b>4.2</b>	<b><i>Imagens fotoelásticas e cálculo de <math>K_I</math></i></b>	<b>93</b>
<b>4.3</b>	<b><i>Cálculo de <math>K_I</math> pelo método de análise por elementos finitos</i></b>	<b>96</b>
4.3.1	Resultados das análises térmicas	96
4.3.2	Resultados das análises estruturais e cálculos de $K_I$	97
<b>4.4</b>	<b><i>Exemplo de aplicação</i></b>	<b>100</b>
<b>5.</b>	<b>DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>105</b>
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>113</b>
<b>7.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>116</b>

## LISTA DE FIGURAS

		Página
Figura 2.1	Elemento de estado plano de tensões, mostrando as respectivas tensões	21
Figura 2.2	Diagrama esquemático de um polariscópio plano	23
Figura 2.3	Diagrama esquemático de um polariscópio circular	25
Figura 2.4	Polariscópio, com acessórios	26
Figura 2.5	Geração de franjas em um corpo-de-prova sob tração	27
Figura 2.6	Isóclinas, em incrementos de $15^\circ$ , em um anel com carregamento diametral	28
Figura 2.7	Modelo fotoelástico bidimensional	29
Figura 2.8	Modelo fotoelástico de manivela de virabrequim automotivo	31
Figura 2.9	Fotoelasticidade utilizando a técnica de sanduíche	32
Figura 2.10	Estrutura revestida com material fotoelástico	33
Figura 2.11	Figura de Mérito para fototermoelasticidade, $Q_t$ , para resina epóxi Epon 828, resina epóxi Araldite 502 e policarbonato PSM-1	37
Figura 2.12	Características geométricas de uma isocromática na ponta de uma trinca	39
Figura 2.13	Conceito das três regiões perto da ponta da trinca	42
Figura 2.14	Modos de carregamentos de uma trinca com base nos quais são definidos os Fatores $K_I$ , $K_{II}$ e $K_{III}$	47
Figura 2.15	Sistema de coordenadas cartesianas e cilíndricas na ponta de uma trinca	48
Figura 2.16	Placa infinita com carregamento nas direções x e y e sistema de coordenadas	49
Figura 2.17	Variação de $K_I$ em função de $\sigma_0$ , para diferentes tamanhos de trinca	50
Figura 2.18	Anel e o respectivo perfil de temperatura	54
Figura 2.19	Modelo em (a) vista explodida e (b) depois de montado	54
Figura 2.20	Montagem utilizada para a realização do experimento	55
Figura 2.21	(a) Desenho da placa a ser ensaiada com vista lateral e de perfil; (b) detalhe do padrão de franjas obtidos para a máxima diferença de temperatura	56
Figura 2.22	Modelo construído com plexiglas e resina epóxi	57
Figura 2.23	(a) Sistema de ensaio construído e (b) detalhe do desenho do modelo	58
Figura 2.24	Dimensões e detalhes construtivos do corpo-de-prova	59

	Página	
Figura 2.25	Padrão de franjas isocromáticas do corpo-de-prova n <sup>o</sup> . 1 ( $\alpha = 0^\circ$ )	60
Figura 2.26	Fatores de Intensidade de Tensões para cada um dos corpos-de-prova calculados por meio de métodos numéricos e a comparação destes resultados com os obtidos experimentalmente	61
Figura 2.27	Dimensões e detalhes construtivos dos corpos-de-prova	62
Figura 2.28	Esquema de fatiamento dos corpos-de-prova	63
Figura 2.29	Diagrama esquemático do sistema fotoelástico automatizado	64
Figura 2.30	Fator de Intensidade de Tensões normalizado em função da distância normalizada ao longo da frente da trinca, para o corpo-de-prova com $\beta = 0$ (modo I de carregamento)	65
Figura 2.31	Fator de Intensidade de Tensões normalizado em função da distância normalizada ao longo da frente da trinca, para os corpos-de-prova com $\beta = 75, 60$ e $45$ graus	66
Figura 2.32	Malha para análise por elementos finitos de uma chapa com furo	68
Figura 2.33	Distribuição de temperatura, obtida por meio de análise por elementos finitos, em uma chapa com furo submetida a diferentes temperaturas	69
Figura 2.34	Denominações utilizadas pelo software ANSYS para as análises de Mecânica de Fratura	71
Figura 2.35	Exemplos de elementos singulares utilizados pelo ANSYS em análises de Mecânica de Fratura	72
Figura 2.36	Modelo de corpo-de-prova de fratura cuja malha foi obtida com a ajuda do comando KSCON	73
Figura 3.1	Diagrama esquemático da estufa fotoelástica	75
Figura 3.2	Vista do interior da estufa fotoelástica	75
Figura 3.3	Câmara CCD com sistema óptico	77
Figura 3.4	Polariscópio com o sistema de aquisição de imagens acoplado	78
Figura 3.5	Corpo-de-prova utilizado no experimento	80
Figura 3.6	Diagrama esquemático do sistema de resfriamento em conjunto com a estufa fotoelástica	80
Figura 3.7	Esquema da montagem realizada, com a estufa inserida em um polariscópio com sistema de aquisição de imagens	81
Figura 3.8	(a) Visão geral do sistema utilizado; (b) estufa fotoelástica; (c) corpo-de-prova	82
Figura 3.9	Diagrama de blocos com as funções do software FOTOFAN	83
Figura 3.10	Padrão de franjas isocromáticas no tempo $t = 210$ s	84
Figura 3.11	(a) Resultado da operação de esqueletonização. (b) Resultado da operação de afinamento. (c) Rotulação das franjas isocromáticas	85
Figura 3.12	Diagrama de blocos com as funções do software FOTOVER	86
Figura 3.13	Geometria do elemento PLANE77	87

	Página	
Figura 3.14	Desenho esquemático da geometria do corpo-de-prova utilizada na confecção do modelo para análise numérica	88
Figura 3.15	Malha de elementos utilizada nas análises numéricas, com detalhe dos elementos na ponta da trinca, criados com a ajuda do comando KSCON	89
Figura 4.1	Gráfico de temperatura versus tempo, na superfície superior do corpo-de-prova	92
Figura 4.2	Imagens fotoelásticas a partir do tempo $t = 7$ s até o tempo $t = 294$ s	94
Figura 4.3	Gráfico de $K_I$ , obtido com base nas imagens fotoelásticas, em função do tempo de ensaio	95
Figura 4.4	Distribuição de temperaturas obtidas pelo ANSYS, para diversos instantes de tempo	97
Figura 4.5	Distribuição da diferença entre as tensões principais ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) obtidas pelo ANSYS, para diversos instantes de tempo	98
Figura 4.6	Gráfico de $K_I$ , obtido por meio do ANSYS, em função do tempo de ensaio	100
Figura 4.7	Corpo-de-prova utilizado no experimento de carregamentos térmicos conjugados com carregamentos mecânicos	101
Figura 4.8	Corpo-de-prova montado no sistema de aplicação de cargas de tração	102
Figura 4.9	Imagens fotoelásticas do corpo-de-prova submetido aos carregamentos de 20, 30 e 40 kgf, com e sem carregamento térmico	103
Figura 5.1	Curvas de temperatura da face superior versus tempo e de valor de $K_I$ versus tempo	107
Figura 5.2	Comparação, para alguns instantes de tempo, dos padrões de franjas isocromáticas e os campos de tensões ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) obtidos por meio do software ANSYS	108
Figura 5.3	Comparação dos valores de $K_I$ obtidos por meio das imagens fotoelásticas e dos calculados pelo software ANSYS	109
Figura 5.4	Imagens fotoelásticas obtidas em dois ensaios distintos, no tempo de 100 s	111

**LISTA DE TABELAS**

	Página
Tabela 2.1 Características de alguns materiais fotoelásticos	34
Tabela 2.2 Ângulo das trincas e cargas aplicadas nos corpos-de-prova	60
Tabela 4.1 Valores de temperatura na superfície superior do corpo-de-prova para diversos instantes de tempo	93
Tabela 4.2 Valores de $K_I$ para diversos instantes de tempo, obtidos com base nas imagens fotoelásticas	96
Tabela 4.3 Valores de $K_I$ para diversos instantes de tempo, obtidos com base nas análises numéricas	99
Tabela 4.4 Valores de $K_I$ para os carregamentos de 20, 30 e 40 kgf, com e sem carregamento térmico	104
Tabela 5.1 Comparação dos valores de $K_I$ obtidos por meio das imagens fotoelásticas e dos calculados pelo software ANSYS	110
Tabela 5.2 Valores de $K_I$ obtidos por meio de dois ensaios fotoelásticos realizados sob as mesmas condições	112

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\phi$  = ângulo entre o eixo do analisador e a direção das tensões principais

$\theta$  = ângulo formado pelo eixo de coordenadas  $x$  e a reta que liga um dado ponto da isocromática e a origem

$\alpha$  = coeficiente de expansão térmica

$\nu$  = coeficiente de Poisson

$\lambda$  = comprimento de onda

$\rho$  = densidade

$\beta$  = difusividade térmica

$\delta$  = retardo entre as ondas que emergem do material birrefringente

$\sigma_{0x}$  = constante de tensão

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  = tensões principais

$\tau_m$  = valor máximo da tensão cisalhante

$\varepsilon_t$  = deformação de origem térmica

$\Delta T$  = diferença ou variação de temperatura

$\sigma_{xx}$  = tensão na direção do eixo  $x$

$\tau_{xy}$  = tensão cisalhante no plano perpendicular ao eixo  $x$ , na direção do eixo  $y$

$\sigma_{yy}$  = tensão na direção do eixo  $y$

$A$  = amplitude de onda

$a$  = metade do comprimento da trinca

$C$  = calor específico

$c$  = coeficiente óptico de tensões

$c_1, c_2$  = coeficientes ópticos de tensões

$C_r$  = coeficiente de restrição

$E$  = módulo de elasticidade

$f$  = Fator de Franja

$h$  = espessura

$k$  = condutividade térmica

$K$  = Fator de Intensidade de Tensões

$K_c$  = Fator de Intensidade de Tensões crítico

$K_I$  = Fator de Intensidade de Tensões no modo de abertura

$K_{II}$  = Fator de Intensidade de Tensões no modo de cisalhamento

$K_{III}$  = Fator de Intensidade de Tensões no modo de rasgamento

$L_p/L_m$  = escala geométrica do modelo

$N$  = ordem de franja

$n_0$  = índice de refração do material no estado não carregado

$n_1, n_2, n_3$  = índices de refração do material na condição de carregamento, associado com as tensões principais (índices principais de refração)

$Q$  = figura de mérito

$Q_t$  = Figura de Mérito para Fototermoelasticidade

$r$  = distância de um dado ponto da isocromática até a origem do sistema de coordenadas

$T$  = temperatura

$t$  = tempo

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 *Definição do tema*

Quando estruturas ou componentes possuem descontinuidades, tais como trincas, os campos de tensões existentes na ponta destas trincas apresentam singularidades. Para estes materiais, a teoria da elasticidade não é suficiente para prever o comportamento estrutural do material sob ação de esforços, do ponto de vista de se determinar o instante de ruptura da estrutura. A dificuldade em se fazer tal previsão é devida, especialmente, à geometria da ponta da trinca, a qual possui raio de curvatura próximo de zero, gerando tensões locais que tendem para o infinito. Com estas tensões locais singulares, tanto o limite de escoamento como a tensão de ruptura do material podem ser excedidos, mesmo para pequenas cargas aplicadas; com isto, a abordagem usual para se prever as cargas de ruptura, com base nas teorias de ruptura convencionais, não mais se aplica. A Mecânica de Fratura é a ferramenta, em substituição a teoria convencional da elasticidade, que leva em consideração o estado singular de tensões na ponta da trinca (Irwin e De Wit, 1993).

A Mecânica de Fratura propõe, então, a utilização de alguns parâmetros, dentre eles o Fator de Intensidade de Tensões  $K$ , que leva em conta o esforço aplicado na estrutura e a geometria da trinca. Com base neste fator, pode-se tomar decisões a respeito da segurança da estrutura, comparando-se o valor de  $K$  com o valor de tenacidade à fratura  $K_C$  do material. Para materiais de baixa tenacidade, o mecanismo que governa a falha na estrutura é a fratura frágil, e, neste caso, a tensão crítica de falha varia de forma linear com a tenacidade (Soares, 1997). Este problema é tratado pela Mecânica de Fratura Linear Elástica e que servirá de base para toda a abordagem do presente trabalho. Dependendo da maneira que o carregamento é aplicado, eles são denominados como modos I, II e III,

correspondendo, respectivamente, aos modos de carregamento por abertura (associado ao Fator de Intensidade de Tensões  $K_I$ ), cisalhamento ( $K_{II}$ ) e rasgamento ( $K_{III}$ ). O modo de abertura ( $K_I$ ) é, em geral, o mais crítico e que ocorre com maior frequência na prática.

Em corpos com geometria simples,  $K_I$  pode ser determinado com o auxílio de tabelas e manuais ou, em alguns casos, até mesmo analiticamente. Em casos mais complexos, esta determinação só pode ser feita por meio de métodos de elementos finitos ou de procedimentos experimentais (Dally e Riley, 1991). Dentre as técnicas experimentais, a fotoelasticidade é uma das mais utilizadas.

Quando se tem um carregamento estrutural que, por sua vez, tem origem em diferenças de temperatura no componente, tem-se o que se chama de carregamento térmico. Quando estes carregamentos térmicos atuam em uma descontinuidade, as dificuldades para se calcular o Fator de Intensidade de Tensões tornam-se ainda maiores, em razão do comportamento não linear dos materiais e da dificuldade de se conhecer, com precisão, estes carregamentos térmicos.

Propõe-se, neste trabalho, desenvolver uma metodologia para se determinar o Fator de Intensidade de Tensões, causado por carregamentos térmicos, utilizando a técnica experimental da fotoelasticidade.

## **1.2 Justificativa e relevância**

A fotoelasticidade foi, provavelmente, a técnica de análise de tensões mais utilizada nas décadas de 60 e 70. A partir dos anos 80, houve um declínio da sua aplicação, especialmente pelo aparecimento e difusão das técnicas de análises numéricas, aliadas ao aumento da capacidade dos computadores. Entretanto, este mesmo aumento da capacidade computacional permitiu o desenvolvimento de técnicas, tais como análise de imagens, reconhecimento de padrões de imagens, aquisição e análise de dados, etc (Tomlinson e Patterson, 1998; Ramesh e Mangal, 1998; Yonema e Takashi, 1998; Yonema et al., 1997; Ajovalasit et al., 1998; Tsai et

al., 1997, Smith Neto e Coelho, 2001). Estas técnicas aliadas às da fotoelasticidade convencional permitem o desenvolvimento de novos trabalhos nas mais diversas áreas. Por outro lado, o desenvolvimento dos métodos numéricos demandou, também, métodos experimentais de validação. Dentro destes dois enfoques, pode-se citar trabalhos nas áreas de medicina (Hayes et al, 1997, Kawada et al, 1999), odontologia (Asundi e Kishen, 2000), indústria automobilística (Thompson et al., 1995, Audenino e Calderale, 1996, Bignardi et al., 1999), indústria aeronáutica (Meguid et al., 2000, Papanikos et al., 1998), carregamentos de impacto (Singh et al., 1996), desenvolvimento de compósitos (Barfuss et al., 1995, Al-Ostaz e Jasiuk, 1996, Nugent et al., 2000, Naimark et al., 2000), Mecânica de Fratura (Hawong et al., 1998, Patterson e Gungor, 1997, Al-Ostaz e Jasiuk, 1997, Rosakis e Ravichandran, 2000), etc. Um trabalho de interesse, especialmente pelo fato de ser de cunho geral, é o de Pathak e Ramesh (1999), no qual é descrita uma metodologia para validação de modelamentos por elementos finitos, com base nos contornos de franjas fotoelásticas.

Outra grande aplicação da fotoelasticidade, que ocorreu com maior frequência no final da década de 80 e década de 90 é a determinação do Fator de Intensidade de Tensões em diversas situações de geometria e de carregamentos (Ramesh et al, 1997, Gungor et al, 1996, Smith et al, 1998). Atualmente, muitos autores procuram soluções teóricas para a determinação deste fator em trincas submetidas a transientes térmicos (Lee e Kim, 1997, Kotousov e Price, 1999, Kim et al., 1999). A partir do momento que se desenvolvam metodologias adequadas para a determinação dos campos de tensões por meio da fototermoelasticidade, espera-se que estas metodologias possam ser, também, aplicadas à determinação do Fator de Intensidade de Tensões em descontinuidades submetidas a transientes térmicos.

### **1.3 Objetivos, originalidade e aspectos relevantes do trabalho**

Os objetivos deste trabalho são:

- a) Criar uma metodologia para se determinar, em modelos fotoelásticos, o Fator de Intensidade de Tensões causado por carregamentos de origem térmica, tanto em regime de transiente quanto em regime estacionário.
- b) Comparar os resultados obtidos experimentalmente com os calculados por meio de métodos de análises numéricas.

A utilização da fotoelasticidade para a determinação do Fator de Intensidade de Tensões e outros parâmetros da Mecânica de Fratura foi e ainda é largamente utilizada (Bradley e Kobayashi, 1970; Marloff et. al, 1971; Smith e Smith, 1972; Theocaris e Gdoutos, 1975; Etheridge e Dally, 1977; Dally e Sanford, 1978; Sanford e Dally, 1979; Oladimeji, 1984; Barker et. al, 1985; Mehdi-Soozani et. al, 1987; Miskioglu et. al, 1987; Sanford, 1989; Freire et. al, 1993; Picon et. al, 1995; Soares, 1997; Ayatollahi e Safari, 2003; Guo et. al, 2003; Smith, 2003). Procura-se neste trabalho, de forma inédita, aliar estas técnicas ao fato da fotoelasticidade poder ser utilizada no estudos de carregamentos térmicos (Tramposch e Gerard, 1961; Rothstein e Kirkwood, 1964; Matsumoto et al., 1972; Burger, 1972; Burger, 1975; Burger, 1976; Miskioglu et al., 1981). Assim, pretende-se determinar o Fator de Intensidade de Tensões em corpos-de-prova submetidos a carregamentos térmicos, inclusive os resultantes de choques térmicos.

Consultas realizadas nas bibliotecas do IPEN e CDTN e em bases de dados tais como: WebOfScience, INIS, Portal Capes e outras, além de outros sistemas de busca na Internet, não indicaram estudos semelhantes.

Com a metodologia proposta poder-se-á determinar o Fator de Intensidade de Tensões para os mais diversos carregamentos térmicos, inclusive para cada instante destes carregamentos, no caso de transientes. Permitirá, ainda, estudar corpos-de-prova com as mais variadas formas e com diversos tipos de trincas e defeitos. Espera-se contribuir com uma ferramenta importante para estudos de

Mecânica da Fratura em situações de carregamentos térmicos, sobretudo os que acontecem em regime de transiente.

#### **1.4 Estrutura do texto**

No Capítulo 2, são apresentados os fundamentos teóricos e uma revisão da literatura nos quais este trabalho se baseou.

São abordados, de forma sucinta, os fundamentos da fotoelasticidade, apresentando os conceitos de birrefringência, a lei óptica de tensões, princípios de funcionamento do polariscópio, fotoelasticidade bidimensional e tridimensional, fotoelasticidade de reflexão, incluindo a respectiva técnica de recobrimento dos corpos-de-prova, materiais utilizados em fotoelasticidade e os métodos e materiais empregados nos estudos de fototermoelasticidade.

O relacionamento entre a fotoelasticidade e a Mecânica de Fratura são, também, abordados neste Capítulo. São apresentadas as metodologias para cálculo de  $K_I$  baseadas nos métodos de um parâmetro, como o proposto por Irwin e nos métodos de vários parâmetros. Neste último caso, é dada ênfase na apresentação do método superdeterminístico de Dally. É feita, ainda, uma abordagem a respeito dos modos de carregamento de uma trinca e Fator de Intensidade de Tensões e uma breve apresentação da teoria de modelos, especialmente a sua aplicação em experimentos envolvendo tensões térmicas.

Continuando o Capítulo 2, são descritos cinco experimentos nos quais a fotoelasticidade é aplicada tanto para análises das tensões devidas a carregamentos térmicos, quanto na determinação do Fator de Intensidade de Tensões, de uma maneira genérica. São mostradas, em especial, as técnicas experimentais utilizadas.

Finalizando o Capítulo 2, são apresentadas uma descrição sucinta do Método de Análise por Elementos Finitos (MEF) e algumas considerações de ordem prática seguidas nas avaliações térmicas e termo-mecânicas de componentes fraturados realizadas no decorrer do trabalho.

No Capítulo 3, é apresentada a metodologia adotada. Em primeiro lugar, são descritos os equipamentos desenvolvidos para a consecução dos trabalhos, informando as suas características técnicas.

São mostrados, em seguida, os experimentos fotoelásticos realizados, com a descrição dos corpos-de-prova, dos sistemas de equipamentos utilizados, da metodologia para a aquisição das imagens fotoelásticas e das condições de ensaio.

Dando continuidade ao Capítulo 3, são apresentadas as metodologias e os softwares utilizados no tratamento das imagens fotoelásticas e no cálculo dos Fatores de Intensidade de Tensões.

Por último, o Capítulo 3 apresenta a metodologia que foi seguida para a realização das análises por elementos finitos, incluindo as análises térmicas, as análises de tensões e os cálculos dos Fatores de Intensidade de Tensões.

O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos. São mostrados os carregamentos térmicos utilizados, as imagens fotoelásticas obtidas e os cálculos dos respectivos Fatores de Intensidade de Tensões e as análises numéricas realizadas. É apresentado, ainda, um exemplo de aplicação, no qual um corpo-de-prova é submetido a carregamentos térmicos e mecânicos, simultaneamente, e calculados os Fatores de Intensidade de Tensões com base no método fotoelástico proposto neste trabalho.

No Capítulo 5 é feita uma discussão dos resultados. Em primeiro lugar, são feitas algumas considerações a respeito dos métodos e equipamentos utilizados e a seguir, uma análise dos resultados obtidos, com uma comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pelas análises por elementos finitos.

No Capítulo 6, são apresentadas as conclusões e feitas algumas sugestões sobre trabalhos futuros relacionados com a aplicação do método desenvolvido nesta tese.

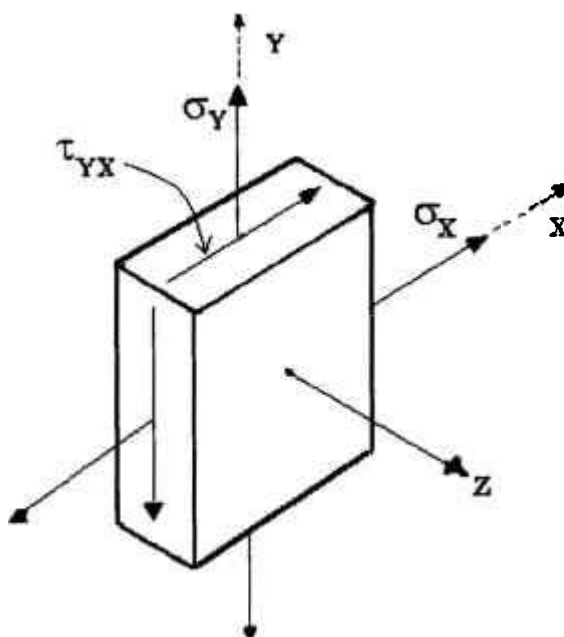
O Capítulo 7 apresenta as referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS E REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 *Introdução*

Os materiais possuem, de forma geral, a propriedade chamada de elasticidade. Quando são aplicadas forças a um corpo elástico, ele sofre uma deformação que desaparecerá quando cessarem estas forças. Isto acontece desde que as forças aplicadas não se ultrapassem o que se chama de limite de resistência elástica do material. Para efeito dos trabalhos aqui desenvolvidos, será sempre admitido que os materiais são perfeitamente elásticos, ou seja, sempre recuperarão a forma original quando cessar a aplicação das forças (Gomes, 1984).

A tensão, num material sob esforço, é definida como a carga por unidade de área infinitesimal nas vizinhanças do ponto de interesse. Em coordenadas cartesianas, o elemento infinitesimal tem a forma de um paralelepípedo, ilustrado na Figura 2.1, para o estado plano de tensões. Nesta mesma Figura, são indicadas as tensões normais,  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , e a tensão de cisalhamento  $\tau_{xy}$ .



**Figura 2.1 - Elemento de estado plano de tensões, mostrando as respectivas tensões (Soares, 1997).**

As tensões normais máximas, num determinado ponto do material, são denominadas de tensões principais, referidas na literatura como  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ . No estado plano de tensões, a tensão na direção "z" é desprezível ( $\sigma_3 \approx 0$ ). Neste caso, as tensões estão contidas em planos paralelos ao plano que contém a carga atuante sobre a estrutura. Os cálculos na área da fotoelasticidade giram em torno de relações matemáticas que envolvem a diferença  $\sigma_1 - \sigma_2$  com as propriedades do material birrefringente e com os comprimentos de onda da luz usada no experimento fotoelástico (Soares, 1997).

## **2.2 Fotoelasticidade - Fundamentos**

Muitos materiais não cristalinos e transparentes, que são opticamente isotrópicos quando livres de tensões, se tornam opticamente anisotrópicos e apresentam características semelhantes aos cristais quando são carregados. Estas características persistem enquanto o carregamento é mantido e desaparecem quando as cargas são removidas. Este comportamento é conhecido como

birrefringência (refração dupla) temporária, constituindo-se no princípio básico da fotoelasticidade.

Para materiais que exibem o efeito de birrefringência temporária, as mudanças nos índices de refração são linearmente proporcionais ao carregamento mecânico (e conseqüentemente às tensões e deformações para materiais linearmente elásticos), e seguem a seguinte relação

$$\begin{aligned}n_1 - n_0 &= c_1\sigma_1 + c_2(\sigma_2 + \sigma_3) \\n_2 - n_0 &= c_1\sigma_2 + c_2(\sigma_3 + \sigma_1) \\n_3 - n_0 &= c_1\sigma_3 + c_2(\sigma_1 + \sigma_2)\end{aligned}\tag{1}$$

sendo  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  = tensões principais no ponto

$n_0$  = índice de refração do material no estado não carregado

$n_1, n_2, n_3$  = índices de refração do material na condição de carregamento, associado com as tensões principais (índices principais de refração)

$c_1, c_2$  = constantes chamadas de coeficientes ópticos de tensões

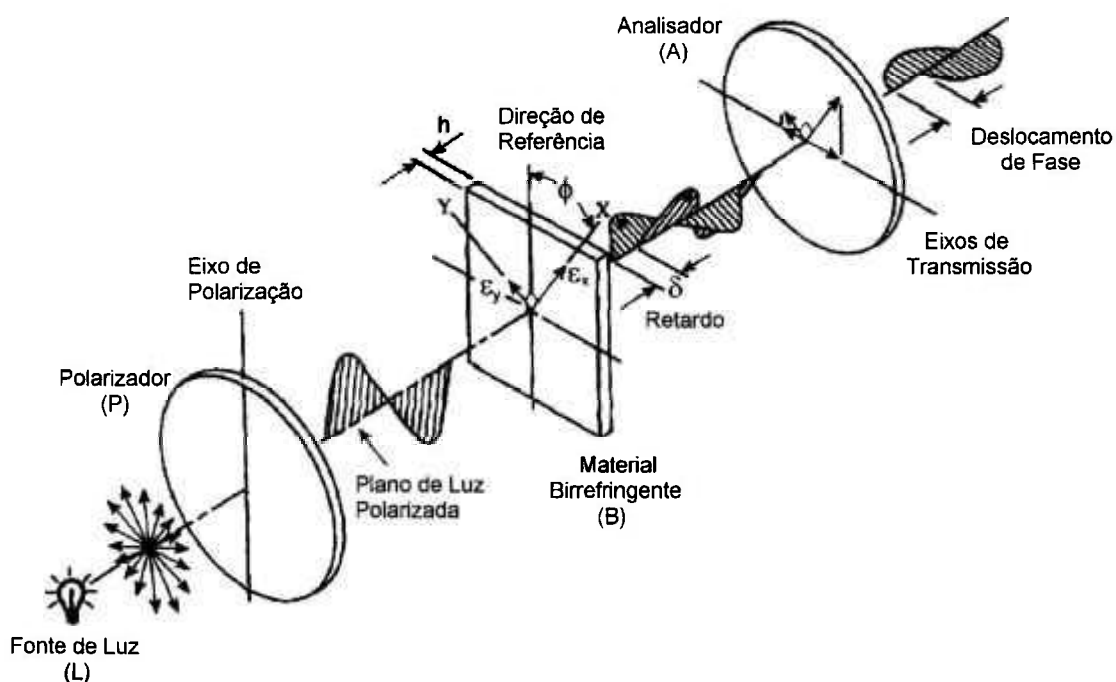
O conjunto de Equações (1) exprime as relações fundamentais entre as tensões e os efeitos ópticos e é conhecida como lei óptica de tensões. Estas equações indicam que o estado de tensões em um ponto pode ser determinado com base na medida dos três índices de refração principais e pelo estabelecimento das três eixos ópticos principais. Uma vez que as medições em três dimensões são extremamente difíceis de serem realizadas, as aplicações práticas são limitadas aos casos de tensões planas ( $\sigma_3 = 0$ ). Para o estado plano de tensões o conjunto de Equações (1) se reduz a

$$\begin{aligned}n_1 - n_0 &= c_1\sigma_1 + c_2\sigma_2 \\n_2 - n_0 &= c_1\sigma_2 + c_2\sigma_1\end{aligned}\tag{2}$$

Assim, quando materiais birrefringentes são submetidos a carregamentos e vistos através de luz polarizada, exibem o campo de tensões/deformações na forma de faixas coloridas denominadas franjas isocromáticas. Este padrão de franjas é linearmente proporcional às diferenças entre as tensões/deformações principais.

Para se calibrar o material fotoelástico a ser utilizado, submetem-se corpos-de-prova construídos com o mesmo material que será utilizado nas análises fotoelásticas, a tensões conhecidas e observa-se o padrão de franja obtido. Desta forma, este material fotoelástico é calibrado, obtendo-se os chamados coeficientes ópticos de tensões.

A polarização da luz é obtida por meio do polariscópio, que é o instrumento básico para a análise fotoelástica. Um arranjo simples de um polariscópio que polariza a luz linearmente, chamado de polariscópio plano, é mostrado na Figura 2.2 (Corby e Nickola, 1997) e consiste de uma fonte de luz (L), um filtro polarizador (P), o material birrefringente a ser analisado (B) e o analisador (A). O analisador é idêntico ao filtro polarizador, exceto pelo fato de que o seu eixo de transmissão de luz é perpendicular ao eixo de transmissão do filtro polarizador.



**Figura 2.2 – Diagrama esquemático de um polariscópio plano (Corby e Nickola, 1997).**

A fonte de luz (L) emite ondas que vibram em todos os planos. Por outro lado, o filtro polarizador (P) transmite somente uma componente destas ondas (que é a componente paralela ao eixo de polarização do filtro). Esta luz transmitida é chamada de luz linearmente polarizada ou plana.

Quando a luz polarizada se propaga através do material birrefringente de espessura  $h$ , sendo X e Y as direções das tensões principais, o vetor luminoso se divide e dois feixes polarizados se propagam nos planos XZ e YZ. A velocidade no plano XZ é proporcional a  $\sigma_1$  e no plano YZ, proporcional a  $\sigma_2$ . A diferença entre estas velocidades determina o retardo  $\delta$  entre as ondas que emergem do material birrefringente (B), sendo obtido por:

$$\delta = hc(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (3)$$

sendo  $c$  é o coeficiente óptico de tensões do material. Quando se realiza um experimento fotoelástico, este coeficiente é previamente determinado por calibração.

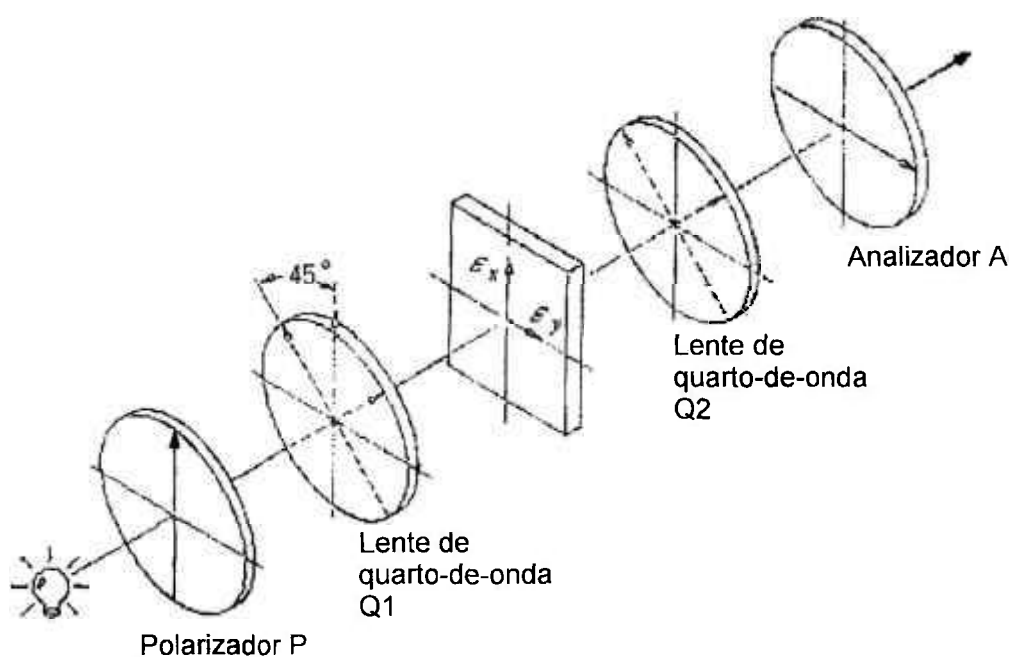
Por causa do retardo relativo  $\delta$ , as duas ondas estão defasadas quando emergem do material birrefringente. O analisador irá transmitir somente uma componente de cada uma destas ondas (que são as componentes paralelas ao seu eixo de transmissão). A interferência destas ondas resulta em uma intensidade de luz que é função do retardo  $\delta$  e do ângulo  $\phi$ , entre o eixo do analisador e a direção das tensões principais.

No caso de um polariscópio plano, a intensidade da luz é dada por

$$I = A^2 \sin^2 2(\phi) \sin^2 \frac{\pi \delta}{\lambda} \quad (4)$$

A intensidade da luz se torna zero quando  $\phi = 0$ , ou seja, quando o conjunto polarizador/analisador é paralelo à direção das tensões principais. Assim, o polariscópio plano é utilizado para medir a direção das tensões principais.

Adicionando-se filtros ópticos conhecidos como placas de quarto-de-onda no caminho da propagação da luz, produz-se luz circularmente polarizada e a imagem (padrão de franjas) observada não é influenciada pela direção das tensões principais (Figura 2.3).



**Figura 2.3 – Diagrama esquemático de um polariscópio circular.**

Sendo  $\lambda$  o comprimento de onda, a intensidade de luz emergente passa a ser

$$I = A^2 \sin^2 \frac{\pi \delta}{\lambda} \quad (5)$$

Em um polariscópio circular (com placas de quarto-de-onda adicionadas), a intensidade da luz se torna zero quando  $\delta = 0$ ,  $\delta = 1\lambda$ ,  $\delta = 2\lambda$ , ou generalizando-se

$$\delta = N\lambda \quad (6)$$

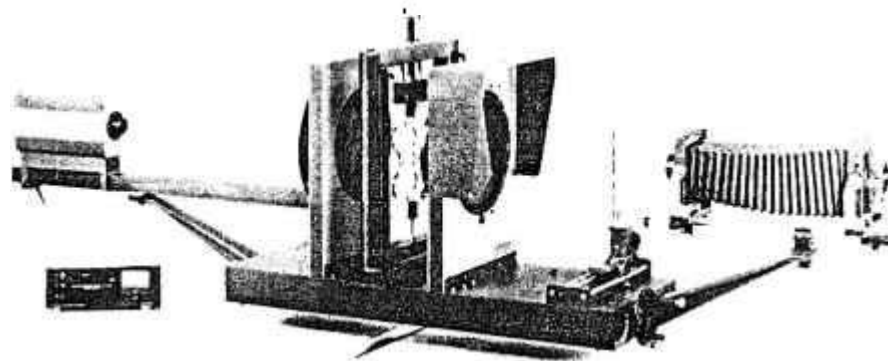
e  $N$  é 1, 2, 3, etc.

O número  $N$  é chamado de ordem de franja e expressa a magnitude de  $\delta$ . Assim

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\delta}{hc} = N \frac{\lambda}{hc} = Nf \quad (7)$$

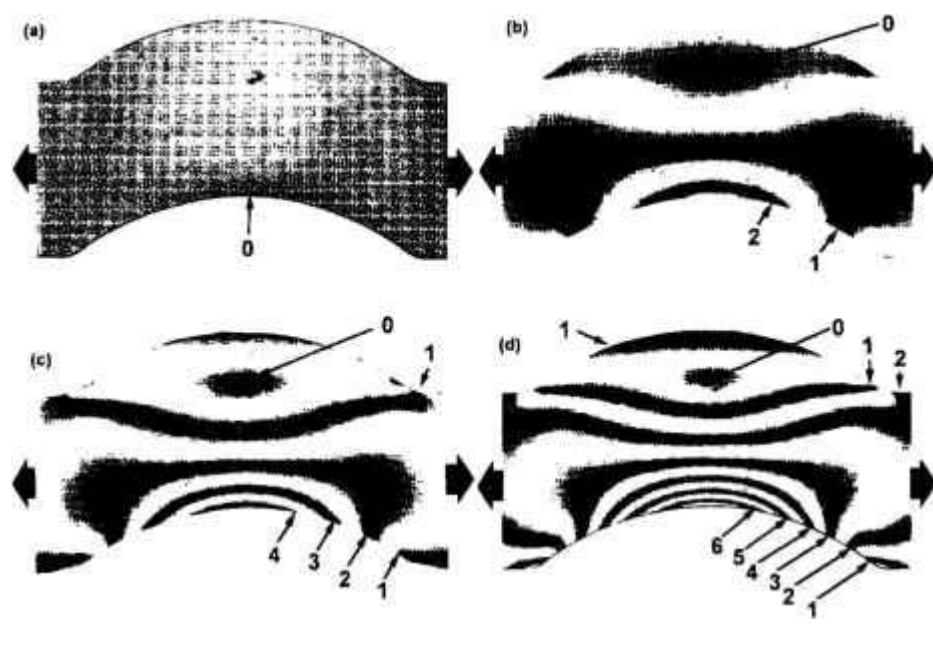
na qual  $f$  engloba  $\lambda$ ,  $h$  e  $c$  e é chamado de Fator de Franja.

Na Figura 2.4 é mostrado um polariscópio, com alguns acessórios, que pode trabalhar tanto como polariscópio plano quanto circular.



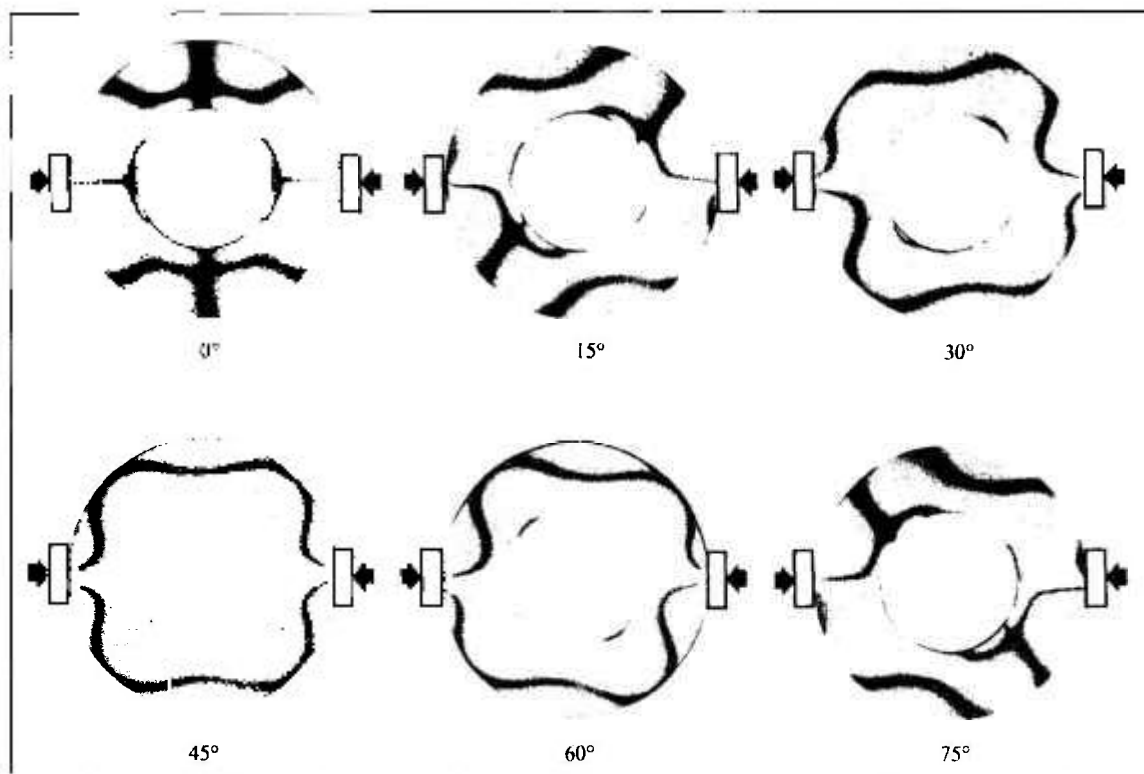
**Figura 2.4 – Polariscópio, com acessórios (Measurements Group, 1998).**

Para ilustrar o princípio de obtenção de franjas em um experimento fotoelástico, a Figura 2.5 mostra um corpo-de-prova submetido a cargas de tração que são gradativamente aumentadas. Estes padrões de franjas são também denominados de padrões de isocromáticas.



**Figura 2.5 – Geração de franjas em um corpo-de-prova sob tração: (a) sem carregamento (a franja de ordem zero cobre todo o modelo); (b), (c) e (d) aumenta-se gradualmente a carga e conseqüentemente o número de franjas. Os números em cada figura indicam a ordem da franja (Measurements Group, 1998).**

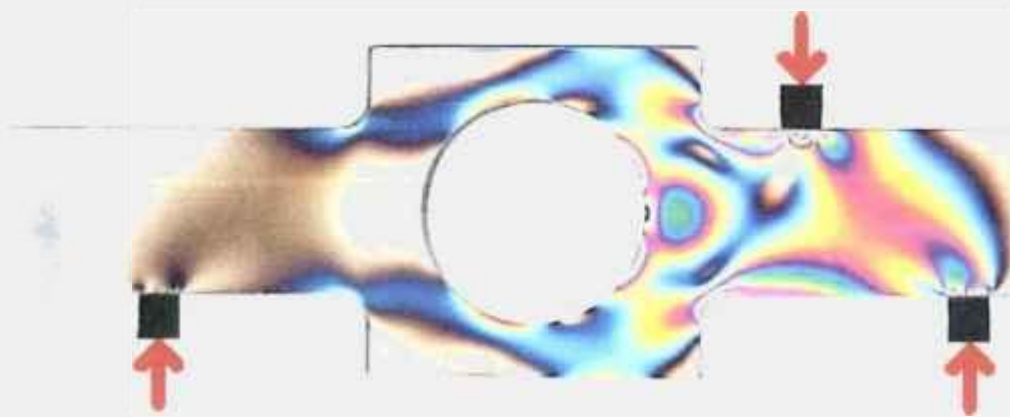
Por outro lado, o polariscópio possibilita, também, a obtenção da direção que as tensões principais formam com o sistema de coordenadas escolhido. Esta direção pode ser obtida valendo-se da propriedade das isóclinas (uma isóclina é o local geométrico ao longo do qual as direções das tensões principais são as mesmas em todos os seus pontos). A Figura 2.6 apresenta um anel submetido a um carregamento de compressão e com isóclinas variando de  $0^\circ$  a  $75^\circ$ .



**Figura 2.6 – Isóclinas, em incrementos de 15°, em um anel com carregamento diametral (Measurements Group, 1998).**

### **2.3 Fotoelasticidade bidimensional**

Na fotoelasticidade bidimensional convencional, um modelo é construído com uma chapa de material fotoelástico. O modelo é colocado em um polariscópio com o seu plano normal paralelo ao eixo do polariscópio. São aplicados carregamentos ao modelo e são registrados e interpretados os padrões de franjas referentes às isóclinas e às isocromáticas. Assumindo-se que as tensões perpendiculares à placa (direção  $z$ ) são iguais a zero ( $\sigma_z = 0$ ), pode-se obter a diferença entre as tensões principais e as direções das tensões principais. Por meio de alguns métodos (que normalmente são muito trabalhosos) pode-se separar as tensões. Na Figura 2.7 é mostrado um exemplo de modelo fotoelástico bidimensional submetido a carregamento (setas vermelhas) e visto em um polariscópio de transmissão.



**Figura 2.7 – Modelo fotoelástico bidimensional.**

Existem, ainda, alguns acessórios, que quando utilizados com o polariscópio ampliam a sua capacidade. Dentre eles, destacam-se os compensadores do tipo Tardy e de balanço nulo, que propiciam a obtenção de frações de franjas, o adaptador de incidência oblíqua para separação de tensões, o conjunto de espelhos parciais para multiplicação de franjas, colimadores de luz, dentre outros.

#### **2.4 Fotoelasticidade tridimensional**

Para se realizar estudos de fotoelasticidade em corpos tridimensionais, a técnica mais utilizada é a do congelamento de tensões.

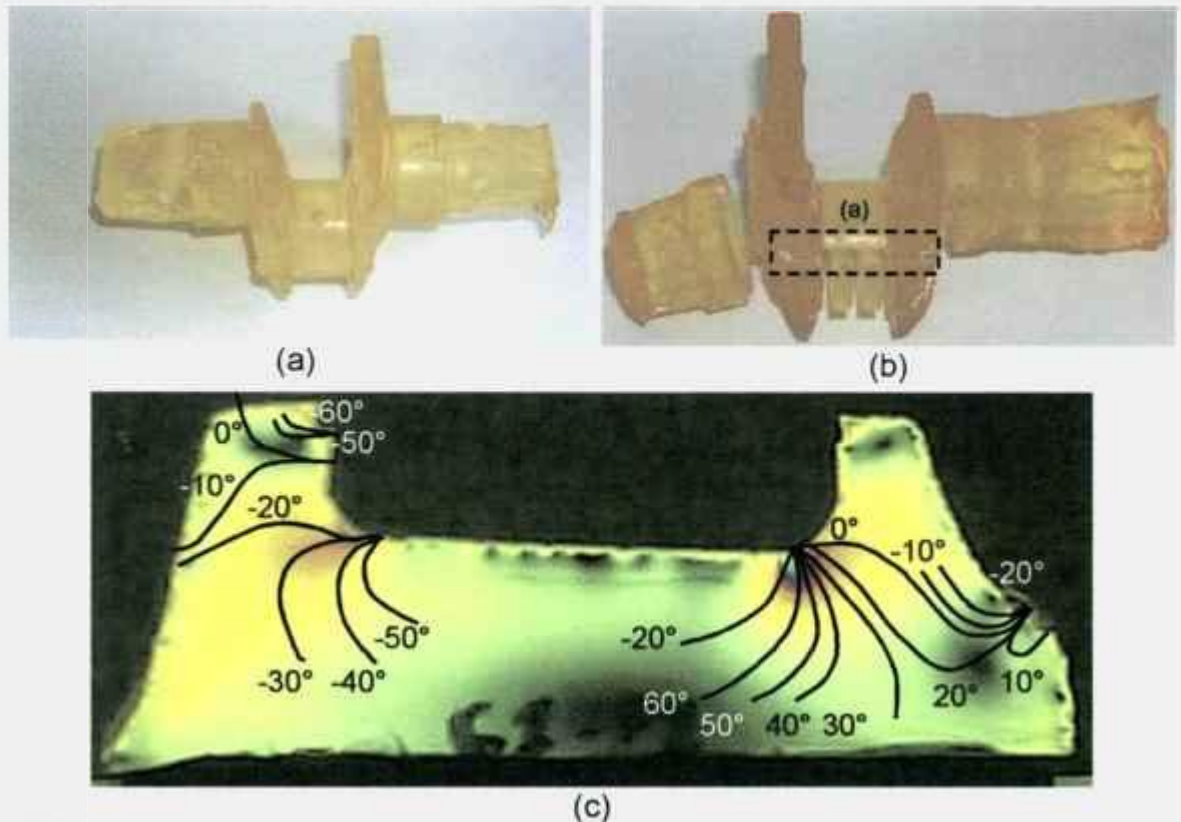
O método de congelamento das tensões é baseado no comportamento bifásico de vários polímeros quando aquecidos. Os polímeros são compostos por longas cadeias de moléculas de hidrocarbonetos que são interligadas por uma forte estrutura elástica denominada cadeia de ligações primárias. Esta cadeia não é afetada pelo calor. Porém, grande parte desta estrutura possui ligações mais fracas, que são as secundárias. Quando o polímero está na temperatura ambiente, as duas cadeias agem juntas para resistir às deformações em razão das cargas aplicadas. Quando a temperatura se eleva e atinge um determinado patamar, conhecido como temperatura crítica, as cadeias secundárias se rompem e apenas as ligações primárias suportam as cargas aplicadas. A deformação sofrida é

elástica e bastante sensível, pois as ligações secundárias constituem a maior parte das ligações do polímero. Se o polímero é resfriado até a temperatura ambiente, mantendo-se a carga aplicada no modelo, as ligações secundárias se recuperam entre as cadeias primárias altamente deformadas, prendendo-as nesta posição. Quando a carga é removida, as ligações secundárias relaxam, restabelecendo uma pequena porção da deformação sofrida. A deformação e a resposta óptica associada ao carregamento do modelo fotoelástico são congeladas permanentemente em seu interior, ou seja, são fixadas em uma escala molecular. Uma vez fixada a deformação e os efeitos ópticos, o modelo pode ser fatiado e analisado fotoelasticamente para a obtenção da distribuição interna das tensões, sem alterar as características adquiridas na deformação ou no padrão de franja (Dally e Riley, 1991).

Para se proceder às análises fotoelásticas segundo esta técnica, em primeiro lugar deve-se construir um modelo, em escala adequada, de material fotoelástico com a mesma forma da estrutura a ser estudada. Este modelo é aquecido a uma temperatura acima da temperatura crítica, cujo valor é específico para cada material e depende da sua composição química e do processo de cura. Espera-se todo o modelo atingir esta temperatura. É, então, aplicado o carregamento, que, entretanto, deve ser compatível com os baixos valores do módulo de elasticidade em temperaturas elevadas. Após a aplicação das cargas, para se evitar o aparecimento de tensões residuais, o modelo é lentamente resfriado (em algumas situações as taxas de resfriamento são menores do que  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C/h}$ ) até a temperatura ambiente. O carregamento é então removido.

A resposta óptica do material do modelo, ou seja a sua anisotropia óptica, que é relacionada com as tensões mecânicas, permanecem fixas no modelo. Quando o material do modelo é adequadamente escolhido, esta resposta óptica também não é afetada quando o modelo é cortado em fatias finas. Desta maneira, cortam-se fatias nas regiões de interesse, para serem analisadas utilizando-se as mesmas técnicas da fotoelasticidade bidimensional. Na Figura 2.8 é mostrado um modelo fotoelástico tridimensional de uma manivela de virabrequim automotivo. Nesta Figura está representado o modelo inteiro, logo após o ensaio de

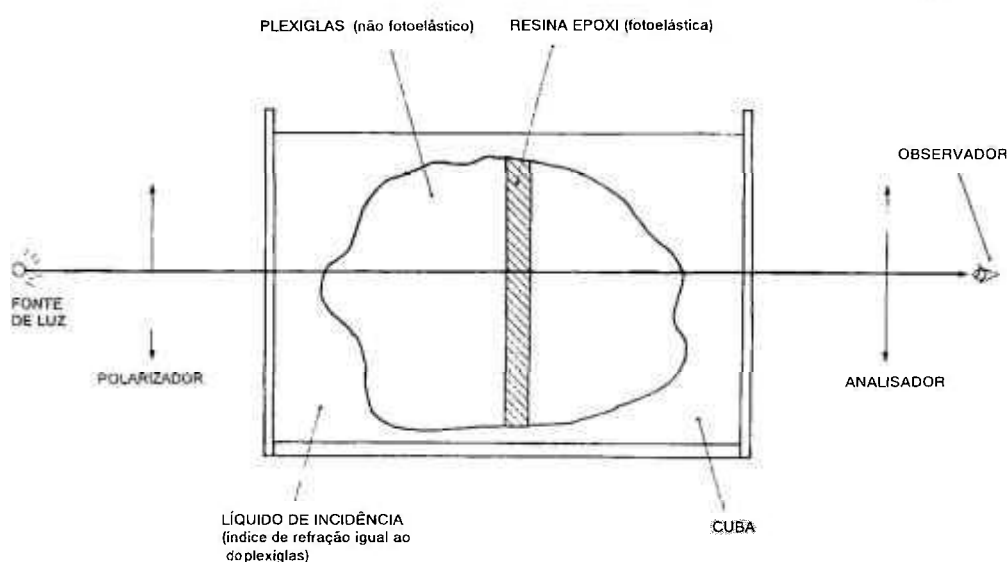
carregamento (a), o modelo já fatiado (b) e uma das fatias, observada em um polariscópio de transmissão (c).



**Figura 2.8 – Modelo fotoelástico de manivela de virabrequim automotivo: (a) modelo logo após o carregamento, (b) modelo fatiado, (c) fatia observada em polariscópio de transmissão (as linhas negras são as isóclinas cujos valores, em graus, estão indicados na extremidade de cada uma) (Borges, 2001).**

Outra técnica que pode ser utilizada para a realização de estudos de fotoelasticidade tridimensional é a técnica de sanduíche. Neste método, o modelo é construído de material plástico, translúcido e não fotoelástico, normalmente o plexiglas. Durante a construção do modelo, é incluída uma fina fatia de material fotoelástico, no plano de interesse. Para evitar problemas de refração, o modelo é colocado em uma cuba contendo líquido com mesmo índice de refração do modelo e observado em um polariscópio, da mesma maneira que na fotoelasticidade bidimensional (Figura 2.9). Diferentes modos de carregamento podem ser aplicados

mas somente serão conhecidos os campos de tensões no plano da fatia fotoelástica.



**Figura 2.9 – Fotoelasticidade utilizando a técnica de sanduíche (Avril, 1974).**

## 2.5 Técnica de recobrimento

Na técnica do recobrimento fotoelástico, uma camada de material birrefringente é colada sobre a estrutura ou equipamento no qual se deseja avaliar as tensões. O material utilizado para colagem possui propriedades de reflexão da luz. A seguir, aplicam-se cargas sobre a estrutura e ilumina-se o material de recobrimento fotoelástico, cuja luz refletida é observada num polariscópio de reflexão. Neste caso, tem-se a chamada fotoelasticidade por reflexão. As informações sobre tensões na estrutura são obtidas com base nas deformações na interface entre o material birrefringente e o material da estrutura. Na Figura 2.10 é mostrada uma estrutura revestida de material fotoelástico e visualizada por um polariscópio de reflexão.



**Figura 2.10 – Estrutura revestida com material fotoelástico.**

## **2.6 *Materiais para fotoelasticidade***

As propriedades desejáveis de um material fotoelástico diferem, de acordo com a natureza dos dados a serem obtidos e os procedimentos e técnicas empregados. Para a obtenção de padrões de isocromáticas (e conseqüentemente os valores de ordem de franja), que é o tipo de operação mais utilizada em fotoelasticidade, o coeficiente óptico de tensões deve ser o mais alto possível. Por outro lado, deve-se assegurar que a forma do modelo, quando deformado pelo carregamento, não irá diferir significativamente da forma do protótipo em estudo. Para isto, o módulo de elasticidade deve ser, também, o mais alto possível. Combinando-se estes dois requisitos, o mérito relativo de materiais fotoelásticos pode ser comparado utilizando-se uma grandeza conhecida como Figura de Mérito  $Q$ , definida como a razão entre o módulo de elasticidade,  $E$ , e o Fator de Franja do material

$$Q = \frac{E}{f} \quad (8)$$

A Figura de Mérito deve ser a mais alta possível e deve permanecer constante com a carga e durante o tempo de carregamento e, também, em toda a faixa de temperatura durante o ensaio fotoelástico. Adicionalmente, os materiais devem apresentar uma relação linear entre tensão e deformação e devem ser livres de fluência.

Por outro lado, muitos materiais apresentam tensões resultantes do processo de fabricação ou usinagem. Estas tensões devem ser eliminadas por tratamentos térmicos adequados.

Os materiais plásticos também estão sujeitos a efeito de tempo-borda. Este fenômeno, normalmente, ocorre em razão da evaporação ou absorção de água que causam mudanças de volume e resulta em tensões de tração ou compressão nas áreas vizinhas às bordas do modelo. Assim, os efeitos ópticos produzidos se superpõe aos causados pelo carregamento imposto e distorcem o padrão de franjas, especialmente perto da borda. A Tabela 2.1 mostra as principais características de alguns materiais fotoelásticos mais utilizados.

**Tabela 2.1 – Características de alguns materiais fotoelásticos (Kobayashi, 1993).**

Material	Fator de Franja [kN/m/franja]	Módulo de Elasticidade [MPa]	Coefficiente de Poisson	Figura de Mérito, Q (Equação 8)
Vidro	-300 a +400			
Plexiglas	-130	2.800	0,38	
Celulóide	30 - 300	2.200	0,33	7,3 - 73
Epoxi	11	3.300	0,37	300
Policarbonato	7	2.600	0,28	371
Poliuretano	0,2	3	0,46	15
Gelatina	0,09	0,3	0,5	3,3

## 2.7 Fototermoelasticidade: métodos e materiais

Tensões térmicas, tanto em regime de transiente quanto em regime estacionário, podem ser determinadas por meio de métodos fotoelásticos, uma vez que as tensões térmicas geradas pela distribuição de temperatura nos modelos fotoelásticos ocasionam, por sua vez, os fenômenos de birrefringência.

Quando um corpo é submetido a uma mudança de temperatura uniforme, mas é livre para se expandir, ele apresenta uma deformação térmica. Se o coeficiente de expansão térmica do material,  $\alpha$ , é constante na faixa de temperatura  $T_1$  a  $T_2$ , a deformação térmica,  $\varepsilon_t$ , é dada por

$$\varepsilon_t = \alpha(T_1 - T_2) = \alpha(\Delta T) \quad (9)$$

sendo  $\Delta T$  a diferença de temperatura  $T_1 - T_2$ .

Se, por outro lado, o corpo sofre alguma restrição de maneira que não possa se expandir, são induzidas tensões térmicas. Estas tensões são proporcionais ao coeficiente de expansão térmica,  $\alpha$ , ao módulo de elasticidade,  $E$ , e à variação da temperatura  $\Delta T$ . Para uma restrição uniaxial, a tensão é dada por

$$\sigma_t = E\alpha(\Delta T) \quad (10)$$

Se a restrição é biaxial, a tensão térmica é

$$\sigma_t = \frac{\alpha E(\Delta T)}{(1-\nu)} \quad (11)$$

sendo  $\nu$  o coeficiente de Poisson do material. Observando-se que esta equação é válida para o estado plano de tensões.

Uma vez que as restrições não são absolutamente rígidas, as tensões são reduzidas por um fator  $C_r$ , conhecido como coeficiente de restrição. Assim,

$$\sigma_t = C_r E \alpha(\Delta T) \text{ com } C_r < 1 \quad (12)$$

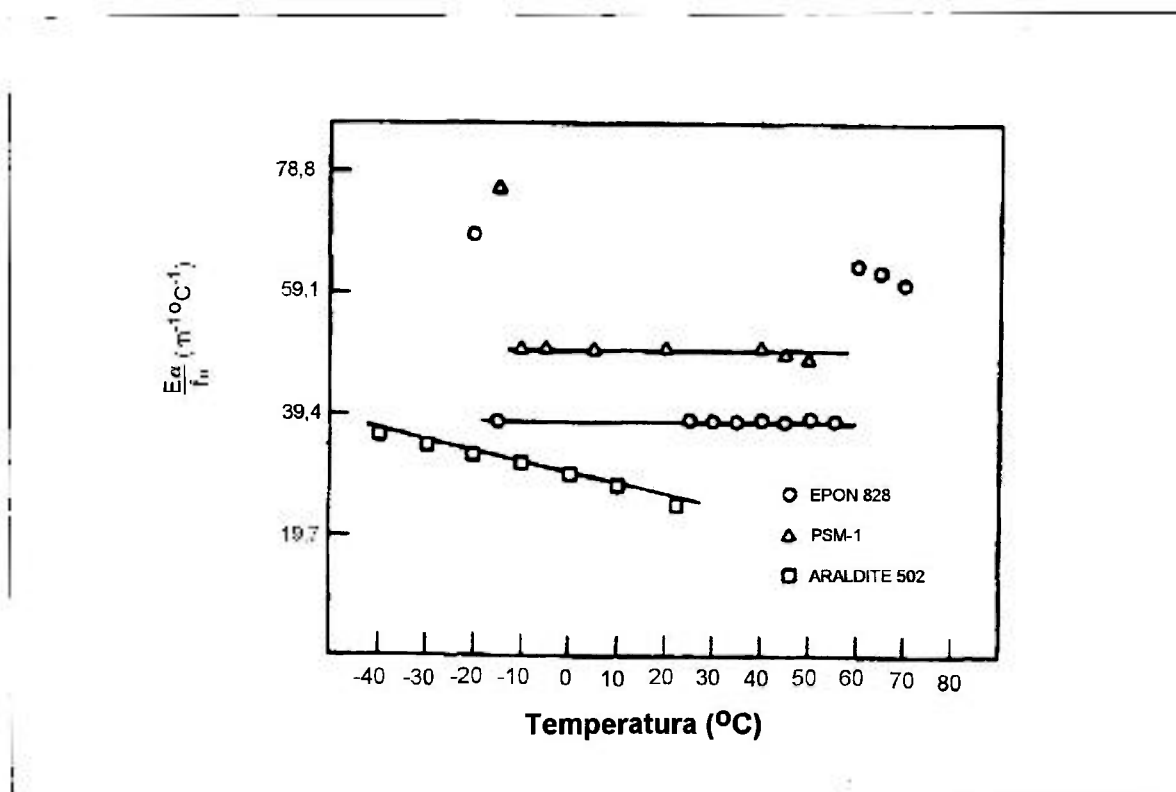
Tensões térmicas em regime de transiente acontecem quando a ocorrem variações na temperatura em uma região ou em uma parte de uma superfície. As tensões resultantes variam com o tempo enquanto a temperatura ajusta-se às novas condições de equilíbrio. Tanto a magnitude quanto a distribuição das tensões térmicas dependem de quão “rápida” seja a variação de temperatura na superfície.

Para a determinação de tensões térmicas por meio da fotoelasticidade, técnica que alguns autores (Trampusch e Gerard, 1961; Matsumoto et al., 1972; Burger, 1972; Rothstein e Kirkwood, 1964) chamam de fototermoelasticidade, a escolha dos materiais fotoelásticos deve ser mais cuidadosa e criteriosa do que nas aplicações convencionais. Este cuidado se deve, especialmente, ao fato de que as propriedades dos materiais fotoelásticos devem exibir comportamento semelhante às dos materiais dos protótipos estudados. Miskioglu et al. (1981), descrevem uma série de experimentos, nos quais qualificam alguns materiais para o uso em fototermoelasticidade. Neste trabalho, que passou ser referência para um grande número de autores, foram determinadas os valores do módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, Fator de Franja, coeficiente de expansão térmica, calor específico e condutividade térmica em função da temperatura, para três tipos de materiais fotoelásticos. O primeiro, uma resina epóxi endurecida com anidrido ftálico e curada a quente (Epon 828), o segundo, também uma resina epóxi curada à temperatura ambiente (Araldite 502) e o terceiro um policarbonato (PSM-1).

Para se comparar os materiais, estabeleceu-se, a exemplo da fotoelasticidade convencional, um fator denominado Figura de Mérito para Fototermoelasticidade,  $Q_t$ , dado por

$$Q_t = \frac{E\alpha}{f} \quad (13)$$

A Figura 2.11 reproduz os resultados obtidos por Miskioglu et al (1981). Pode-se observar que o policarbonato PSM-1 e a resina Epon 828 são adequadas para a utilização em análises de tensões térmicas na faixa que vai de  $-10$  a  $60$  °C. Deve-se ressaltar que as outras propriedades estudadas devem, também, ser levadas em conta quando do planejamento e da execução do experimento fotoelástico.



**Figura 2.11 - Figura de Mérito para fototermoelasticidade,  $Q_t$ , para resina epóxi Epon 828, resina epóxi Araldite 502 e polícarbonato PSM-1 (Miskioglu et al, 1981).**

## 2.8 Aplicação da fotoelasticidade em Mecânica de Fratura

### 2.8.1 Introdução

Na aplicação da Mecânica de Fratura em análises estruturais, é necessário a determinação do parâmetro de fratura adequado, como por exemplo o Fator de Intensidade de Tensões. Em alguns componentes de geometria simples, o Fator de Intensidade de Tensões pode ser determinado tomando-se por base os dados disponíveis em diversos manuais e catálogos. Para estruturas e componentes mais complexos, se torna necessário a utilização de análise por elementos finitos ou métodos experimentais, ou ainda, a combinação de ambos.

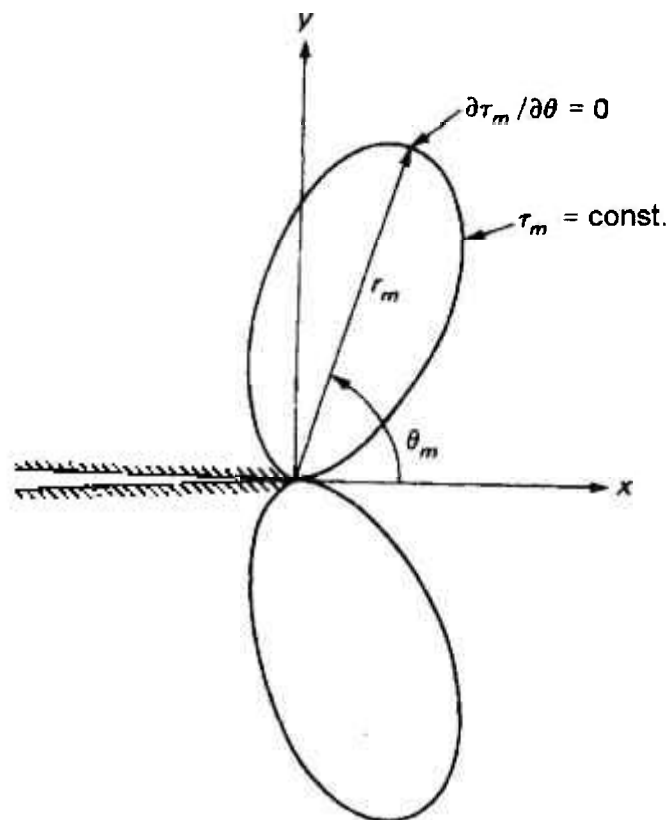
Os métodos ópticos, dentre eles a fotoelasticidade, são particularmente adequados para a determinação do Fator de Intensidade de Tensões em configurações geométricas complexas (Soares, 1997; Dally e Riley, 1991).

Dally e Riley, 1991 atribuem a Post, 1954 e Wells e Post, 1957 as primeiras aplicações da fotoelasticidade em estudos de Mecânica de Fratura. Uma vez que estes estudos eram muito mais qualitativos do que quantitativos, Irwin desenvolveu um método quantitativo que relaciona as características geométricas das franjas isocromáticas na ponta da trinca com o Fator de Intensidade de Tensões. Observou, também, que a inclinação das franjas era devida a uma tensão constante,  $\sigma_{0x}$ , aplicada na direção paralela ao plano da trinca. Uma vez que este parâmetro foi também quantificado, o método de Irwin é conhecido como um método de dois parâmetros. Vários outros pesquisadores (Bradley e Kobayashi, 1970; Schroedel e Smith, 1973; Etheridge e Dally, 1977) desenvolveram o método de Irwin, com a finalidade de dar-lhe maior precisão.

Dally e Riley, 1991, apresentam um método de vários parâmetros (no caso, seis parâmetros), no qual, um conjunto de dados, selecionados na região próxima da ponta da trinca, é ajustado pelo método dos mínimos quadrados a uma expressão de tensões de cisalhamento máximas, com base nas equações de campo próximo modificadas (Soares, 1997).

### 2.8.2 Método de Irwin

Irwin desenvolveu uma relação entre o Fator de Intensidade de Tensões, em carregamento de abertura, e as características das franjas isocromáticas próximas à ponta da trinca (Figura 2.12).



**Figura 2.12 – Características geométricas de uma isocromática na ponta de uma trinca (Dally e Riley, 1991).**

Baseado em observações experimentais, propôs a modificação nas equações de Westergaard (Dally e Riley, 1991), com a introdução de uma constante de tensão  $\sigma_{0x}$ . Desta maneira, o campo de tensões próximo à ponta da trinca passaria a ser expresso pelas equações:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \sigma_{0x} \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \sigma_{0x} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\end{aligned}\quad (14)$$

sendo  $\sigma_{0x} = \sigma_{yy}^{\infty} - \sigma_{xx}^{\infty}$ , sendo  $\sigma_{yy}^{\infty}$  a tensão remota aplicada na direção do eixo  $y$  e  $\sigma_{xx}^{\infty}$  a tensão remota aplicada na direção do eixo  $x$ .

A tensão de cisalhamento máxima pode ser expressa em função das componentes de tensões, sendo dada por

$$(2\tau_m)^2 = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx})^2 + (2\tau_{xy})^2 \quad (15)$$

Das Equações (14) e (15), tem-se que

$$(2\tau_m)^2 = \frac{K_I^2}{2\pi r} \sin^2 \theta + \frac{2\sigma_{0x} K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2} + \sigma_{0x}^2 \quad (16)$$

sendo  $r$  a distância de um dado ponto da isocromática até a origem do sistema de coordenadas e  $\theta$  o ângulo formado pelo eixo de coordenadas  $y$  e a reta que liga um dado ponto da isocromática e a origem (Figura 2.12).

Observando-se a geometria da franja isocromática, nota-se que

$$\frac{\partial \tau_m}{\partial \theta} = 0 \quad (17)$$

na posição extrema da franja, na qual  $r = r_m$  e  $\theta = \theta_m$ . Diferenciando a Equação (16) em relação a  $\theta$  e utilizando a Equação (17) tem-se

$$\sigma_{II,III} = \frac{-K_I}{\sqrt{2\pi r_m}} \left[ \frac{\sin \theta_m \cos \theta_m}{\cos \theta_m \sin(3\theta/2) + \frac{3}{2} \sin \theta_m \cos(3\theta/2)} \right] \quad (18)$$

Combinando a Equação (18) com a Equação (16) obtêm-se a expressão para  $\sigma_{ox}$

$$\sigma_{ox} = \frac{-2\tau_m \cos \theta_m}{\cos(3\theta_m/2) \left[ \cos^2 \theta_m + \frac{9}{4} \sin^2 \theta_m \right]^{1/2}} \quad (19)$$

Substituindo-se a Equação (19) na Equação (16) obtêm-se a equação para Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$

$$K_I = \frac{2\tau_m \sqrt{2\pi r_m}}{\sin \theta_m} \left[ 1 + \left( \frac{2}{3 \tan \theta_m} \right)^2 \right]^{1/2} \left[ 1 + \frac{2 \tan(3\theta_m/2)}{3 \tan \theta_m} \right] \quad (20)$$

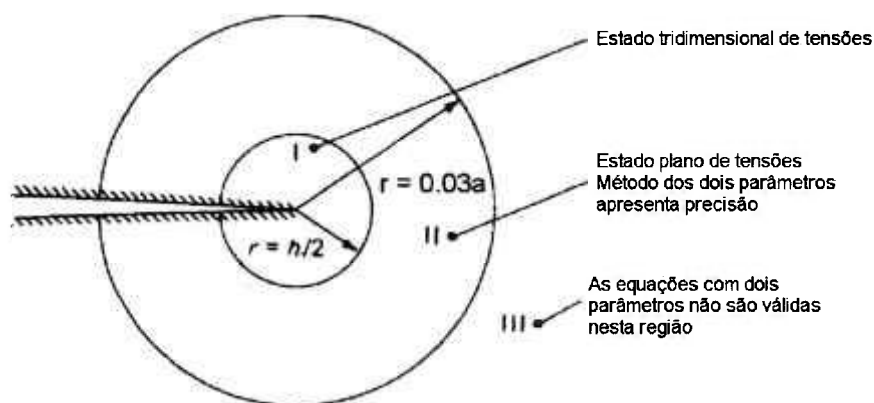
O termo  $\tau_m$  na Equação (20) é determinado tomando-se por base os dados fornecidos pelas franjas isocromáticas uma vez que a tensão máxima de cisalhamento é dada por

$$\tau_m = \frac{Nf}{2h} \quad (21)$$

### 2.8.3 Métodos de vários parâmetros para determinação de $K_I$

Para a utilização dos métodos de dois parâmetros, como o de Irwin, é necessário que os dados utilizados estejam bem próximos à ponta da trinca limitados à região com  $r_m/a < 0.03$ , somente na qual a Equação (14) é válida. Existem duas dificuldades associadas a esta restrição. A primeira é que para a região  $r/h < 0.5$  ocorre o estado tridimensional de tensões e as hipóteses de estado plano utilizadas nas Equações (14) e (16) não são válidas. Para se evitar os erros

decorrentes desta situação, a desigualdade  $0.03a > r_m > h/2$  deve ser satisfeita. O conceito de região válida para os métodos de dois parâmetros é mostrado, de forma esquemática, na Figura 2.13.



**Figura 2.13 – Conceito das três regiões perto da ponta da trinca (Dally e Riley, 1991).**

A segunda dificuldade está relacionada à medição das coordenadas de posição,  $r_i$  e  $\theta_i$ , relativas a cada ponto sobre a franja isocromática. Tanto a largura da franja quanto a definição pouco precisa da origem acarretam em erros significativos.

Para contornar estas dificuldades, é utilizada uma representação de ordem superior e a Equação (14) é substituída por

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= A_0 r^{-1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + 2B_0 + A_1 r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\
&\quad - 2B_1 r \cos \theta - A_2 r^{3/2} \left( \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{3}{2} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} \right) + 2B_2 r^2 (-\sin^2 \theta + \cos 2\theta) \\
\sigma_{yy} &= A_0 r^{-1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + A_1 r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\
&\quad + A_2 r^{3/2} \left( \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{3}{2} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} \right) + 2B_2 r^2 \sin^2 \theta \\
\tau_{xy} &= A_0 r^{-1/2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} - A_1 r^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} - 2B_1 r \sin \theta \\
&\quad - 3A_2 r^{3/2} \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} - 2B_2 r^2 \sin \theta
\end{aligned} \tag{22}$$

Os coeficientes  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_0$ ,  $B_1$  e  $B_2$  são incógnitos e deverão ser determinados. O Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ , pode ser obtido com base nos do valores  $A_0$  e  $\sigma_x$ , que por sua vez são obtidos por meio de  $B_0$ .

$$K_I = \sqrt{2\pi} A_0 \tag{23}$$

$$\sigma_{0x} = -2B_0 \tag{24}$$

Os outros coeficientes somente são incluídos para aumentar a precisão do cálculo de  $K_I$ . Substituindo a Equação (22) nas Equações (15) e (23) tem-se

$$\left( \frac{Nf}{2h} \right)^2 = \left( \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 - D^2 + T^2 \tag{25}$$

sendo

$$\begin{aligned}
D &= \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} = \sum_{n=0}^2 \left( n - \frac{1}{2} \right) A_n r^{n-1/2} \sin \theta \sin \left( n - \frac{3}{2} \right) \theta \\
&\quad + \sum_{m=0}^2 B_m r^m [m \sin \theta \sin(m\theta) + \cos(m\theta)]
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
r' = r_{,\gamma} = & - \sum_{n=0}^2 \left( n - \frac{1}{2} \right) A_n r^{n-1/2} \operatorname{sen} \theta \cos \left( n - \frac{3}{2} \right) \theta \\
& - \sum_{m=0}^2 B_m r^m [m \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen}(m\theta) + \cos(m\theta)]
\end{aligned} \tag{27}$$

#### 2.8.4 Método superdeterminístico de Dally

Entretanto, a Equação (25) não é linear e os métodos matriciais associados à álgebra linear não podem ser aplicados. Para solucioná-la, podem ser utilizados métodos iterativos para se buscar a solução do problema. Um destes métodos é o Método Superdeterminístico (*Overdeterministic*) de Dally (Dally e Riley, 1991). A utilização de um grande número de dados (maior do que o número de incógnitas) leva a um conjunto de relações superdeterminísticas com a forma da Equação (25). Uma solução baseada no método dos mínimos quadrados é uma alternativa para resolver este problema.

A solução é obtida definindo-se uma função  $g$ , baseada na Equação (25)

$$g_k = D_k^2 + T_k^2 - \left( \frac{N_k f_\sigma}{2h} \right)^2 = 0 \tag{28}$$

na qual o subscrito  $k$  indica que o valor de  $g$  é avaliado no ponto  $(r_k, \theta_k)$  na isocromática de ordem  $N_k$ , situada na zona II da Figura 2.13. Uma vez que tanto  $D_k$  quanto  $T_k$  dependem de  $A_n$  e  $B_m$ , ao se introduzir os valores corretos destas constantes na Equação (28), o valor de  $g_k$  será igual a zero para todos os valores de  $k$ . Por meio de um processo iterativo, atribui-se valores iniciais para os coeficientes. Como estes valores não são corretos,  $g_k$  será diferente de zero. O processo de correção se dá de maneira iterativa expandindo-se  $g_k$  em séries de Taylor

$$g_k^{i+1} = g_k^i + \frac{\partial g_k^i}{\partial A_0} \Delta A_0 + \frac{\partial g_k^i}{\partial A_1} \Delta A_1 + \dots + \frac{\partial g_k^i}{\partial B_0} \Delta B_0 + \frac{\partial g_k^i}{\partial B_1} \Delta B_1 + \dots \tag{29}$$

Uma vez que  $g_k = 0$  (Equação (28))

$$-g_k' = \frac{\partial g_k'}{\partial A_0} \Delta A_0 + \frac{\partial g_k'}{\partial A_1} \Delta A_1 + \dots + \frac{\partial g_k'}{\partial B_0} \Delta B_0 + \frac{\partial g_k'}{\partial B_1} \Delta B_1 + \dots \quad (30)$$

Na forma matricial tem-se

$$[\mathbf{g}] = [\mathbf{c}][\Delta] \quad (31)$$

sendo

$$[\mathbf{g}] = \begin{bmatrix} -g_1 \\ -g_2 \\ \vdots \\ -g_L \end{bmatrix} \quad [\Delta] = \begin{bmatrix} \Delta A_0 \\ \vdots \\ \Delta A_N \\ \Delta B_0 \\ \vdots \\ \Delta B_M \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad [\mathbf{c}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial A_0} & \frac{\partial g_1}{\partial A_N} & \frac{\partial g_1}{\partial B_0} & \frac{\partial g_1}{\partial B_M} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial g_L}{\partial A_0} & \frac{\partial g_L}{\partial A_N} & \frac{\partial g_L}{\partial B_0} & \frac{\partial g_L}{\partial B_M} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$L$  é o número total de pontos amostrados e  $N$  e  $M$  são os limites superiores de truncamento das séries. Normalmente é suficiente fazer  $N = M = 2$  para se obter uma série com seis termos com  $L = 5(N+M+2)$  pontos amostrados. As derivadas parciais são obtidas com base na Equação (28)

$$\frac{\partial g_k}{\partial A_n} = 2D_k \frac{\partial D_k}{\partial A_n} + 2T_k \frac{\partial T_k}{\partial A_n} \quad (33)$$

O sistema mostrado pela Equação (31) é resolvido pelo método dos mínimos quadrados, multiplicando-se ambos os lados da equação pela transposta da matriz  $[\mathbf{c}]$ , resultando

$$[\mathbf{c}]^T [\mathbf{g}] = [\mathbf{c}]^T [\mathbf{c}] [\Delta] \quad (34)$$

Definindo  $[\mathbf{a}] = [\mathbf{c}]^T [\mathbf{c}]$ , tem-se

$$[\Delta] = [\mathbf{a}]^{-1} [\mathbf{c}]^T [\mathbf{g}] \quad (35)$$

O processo iterativo para a obtenção dos coeficientes  $A_n$  e  $B_m$  é o seguinte:

1. Seleciona-se, com base no padrão de franjas isocromáticas, na zona II, "L" pontos significativos para a representação destas franjas. Registra-se, para cada ponto, o conjunto de dados  $(r_k, \theta_k, N_k)$  para cada um dos L pontos.
2. Assume-se valores iniciais para os coeficientes  $A_0, A_1, \dots, A_N, \dots, B_0, B_1, \dots, B_M$ . O algoritmo não é sensível aos valores adotados inicialmente.
3. Calcula-se os elementos que constituem as matrizes [c] e [g].
4. Soluciona-se a Equação (35) e corrige-se as estimativas para as constantes desconhecidas, utilizando-se a expressão

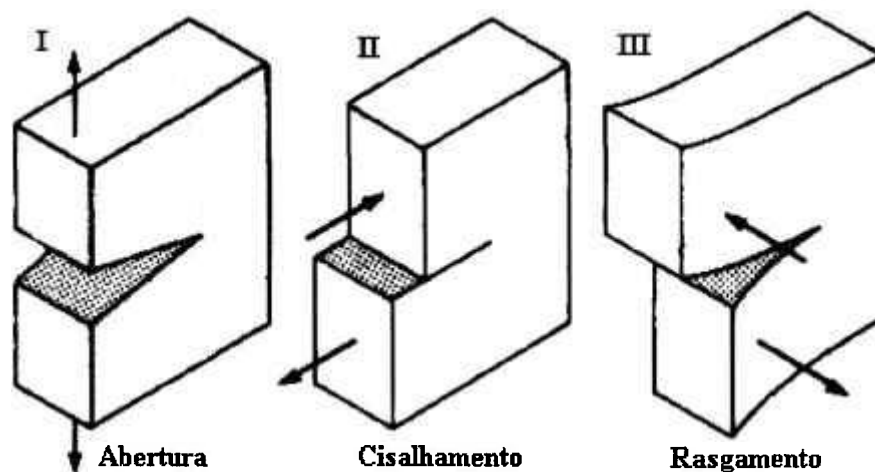
$$\begin{aligned}
 A_0^{L+1} &= A_0^L + \Delta A_0 \\
 &\vdots \\
 A_N^{i+1} &= A_N^i + \Delta A_N \\
 B_0^{L+1} &= B_0^L + \Delta B_0 \\
 &\vdots \\
 B_M^{i+1} &= B_M^i + \Delta B_M
 \end{aligned}$$

5. Repete-se os passos 3 e 4 até que os incrementos  $\Delta A_0, \dots, \Delta B_M$  se tornem suficientemente pequenos. A convergência é rápida e normalmente, atingem-se bons resultados com menos de 10 iterações.
6. Determina-se  $K_I$  por meio da Equação (23).

## **2.9 Modos de carregamento de uma trinca e Fator de Intensidade de Tensões**

Uma trinca pode estar sujeita a três tipos ou modos de carregamentos: carregamento por abertura, por cisalhamento e por rasgamento. Os respectivos Fatores de Intensidade de Tensões são denominados  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ . Em geral, na prática, do ponto de vista da Mecânica de Fratura, o modo de abertura é o mais

crítico. Na Figura 2.14, são ilustrados esses três tipos de modos isolados de carregamento de uma trinca.



**Figura 2.14 - Modos de carregamentos de uma trinca com base nos quais são definidos os Fatores  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$  (Dood e Bai, 1987).**

Quando pode ser admitido um comportamento elástico-linear para o material (efeitos de plasticidade confinados à vizinhança imediata da ponta da trinca), pode-se usar o Fator de Intensidade de Tensão  $K$ , fornecido pela Mecânica de Fratura Linear Elástica, para avaliar a segurança contra fratura para estruturas contendo trincas.

Na Figura 2.15, são mostrados os sistemas de coordenadas cartesianas e cilíndricas, localizados na ponta da trinca e que são usados nos desenvolvimentos teóricos. Tendo por base o sistema cartesiano, define-se a seguir os modos de carregamento em função da existência ou não de tensões nas faces dos elementos de tensões.

$$\sigma_x = 0, \sigma_y \neq 0, \sigma_z \neq 0, \tau_{xy} = 0 \quad (\text{modo I}) \quad (36)$$

$$\sigma_y = 0, \tau_{xy} \neq 0 \quad (\text{modo II}) \quad (37)$$

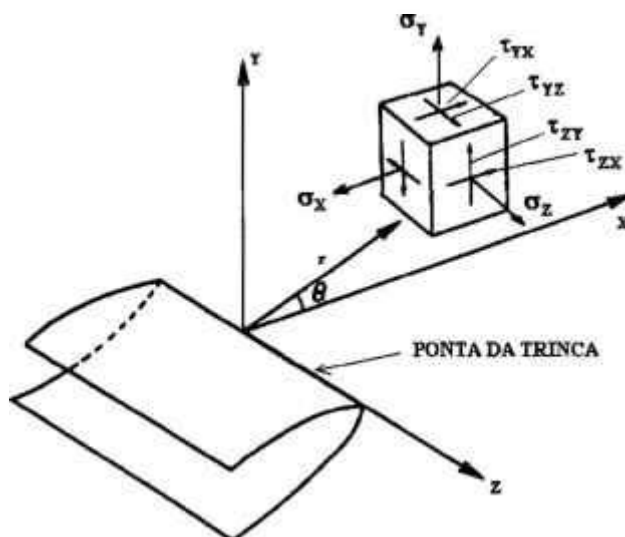
$$\sigma_x = 0, \tau_{xx} \neq 0, \tau_{xy} \neq 0 \quad (\text{modo III}) \quad (38)$$

O campo de tensões na ponta de uma trinca pode ser tratado como uma combinação dos três tipos básicos de campos de tensões definidos (modos I, II e III).

Tendo por base o sistema de coordenadas mostrado na Figura 2.15, define-se  $K_I$  pela expressão

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_y \sqrt{2\pi r} \quad (39)$$

na condição de  $\theta$  igual a zero (Irwin e De Wit, 1993).

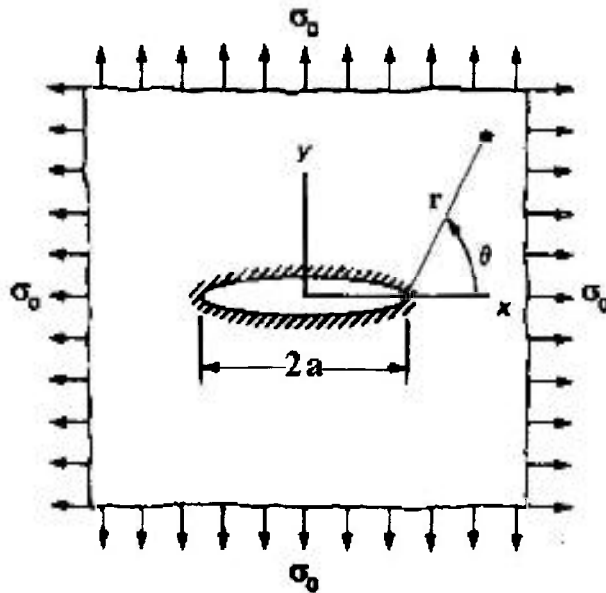


**Figura 2.15 - Sistema de coordenadas cartesianas e cilíndricas na ponta de uma trinca (Dood e Bai, 1987).**

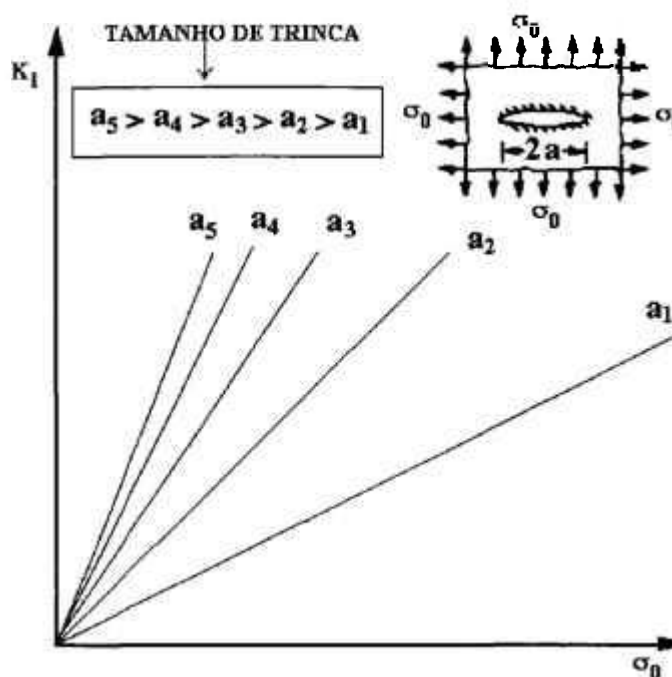
Para uma placa infinita com um furo elíptico e carregada com tensões remotas, como indicado na Figura 2.16, demonstra-se que o Fator de Intensidade de Tensões  $K_I$  é dado por

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (40)$$

sendo “a” a dimensão mostrada na Figura 2.16 e  $\sigma_0$  a tensão remota aplicada na placa. Observa-se, assim, que o parâmetro  $K_I$  engloba o carregamento aplicado na estrutura e a geometria do defeito, no caso a dimensão “a” da trinca. Da equação (40), conclui-se que o Fator de Intensidade de Tensões  $K_I$  varia linearmente com a tensão aplicada  $\sigma_0$  e com a raiz quadrada do tamanho de trinca. Na Figura 2.17, para uma mesma situação de carregamento e de posição da trinca, são ilustrados os valores de  $K_I$  em função de  $\sigma_0$  para diferentes tamanhos de trinca ( $a_i$ ). Como unidades típicas de  $K_I$  têm-se  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  e  $\text{psi}\cdot\text{in}^{1/2}$ .



**Figura 2.16 - Placa infinita com carregamento nas direções x e y e sistema de coordenadas (Dally e Riley, 1991).**



**Figura 2.17 - Variação de  $K_I$  em função de  $\sigma_0$ , para diferentes tamanhos de trinca (Soares, 1997).**

### 2.10 Teoria de modelos e similaridade

O termo modelo é largamente utilizado em diferentes contextos. Nos problemas de engenharia, o termo modelo pode ser assim definido: *Modelo é a representação de um sistema físico que é utilizado para prever o comportamento do sistema em alguns aspectos desejados* (Kobayashi, 1993). O sistema físico para o qual se deseja realizar as previsões é denominado protótipo.

Os modelos de engenharia podem ser divididos em duas grandes categorias: modelos físicos e modelos matemáticos. Os modelos físicos se assemelham aos protótipos no que diz respeito à aparência mas são, normalmente, diferentes no tamanho, podem ser construídos de materiais diferentes e freqüentemente operam sob cargas, temperaturas, etc. diferentes do protótipo. Os modelos matemáticos são constituídos por uma ou mais equações que descrevem o sistema em estudo. As equações são baseadas em princípios e leis básicas e, normalmente, supõe simplificações. O número de suposições pode ser reduzido, quando se utiliza modelos físicos, uma vez que representam o fenômeno a ser estudado em uma

escala diferente da original. Problemas bastante complexos podem ser estudados com a ajuda dos modelos físicos. Dentre eles pode-se citar os projetos de engenharia envolvendo estruturas, aviação, navios, poluição do ar e da água, rios, portos, etc (Kobayashi, 1993). Normalmente, o modelo é menor do que o protótipo, e desta forma menos dispendioso e mais fácil de ser estudado em laboratório. Uma outra vantagem adicional dos modelos físicos e que, se necessário, o modelo pode sofrer testes destrutivos, o que poderia ser impraticável de ser realizado com o protótipo.

A teoria de modelos é desenvolvida com base nos princípios da análise dimensional e largamente divulgada na literatura (Duncan, 1953; Szucs, 1980; Sabnis et al., 1983; Kobayashi, 1993).

Uma vez que a maior parte dos estudos de fotoelasticidade são realizados em modelos, existe, também, uma grande quantidade de livros e artigos a respeito. Dentre eles deve-se destacar os artigos de Young, 1971 e Mueller, 1978 que abordam o modelamento físico e matemático de uma maneira geral e o artigo de Monch, 1964 que trata de similaridade e teoria de modelos em experimentos fotoelásticos. Particularmente importantes para os estudos apresentados no presente trabalho, são os trabalhos de Hovanesian e Kowalski, 1967 a respeito da similaridade em termoelasticidade e a série de trabalhos de Burger, o primeiro, de 1969, descrevendo um método generalizado para estudos fotoelásticos em condições de transientes de tensões térmicas, o segundo, de 1975, sobre modelamento térmico e por último, publicado em 1976, o que apresenta modelamento fotoelástico de tensões causadas por choque térmico.

No caso dos experimentos envolvendo tensões térmicas, os fatores envolvidos são diferentes dos que ocorrem em testes isotérmicos. Assim, além das propriedades dos materiais e de transferência de calor, para se estabelecer as condições de escala, é necessário se levar em conta geometria, temperatura e taxa de aquecimento. Para estados planos de deformações, a relação de tensões entre protótipo e modelo é dada por

$$\frac{\sigma_P}{\sigma_M} = \left( \frac{E_P \alpha_P (1 - \nu_M)}{E_M \alpha_M (1 - \nu_P)} \right) \frac{\Delta T_P}{\Delta T_M} \quad (41)$$

na qual os índices  $M$  e  $P$  indicam modelo e protótipo, respectivamente.

De maneira análoga, a razão de tempo,  $\tau$ , para que um determinado perfil de temperatura se desenvolva na estrutura real, em relação ao modelo é

$$\tau = \frac{t_P}{t_M} = \left( \frac{k_M C_P \rho_P}{k_P C_M \rho_M} \right) \left( \frac{L_P}{L_M} \right)^2 = \frac{\beta_M}{\beta_P} \left( \frac{L_P}{L_M} \right)^2 \quad (42)$$

na qual

$C$  = calor específico

$\rho$  = densidade

$k$  = condutividade térmica

$L_P/L_M$  = escala geométrica do modelo

$\beta = k/\rho C$  = difusividade térmica

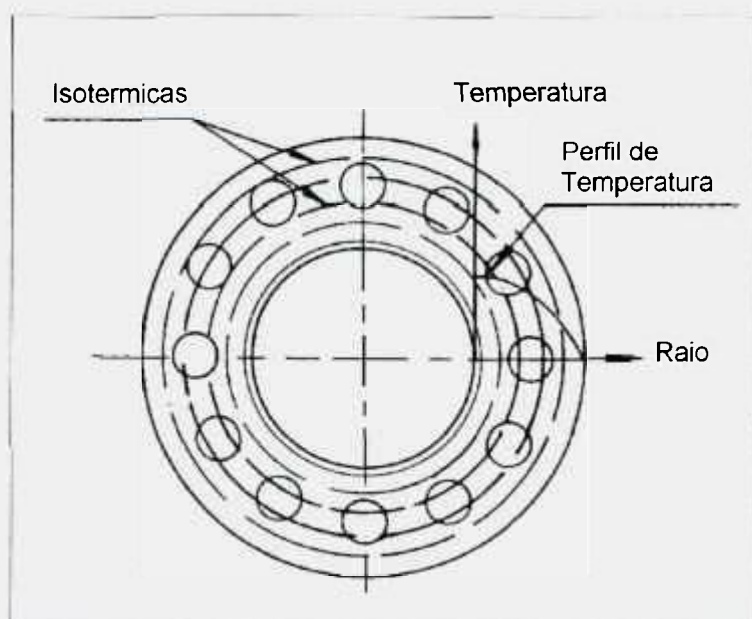
Valores típicos de  $\beta$  para o aço são da ordem de 500 cm<sup>2</sup>/h e para resinas epóxi 6 cm<sup>2</sup>/h. Tomando-se por base estes valores, um modelo de plástico e um protótipo de aço, em escala 1:1, teriam a relação  $\tau$  de cerca de 0,01. Isto quer dizer que um evento ocorrerá no modelo em um tempo 100 vezes maior do que no protótipo de aço.

## **2.11 Aplicação da fotoelasticidade a estudos de carregamentos térmicos e a determinações do Fator de Intensidade de Tensões**

Nesta seção, são apresentados alguns experimentos que ilustram a aplicação da fotoelasticidade. Os três primeiros trabalhos mostram a aplicação da fotoelasticidade em análises das tensões devidas a carregamentos térmicos. Nos outros dois exemplos, são apresentadas aplicações da fotoelasticidade na determinação do Fator de Intensidade de Tensões. São mostradas, em especial, as técnicas experimentais utilizadas. Além dos exemplos que são apresentados a seguir, cabe destacar o artigo de Burger, 1975, no qual ele faz uma revisão das principais técnicas experimentais utilizadas em modelamento térmico. Nele, o autor descreve técnicas de construção de modelos fotoelásticos, de medições de temperatura, de aplicação dos carregamentos térmicos e faz considerações a respeito das relações de similaridade específicas a este tipo de estudo. Este artigo é referenciado por vários outros autores.

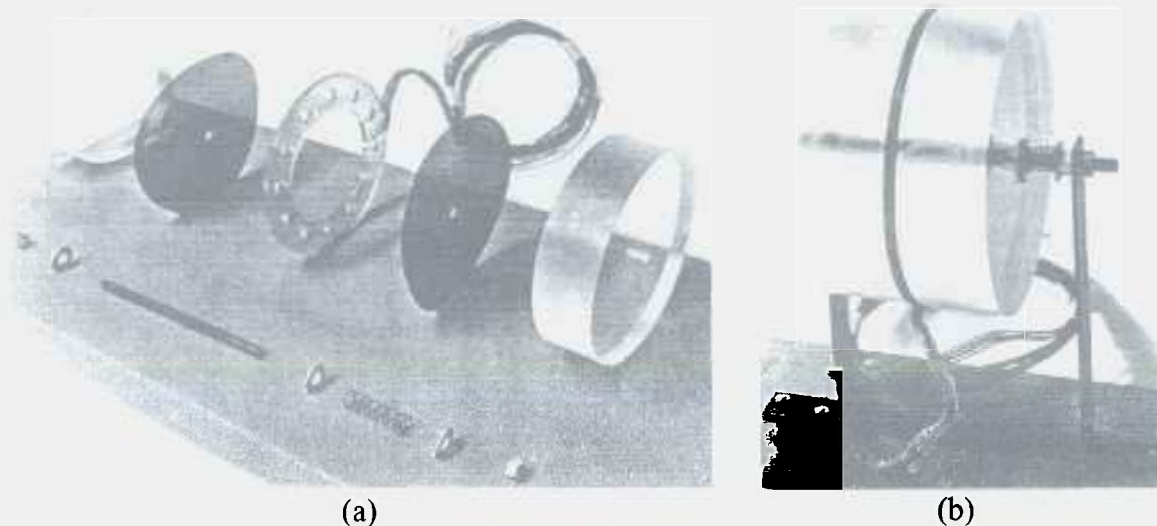
### **2.11.1 Análise fototermoelástica de tensões em anéis circulares planos multiconectados**

O primeiro dos exemplos é o apresentado por Rothstein e Kirkwood, 1964. Os autores descrevem um experimento, pelo qual são determinadas as tensões térmicas em vários modelos de anéis circulares com furos, submetidos a uma distribuição de temperatura não estacionária, mas uniforme. Estes anéis simulam componentes de um reator que produz um alto fluxo de neutrons em um curto espaço de tempo, induzindo uma grande variação de temperatura nos referidos anéis. A Figura 2.18 mostra um destes anéis com o respectivo perfil de temperatura.



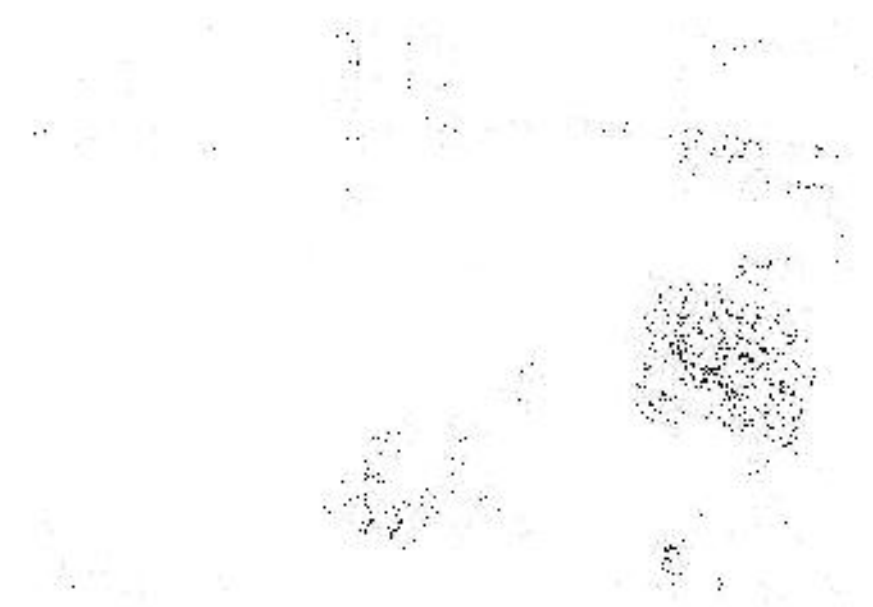
**Figura 2.18 – Anel e o respectivo perfil de temperatura (Rothstein e Kirkwood, 1964).**

Os modelos foram construídos na escala 1:4 e constaram de duas placas de plexiglass, duas placas de Polaroid® (polarizadores circulares) e o modelo fotoelástico, propriamente dito, construído em resina epoxi e com termopares distribuídos no seu interior. A Figura 2.19a mostra o modelo desmontado (vista explodida) e a Figura 2.19b o modelo montado.



**Figura 2.19 – Modelo em (a) vista explodida e (b) depois de montado (Rothstein e Kirkwood, 1964).**

O experimento constou em se resfriar o modelo a  $-17\text{ }^{\circ}\text{C}$  e submergí-lo em uma cuba contendo óleo mantido a  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . O modelo é iluminado com uma fonte de luz e os padrões de franja são fotografados em intervalos de tempo apropriados. A Figura 2.20 apresenta o aparato utilizado para a realização dos ensaios. Os autores testaram quatro tipo de discos com diferentes diâmetros de furos.

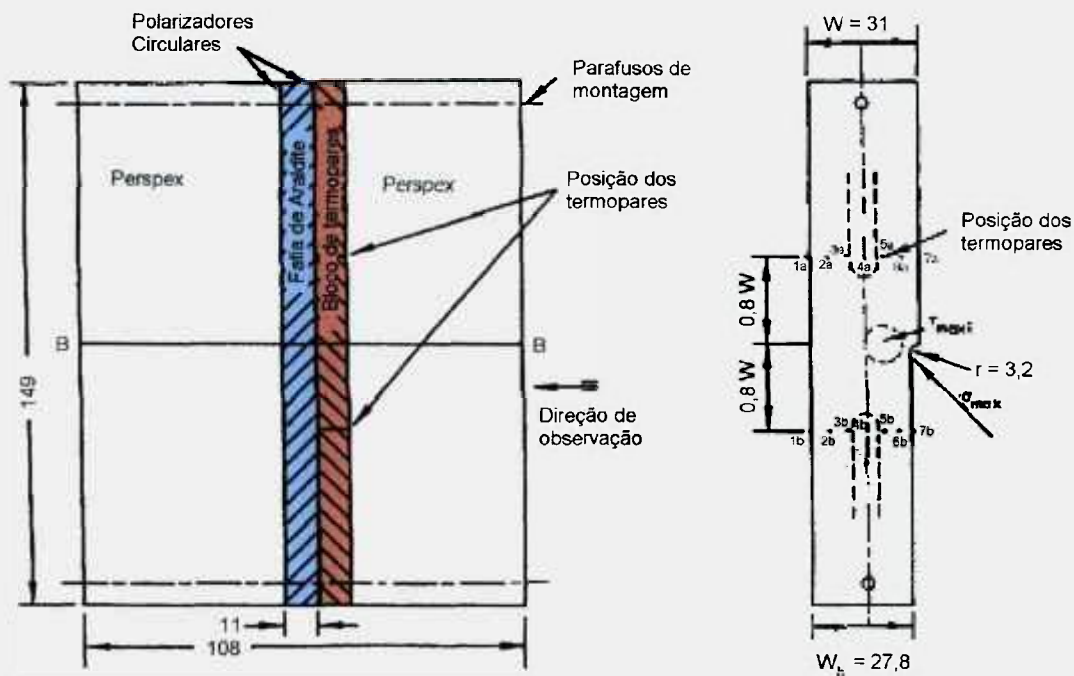


**Figura 2.20 – Montagem utilizada para a realização do experimento (Rothstein e Kirkwood, 1964).**

#### 2.11.2 Estudo fototermoelástico de concentrações de tensões em placa com aquecimento interno

Burger, 1972, apresenta um estudo, no qual apresenta a determinação de tensões de origem térmica em uma placa submetida a variações de temperatura. Para a realização deste experimento, foi construída uma placa de perspex (que é o mesmo plexiglas) com uma fatia de material fotoelástico (resina epoxi) e com uma diferença de espessura. A Figura 2.21a mostra um desenho esquemático desta placa. Este conjunto foi colocado em um tanque de testes, transparente, de maneira a dividir este tanque em dois compartimentos. Fluidos de diferentes temperaturas foram circulados nestes compartimentos entrando em contato com as superfícies livres da placa de teste. A Figura 2.21b apresenta o padrão de franjas

isocromáticas obtido para uma das situações do experimento apresentado pelo autor.



(a)

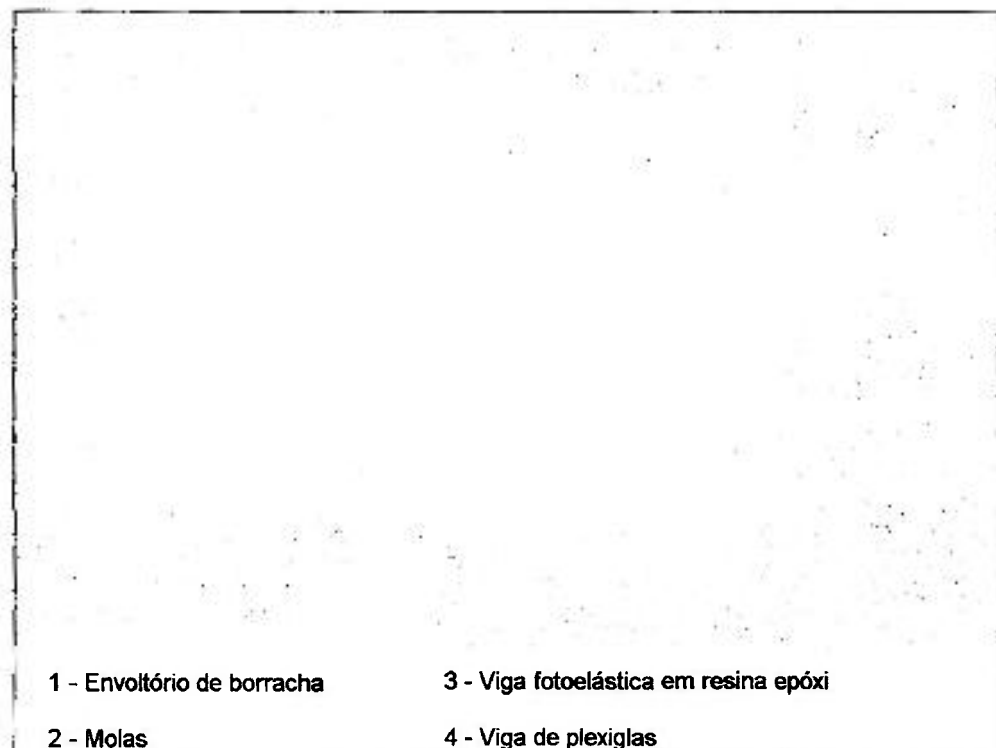


(b)

**Figura 2.21 – (a) Desenho da placa a ser ensaiada com vista lateral e de perfil; (b) detalhe do padrão de franjas obtidos para a máxima diferença de temperatura (Burger, 1972).**

### 2.11.3 Investigação fototermoelástica de tensões de transientes térmicos em nervuras de asas de aviões

Matsumoto et al., 1972, descrevem um experimento de execução bastante complexa, no qual o modelo de uma estrutura de asa de avião é submetido a transientes de temperatura. O modelo, fabricado em plexiglass e resina epoxi (Figura 2.22) é submetido, dentro de uma câmara seca (para evitar condensação), a uma variação brusca de temperatura. Isto é conseguido com a circulação de álcool resfriado a  $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Um diagrama do aparato utilizado e detalhe do desenho do modelo são mostrados na Figura 2.23a e b, respectivamente.



**Figura 2.22 – Modelo construído com plexiglas e resina epóxi (Matsumoto et al., 1972).**

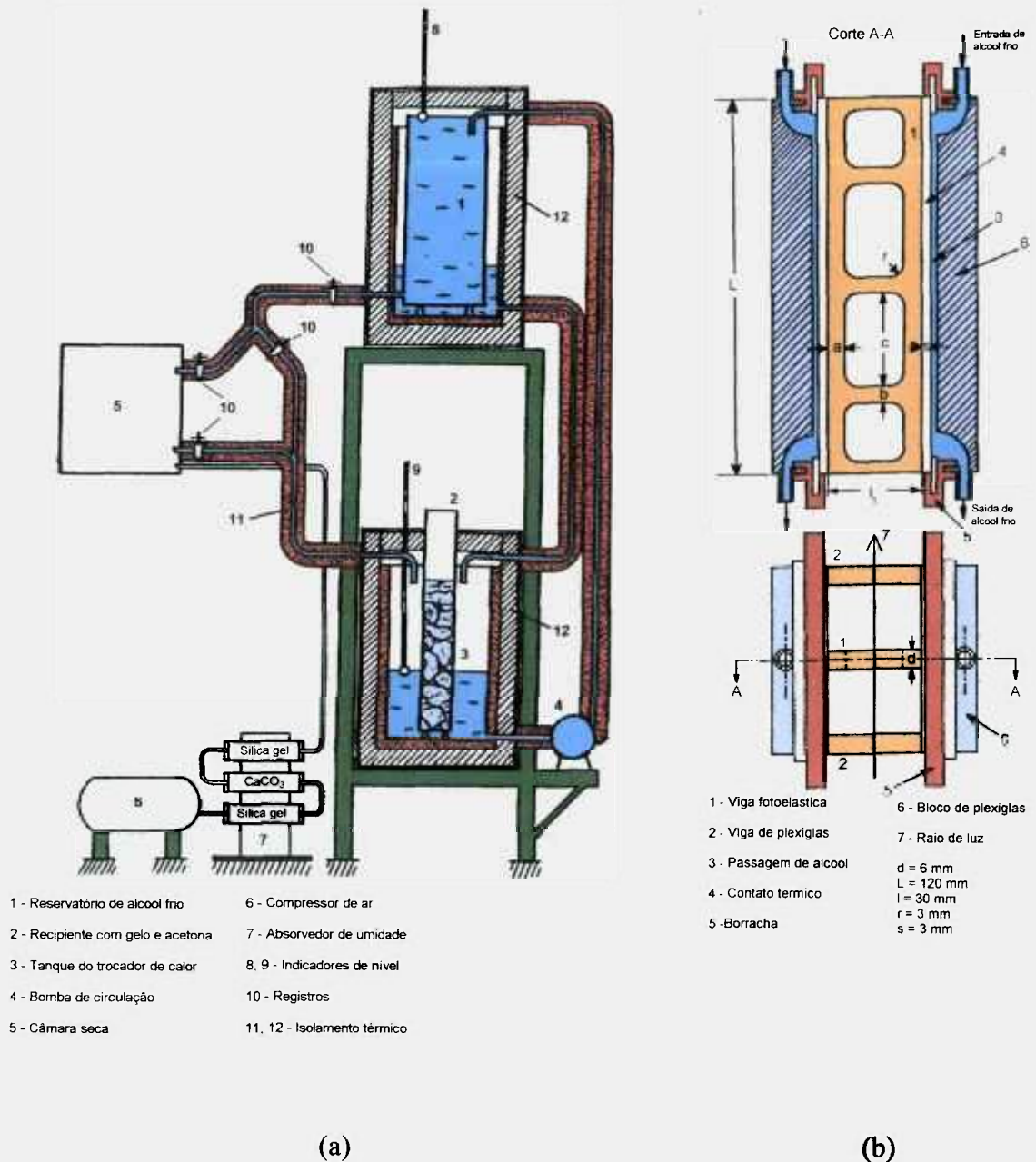
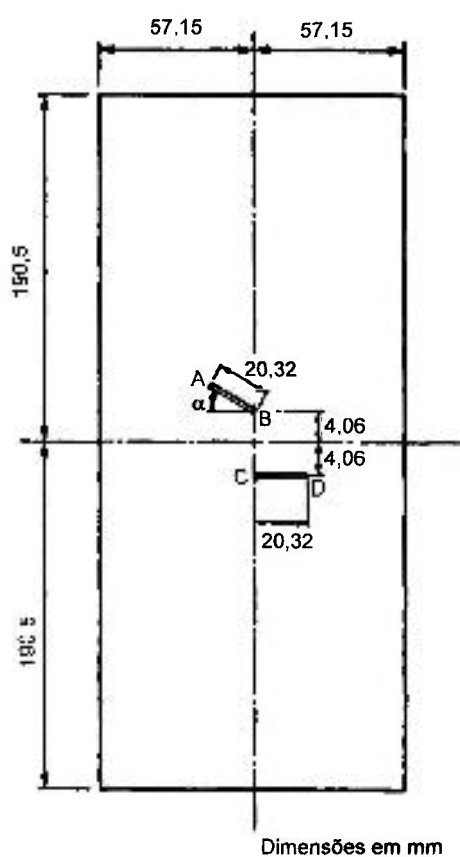


Figura 2.23 – (a) Sistema de ensaio construído e (b) detalhe do desenho do modelo (Matsumoto et al., 1972).

#### 2.11.4 Fator de Intensidade de Tensões para trincas que se interagem

Neste trabalho, Mehdi-Soozani et. al, 1987, descrevem a metodologia para a determinação experimental do Fator de Intensidade de Tensões para duas trincas próximas, em corpos-de-prova planos. Os resultados experimentais são comparados com os obtidos por meio de análises numéricas.

Os corpos-de-prova utilizados no experimento fotoelástico foram confeccionados em chapa de policarbonato PSM-1 de 3,17 mm de espessura, com as dimensões e detalhes mostrados na Figura 2.24.



**Figura 2.24 – Dimensões e detalhes construtivos do corpo-de-prova (Mehdi-Soozani et. al, 1987).**

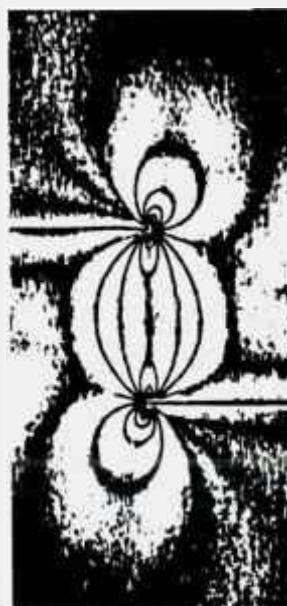
Foram construídos corpos-de-prova com o ângulo  $\alpha$  assumindo diversos valores: 0, 15, 30, 45, 60, 75 e 90 graus.

Estes corpos-de-prova foram submetidos a uma carga de tração, aplicada por meio de pesos, de maneira a se produzir tensões uniformes no sentido longitudinal do corpo-de-prova, conforme mostrado na Tabela 2.2.

**Tabela 2.2 – Ângulo das trincas e cargas aplicadas nos corpos-de-prova .**

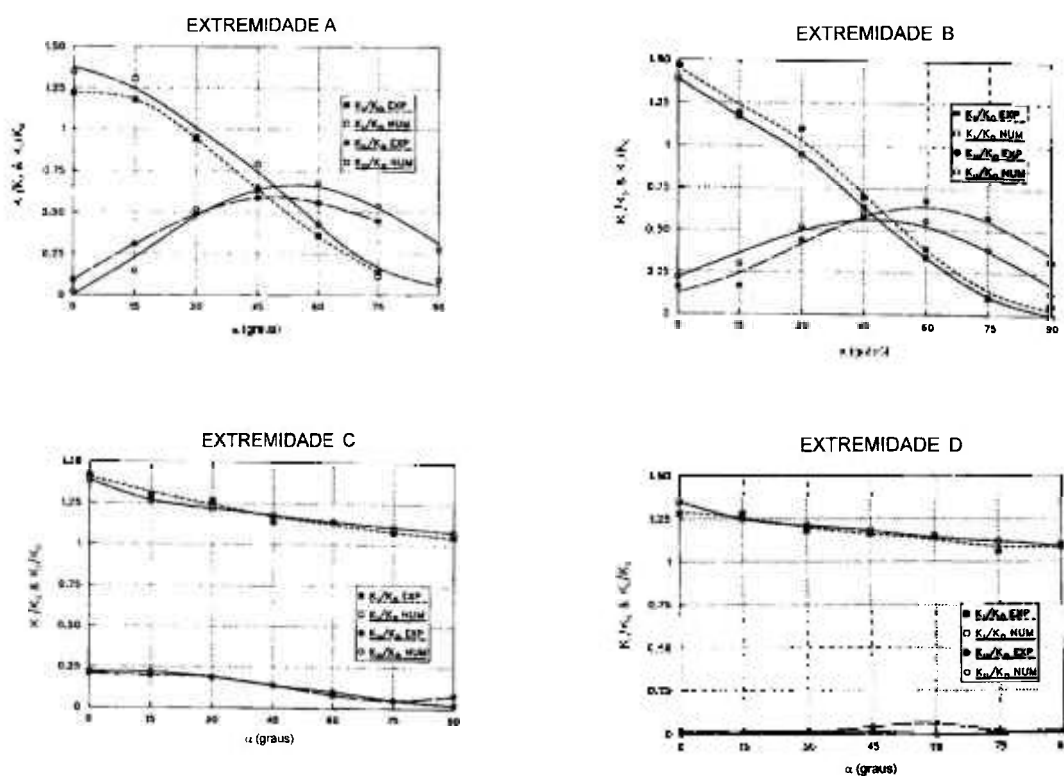
N <sup>o</sup> do corpo-de-prova	$\alpha$ (graus)	$\sigma$ (MPa)
1	0	122
2	15	122
3	30	1,22
4	45	1,22
5	60	0,61
6	75	0,61
7	90	0,61

Os modelos carregados foram inseridos em um polariscópio de polarização circular e as imagens fotoelásticas obtidas (franjas isocromáticas) foram armazenadas em microcomputador por meio de um sistema de aquisição de imagens. As imagens foram tratadas (afinadas e “esqueletonizadas”) e os Fatores de Intensidade de Tensões calculados pelo método de vários parâmetros. Na Figura 2.25 é apresentado o padrão de franjas isocromáticas do corpo-de-prova n<sup>o</sup> 1 ( $\alpha = 0^\circ$ ). Nota-se a interação entre as isocromáticas geradas por cada uma das trincas.



**Figura 2.25 - Padrão de franjas isocromáticas do corpo-de-prova n<sup>o</sup> 1 ( $\alpha = 0^\circ$ ) (Mehdi-Soozani et. al, 1987).**

Os Fatores de Intensidade de Tensões para cada uma das situações foram calculados por métodos numéricos e a comparação destes resultados com os obtidos experimentalmente são mostrados nos gráficos da Figura 2.26.



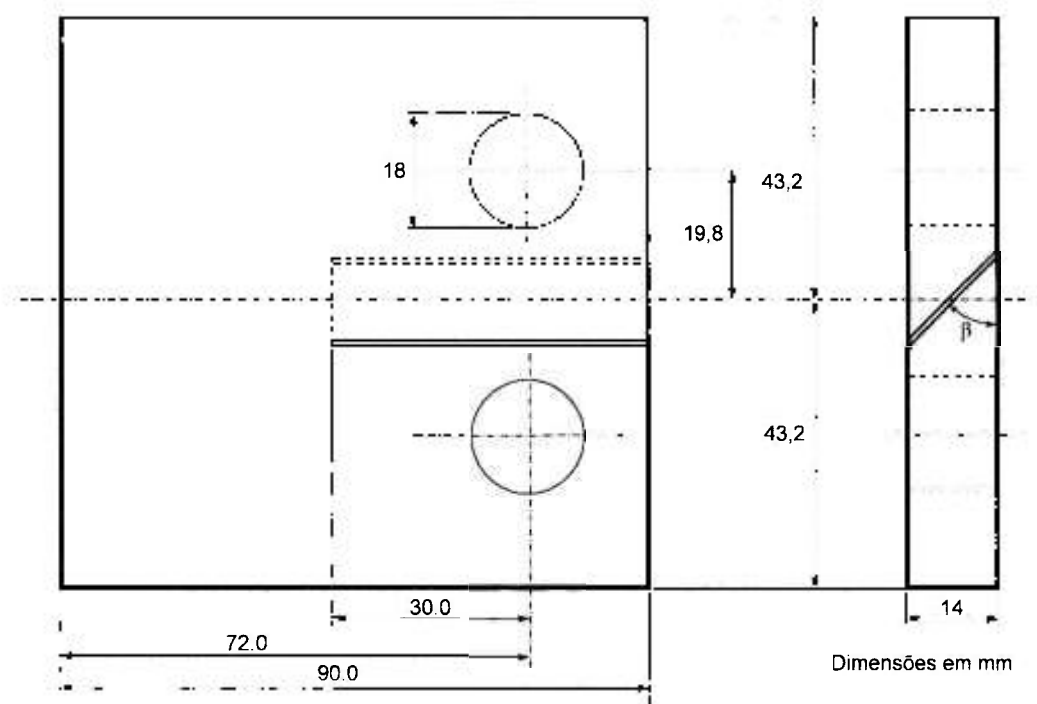
**Figura 2.26 - Fatores de Intensidade de Tensões para cada um dos corpos-de-prova calculados por meio de métodos numéricos e a comparação destes resultados com os obtidos experimentalmente (Mehdi-Soozani et. al, 1987).**

Pode-se notar que os resultados experimentais são coerentes com os obtidos numericamente, demonstrando a viabilidade da metodologia experimental utilizada.

### 2.11.5 Estudo fotoelástico de corpos-de-prova com trincas em ângulo, submetidos a carregamentos mistos em modo I-III

Patterson e Gungor, 1997, apresentam um estudo de determinação do Fator de Intensidade de Tensões em corpos-de-prova submetidos a carregamentos mistos em modo I-III, utilizando fotoelasticidade tridimensional.

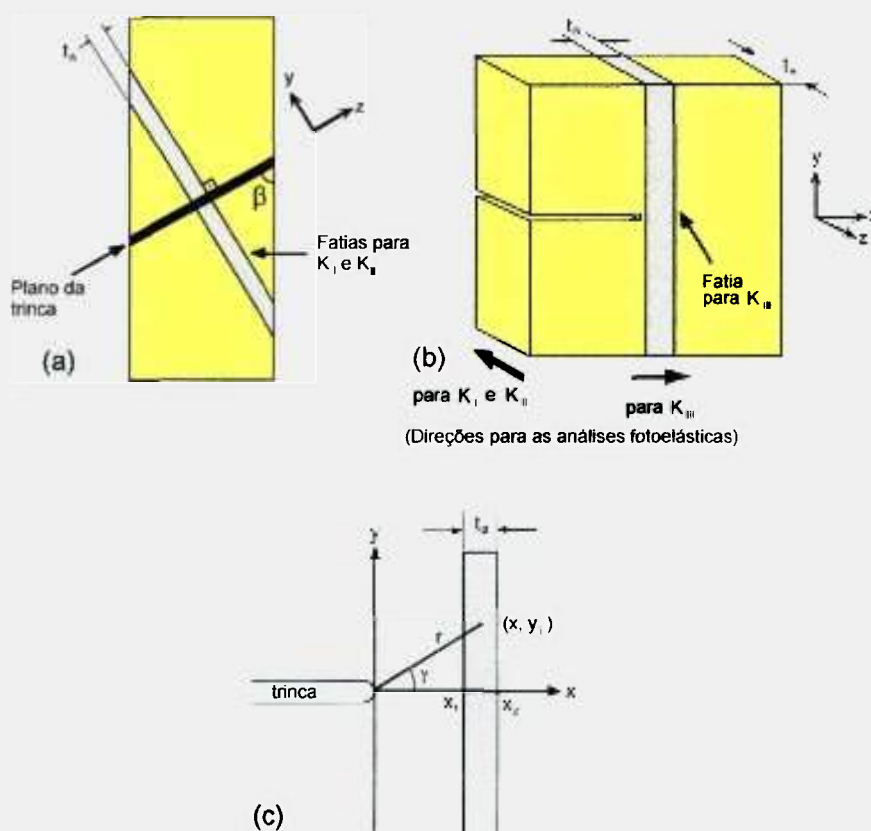
Foram construídos quatro corpos-de-prova com a resina epoxi MY750, com as dimensões e detalhes construtivos mostrados na Figura 2.27. Em cada um dos corpos-de-prova foi feito um rasgo com 48 mm de profundidade e com o ângulo de inclinação,  $\beta$ , de 90, 75, 60 e 45 graus, respectivamente. Estes rasgos foram feitos com uma serra circular com diâmetro de 120 mm e espessura de 0,2 mm e que produziu na ponta da trinca, um arredondamento com raio de aproximadamente 0,1 mm.



**Figura 2.27 - Dimensões e detalhes construtivos dos corpos-de-prova (Patterson e Gungor, 1997).**

Os corpos-de-prova foram colocados em uma estufa e submetidos a cargas de tração por meio de “peso-morto”. Enquanto submetidos aos carregamentos, os corpos-de-prova foram aquecidos a uma taxa de 5 °C/h até à temperatura de congelamento de tensões da resina (aproximadamente 140 °C). Esta temperatura foi mantida por aproximadamente 1 hora. A seguir, a temperatura foi abaixada até 25 °C, em uma taxa de 1 °C/h.

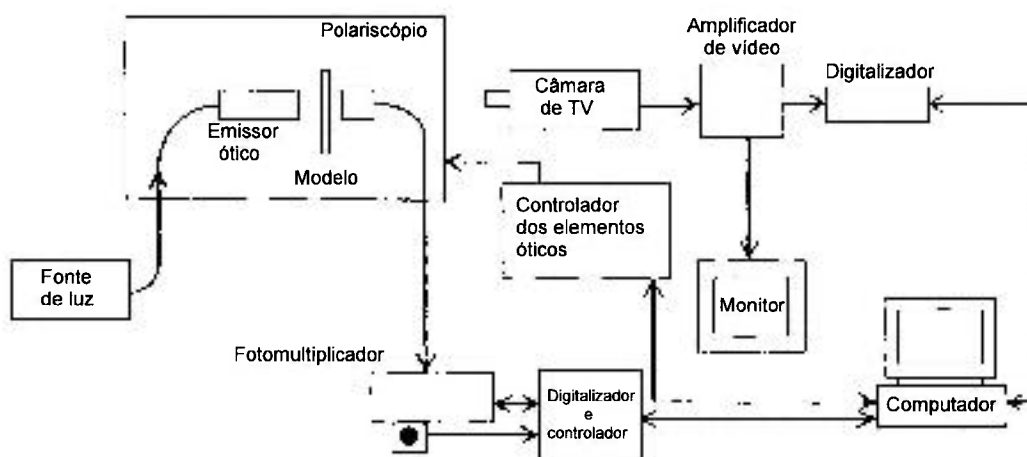
Foram, então, retiradas fatias de cada corpo-de-prova, segundo o esquema de corte mostrado na Figura 2.28, utilizando-se um disco de serra diamantado.



**Figura 2.28 – Esquema de fatiamento dos corpos-de-prova (Patterson e Gungor, 1997).**

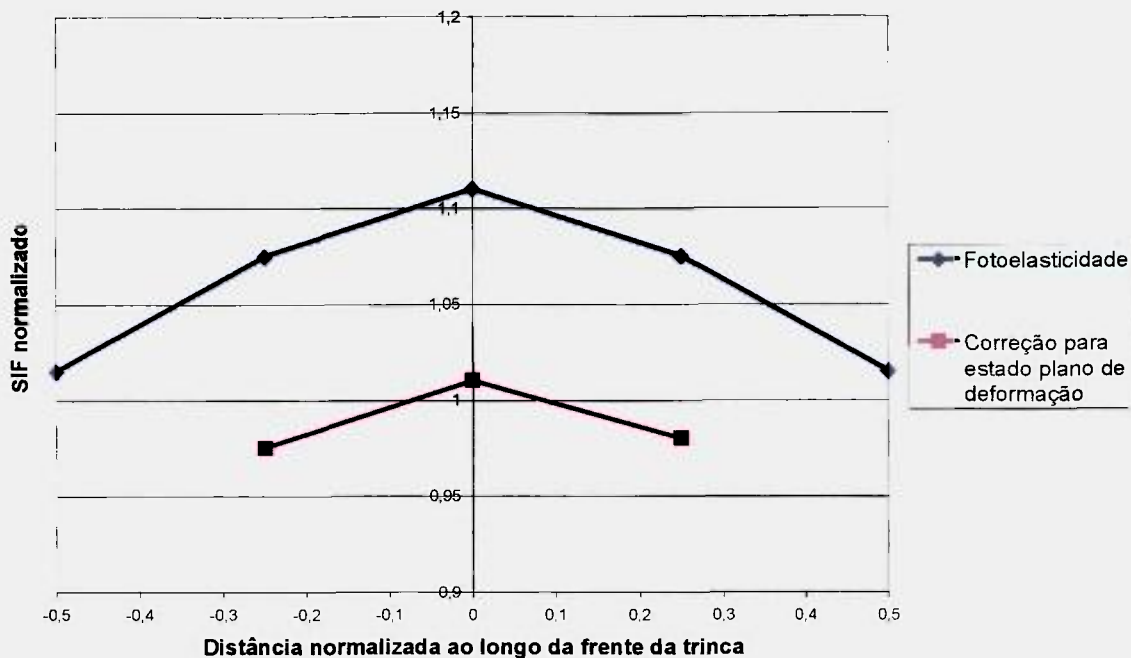
As fatias retiradas foram analisadas em um polariscópio automatizado, com sistema de aquisição e de análise de imagens. Os valores dos Fatores de

Intensidade de Tensões, foram calculados com base no método de vários parâmetros (Nurse e Patterson, 1993), a exemplo do trabalho mostrado no item anterior. Na Figura 2.29 é apresentado o diagrama esquemático do sistema automatizado utilizado.

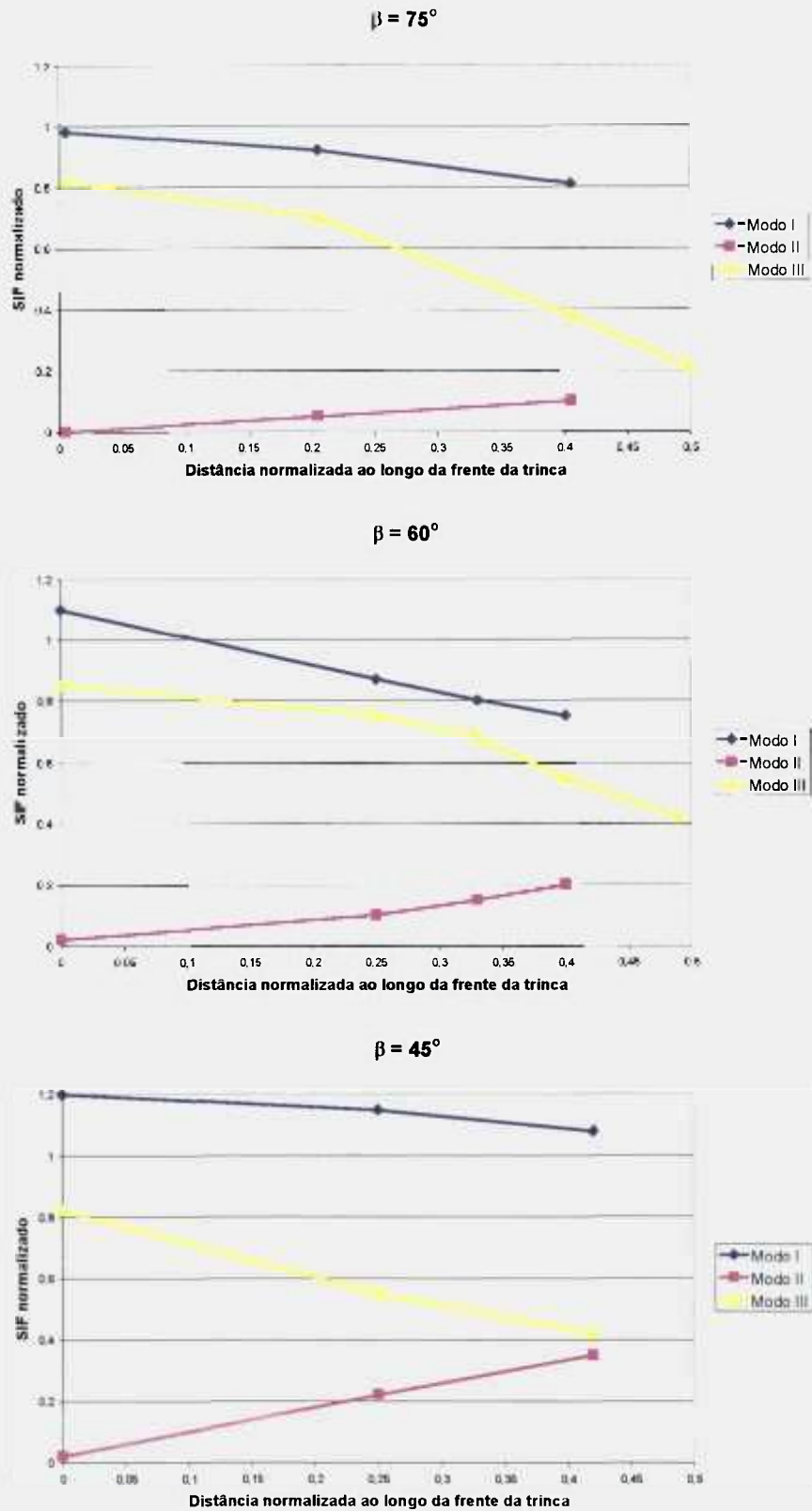


**Figura 2.29 - Diagrama esquemático do sistema fotoelástico automatizado (Patterson e Gungor, 1997).**

Os resultados obtidos são apresentados na forma de gráficos. Na Figura 2.30 é mostrado o valor do Fator de Intensidade de Tensões normalizado em função da distância normalizada ao longo da frente da trinca, para o corpo-de-prova com  $\beta = 0$  (modo I de carregamento). A Figura 2.31 apresenta o mesmo tipo de gráfico para os corpos-de-prova com  $\beta = 75, 60$  e  $45$  graus. Uma vez que estão presentes os três modos de carregamento, para cada corpo-de-prova são apresentados os valores de  $K_I, K_{II}$  e  $K_{III}$ .



**Figura 2.30 - Fator de Intensidade de Tensões normalizado em função da distância normalizada ao longo da frente da trinca, para o corpo-de-prova com  $\beta = 0$  (modo I de carregamento) (Patterson e Gungor, 1997).**



**Figura 2.31 - Fator de Intensidade de Tensões normalizado em função da distância normalizada ao longo da frente da trinca, para os corpos-de-prova com  $\beta = 75, 60$  e  $45$  graus (Patterson e Gungor, 1997).**

## **2.12 Método dos elementos finitos aplicado a problemas de análise térmica e de Mecânica de Fratura**

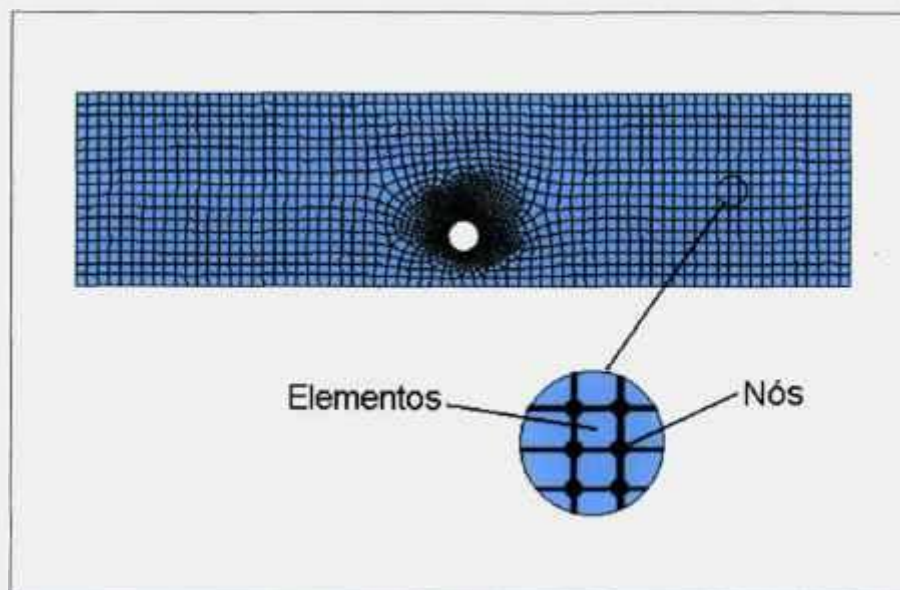
### 2.12.1 Introdução

Nessa tese, o método de análise por elementos finitos (MEF) foi utilizado como uma ferramenta para a avaliação dos casos estudados experimentalmente visando a validação e calibração dos resultados obtidos. Assim, não será apresentado uma discussão teórica sobre o desenvolvimento, aplicação e validade do MEF, que pode ser vista em diversas referências tais como Cook, 1995, Bathe, 1996 e Dow, 1999.

Serão apresentadas somente uma descrição sucinta do MEF e algumas considerações de ordem prática seguidas nas avaliações térmicas e termo-mecânicas de componentes fraturados realizadas com o MEF, como as aqui desenvolvidas.

### 2.12.2 O método de análise por elementos finitos (MEF)

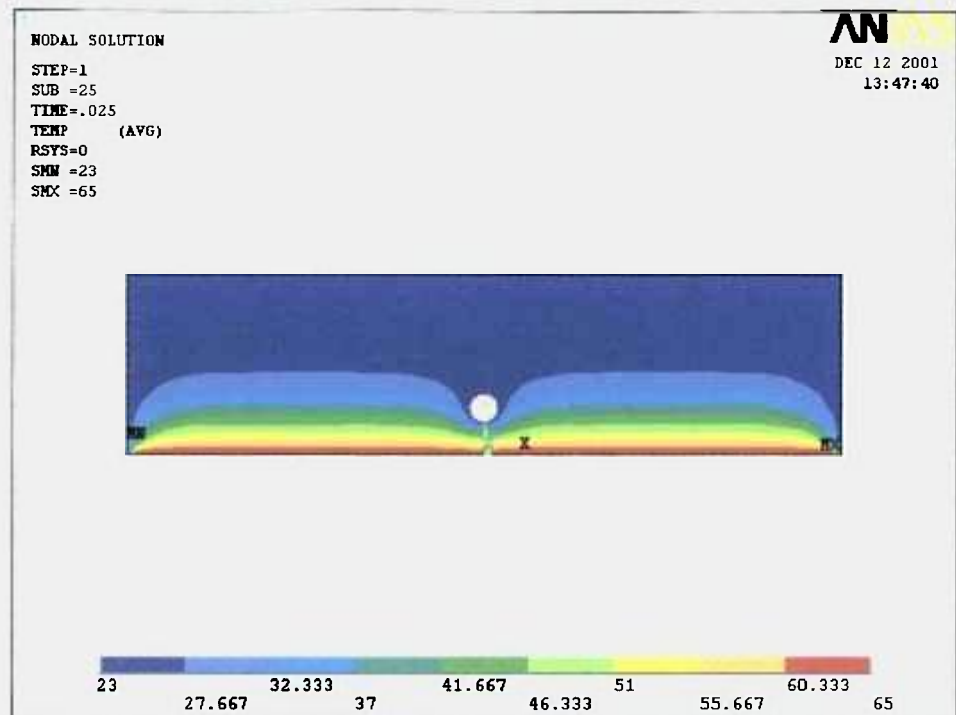
O método de análise por elementos finitos (MEF) é uma técnica de análise numérica utilizada para se obter soluções de equações diferenciais que descrevem uma grande variedade de problemas físicos. O fundamento básico do método é o de que um domínio de grande complexidade pode ser subdividido em uma série de pequenas regiões para as quais as equações diferenciais são resolvidas de maneira aproximada. Montando-se o conjunto de equações diferenciais para cada região, o comportamento de todo o domínio do problema é determinado. Cada região é, então, denominada de elemento e o processo de subdividir o domínio em um número finito de elementos é chamado de discretização. Por sua vez, os elementos são conectados em pontos específicos chamados de nós (Pintur, 1982). O conjunto de elementos e nós é denominado de malha. Na Figura 2.32 é mostrada, como exemplo, a malha de um modelo de uma chapa com furo. Nota-se que os elementos não possuem a mesma dimensão ao longo do modelo.



**Figura 2.32 – Malha para análise por elementos finitos de uma chapa com furo.**

O MEF pode ser aplicado a qualquer problema físico que possa ser caracterizado por um campo, ou seja, qualquer grandeza que varie com a posição ao longo da região geométrica considerada. Desta maneira, o MEF tem uma grande aplicação na análise de tensões, além de problemas térmicos, de fluidos, elétricos e magnéticos.

Os softwares atuais apresentam uma variada gama de maneiras de se visualizar os resultados. As saídas gráficas são muito utilizadas, uma vez que possibilitam uma visão de conjunto do campo em estudo. Na Figura 2.33 é mostrada a distribuição de temperatura do mesmo modelo apresentado na Figura 2.32, quando submetido a diferentes temperaturas em suas bordas.



**Figura 2.33 – Distribuição de temperatura, obtida por meio de análise por elementos finitos, em uma chapa com furo submetida a diferentes temperaturas.**

### 2.12.3 Considerações sobre análises térmicas e termo-mecânicas de componentes fraturados

As análises térmicas são utilizadas para se determinar, em um objeto, a distribuição de temperatura e as grandezas térmicas relacionadas. Grandezas térmicas típicas são a quantidade de calor perdida (ou adquirida), gradientes térmicos e fluxo térmico.

A princípio, dois tipos de análise térmica são possíveis de serem realizadas: análise de estado estacionário e análise de transiente.

A análise térmica de estado estacionário determina a distribuição de temperatura e outras grandezas térmicas sob condições de carregamento estacionário e a análise de transiente quando as condições de carregamento variam no tempo.

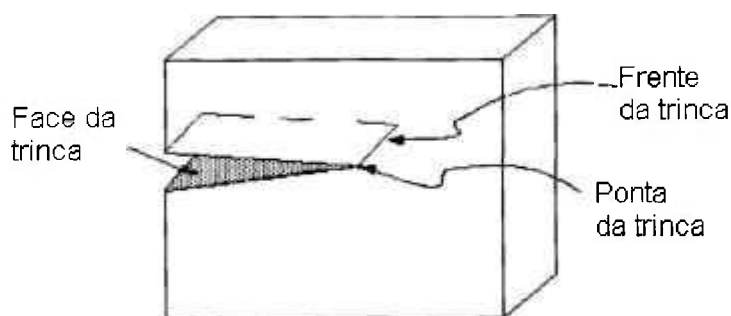
A partir do momento que a análise térmica é realizada, pode-se perfazer uma análise de tensões térmicas que seriam as tensões devidas às expansões e contrações térmicas diferenciais. Neste tipo de análise, outros tipos de carregamentos podem ser adicionados, combinando-os com os carregamentos térmicos.

Por sua vez, com base nos resultados das análises de tensões térmicas, torna-se possível calcular parâmetros de Mecânica de Fratura, tais como o Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$  e Integral-J.

Existem muitos pacotes de softwares, que possuem variadas opções para se realizar análises segundo o método de elementos finitos. No trabalho aqui proposto será utilizado o software ANSYS®, na sua versão 7.1 Mechanical (ANSYS, 2001).

No caso deste software em questão, as soluções de problemas de Mecânica de Fratura fazem uso de comandos e macros específicos que são utilizados após a análise de tensões. Entretanto, para que tais cálculos possam ser efetuados, durante a fase de geração da malha de elementos finitos, devem ser implementados alguns procedimentos específicos.

Nos modelos de elementos finitos para estudos de Mecânica de Fratura, a região em torno da trinca é a mais importante. Para fins de construção do modelo, é convencional que a extremidade da trinca é denominada de ponta da trinca em modelos bidimensionais e de frente da trinca em modelos tridimensionais (Figura 2.34).

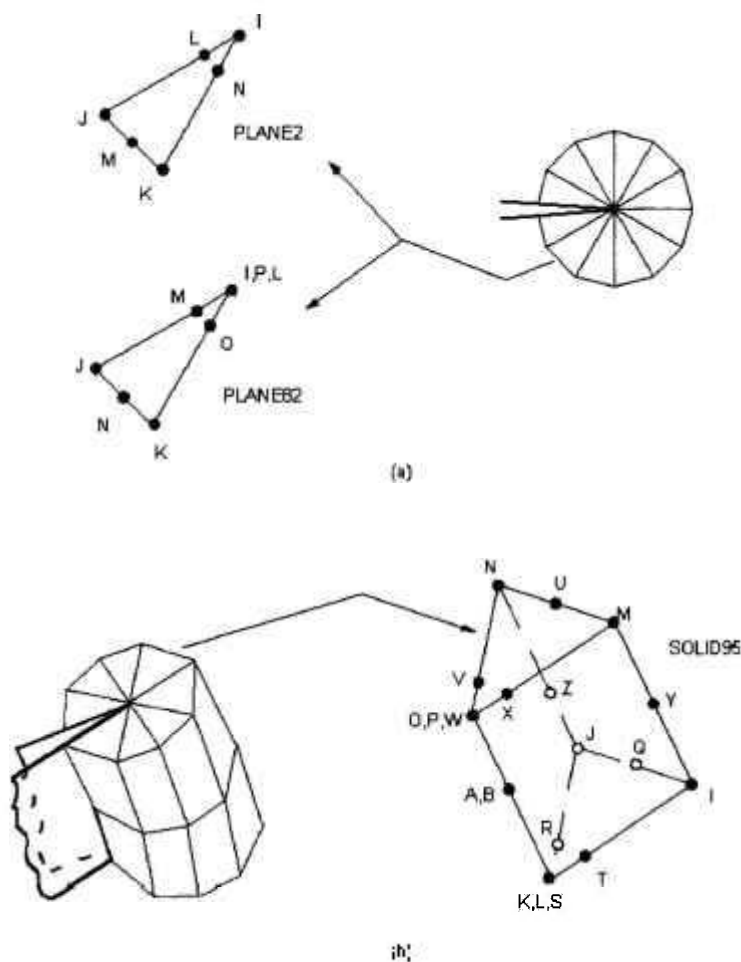


**Figura 2.34 – Denominações utilizadas pelo software ANSYS para as análises de Mecânica de Fratura.**

Nos problemas de Mecânica de Fratura, as tensões e deformações na ponta da trinca são singulares. Para que estas singularidades possam ser percebidas, na elaboração do modelo devem ser seguidas as seguintes recomendações:

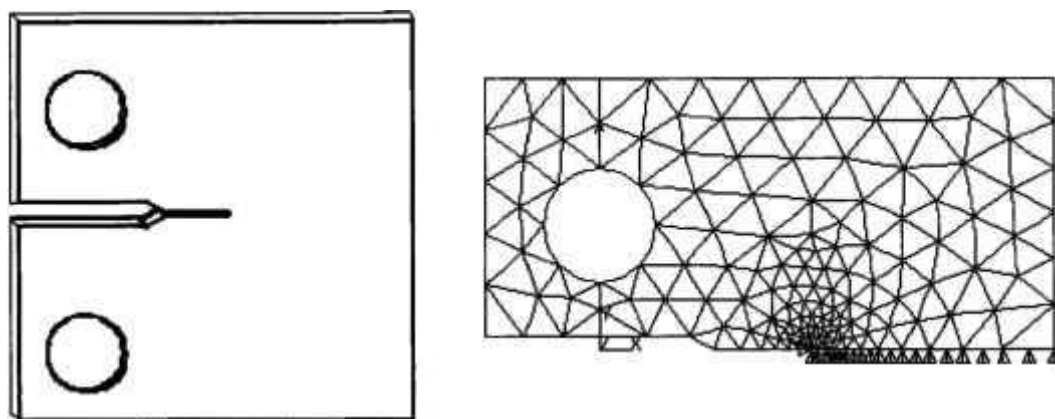
- Os elementos ao redor da ponta da trinca (ou frente da trinca) devem ser quadráticos.
- Os nós centrais destes elementos devem ser colocados na posição de  $\frac{1}{4}$  da distância até a ponta da trinca (ou frente da trinca).

A Figura 2.35 mostra exemplos de disposição destes elementos singulares para modelos bidimensionais e tridimensionais.



**Figura 2.35 – Exemplos de elementos singulares utilizados pelo ANSYS em análises de Mecânica de Fratura (ANSYS, 2001).**

O ANSYS possui um comando específico (comando KSCON) que auxilia na elaboração da malha nas vizinhanças da trinca, gerando, automaticamente, elementos singulares em torno de um determinado ponto. Possui, ainda, a possibilidade de controle do raio da primeira fileira de elementos, número de elementos na direção circunferencial, etc. Na Figura 2.36 é mostrado um exemplo de modelo gerado com a ajuda do comando KSCON.



**Figura 2.36 – Modelo de corpo-de-prova de fratura cuja malha foi obtida com a ajuda do comando KSCON (ANSYS, 2001).**

Outras diretrizes a serem seguidas na elaboração dos modelos são as seguintes:

- Deve-se tirar o máximo de vantagem das simetrias existentes.
- Para se obter resultados razoáveis, a primeira fileira de elementos ao redor da ponta da trinca deve possuir um raio de aproximadamente  $1/8$  do raio da trinca, ou menor. Na direção circunferencial, recomenda-se utilizar elementos a cada  $30^\circ$  ou  $40^\circ$ .
- Os elementos na ponta da trinca não devem ser distorcidos, devendo ter a forma de triangulos isóceles.

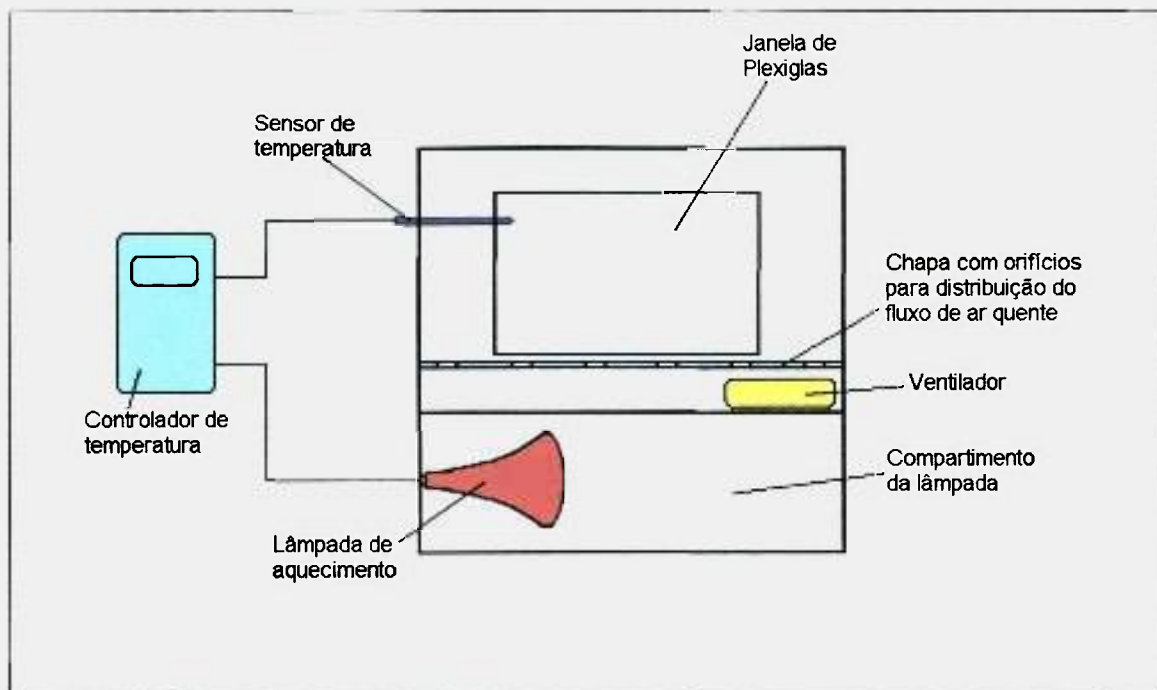
### **3. METODOLOGIA ADOTADA**

#### **3.1 Equipamentos desenvolvidos**

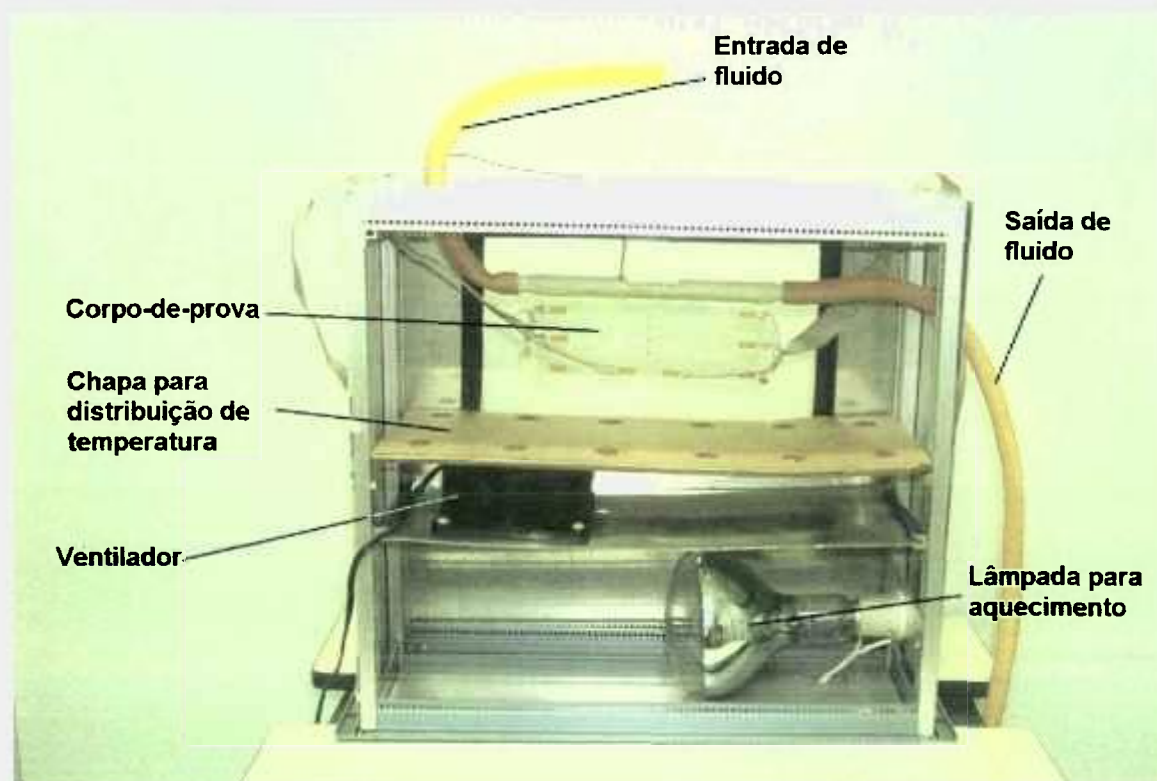
##### **3.1.1 Estufa fotoelástica**

Para a realização dos estudos fotoelásticos propostos neste trabalho, foi desenvolvida e construída uma estufa fotoelástica. Para a finalidade proposta, esta estufa deve manter estável a temperatura em seu interior (variações de no máximo 0,1 °C) e apresentar diferenças de temperatura em seu volume útil de no máximo 0,05 °C. Estas especificações se justificam por causa da alta Figura de Mérito para fototermoelasticidade do material fotoelástico utilizado, o policarbonato PSM-1, ou seja, pequenas diferenças de temperatura no modelo são capazes de gerar tensões de origem térmica relativamente grandes.

A estufa construída constou de uma caixa metálica, medindo 445 x 420 x 175 mm, com duas janelas de plexiglas, de maneira a permitir a visualização do corpo-de-prova no polariscópio de transmissão. O sistema de aquecimento utilizado foi o de uma lâmpada de secagem de 250 Watts (com alto espectro de infravermelho) acionada por um controlador de temperatura do tipo PLC microprocessado. Esta lâmpada foi colocada em um compartimento separado da estufa. Para distribuir o aquecimento de uma maneira uniforme por toda estufa, foi utilizado um ventilador. Acima deste, foi introduzida uma chapa com duas carreiras de 6 furos de 20 mm de diâmetro em cada uma. Esta chapa tem por finalidade regular a distribuição do ar quente proveniente do ventilador, de maneira a se conseguir a homogeneidade de temperatura desejada. Um esquema da estufa é apresentado na Figura 3.1. Por sua vez, na Figura 3.2 é mostrado o interior da estufa com os seus detalhes construtivos.



**Figura 3.1 – Diagrama esquemático da estufa fotoelástica.**



**Figura 3.2 – Vista do interior da estufa fotoelástica.**

Para se conseguir a distribuição de temperatura desejada, os furos da chapa de distribuição de fluxo de ar quente são mantidos tampados ou abertos, em função da temperatura em cada local da estufa. Para se saber quais furos deverão ser tampados, foram colocados extensômetros elétricos (strain gages) apropriados para medidas de temperaturas (tipo TFL-8, fabricação TML) em oito diferentes posições do volume útil da estufa. Em seguida, a estufa foi aquecida até a temperatura de ensaio (60 °C). Por meio de tentativas, foram determinados os furos que deveriam ser obstruídos. Deve-se ressaltar que os extensômetros e o sistema de medida utilizados possuem uma resolução de medida de temperatura de cerca de 0,0015 °C e que todos estes extensômetros foram aferidos frente a uma resistência padrão de platina (Pt-100). Foram obtidas, no volume útil da estufa, diferenças de temperatura inferiores a 0,01 °C.

Como principais características desta estufa pode-se citar:

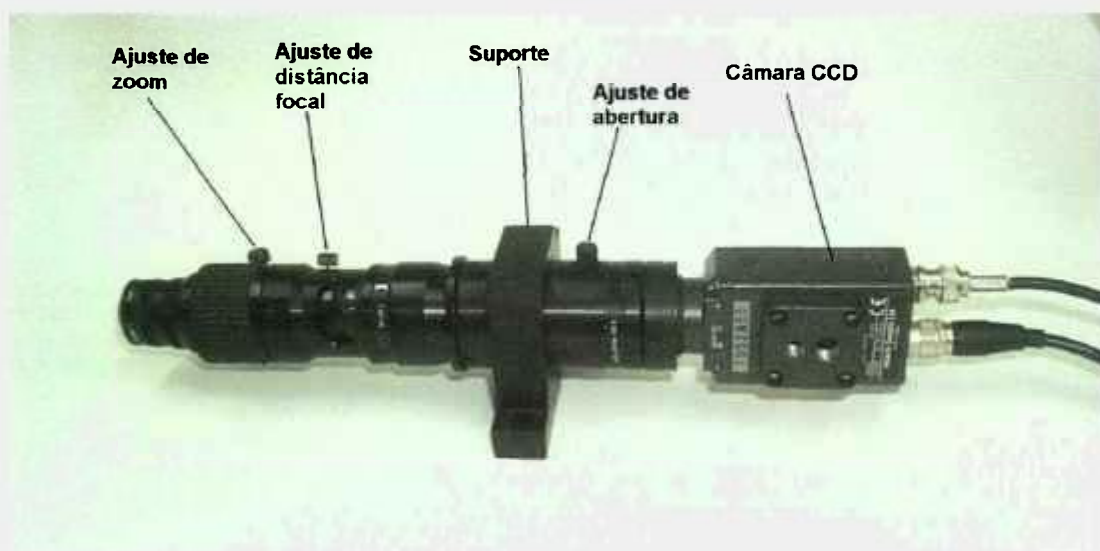
- Tamanho: 445 x 420 x 175 mm.
- Área fotoelástica útil: 43.200 mm<sup>2</sup> (270 x 160 mm).
- Estabilidade de temperatura (a 60 °C):  $\pm 0,1$  °C.
- Diferença de temperatura no volume útil (a 60 °C):  $< 0,01$  °C.
- Tempo para estabilização da temperatura (de 20 a 60 °C): 3 horas.
- Potência elétrica: 280 Watts.

Foram disponibilizados, também, entrada e saída para o fluido de refrigeração do corpo-de-prova e entradas para sensores de temperatura.

### 3.1.2 Sistema de aquisição de imagens

Foi desenvolvido, também, um sistema de aquisição de imagens baseado em câmara CCD e microcomputador. Este sistema que foi acoplado ao polariscópio, com a finalidade de realizar a aquisição dinâmica dos padrões de

franjas obtidos nos ensaios fotoelásticos. Foi especificado e adquirido um conjunto óptico constituído de lentes e variadores de distância focal e abertura (para ajuste de foco, luminosidade e ampliação). Na Figura.3.3 é mostrado o conjunto óptico adquirido acoplado à câmara CCD e a Figura 3.4 mostra o polariscópio com o sistema de aquisição de imagens acoplado.



**Figura 3.3 – Câmara CCD com sistema óptico.**



**Figura 3.4 - Polariscópio com o sistema de aquisição de imagens acoplado.**

### **3.2 Experimentos fotoelásticos**

Para se realizar os experimentos fotoelásticos com a finalidade de se determinar o Fator de Intensidade de Tensões, foi construído um corpo-de-prova em policarbonato PSM-1. Este material foi selecionado em virtude das suas excelentes qualidades para estudos em fototermoelasticidade, destacando-se a Figura de Mérito para fototermoelasticidade (Miskioglu et al, 1981). Neste corpo-de-prova foi feito um rasgo passante, simulando uma trinca. Todas as operações de corte, furação e usinagem seguiram as orientações do fabricante (Measurements Group, 1974). Para a realização destas operações foram seguidos os seguintes parâmetros:

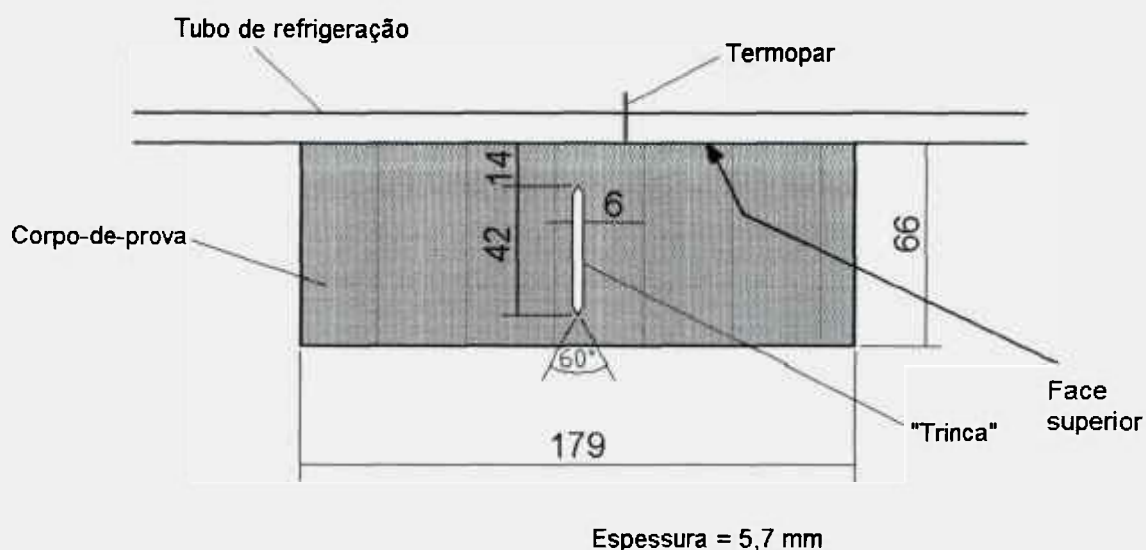
- **Corte:** realizado com serra manual e posteriormente, as bordas foram acertadas em uma fresadora com fresa de topo de 6 mm de diâmetro, rotação de 3.000 rpm, profundidade de corte de 0,2 mm e velocidade de avanço de aproximadamente 1 cm/minuto.

- **Usinagem do rasgo:** realizada em uma fresadora com fresa de topo de 6 mm de diâmetro, rotação de 3.000 rpm, profundidade de corte de 0,2 mm e velocidade de avanço de aproximadamente 1 cm/minuto. As pontas do rasgo foram feitas com fresa de topo de 2 mm de diâmetro, com acabamento final realizado manualmente com lima do tipo agulha.
- **Refrigeração:** todas estas operações foram realizadas sob refrigeração de óleo do tipo solúvel para refrigeração de usinagem.

Estas operações devem ser realizadas com bastante cuidado para que não sejam introduzidas tensões residuais nos corpos-de-prova.

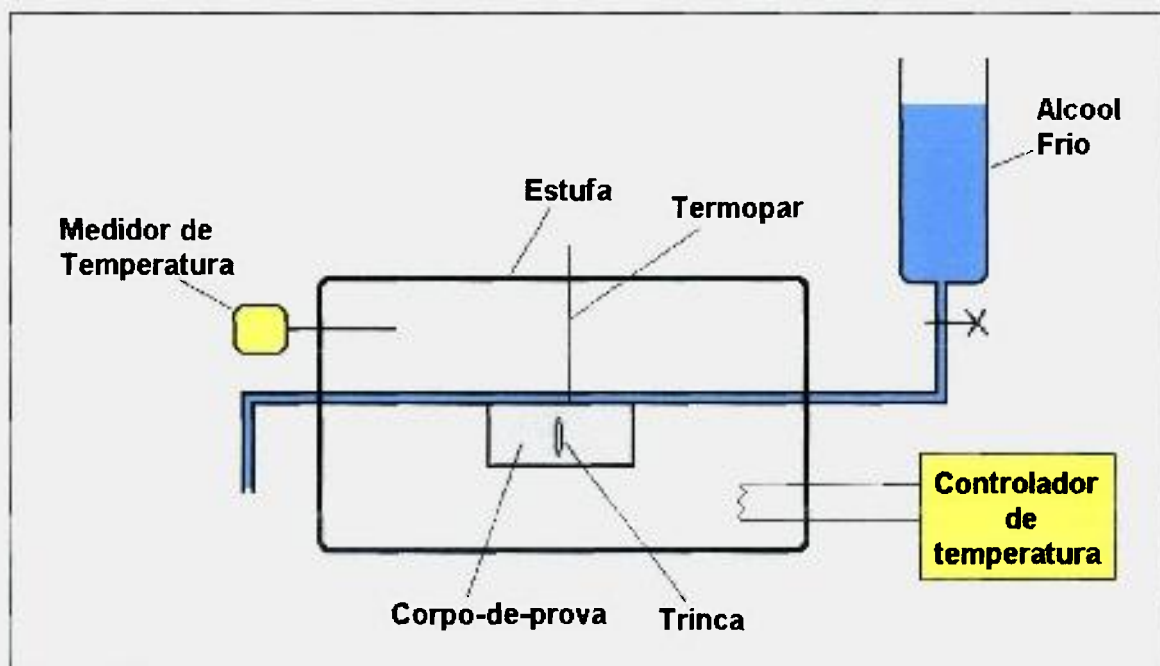
Um desenho esquemático do corpo-de-prova é mostrado na Figura 3.5. Foi colado um tubo de material plástico para a circulação de líquido refrigerante e colocado um termopar para medir a temperatura da superfície superior do corpo-de-prova durante o ensaio. Para a colagem deste tubo foram experimentadas várias colas com o intuito de se determinar qual delas, além de resistir às condições do ensaio (temperatura variando de  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  e circulação de álcool), fosse suficientemente elástica de maneira a não introduzir tensões no corpo-de-prova em virtude da dilatação do tubo. Foram testadas as colas Loctite 496, Loctite 406, Loctite Hysol E-00CL, Araldite F, Araldite Profissional com secagem em 24 horas (Araldite comum) e borracha de silicone Dow Corning. A cola que apresentou melhor resultado e, portanto, utilizada na colagem do tubo foi a Loctite Hysol E-00CL. Esta cola é um adesivo do tipo epóxi de alta performance com a característica adicional de possuir alta transparência.

Foram ainda, colados extensômetros elétricos (*strain gages*) específicos para medidas de temperatura, em diversos pontos do corpo-de-prova, com a finalidade de determinar a homogeneidade de temperatura da estufa e monitorar a distribuição de temperatura durante o ensaio.

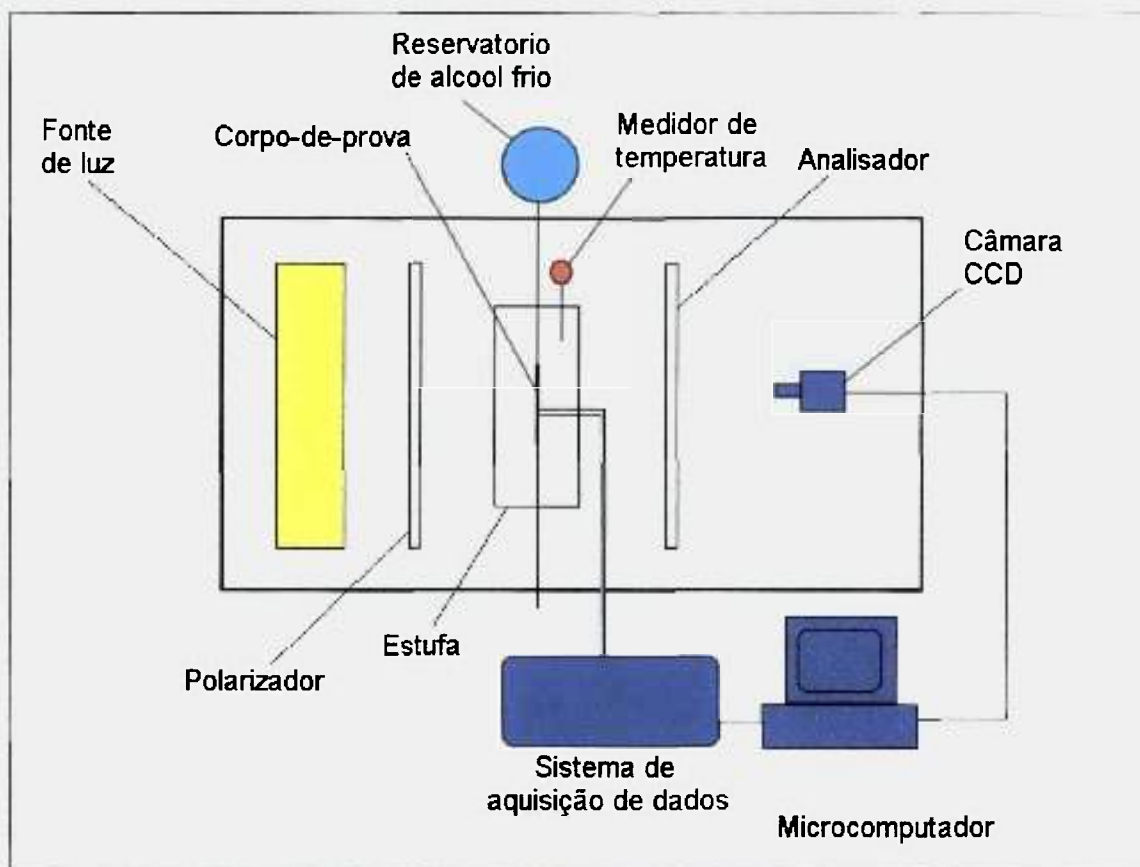


**Figura 3.5 – Corpo-de-prova utilizado no experimento (dimensões em milímetros).**

O corpo-de-prova foi colocado na estufa fotoelástica, como mostrado na Figura 3.6. Esta estufa foi montada em um polariscópio de transmissão dotado de um sistema de aquisição de imagens. Um esquema desta montagem é apresentado na Figura 3.7.



**Figura 3.6 – Diagrama esquemático do sistema de resfriamento em conjunto com a estufa fotoelástica.**



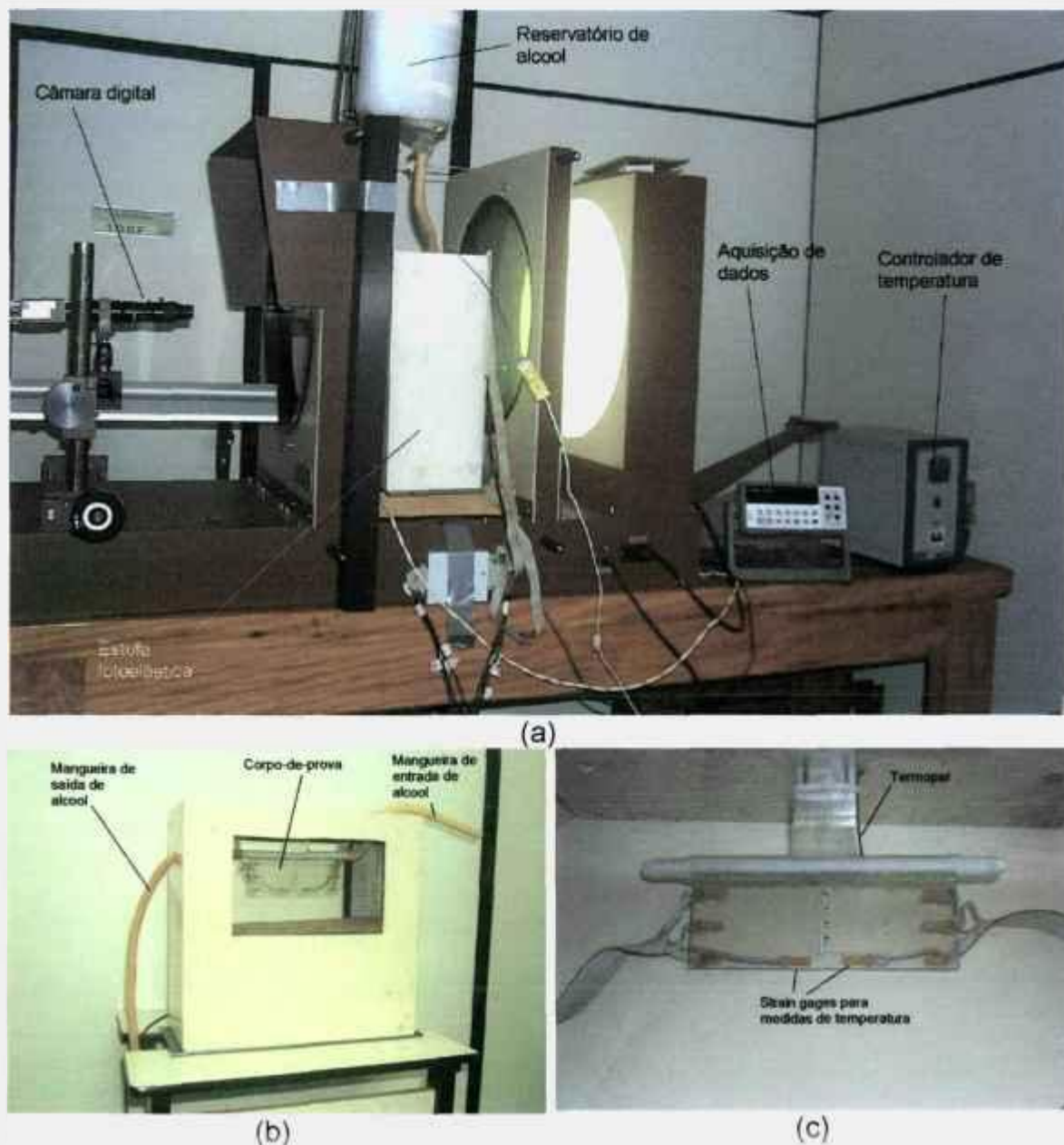
**Figura 3.7 – Esquema da montagem realizada, com a estufa inserida em um polariscópio com sistema de aquisição de imagens.**

A Figura 3.8 mostra uma fotografia da montagem, com detalhes da estufa fotoelástica e do corpo-de-prova.

O corpo-de-prova foi mantido na estufa a  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ , durante 3 horas para a estabilização e homogeneização da temperatura. Em seguida, fez-se circular álcool metílico resfriado a  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , durante 287 segundos. O choque térmico resultante provocou tensões no corpo-de-prova o que, por sua vez, gerou padrões de franjas fotoelásticas (isocromáticas) que variam com o decorrer do tempo. Estes padrões de franjas fotoelásticas foram “capturados” pelo sistema de aquisição de imagens em intervalos de 0,7 segundos durante todo o ensaio, que durou 287 segundos, perfazendo um total de 410 imagens adquiridas.

Para garantir a exatidão das medidas de temperatura, o termopar e os extensômetros de medida de temperatura foram aferidos em relação a um sensor padrão de temperatura de platina (Pt-100) em toda a faixa de temperatura do

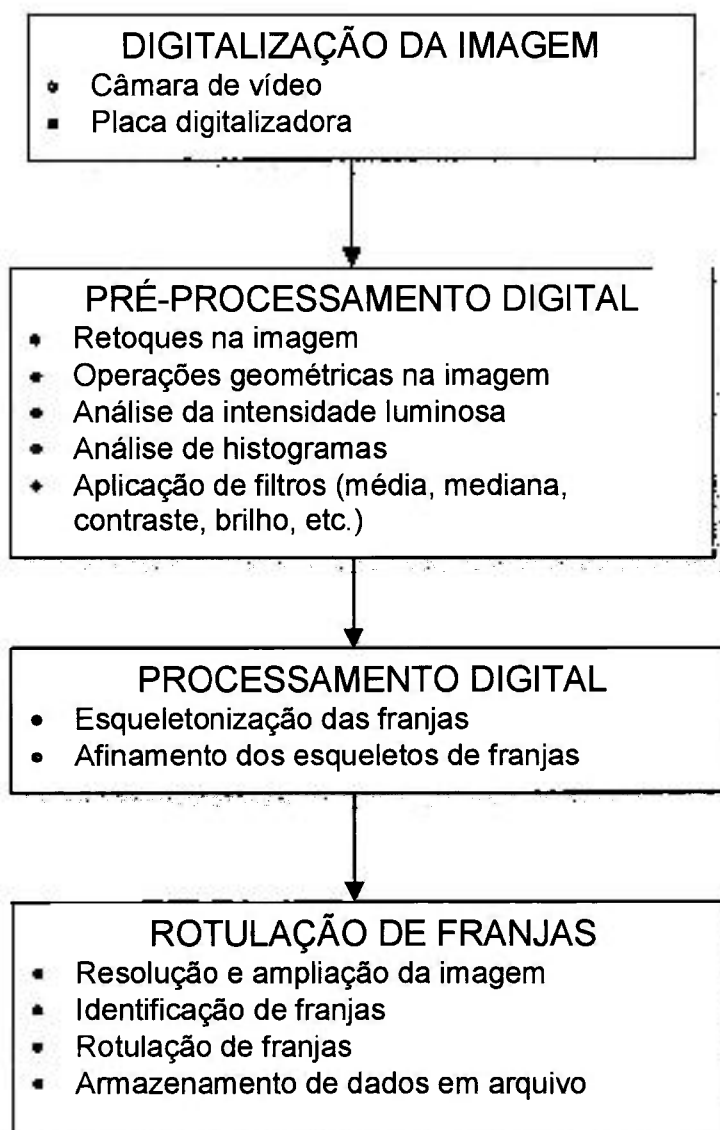
ensaio. Estas aferições e os cuidados com a fabricação do corpo-de-prova e controle sobre as propriedades do material fotoelástico visam garantir a reprodutibilidade dos ensaios,



**Figura 3.8 – (a) Visão geral do sistema utilizado; (b) estufa fotoelástica; (c) corpo-de-prova.**

### 3.3 Tratamento das imagens fotoelásticas e cálculo de $K_I$

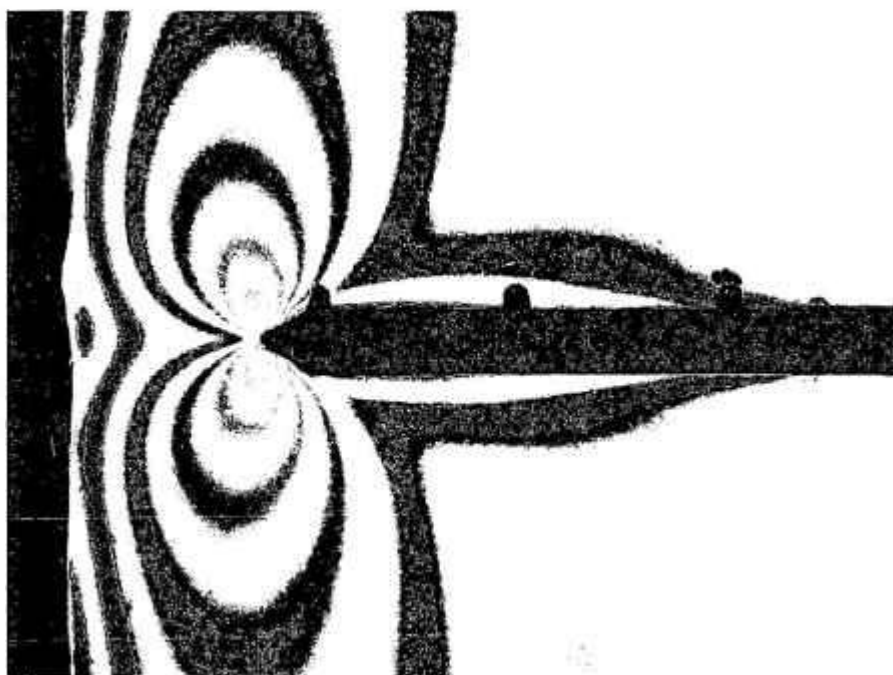
As imagens “capturadas” pelo sistema de aquisição de imagens foram processadas por meio de dois softwares desenvolvidos por Soares (1997): FOTOFRAN e FOTOVER. O software FOTOFRAN permite tratar as imagens obtidas (modificar contraste, brilho, aplicar filtros, etc.), eskeletonizar, afinar e rotular as franjas isocromáticas e preparar os dados para o cálculo do Fator de Intensidade de Tensões, que é realizado pelo software FOTOVER. Na Figura 3.9 é apresentado um diagrama de blocos referente ao software FOTOFRAN.



**Figura 3.9 – Diagrama de blocos com as funções do software FOTOFRAN.**

O método de cálculo do Fator de Intensidade de Tensões utilizado foi o Método Superdeterminístico de Dally (Soares, 1997; Dally e Riley, 1991). Este cálculo foi realizado para diversos instantes de tempo, iniciando-se no tempo  $t = 70$  s, a partir do qual as isocromáticas se tornavam nítidas o suficiente para serem processadas, até o tempo  $t = 287$  s, correspondente ao término do ensaio.

Para exemplificar este processamento, considere-se o padrão de franjas da Figura 3.10, correspondente ao instante de tempo  $t = 210$  s.



**Figura 3.10 – Padrão de franjas isocromáticas no tempo  $t = 210$  s.**

Esta imagem, após a aplicação de alguns filtros para melhorar a sua qualidade, foi esqueletonizada pelo software FOTOFRAN. O resultado desta esqueletonização é apresentado na Figura 3.11(a). Utilizando, ainda, o software FOTOFRAN, a imagem foi afinada, resultando a imagem da Figura 3.11(b). A Figura 3.11(c) mostra a imagem fotoelástica já rotulada, ou seja, foi atribuída a cada franja uma cor correspondente à sua ordem. A partir deste ponto, o software FOTOFRAN gera um arquivo para que o software FOTOVER calcule o valor do Fator de Intensidade de Tensões,  $K_t$ .

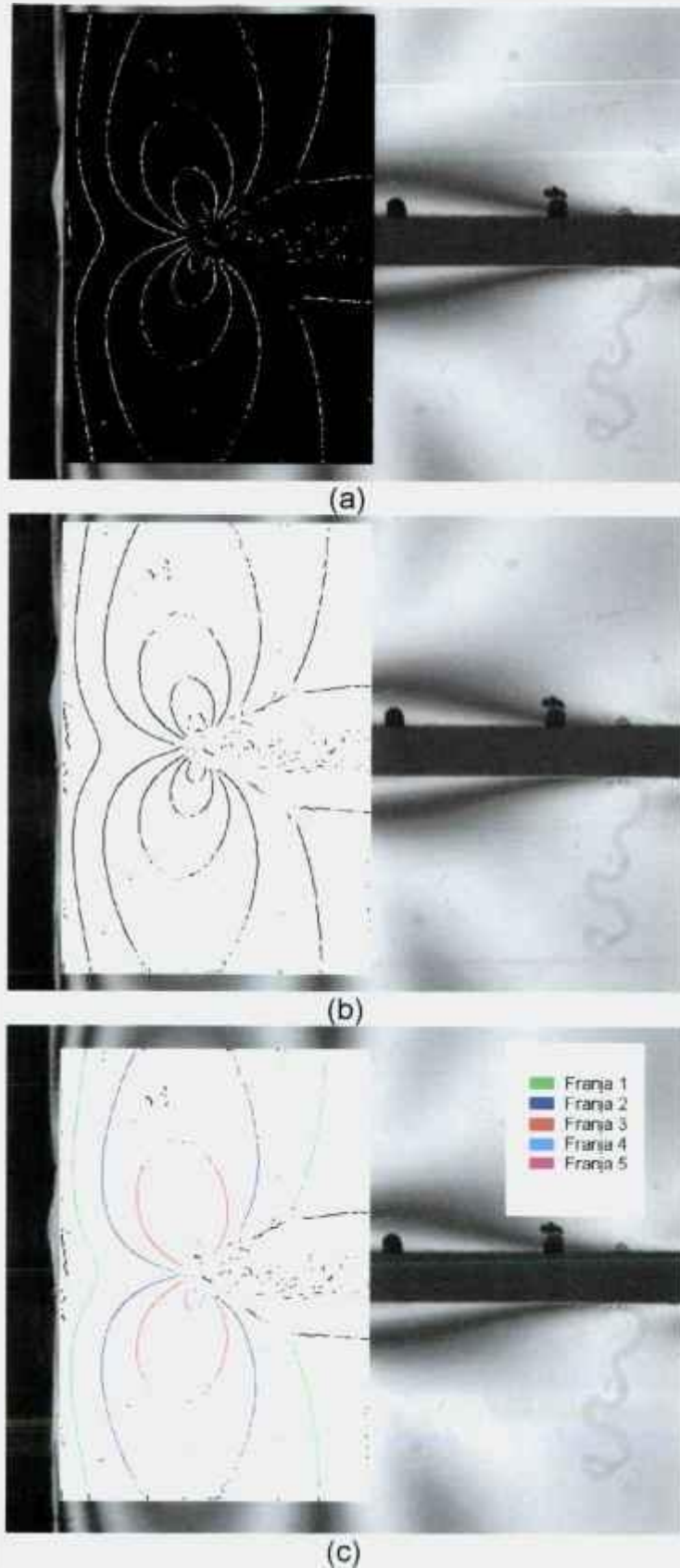


Figura 3.11 – (a) Resultado da operação de esqueletonização. (b) Resultado da operação de afinamento. (c) Rotulação das franjas isocromáticas.

Na Figura 3.12 é apresentado o diagrama de blocos com as funções do software FOTOVER.

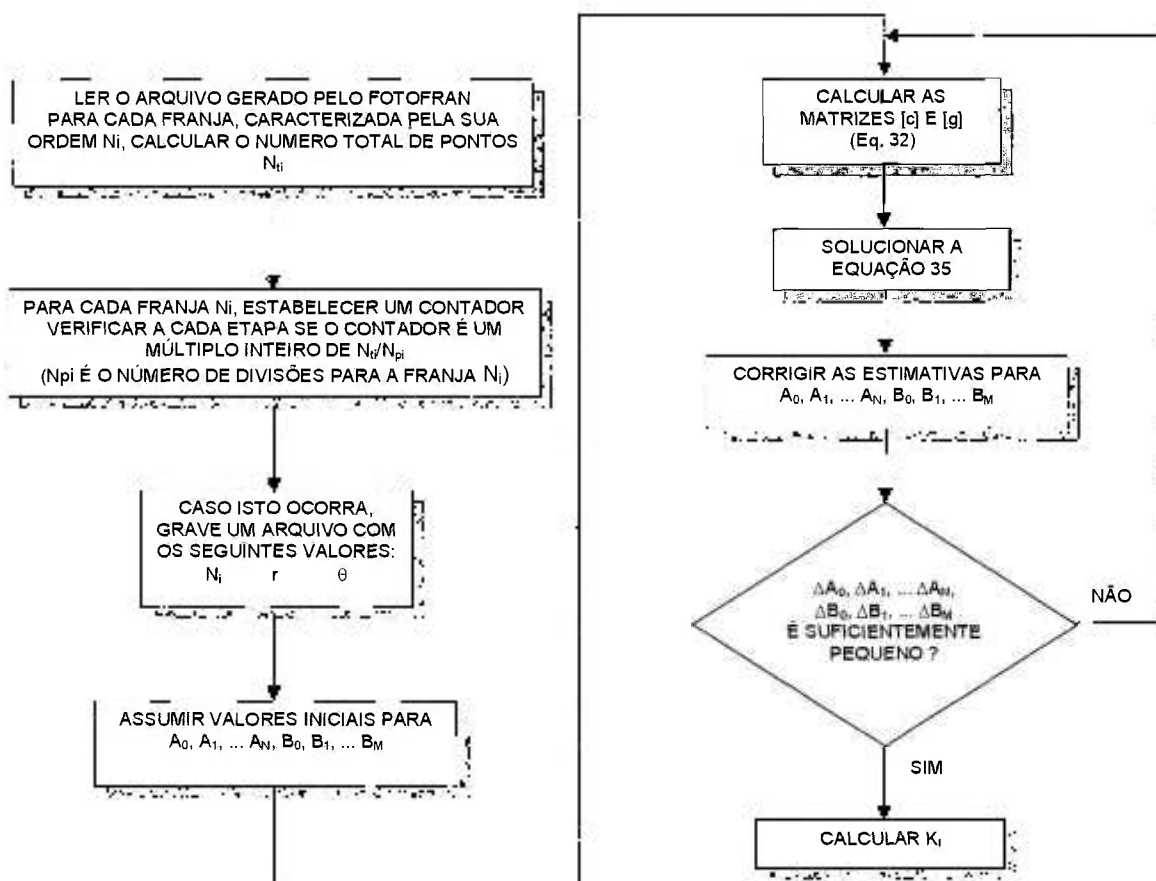


Figura 3.12 – Diagrama de blocos com as funções do software FOTOVER.

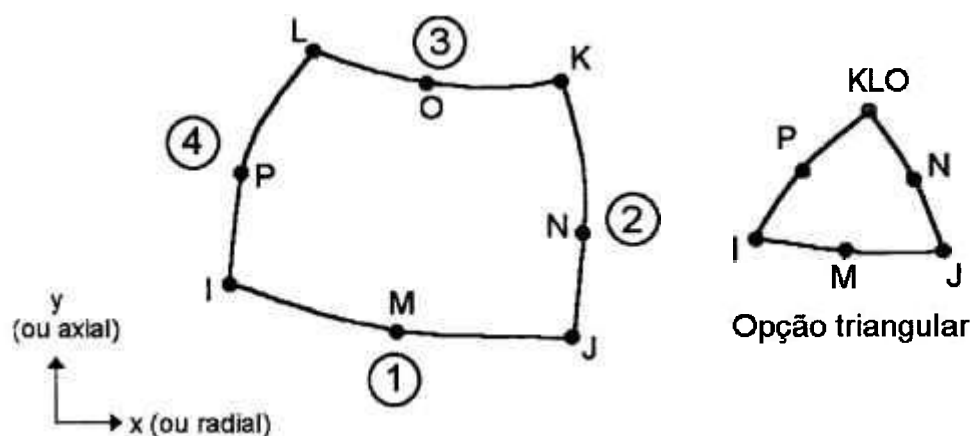
### 3.4 Análises por elementos finitos

Todas as análises numéricas realizadas utilizaram o software de análise por elementos finitos ANSYS® versão 7.1.

### 3.4.1 Análises térmicas

Para se realizar as análises térmicas, foi construído um modelo utilizando-se o elemento PLANE77. A escolha deste elemento se baseou em dois fatores. O primeiro é que ele possui um elemento estrutural equivalente (PLANE82), o que permite realizar as análises estruturais com base nos resultados fornecidos pela análise térmica. O segundo ponto é o fato deste elemento possuir um nó intermediário móvel, característica necessária para os cálculos do Fator de Intensidade de Tensões.

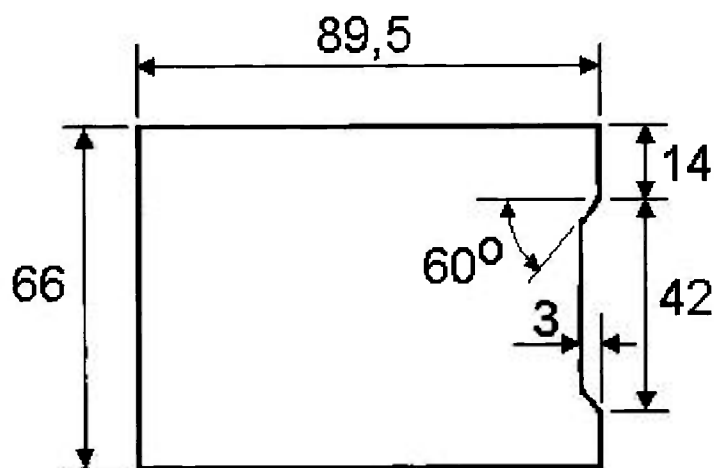
O elemento PLANE77 é específico para análises térmicas, possui um grau de liberdade, em temperatura, em cada um de seus 8 nós. Ele é indicado para aplicações em problemas bidimensionais, podendo ser utilizado tanto em análises estacionárias quanto em análises de transiente. A geometria, com a localização dos nós e do sistema de coordenadas deste elemento é mostrada na Figura 3.13



**Figura 3.13 – Geometria do elemento PLANE77 (ANSYS, 2001).**

O modelo construído representa metade do corpo-de-prova utilizado nos experimentos, uma vez que ele é simétrico no seu sentido longitudinal. Na

Figura 3.14 está mostrado um desenho com a geometria adotada na construção deste modelo.



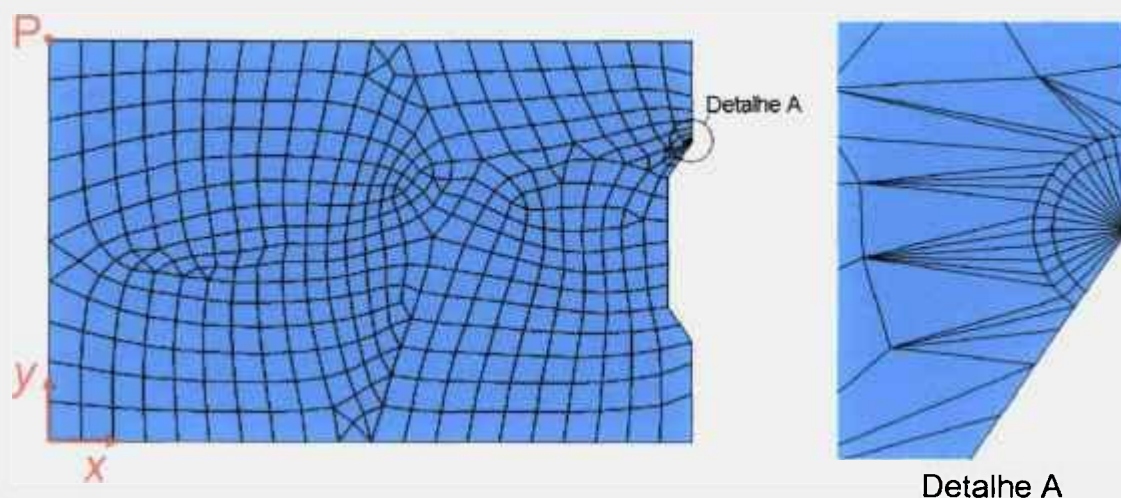
Dimensões em mm

**Figura 3.14 – Desenho esquemático da geometria do corpo-de-prova utilizada na confecção do modelo para análise numérica.**

Foi utilizado o comando KSCON para a geração da malha na ponta da trinca. Neste comando foram adotadas as seguintes opções:

- Raio da primeira camada de elementos:  $1 \times 10^{-4}$  m.
- Razão entre o comprimento da segunda e o da primeira camada de elementos: 0,25.
- Número de elementos ao redor da ponta da trinca: 16.
- Posição dos nós centrais dos elementos singulares:  $\frac{1}{4}$  da distância até a ponta da trinca.

Na Figura 3.15 está representada a malha de elementos utilizada nas análises realizadas, sendo mostrado, em detalhe, os elementos ao redor da ponta da trinca. A malha foi constituída por 500 elementos e 1.515 nós.



**Figura 3.15 – Malha de elementos utilizada nas análises numéricas, com detalhe dos elementos na ponta da trinca, criados com a ajuda do comando KSCON.**

Neste modelo foi adotada a simetria em relação ao eixo  $y$  e foram impostos os carregamentos de temperatura, ou seja uma temperatura uniforme de  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  e, na face superior do corpo-de-prova, as temperaturas medidas pelo termopar em cada instante de tempo, conforme descrito no item 3.2, resultando, assim, uma análise do tipo transiente.

#### 3.4.2 Análises estruturais e cálculos de $K_I$

As análises térmicas realizadas proporcionam, como resultado, as distribuições de temperatura no corpo-de-prova, para cada instante de tempo, e no caso do ANSYS, cada um destes instantes de tempo é denominado como substep.

Tomando-se por base a distribuição de temperatura em cada substep, foi realizada uma análise estrutural, do tipo estacionária. O software ANSYS, quando

do início da análise estrutural escolhe, automaticamente, o elemento de análise PLANE82, que é compatível com o elemento PLANE77 utilizado nas análises térmicas. Nestas análises, o carregamento imposto é somente o carregamento resultante das tensões de origem térmica. Foi adotada, ainda, uma restrição de deslocamento no sentido do eixo y para o ponto P, distante da ponta da trinca (Figura 3.15).

Uma vez obtidas as tensões por meio das análises estruturais, para cada instante de tempo analisado, foi calculado o valor de  $K_I$ , utilizando-se o comando KCALC do ANSYS. Este comando, que na verdade é uma “macro” do programa, calcula, baseado em alguns dados geométricos da trinca e das tensões existentes, o valor do Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ .

Foram adotadas as seguintes propriedades para o material ensaiado (Miskioglu et al., 1981):

- Módulo de elasticidade:

$$E = 2,39 \text{ GPa} \quad (-20 \text{ }^\circ\text{C} < T < 43 \text{ }^\circ\text{C})$$

$$E = -(8,25 \times 10^{-3}) \cdot T + 2,74 \text{ GPa} \quad (43 \text{ }^\circ\text{C} < T < 60 \text{ }^\circ\text{C})$$

- Coeficiente de Poisson:

$$\nu = 0,383$$

- Densidade:

$$\rho = 1.170 \text{ kg/m}^3$$

- Coeficiente de expansão térmica:

$$\alpha = 1,46 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad (-20 \text{ }^\circ\text{C} < T < 50 \text{ }^\circ\text{C})$$

$$\alpha = 2,39 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad (50^\circ\text{C} < T < 55 \text{ }^\circ\text{C})$$

$$\alpha = 2,99 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad (55^\circ\text{C} < T < 60 \text{ }^\circ\text{C})$$

- Condutividade térmica

$$k = 0,105 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

- Calor específico

$$C = 0,307 \text{ W-h/kg } ^\circ\text{C}$$

## 4. RESULTADOS

### 4.1 Carregamento térmico

Durante o ensaio foram monitoradas as temperaturas na face superior do corpo-de-prova. A Tabela 4.1 apresenta valores destas temperaturas para diversos instantes de tempo (esta Tabela apresenta, na realidade, um resumo da temperatura amostrada, uma vez que foram coletados cerca de 1.000 pontos de temperatura durante o ensaio) e a Figura 4.1 mostra o gráfico que apresenta estas temperaturas em função do tempo de ensaio.



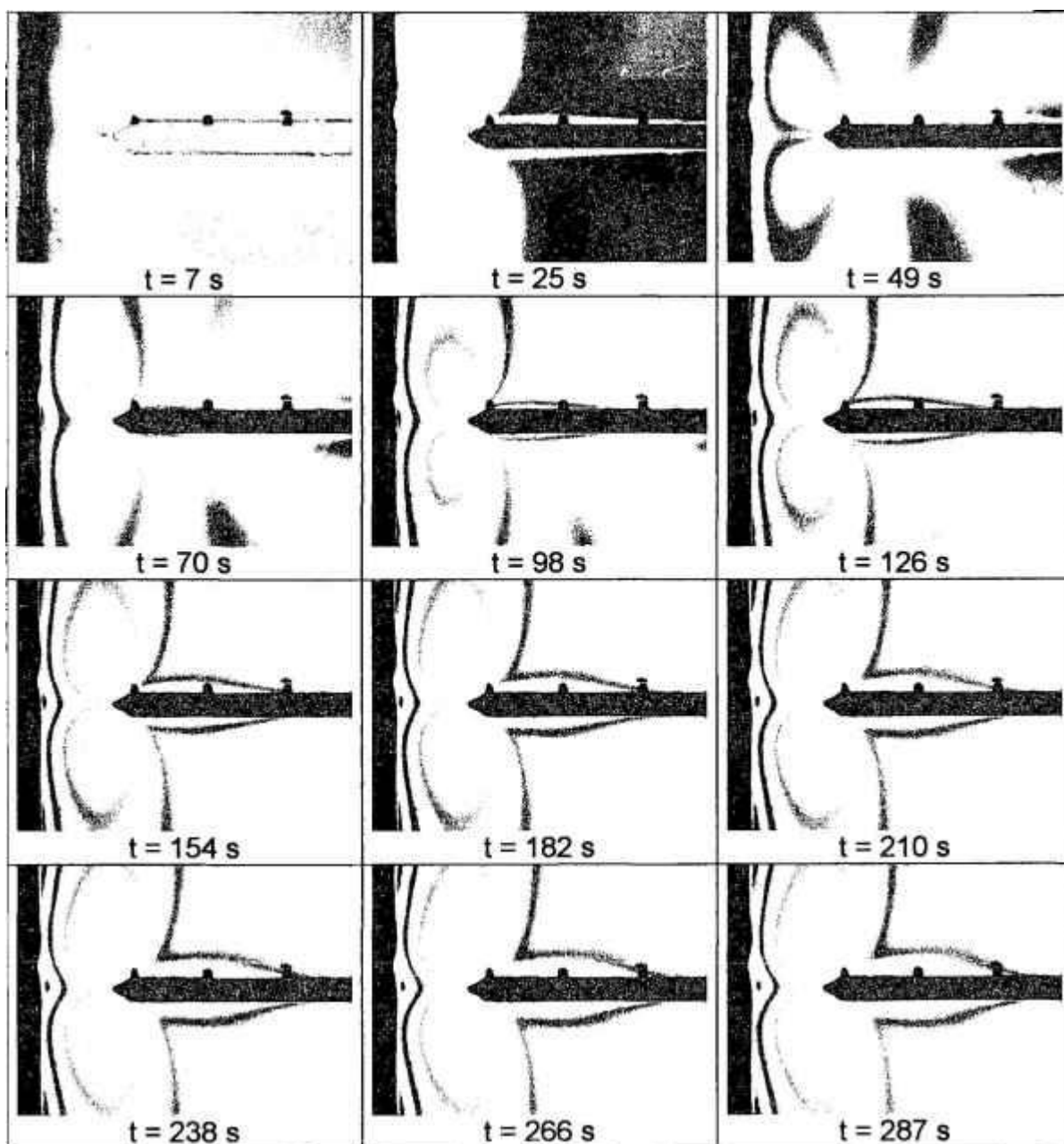
Figura 4.1 – Gráfico de temperatura versus tempo, na superfície superior do corpo-de-prova.

**Tabela 4.1 – Valores de temperatura na superfície superior do corpo-de-prova para diversos instantes de tempo.**

<b>Tempo [s]</b>	<b>Temperatura [oC]</b>	<b>Tempo [s]</b>	<b>Temperatura [oC]</b>
0	59,093	147,03	-1,817
6,46	18,478	154,07	-2,023
12,91	12,809	161,12	-2,195
19,37	10,358	168,17	-2,099
25,83	9,055	174,93	-1,967
32,29	7,938	181,99	-1,714
38,76	7,240	189,03	-1,350
45,24	6,728	196,09	-1,386
51,69	6,098	203,16	-2,132
58,16	5,778	209,91	-2,773
64,62	5,762	216,97	-3,420
71,10	5,969	224,01	-4,224
77,57	5,956	231,05	-4,401
84,03	4,127	238,11	-4,472
91,09	2,416	245,16	-4,496
98,15	1,052	251,91	-4,377
105,21	0,827	258,96	-5,383
111,98	0,601	266,00	-5,618
119,05	0,409	273,06	-5,725
126,09	-0,746	280,11	-5,991
132,96	-1,363	287,17	-5,879
139,98	-1,655		

#### **4.2 *Imagens fotoelásticas e cálculo de $K_I$***

A Figura 4.2 apresenta uma seqüência progressiva de imagens fotoelásticas desde o tempo  $t = 7$  s até o tempo  $t = 287$  s.



**Figura 4.2 – Imagens fotoelásticas a partir do tempo  $t = 7$  s até o tempo  $t = 287$  s.**

Utilizando-se a metodologia descrita no Item 3.2, foi realizado o cálculo de  $K_I$  para diversos instantes de tempo, iniciando-se no tempo  $t = 70$  s até o tempo  $t = 287$  s. Para cada instante de tempo, este procedimento foi realizado cinco vezes, resultando em cinco valores de  $K_I$ .

Na Tabela 4.2 são apresentados os resultados destes cálculos e na Figura 4.3 um gráfico dos valores de  $K_I$  em função do tempo de ensaio.

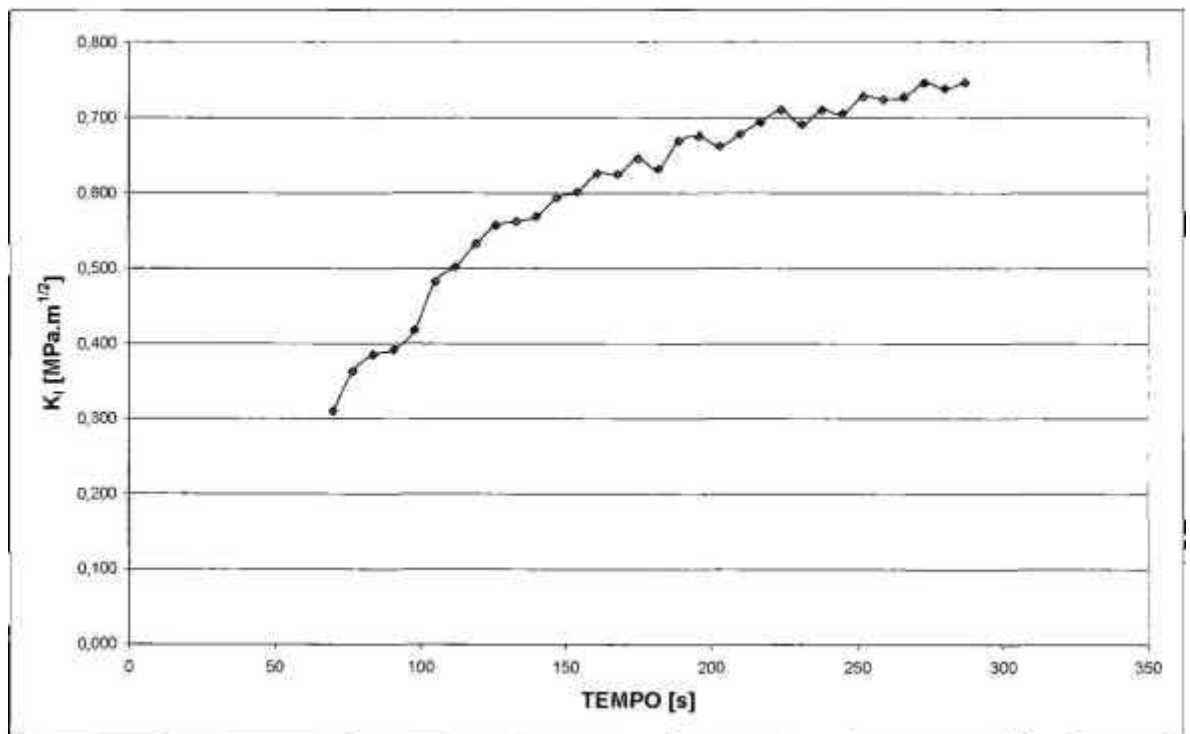


Figura 4.3 – Gráfico de  $K_I$ , obtido com base nas imagens fotoelásticas, em função do tempo de ensaio.

**Tabela 4.2 – Valores de  $K_I$  para diversos instantes de tempo, obtidos com base nas imagens fotoelásticas.**

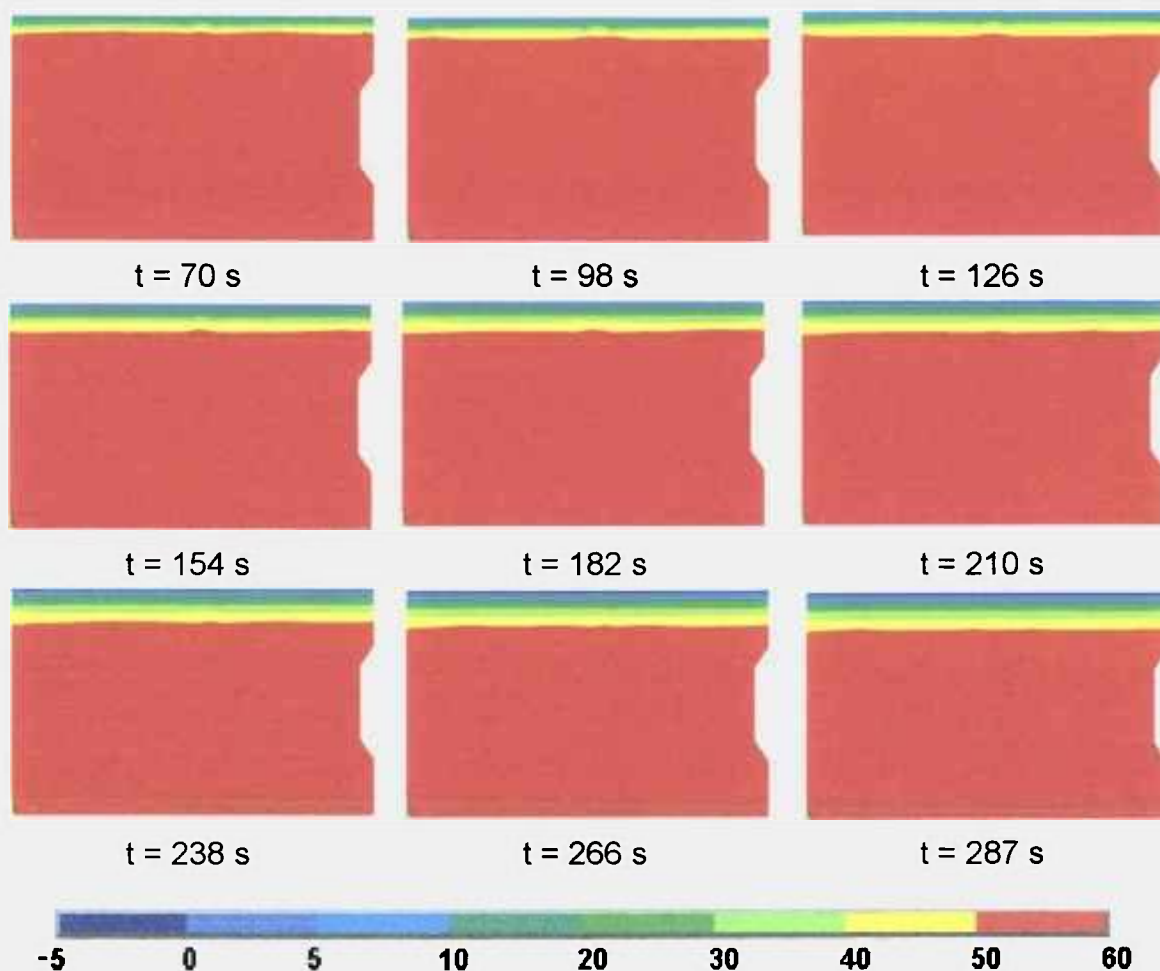
Tempo [s]	$K_I$ [MPa.m <sup>1/2</sup> ]						Desvio Padrão
	1a Medida	2a Medida	3a Medida	4a Medida	5a Medida	Média	
70	0,331	0,318	0,291	0,324	0,286	0,310	0,020
77	0,362	0,361	0,362	0,374	0,358	0,363	0,006
84	0,345	0,363	0,391	0,440	0,385	0,385	0,036
91	0,387	0,403	0,394	0,383	0,393	0,392	0,008
98	0,411	0,414	0,425	0,402	0,438	0,418	0,014
105	0,488	0,476	0,500	0,459	0,489	0,482	0,016
112	0,496	0,509	0,518	0,492	0,493	0,502	0,011
119	0,523	0,533	0,522	0,537	0,546	0,532	0,010
126	0,562	0,566	0,539	0,547	0,572	0,557	0,014
133	0,546	0,564	0,563	0,559	0,580	0,562	0,012
140	0,554	0,572	0,572	0,578	0,569	0,569	0,009
147	0,571	0,610	0,575	0,609	0,605	0,594	0,019
154	0,616	0,607	0,624	0,587	0,572	0,601	0,021
161	0,605	0,619	0,638	0,667	0,602	0,626	0,027
168	0,624	0,635	0,622	0,619	0,627	0,625	0,006
175	0,614	0,655	0,679	0,640	0,644	0,646	0,024
182	0,634	0,641	0,615	0,619	0,649	0,632	0,014
189	0,620	0,665	0,674	0,692	0,692	0,669	0,030
196	0,667	0,668	0,676	0,689	0,696	0,675	0,010
203	0,662	0,659	0,666	0,679	0,645	0,662	0,004
210	0,670	0,682	0,679	0,664	0,697	0,678	0,013
217	0,706	0,705	0,690	0,695	0,675	0,694	0,013
224	0,698	0,701	0,714	0,720	0,717	0,710	0,010
231	0,715	0,690	0,706	0,668	0,678	0,691	0,019
238	0,691	0,703	0,736	0,694	0,725	0,710	0,020
245	0,680	0,720	0,725	0,709	0,693	0,705	0,019
252	0,723	0,715	0,733	0,720	0,749	0,728	0,013
259	0,724	0,729	0,725	0,724	0,718	0,724	0,004
266	0,726	0,733	0,722	0,721	0,735	0,727	0,006
273	0,743	0,743	0,727	0,752	0,764	0,746	0,014
280	0,721	0,735	0,760	0,737	0,740	0,739	0,014
287	0,749	0,733	0,762	0,743	0,746	0,747	0,011

### 4.3 Cálculo de $K_I$ pelo Método de Análise por Elementos Finitos

#### 4.3.1 Resultados das análises térmicas

Com as análises térmicas realizadas conforme descrito no item 3.4.1, foram obtidas distribuições de temperatura em diversos instantes de tempo até o tempo de 287 s, que representa o final do ensaio. A título de ilustração, a Figura 4.4

apresenta algumas destas distribuições de temperaturas para alguns instantes de tempo.



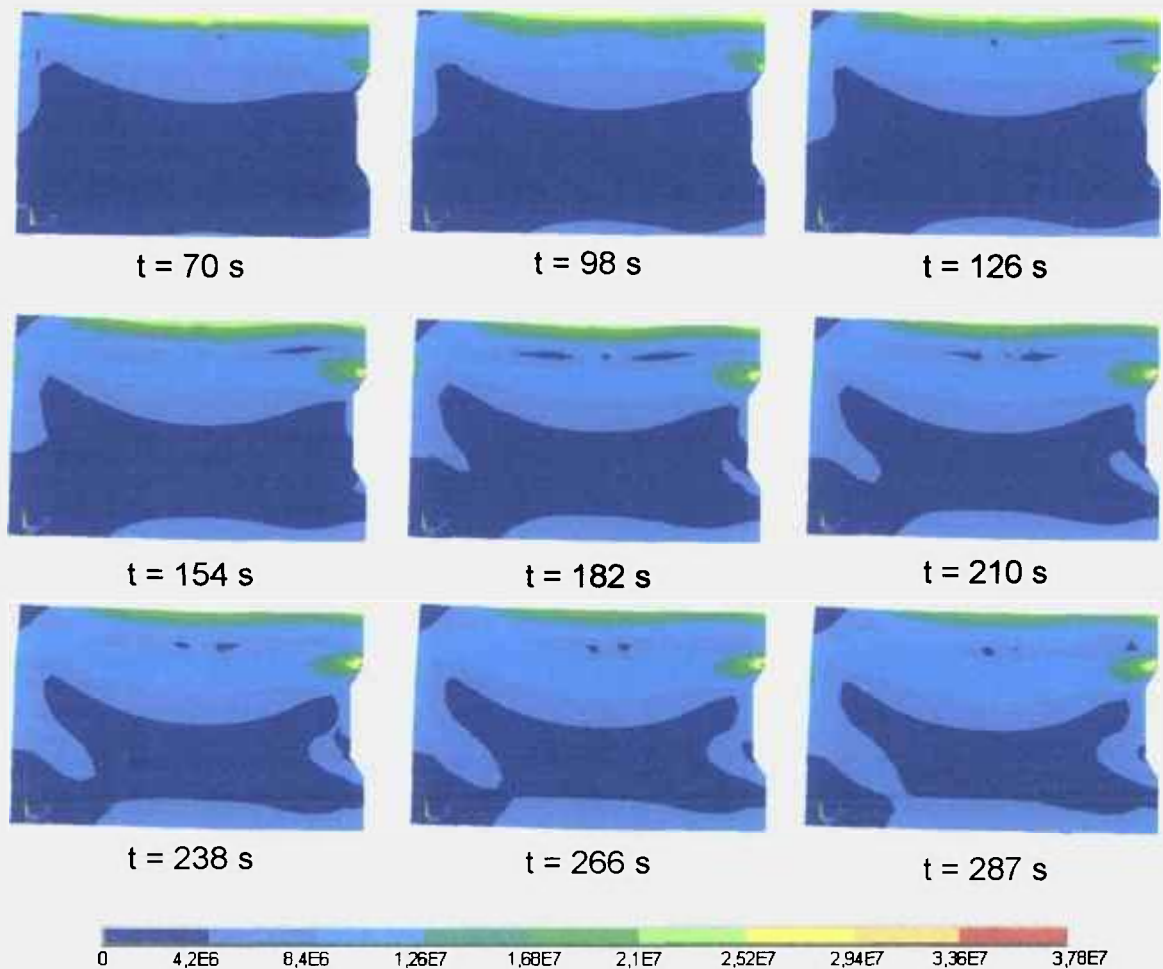
Legenda dos valores de temperatura [°C]

**Figura 4.4 – Distribuição de temperaturas obtidas pelo ANSYS, para diversos instantes de tempo.**

#### 4.3.2 Resultados das análises estruturais e cálculos de $K_I$

Baseado na metodologia apresentada no item 3.4.2, foram obtidas as distribuições de tensões e calculados os valores do Fator de Intensidade de Tensões,  $K_I$ , para os diversos instantes de tempo.

Na Figura 4.5 são apresentadas as distribuições das diferenças entre as tensões principais ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) para diversos instantes de tempo.



Legenda dos valores de tensões ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) [Pa]

**Figura 4.5 – Distribuição da diferença entre as tensões principais ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) obtidas pelo ANSYS, para diversos instantes de tempo.**

Na Tabela 4.3 são apresentados os valores de  $K_I$  obtidos com base nas análises numéricas realizadas pelo ANSYS.

**Tabela 4.3 – Valores de  $K_I$  para diversos instantes de tempo, obtidos com base nas análises numéricas.**

<b>Tempo [s]</b>	<b><math>K_I</math> [MPa.m<sup>1/2</sup>]</b>
70	0,45090
77	0,46474
84	0,47745
91	0,48895
98	0,50023
105	0,51055
112	0,52017
119	0,52962
126	0,53912
133	0,54870
140	0,55803
147	0,56691
154	0,57481
161	0,58194
168	0,58844
175	0,59470
182	0,59970
189	0,60421
196	0,60838
203	0,61265
210	0,61616
217	0,61895
224	0,62156
231	0,62377
238	0,62528
245	0,62633
252	0,62698
259	0,62770
266	0,62799
273	0,62811
280	0,62798
287	0,62720

Na Figura 4.6 é apresentado um gráfico dos valores de  $K_I$ , obtidos por meio do software ANSYS, em função do tempo de ensaio.

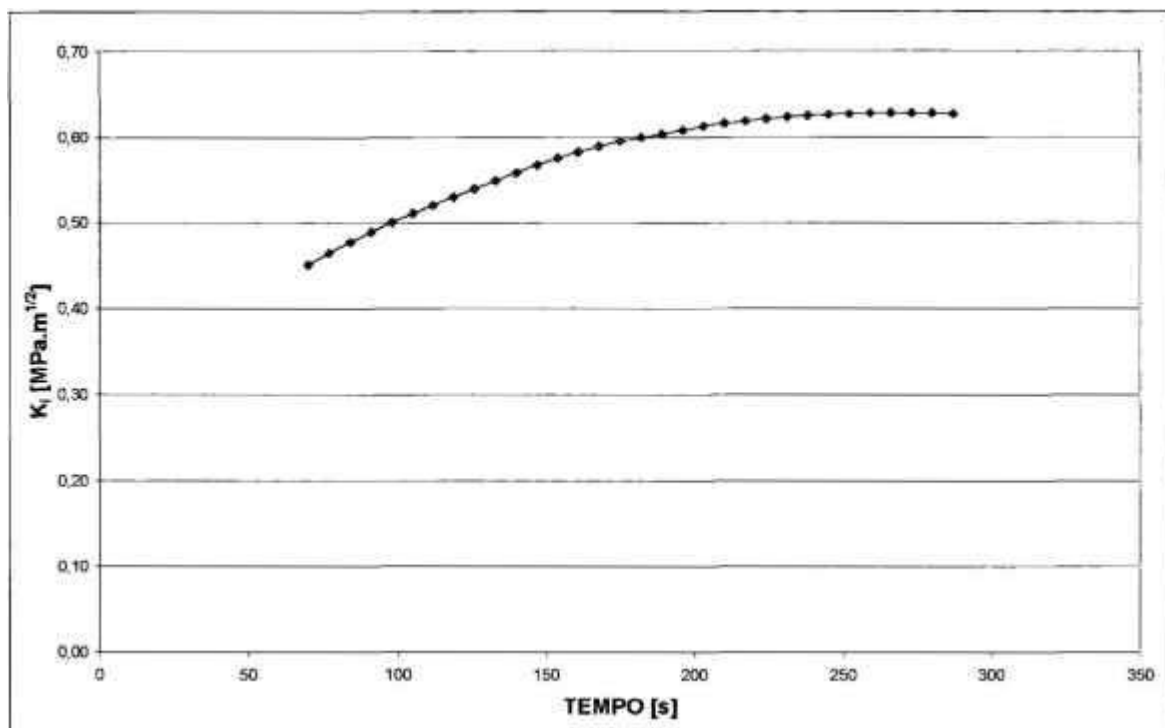
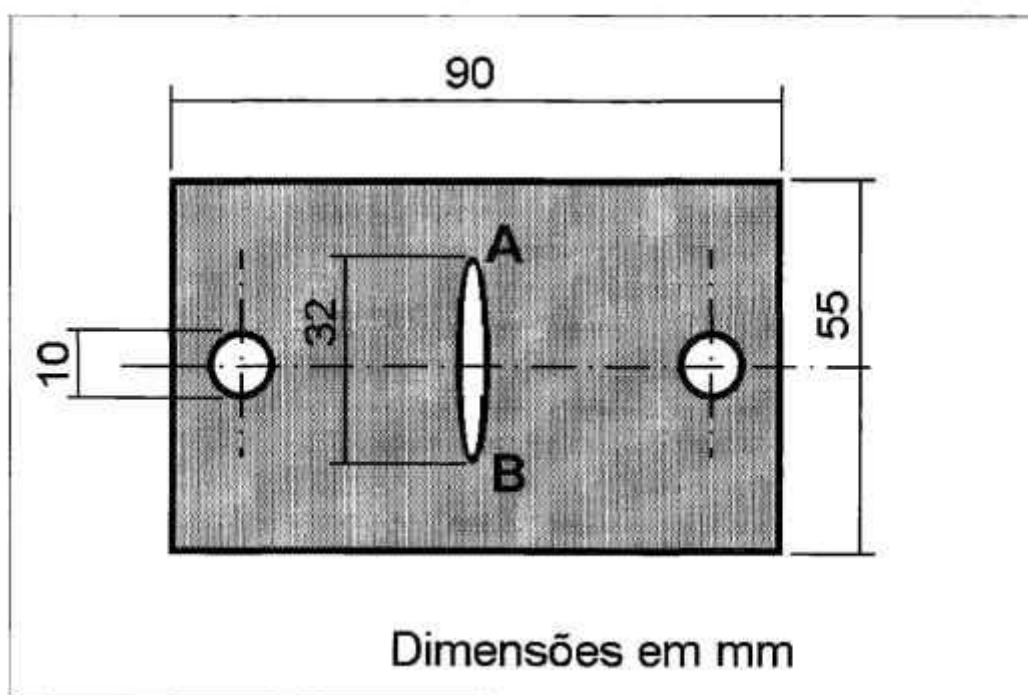


Figura 4.6 – Gráfico de  $K_I$ , obtido por meio do ANSYS, em função do tempo de ensaio.

#### 4.4 Exemplo de aplicação

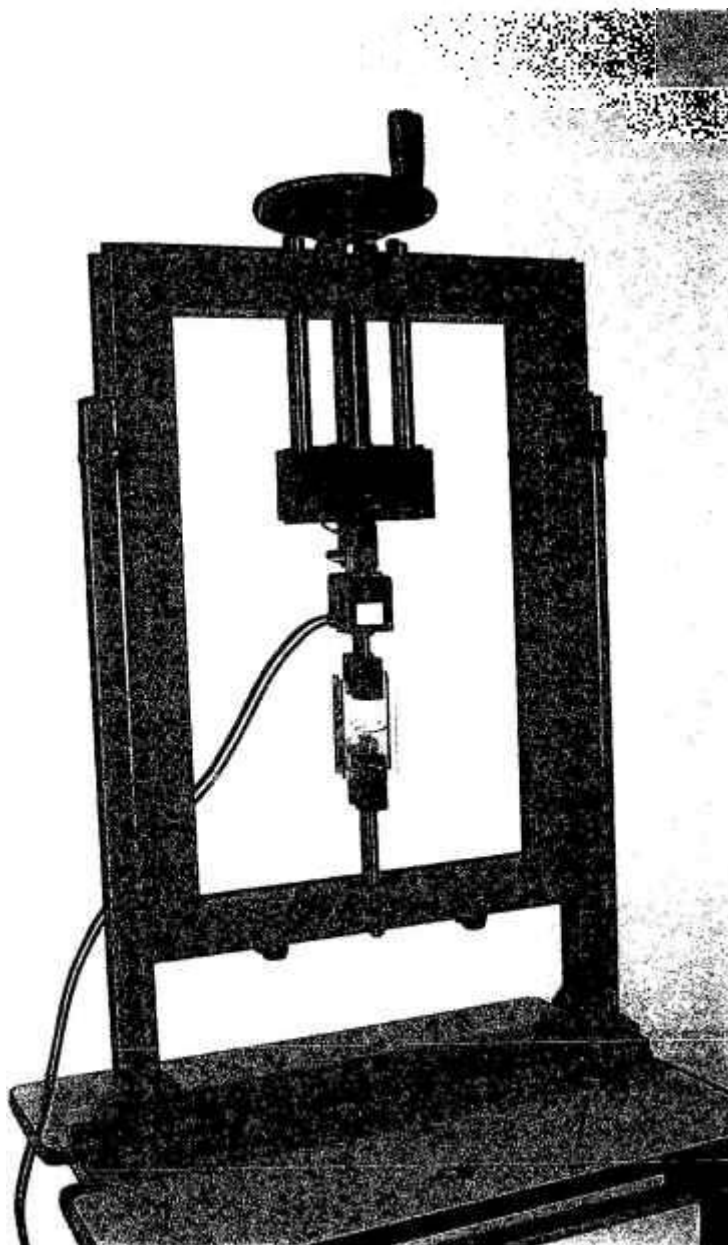
Foi desenvolvido um experimento que conjuga carregamentos térmicos com carregamentos mecânicos. Neste experimento, foram obtidas imagens fotoelásticas e com base nestas imagens foi determinado o Fator de Intensidade de Tensões usando a metodologia anteriormente apresentada.

O corpo-de-prova utilizado consistiu em uma placa de policarbonato PSM-1 com a geometria mostrada na Figura 4.7. Esta placa foi submetida a cargas de tração de 20, 30 e 40 kgf e a um carregamento térmico que consistiu em se manter toda a placa a 25 °C e aplicar à face inferior uma temperatura de 60 °C.



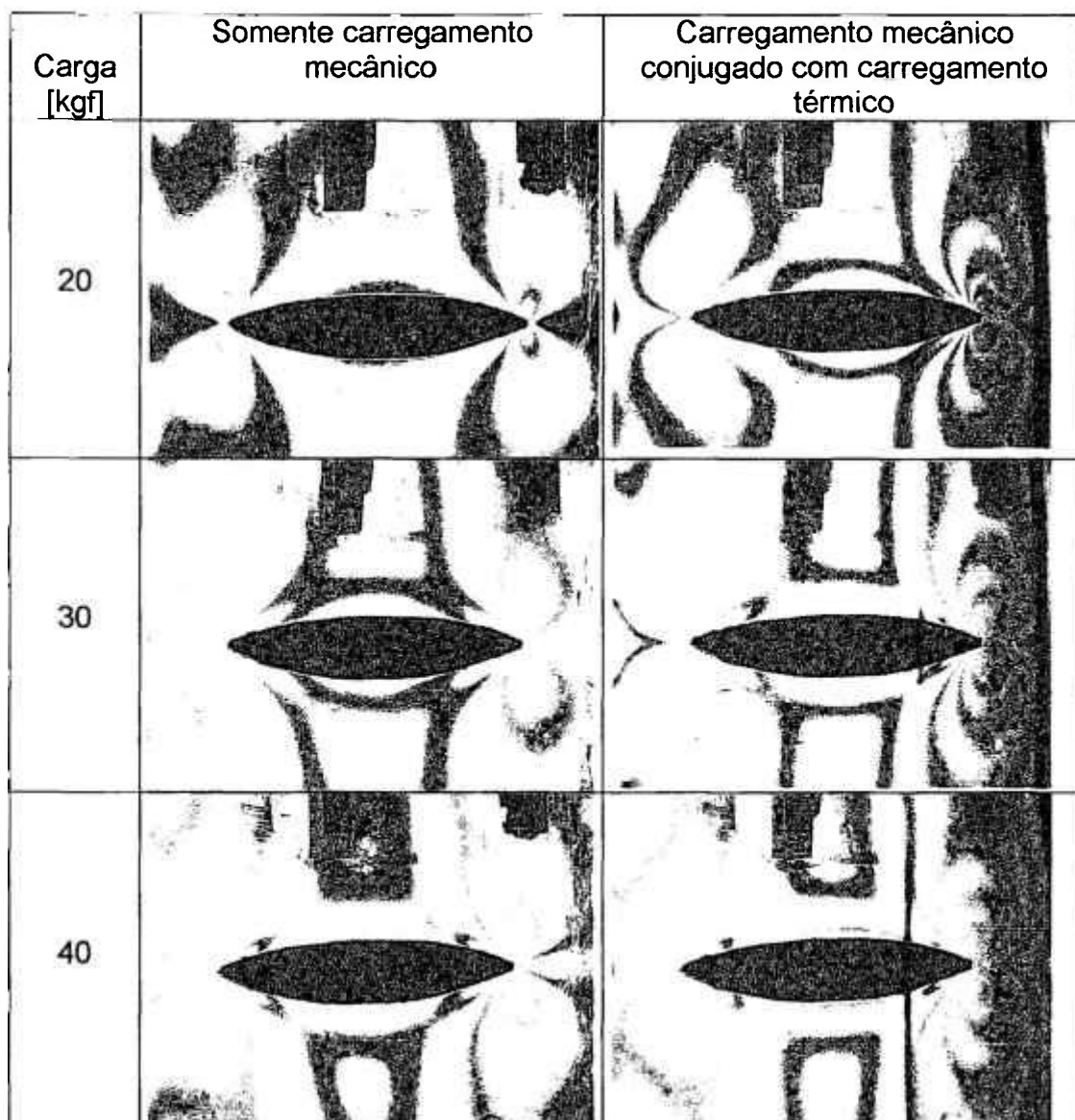
**Figura 4.7 – Corpo-de-prova utilizado no experimento de carregamentos térmicos conjugados com carregamentos mecânicos.**

Na Figura 4.8 é mostrado o corpo-de-prova montado no sistema de aplicação de cargas de tração.



**Figura 4.8 – Corpo-de-prova montado no sistema de aplicação de cargas de tração.**

Foram adquiridas imagens das isocromáticas geradas nas extremidades A e B do corpo-de-prova antes do carregamento térmico, quando somente estavam presentes os carregamentos mecânicos e um minuto após a aplicação da temperatura na face inferior. A Figura 4.9 mostra as imagens adquiridas para cada uma destas condições.



**Figura 4.9 – Imagens fotoelásticas do corpo-de-prova submetido aos carregamentos de 20, 30 e 40 kgf, com e sem carregamento térmico.**

Tomando-se por base as imagens fotoelásticas, foram calculados os valores de  $K_i$ , tanto na extremidade A quanto na extremidade B, para todas as condições ensaiadas. Os procedimentos de cálculo foram realizados utilizando-se a metodologia descrita no item 3.2 e para cada condição este procedimento foi repetido três vezes, resultando em três valores de  $K_i$ . Na Tabela 4.4 são apresentados os resultados destes cálculos.

**Tabela 4.4 – Valores de  $K_I$  para os carregamentos de 20, 30 e 40 kgf, com e sem carregamento térmico (todos os valores estão em  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ).**

<b>Somente carregamento mecânico</b>						
<b>Carga [kgf]</b>	<b>Extremidade A</b>					<b>Média</b>
	<b>1<sup>a</sup></b>	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>3<sup>a</sup></b>	<b>4<sup>a</sup></b>	<b>5<sup>a</sup></b>	
	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	
<b>20</b>	0,294	0,329	0,306	0,308	0,310	0,309
<b>30</b>	0,372	0,374	0,394	0,382	0,380	0,380
<b>40</b>	0,553	0,565	0,554	0,557	0,550	0,556
<b>Extremidade B</b>						
<b>Carga [kgf]</b>	<b>1<sup>a</sup></b>	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>3<sup>a</sup></b>	<b>4<sup>a</sup></b>	<b>5<sup>a</sup></b>	<b>Média</b>
	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	
<b>20</b>	0,224	0,279	0,219	0,235	0,229	0,237
<b>30</b>	0,329	0,316	0,298	0,311	0,325	0,316
<b>40</b>	0,390	0,425	0,393	0,399	0,402	0,402
<b>Carregamento mecânico conjugado com carregamento térmico</b>						
<b>Carga [kgf]</b>	<b>Extremidade A</b>					<b>Média</b>
	<b>1<sup>a</sup></b>	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>3<sup>a</sup></b>	<b>4<sup>a</sup></b>	<b>5<sup>a</sup></b>	
	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	
<b>20</b>	0,324	0,310	0,299	0,315	0,321	0,314
<b>30</b>	0,437	0,426	0,425	0,430	0,429	0,429
<b>40</b>	0,554	0,557	0,574	0,561	0,559	0,561
<b>Extremidade B</b>						
<b>Carga [kgf]</b>	<b>1<sup>a</sup></b>	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>3<sup>a</sup></b>	<b>4<sup>a</sup></b>	<b>5<sup>a</sup></b>	<b>Média</b>
	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	<b>Medida</b>	
<b>20</b>	0,554	0,544	0,595	0,561	0,550	0,561
<b>30</b>	0,810	0,774	0,787	0,779	0,785	0,787
<b>40</b>	0,914	0,869	0,825	0,881	0,853	0,868

## 5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os equipamentos utilizados (sistema de aquisição de imagens, estufa fotoelástica, sistema de carregamento) se mostraram bastante adequados para a realização dos ensaios propostos.

Apesar da câmara digital utilizada ter uma resolução relativamente baixa (0,9 MPixel), o sistema óptico utilizado proporcionou imagens com resolução adequada aos trabalhos. Utilizando-se uma câmara digital de alta resolução (hoje pode-se contar com resoluções na faixa de 10 a 15 MPixel) poderão ser obtidas imagens fotoelásticas com maior resolução, o que possibilitaria aumentar a precisão do método e a realização de outros tipos de trabalhos nesta área, tais como a determinação de  $K_I$  em microtrincas e para baixos carregamentos.

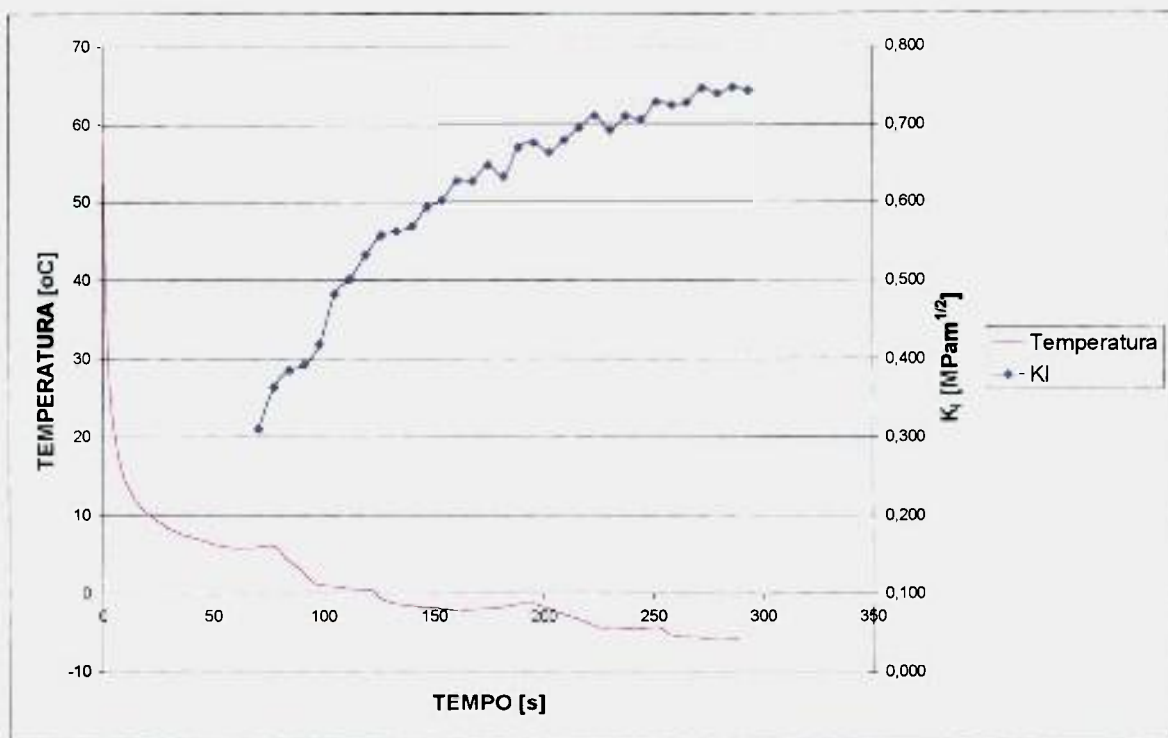
A estufa fotoelástica, com controle eletrônico de temperatura, demonstrou uma estabilidade de temperatura superior ao necessário para os trabalhos desenvolvidos (estabilidade melhor do que 0,01 °C), o que traz a possibilidade de utilização em ensaios mais refinados e complexos. Deve-se observar, ainda, que com a experiência adquirida na construção desta estufa, torna-se possível a construção de outros equipamentos deste gênero, com outras dimensões ou outras faixas de operação. Este tipo de estufa pode ser bastante útil na realização de outros experimentos fotoelásticos em temperaturas acima da ambiente e pode ser, também, utilizada na calibração de materiais fotoelásticos.

Por outro lado, o sistema de injeção de álcool resfriado pode, também, ser modificado para permitir, por exemplo, a injeção de fluido sob pressão, o que permitiria a combinação do carregamento térmico com o carregamento resultante de pressão hidrostática.

O corpo-de-prova desenvolvido, apesar de simples, demonstrou, também, ser adequado ao objetivo principal do trabalho, ou seja, a demonstração da viabilidade do método fotoelástico na determinação do Fator de Intensidade de Tensões causado por carregamentos térmicos. Deve-se ressaltar que podem ser construídos corpos-de-prova com formatos bastante variados e com pequenas adaptações eles também poderiam ser ensaiados no sistema desenvolvido. Uma alternativa interessante seria a construção de corpos-de-prova com resinas epóxi que, apesar de possuírem uma menor Figura de Mérito para fototermoelasticidade e necessitarem de maior trabalho na sua confecção, podem, por serem fundidos, assumir geometria bem mais complexa.

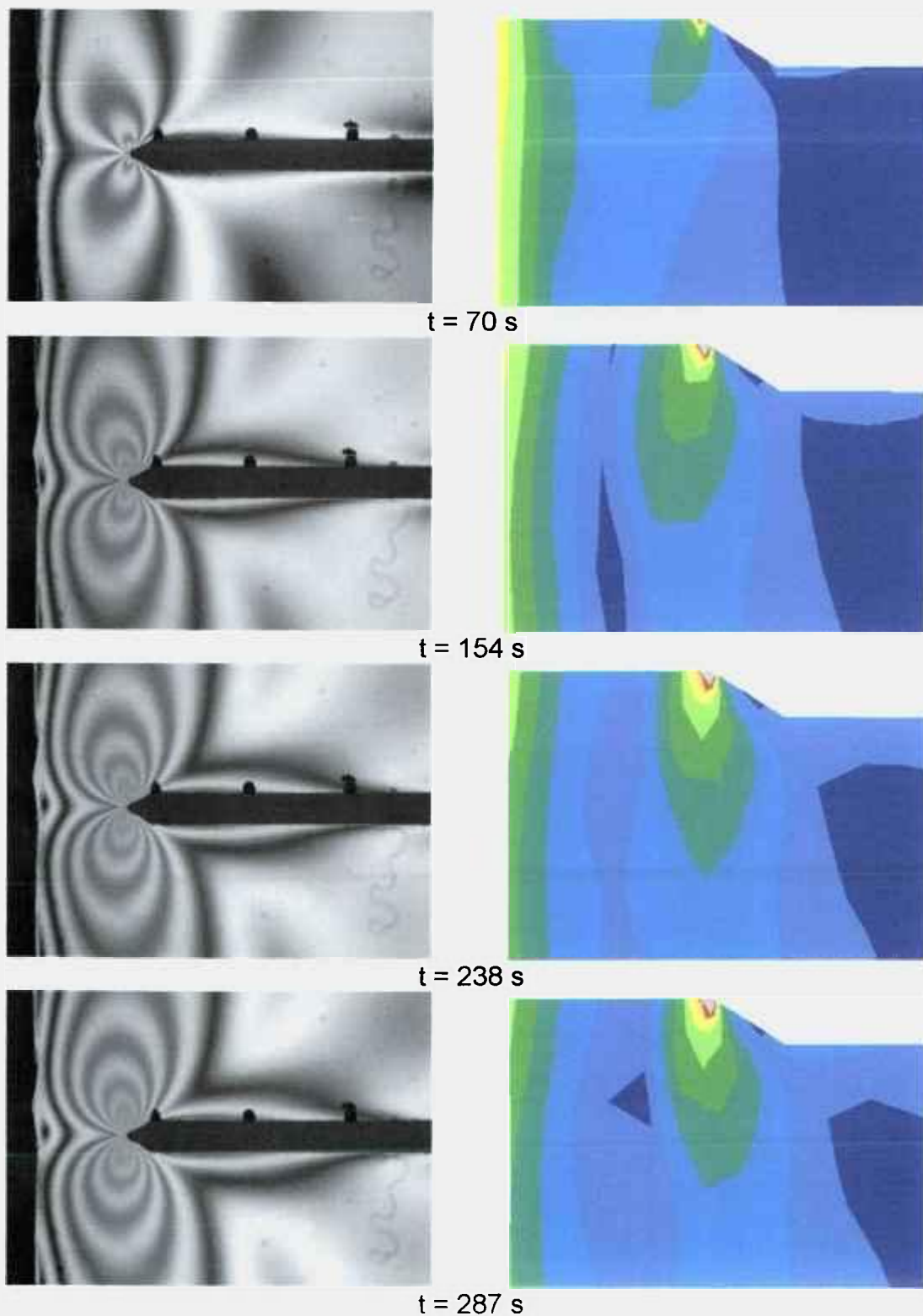
Os softwares utilizados para o processamento das imagens fotoelásticas, apesar de serem antigos (1997), serem baseados em versões antigas do Windows (versão 3.11) e necessitarem de algum esforço para se fornecer os dados necessários, são perfeitamente adequados e bastante "robustos", possibilitando resultados bastante confiáveis.

Na Figura 5.1 é apresentada a comparação de dois gráficos. O primeiro representa o carregamento térmico imposto à face superior do corpo-de-prova e o segundo os valores de  $K_I$  obtidos com base nas imagens fotoelásticas. Pode-se notar, analisando-se estes gráficos, que os valores de  $K_I$  evoluem na mesma proporção da evolução do carregamento térmico, o que é de se esperar, uma vez que o corpo-de-prova só é submetido a este carregamento e o que demonstra que a metodologia utilizada é suficientemente sensível para detectar estas variações.



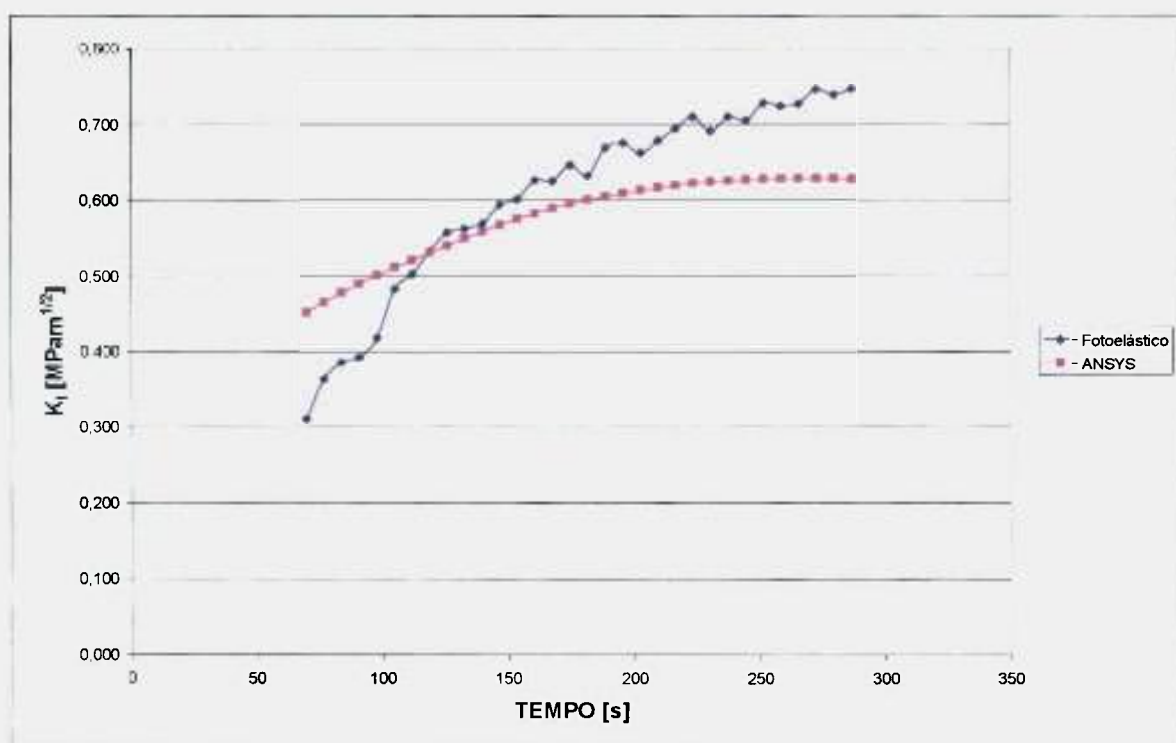
**Figura 5.1 – Curvas de temperatura da face superior versus tempo e de valor de  $K_I$  versus tempo.**

Na Figura 5.2 são apresentados, para os instantes de tempo de 70, 154, 238 e 287 segundos, tanto os padrões de franjas isocromáticas quanto os resultados das análises estruturais realizadas pelo software ANSYS. Comparando-se estes resultados pode-se observar que eles são coerentes entre si, apresentando o mesmo “formato” para a distribuição de tensões, devendo-se observar, contudo, que as imagens relativas às análises numéricas representam metade do modelo.



**Figura 5.2 – Comparação, para alguns instantes de tempo, dos padrões de franjas isocromáticas e os campos de tensões  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  obtidos por meio do software ANSYS.**

Os valores de  $K_I$ , tanto os obtidos por meio das imagens fotoelásticas quanto os obtidos pelo método de elementos finitos são apresentados no gráfico da Figura 5.3. Pode-se observar que para o início do ensaio, quando o valor de  $K_I$  é baixo, os valores obtidos pelo ANSYS são significativamente maiores, chegando a ser, no tempo de ensaio de 70 s, cerca de 45% superior ao obtido pelas imagens fotoelásticas. Entretanto, observou-se que a medida que o tempo de ensaio tende a zero (quando o valor de  $K_I$  deveria ser zero, pois não há aplicação de nenhum carregamento) mesmo assim, o ANSYS aponta um valor de  $K_I$  de cerca de 0,18 MPa.m<sup>1/2</sup>, o que indica que o algoritmo utilizado possui uma certa dificuldade em realizar os cálculos para pequenos valores de  $K_I$ . Para os tempos mais próximos do final do ensaio as diferenças são da ordem de 16%, o que pode ser considerado aceitável. Esta discrepância pode estar relacionada com diferenças entre os valores de algumas propriedades do material utilizadas nas análises por elementos finitos e os seus valores reais.



**Figura 5.3 – Comparação dos valores de  $K_I$  obtidos por meio das imagens fotoelásticas e dos calculados pelo software ANSYS.**

**Tabela 5.1 – Comparação dos valores de  $K_I$  obtidos por meio das imagens fotoelásticas e dos calculados pelo software ANSYS.**

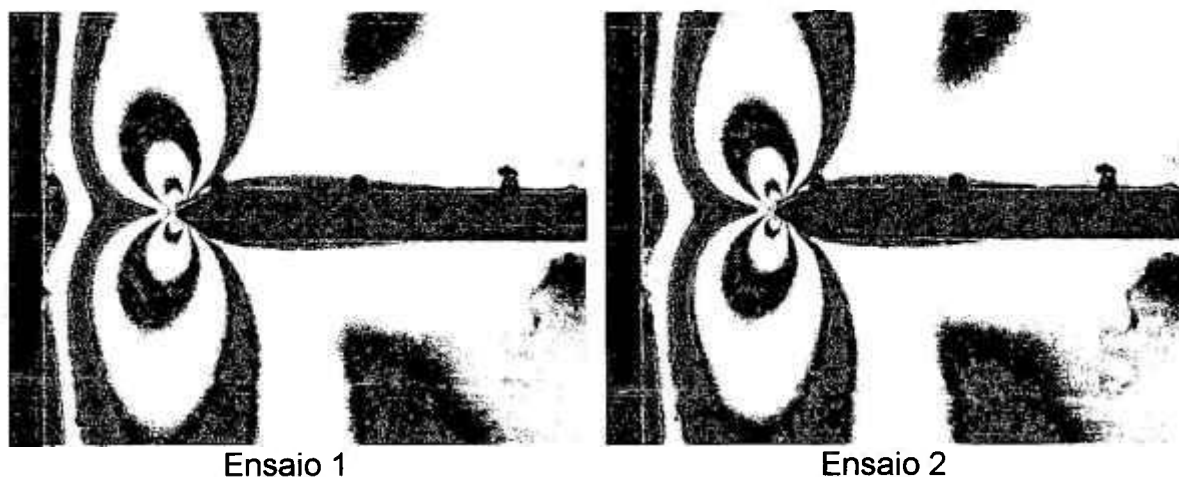
Tempo [s]	$K_I$ [MPa.m <sup>1/2</sup> ]		Diferença (Fotoel/ANSYS)
	Fotoelasticidade	ANSYS	
70	0,310	0,45090	-45,45%
77	0,363	0,46474	-28,03%
84	0,385	0,47745	-24,01%
91	0,392	0,48895	-24,73%
98	0,418	0,50023	-19,67%
105	0,482	0,51055	-5,92%
112	0,502	0,52017	-3,62%
119	0,532	0,52962	0,45%
126	0,557	0,53912	3,21%
133	0,562	0,54870	2,37%
140	0,569	0,55803	1,93%
147	0,594	0,56691	4,56%
154	0,601	0,57481	4,36%
161	0,626	0,58194	7,04%
168	0,625	0,58844	5,85%
175	0,646	0,59470	7,94%
182	0,632	0,59970	5,11%
189	0,669	0,60421	9,68%
196	0,675	0,60838	9,87%
203	0,662	0,61265	7,45%
210	0,678	0,61616	9,12%
217	0,694	0,61895	10,81%
224	0,710	0,62156	12,46%
231	0,691	0,62377	9,73%
238	0,710	0,62528	11,93%
245	0,705	0,62633	11,16%
252	0,728	0,62698	13,88%
259	0,724	0,62770	13,30%
266	0,727	0,62799	13,62%
273	0,746	0,62811	15,80%
280	0,739	0,62798	15,02%
287	0,747	0,62720	16,04%

Uma outra importante consideração a ser feita é que, uma vez que os estudos realizados por meio da fotoelasticidade são desenvolvidos em modelos, torna-se necessário que os resultados obtidos possam ser extrapolados para

protótipos. O relacionamento entre modelo e protótipo é estabelecido pela chamada Teoria de Modelos e pela Análise Dimensional (ver Item 2.10, Equações 41 e 42).

Para isto, quando da definição do experimento fotoelástico, deve-se ter especial atenção no dimensionamento do corpo-de-prova, incluindo as dimensões da trinca, e do carregamento térmico. Outra preocupação de grande importância é a escolha do material fotoelástico a ser utilizado, cujas propriedades devem ter comportamento compatíveis com o protótipo. O policarbonato PSM-1, que foi utilizado nos experimentos, é bem adequado quando se quer estabelecer correlações com metais, de um modo geral, já que as propriedades relevantes, tais como módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, coeficiente de expansão térmica e condutividade térmica, apresentam comportamento semelhante ao dos metais.

Para se realizar uma verificação da reprodutibilidade dos ensaios, foram comparados os resultados de dois experimentos, ambos realizados sob as mesmas condições e nos mesmos moldes do experimento descrito no item 3.2. Na Figura 5.4 são mostradas as imagens fotoelásticas obtidas para o instante  $t = 100$  s, para ambos os ensaios.



**Figura 5.4 – Imagens fotoelásticas obtidas em dois ensaios distintos, no tempo de 100 s.**

Pode-se notar que as imagens fotoelásticas são praticamente idênticas. Procedendo-se ao cálculo do Fator de Intensidade de Tensões, através dos softwares FOTOFRAN e FOTOVER, foram feitas três determinações para cada imagem. Os resultados são apresentados na Tabela 5.2.

**Tabela 5.2 – Valores de  $K_I$  obtidos por meio de dois ensaios fotoelásticos realizados sob as mesmas condições.**

	$K_I$ [MPa.m <sup>1/2</sup> ]	
	Ensaio 1	Ensaio 2
<b>1ª Medida</b>	0,410	0,373
<b>2ª Medida</b>	0,371	0,409
<b>3ª Medida</b>	0,416	0,384
<b>Média</b>	0,399	0,389
<b>Desvio Padrão</b>	0,024	0,018

Observando-se os valores obtidos, pode-se verificar que eles apresentam uma variação menor do que 2,6% entre si.

## 6. CONCLUSÕES

A metodologia proposta apresenta-se como uma alternativa experimental válida e confiável para a determinação do Fator de Intensidade de Tensões causado por carregamentos térmicos. A confecção dos corpos-de-prova é relativamente simples, os equipamentos utilizados são de fácil aquisição ou fabricação. Neste aspecto, deve-se ressaltar que, apesar do polariscópio utilizado neste trabalho ser bastante sofisticado, para a realização de ensaios deste tipo basta contar com um polariscópio rudimentar, constituído apenas de uma fonte de luz e de placas polarizadoras e analisadoras facilmente encontradas no mercado. Entretanto, o controle e homogeneidade da temperatura dos corpos-de-prova fotoelásticos devem ser bastante rígidos, uma vez que os materiais que constituem estes corpos-de-prova possuem Figura de Mérito para Fototermoelasticidade,  $Q_t$ , bastante elevada. Seguindo-se as orientações básicas na elaboração dos experimentos, eles demonstraram uma ótima reprodutibilidade.

Como observado no exemplo de aplicação apresentado, o método pode ser aplicado na determinação do Fator de Intensidade de Tensões em situações nas quais estejam presentes, simultaneamente, carregamentos térmicos e mecânicos.

Por outro lado, pelo fato de ser uma metodologia inédita, apresenta campos de desenvolvimentos futuros. Por exemplo, pode-se citar a possibilidade de determinação do Fator de Intensidade de Tensões em modelos tridimensionais, utilizando a técnica construtiva de sanduíche. Neste método, como descrito no item 2.4 desta tese, o modelo é construído de material plástico, translúcido e não fotoelástico, como por exemplo o plexiglas. Durante a construção do modelo, é incluída uma fina fatia de material fotoelástico, no plano de interesse. Diferentes modos de carregamento podem ser aplicados mas somente serão conhecidos os campos de tensões no plano da fatia fotoelástica. Entretanto, apesar de promissora, esta metodologia ainda carece de um maior desenvolvimento

tecnológico, especialmente no que diz respeito à colagem da fatia fotoelástica. Uma vez superados estes obstáculos, esta técnica seria interessante na solução de problemas tais como trincas internas em tubulações, vasos de pressão, etc.

Outro possível campo de atuação seria a utilização do método de elementos finitos na simulação de franjas fotoelásticas que posteriormente seriam utilizadas para o cálculo de  $K_I$ , de acordo com as metodologias apresentadas. Neste caso, os experimentos fotoelásticos seriam os mais adequados para validar os resultados.

Acredita-se, também, que a partir do momento que se tenha os cálculos de  $K_I$ , realizados por meio de elementos finitos, os valores obtidos experimentalmente possam vir a ser úteis para validar estes cálculos. Espera-se, ainda, que as duas metodologias, cálculo por elementos finitos e análise experimental, possam ser utilizados em conjunto, com o objetivo de se obter resultados mais confiáveis e de maneira mais prática.

Uma extensão da metodologia aqui proposta que também pode vir a ser desenvolvida, é a aplicação da técnica de fotoelasticidade na determinação do Fator de Intensidade de Tensões para outros modos de carregamentos, incluindo modos mistos.

Um outro campo de trabalho bastante interessante é o da automação de todo o processo de obtenção do Fator de Intensidade de Tensões pelo método fotoelástico. Esta automação consistiria em um sistema de aquisição de imagens através de um sistema de câmara acoplada a um microcomputador, semelhante ao descrito no item 3.1.2. Este sistema forneceria as imagens a um software que automaticamente calcularia o Fator de Intensidade de Tensões, utilizando praticamente os mesmos algoritmos usados neste trabalho.

Com o desenvolvimento dos equipamentos necessários à realização desta tese, tais como a estufa fotoelástica e o sistema óptico, criou-se condições para a realização, além dos ensaios de determinação do Fator de Intensidade de Tensões, de outros tipos de ensaios fotoelásticos, possibilitando a execução de outros trabalhos.

No intuito de complementar os estudos realizados, pretende-se dar continuidade a este trabalho formulando e desenvolvendo metodologias para o estabelecimento de correlações entre os valores de  $K_f$  obtidos por meio de modelos fotoelásticos, quando submetidos a carregamentos de origem térmica, e os valores a serem utilizados em protótipos metálicos.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AJOVALASIT, A., BARONE, S., PETRUCCI, G. A review of automated methods for the collection and analysis of photoelastic data. *Journal of Strain Analysis* vol. 33 no. 2, 1998.
- AL-OSTAZ, A., JASIUK, I. Crack initiation and propagation in materials with randomly distributed holes. *Engineering Fracture Mechanics* vol. 58 nos. 5-6 - Elsevier - London, p. 395-420, 1997.
- AL-OSTAZ, A., JASIUK, I. The influence of interface and arrangement of inclusions on local stresses in composite materials. *Acta Materialia* vol. 45 - Elsevier - London, p. 4131-4143, 1996.
- ANSYS, Inc. *ANSYS User's Manual for Revision 7.1*, Houston, PA, 2001.
- ASUNDI, A., KISHEN, A., A strain gauge and photoelastic analysis of in vivo strain and in vitro stress distribution in human dental supporting structures. *Archives of Oral Biology* vol. 45 - Elsevier - London, p. 543-550, 2000.
- AUDENINO, A. L., CALDERALE, P. M. Combined thermoelastic and photoelastic stress analysis of an automotive front suspension link *International Journal of Materials and Product Technology* vol. 11 nos. 5/6, p. 345-356, 1996.
- AVRIL, J. *Encyclopedie Vishay d'analyse des contraintes*. Paris: Vishay-Micromasures, 1974.
- AYATOLLAHI, M. R.; SAFARI, H. Evaluation of crack tip constraint using photoelasticity. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* vol. 80, p. 665-670, 2003.
- BARFUSS, J., DRYDEN, J. R., SHINOZAKI, D. M. Use of photoelasticity to study the effect of particle distribution on stress in composites. *Materials Science and Engineering* vol. A202 - Elsevier - London, p. 57-62, 1995.
- BARKER, D. B.; SANFORD, R. J.; CHONA, R. Determining K and related stress-field parameters from displacement fields. *Experimental Mechanics*, Dec., p. 395-407, 1985.
- BATHE, K. *Finite Element Procedures*, Upper Saddle River, Prentice Hall, 1996.

- BIGNARDI, C., BERTETTO, A. M., MAZZA, L. Photoelastic measurements and computation of the stress field and contact pressure in a pneumatic lip seal. *Tribology International* vol. 32 - Elsevier - London, p. 1-13, 1999.
- BORGES, A. C. C. *Análise de distribuição de tensões em uma manivela de um virabrequim automotivo utilizando uma técnica numérico-experimental*, 2001. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- BRADLEY, W. B.; KOBAYASHI, A.S. An investigation of propagating cracks by dynamic photoelasticity. *Experimental Mechanics*, Mar., p. 106-113, 1970.
- BURGER, C. P. A Generalized Method for Photoelastic Studies of Transient Thermal Stress. *Experimental Mechanics* , december, p. 529-537, 1969.
- BURGER, C. P. Photothermoelastic Study of Stress Concentrations in a Plate with Internal Heating. *Experimental Mechanics* vol. 12 no. 10, p. 483-488, 1972.
- BURGER, C. P. Thermal modeling. *Experimental Mechanics*, november, p. 430-442, 1975.
- BURGER, C. P. Photoelastic Modeling of Stresses Caused by Thermal Shock. *Experimental Mechanics* , march, p. 95-99, 1976.
- CORBY, T. W. Jr, NICKOLA, W. E. Residual strain measurements using photoelastic coatings. *Optics and Lasers in Engineering* vol. 27, p. 111-123, 1997.
- COOK, R. D. *Finite Element Modeling for Stress Analysis*, New York, John Wiley & Sons, Inc, 1995.
- DALLY, J. M.; RILEY, W. F. *Experimental Stress Analysis*. New York, N.Y.: McGraw-Hill, 1991.
- DALLY, J.W.; SANFORD, R.J. Classification of stress-intensity factors from isochromatic-fringe patterns. *Experimental Mechanics*, v.18, n. 2, p. 441-448, 1978.
- DODD, B.; BAI, Y. *Ductile fracture and ductility with applications to metalworking*. London : Academic Press, 1987.
- DOW, O. J. *A Unified Approach to the Finite Element Method and Error Analysis Procedures*, London, Academic Press, 1999.
- DUNCAN, W. J. *Physical Similarity and Dimensional Analysis: Na Elementary Treatise*, London, Edward Arnold, 1953.
- ETHERIDGE, J. M.; DALLY, J. W. A critical review of methods for determining stress-intensity factors from isochromatic fringes. *Experimental Mechanics*, v. 17, n. 7, p. 248-254, 1977.

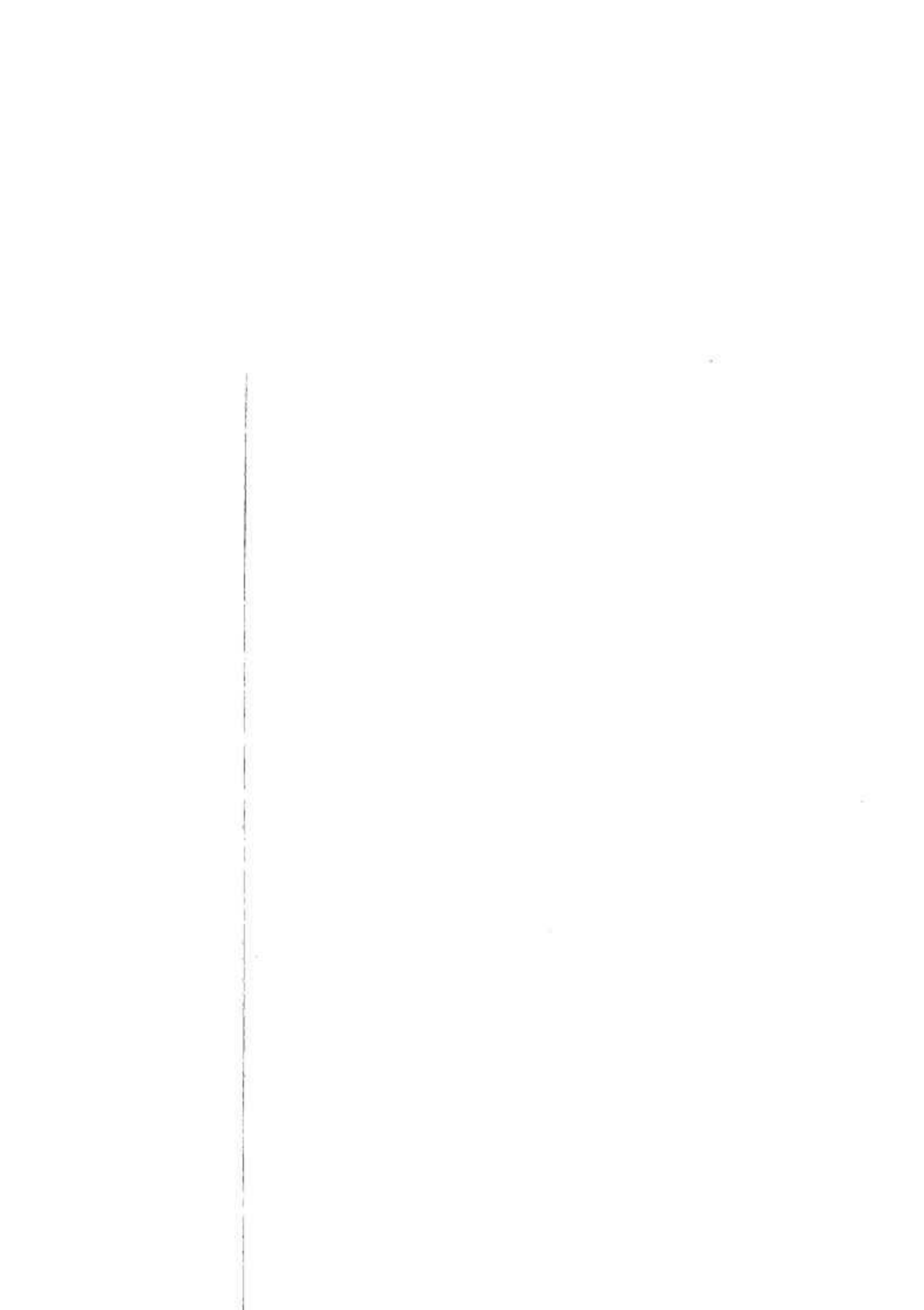
- FREIRE, F. L.; CARVALHO, E. A.; CAVACO, M. A. M. Determination of stress concentration factor for shallow and sharp v-notches using a hybrid method. ***Applied Mechanics***, v. 46, n. 11, part 2, p. S129-S135, 1993.
- GOMES, J. F. ***Análise experimental de tensões por fotoelasticidade***. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1984.
- GUNGOR, S., NURSE, A. D., PATTERSON, E. A. Experimental determination of stress intensity factors of cracks in sheet structures with bolted stiffeners. ***Engineering Fracture Mechanics***, vol. 53 - Elsevier - London, p. 561-569, 1996.
- GUO, W.; SHEN, H.; LI, H. Stress intensity factors for elliptical surface cracks in round bars with different stress concentration coefficient. ***International Journal of Fatigue***, vol. 25 - Elsevier - London, p.733-741, 2003.
- HAWONG, J. S., SHIN, D.C. and LEE, H.J. A Study on the Photoelastic Experimental Hybrid Method for Fracture Mechanics. ***Key Engineering Materials***, vols. 145-149 - Trans Tech Publications - Switzerland, p. 1095-1104, 1998.
- HAYES, A., CLIFT, S. E., MILES, A. W. An investigation of the stress distribution generated in articular cartilage by crystal aggregates of varying material properties. ***Medical Engineering & Physics***, vol. 19 no. 3 - Elsevier - London, p. 242-252, 1997.
- HOVANESIAN, J. D.; KOWALSKI, H.C. Similarity in Thermoelasticity, ***Experimental Mechanics***, february, v. 7, n. 2, p. 82-84, 1967.
- IRWIN, G. R.; DE WIT, R. A summary of fracture mechanics concepts. ***Journal of Testing and Evaluation***. New York, N. Y. John Wiley & Sons, 1993.
- KAWADA, T., ABE, T., YAMAMOTO, K., HIROKAWA, S., SOEJIMA, T., TANAKA, N., INOUE, A. Analysis of strain distribution in the medial collateral ligament using a photoelastic coating method. ***Medical Engineering & Physics***, vol. 19 - Elsevier - London, p.279-291, 1999.
- KIM, Y. W., KIM, J. I., CHANG, M. H. An explicit integral expression for the stress intensity factor of a semi-elliptic surface subjected to thermal transient loading. ***International Journal of Pressure Vessels and Piping***, vol. 76 - Elsevier - London, p. 631-639, 1999.
- KOBAYASHI, A.S. ***Handbook of Experimental Mechanics***, London: 2<sup>nd</sup> rev. Edition: Society for Experimental Mechanics, 1993.
- KOTOUSOV, A., PRICE, J. W. H. Elastic analysis of semi-elliptical axial cracks in cylinders under thermal shock using the BS 7910 framework. ***International Journal of Pressure Vessels and Piping***, vol. 76 - Elsevier - London, p. 831-837, 1999.

- LEE, K. Y., KIM, J. S. Determination of thermal shock stress intensity factor for elliptical crack by modified Vainshtok's weight function method. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 56 - Elsevier - London, p. 423-435, 1997.
- MARLOFF, R. H.; LEVEN, M. M.; RINGLER, T. N.; JOHNSON, R. L. Photoelastic determination of stress intensity factors. *Experimental Mechanics*, v. 11, n. 12, p. 529-539, 1971.
- MATSUMOTO, E., SUMI, S., SEKIYA, T. A photothermoelastic investigation of transient thermal stresses in wing ribs. *Journal of Strain Analysis*, vol. 7 no. 2, p. 117-124, 1972.
- MEASUREMENTS GROUP, INC. *060 Series Transmission Polariscopes – Instruction Manual*. Measurements Group, Inc., Photoelastic Division, Raleigh, USA, 1998.
- MEASUREMENTS GROUP, INC. *Instructions for Machining Two-Dimensional Models from PSM-1*. Measurements Group, Inc., Photoelastic Division, Raleigh, USA, 1974.
- MEHDI-SOOZANI, A.; MISKIOGLU, I.; BURGER, C. P.; RUDOLPH, T. J. Stress intensity factors for interacting cracks. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 27, n. 3, p. 345-359, 1987.
- MEGUID, S. A., KANTH, P. S., CZEKANSKI, A. Finite element analysis of fir-tree region in turbine discs. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 35 - Elsevier - London, p. 305-317, 2000.
- MISKIOGLU, I., GRYZAGORIDIS, J. and BURGER, C.P. Material Properties in Thermal Stress Analysis. *Experimental Mechanics*, vol. 21, p. 295-301, 1981.
- MISKIOGLU, I.; MEHDI-SOOZANI, A.; BURGER, C. P.; VOLOSHIN, A.S. Stress intensity factors for near edge cracks by digital image analysis. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 27, n. 3, p. 329-343, 1987.
- MONCH, E. Similarity and Model Laws in Photoelastic Experiments *Experimental Mechanics*, p. 141-150 1964.
- MUELLER, R. K. Mathematical and Physical Models, *Experimental Mechanics*, v.18, n.7, p. 241-245, 1978.
- NAIMARK, O. B., DAVYDOVA, O. A., PLEKHOV, O. A., UVAROV, S. V. Nonlinear and structural aspects of transitions from damage to fracture in composites and structures. *Computers and Structures*, vol. 76 - Elsevier - London, p. 67-75, 2000.
- NUGENT, E. E., CALHOUN, R. B., MORTENSEN, A. Experimental investigation of stress and strain fields in a ductile matrix surrounding an elastic inclusion. *Acta Materialia*, vol. 48 - Elsevier - London, p. 1451-1467, 2000.

- NURSE, A. D.; PATTERSON, E. A. Determination of predominantly mode II stress intensity factors from isochromatic data. *Fatigue Fracture Engng Mater. Struct.*, vol. 16(12), p. 1339-1354, 1993.
- OLADIMEJI, M. K. Photoelastic analysis of practical mode I fracture teste specimens. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 9, n. 4, p. 717-738, 1984.
- PAPANIKOS, P., MEGUID, S. A., STJEPANOVIC, Z. Three-dimensional nonlinear finite element analysis of dovetail joints in aeroengine discs. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 29 - Elsevier - London, p. 305-317, 1998.
- PATHAK, P. M., RAMESH, K. Validation of finite element modelling through photoelastic fringe contours. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 15 - John Wiley & Sons, p. 229-238, 1999.
- PATTERSON, E. A., GUNGOR, S. A photoelastic study of a angle crack specimen subject to mixed mode I-III displacements. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 56 - Elsevier - London, p. 767-778, 1997.
- PICON, R.; PARIS, F.; CAÑAS, J.; MARIN, J. A complete field method for the photoelastic determination of  $K_I$  and  $K_{II}$  in general mixed-mode fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 51, n<sup>o</sup>. 3 - Elsevier - London, p. 505-516, 1995.
- PINTUR, D. *Finite Element Beginnings*. (Electronic Book for MathCAD), MathSoft Inc., 1982.
- POST, D. *Photoelastic stress analysis for na edge crack in a tensile field*. In: Spring Meeting of the Society for Experimental Stress Analysis, Cincinnati, 1954.
- RAMESH, K., GUPTA, S., KELKAR, A. A. Evaluation of stress field parameters in fracture mechanics by photoelasticity – Revisited. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 56 no. 1 - Elsevier - London, p. 25-45, 1997
- RAMESH, K., MANGAL, S. K. Data acquisition techniques in digital photoelasticity: a review. *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 30, p. 53-75, 1998.
- ROSAKIS, A., RAVICHANDRAN, G. Dynamic failure mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37 - Elsevier - London, p. 331-348, 2000.
- ROTHSTEIN, R. J., KIRKWOOD, W. F. Photothermoelastic Analysis of Stress in Multiconnected Flat Circular Rings. *Experimental Mechanics*, vol. 4 no. 8, 1964.
- SABNIS, G. M.; HARRIS, H. G.; WHITE, R. N.; MIRZA, M. S. *Structural Modeling and Experimental Techniques*, New Jersey, Prentice-Halls, 1983.

- SANFORD, R. J. Determining fracture parameters with full-field optical methods. **Experimental Mechanics**, vol. 29, p. 241-247, 1989.
- SANFORD, R. J.; DALLY, J. W. A general method for determining mixed-mode stress intensity factors from isochromatic fringe patterns. **Engineering Fracture Mechanics**, v.11, p. 621-633, 1979.
- SCHROEDL, M. A.; SMITH, C. W. Local stress near deep surface flaws under cylindrical bonding fields. **Progress in Flaw Growth and Fracture Toughness Testing**. ASTM STP 536, ASTM, p. 45-63, 1973.
- SMITH, D. G.; SMITH, C.W. Photoelastic determination of mixed mode stress intensity factors. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 4, p. 357-366, 1972.
- SINGH, R., SHUKLA, A., ZERVAS, H. Explosively generated pulse propagation through particles containing natural cracks. **Mechanics of Materials**, vol. 23 - Elsevier - London, p. 255-270, 1996.
- SMITH, C. W. An experimental method for evaluating SIF distributions during crack turning in non-brittle materials. **International Journal of Solids and Structures**, vol. 40 - Elsevier - London, p. 4181-4190, 2003.
- SMITH, C. W., FINLAYSON, E. F., LIU, C. T. Influence of material properties of SIFs determined by frozen stress. **Engineering Fracture Mechanics**, vol. 61 - Elsevier - London, p. 555-568, 1998.
- SMITH NETO, P., COELHO, G. C. **An improved identification of photoelastic parameters through digital image processing and phase shifting method**. In: XVI CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 26-30 Novembro, Uberlândia, 2001.
- SOARES, W. A. **Determinação de Parâmetros da Mecânica de Fratura a partir de Imagens Fotoelásticas, Usando Processamento Digital, 1997**. Tese (Doutorado) – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo.
- SZUCS, E. **Similitude and Modeling**, New York, Elsevier, 1980.
- THEOCARIS, P.S.; GDOUTOS, E. E. A photoelastic determination of KI stress intensity factors. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 7, p. 331-339, 1975.
- THOMPSON, R. W., MATTEWS, F. L., O'ROURKE, B. P. Load attachment for honeycomb panels in racing cars. **Materials & Design**, vol. 16 no. 3, p. 131-150, 1995.
- TOMLINSON, R. A., PATTERSON, E. A. Evaluating characteristic parameters in integrated photoelasticity. **Experimental Mechanics**, p. 495-498, 1998.
- TRAMPOSCH, H., GERARD, G. An Exploratory Study of Three-Dimensional Photothermoelasticity. **Journal of Applied Mechanics**, march, p. 35-40, 1961.

- TSAI, K. -H., CHIU, C. -S., HSU, S. -L. Computer-aided Photoelastic Analysis of Orthogonal 3D Textile Composites: Part 1. Whole-field Determination of Isochromatics and Isoclinics. *Experimental Mechanics*, december, p. 430-442, 1972.
- WELLS, A.; POST, D. *The dynamic stress distribution surrounding a running crack*. In: Spring Meeting of the Society for Experimental Stress Analysis, Boston, 1957.
- YONEYAMA, S., SHIMIZU, M., GOTOH, J., TAKASHI, M. Photoelastic Analysis with a Single Tricolor Image. *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 29, p. 423-435, 1997.
- YONEYAMA, S., TAKASHI, M. A new method for photoelastic fringe analysis from a single image using elliptically polarized white light. *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 30, p. 441-459, 1998.
- YOUNG, D. F. Basic Principles and Concepts of Model Analysis, *Experimental Mechanics*, july, p. 325-336, 1971.



determinação do fator de intensidade de tensões. As isocromáticas geradas num experimento fotoelástico podem ser coloridas, quando a luz do polariscópio é branca ou em matizes de uma mesma cor, quando a luz é monocromática. Com a utilização de filtros especiais num polariscópio, é possível transformar-se as imagens coloridas em imagens monocromáticas. As imagens monocromáticas podem ser analisadas com base em algoritmos de Processamento de Imagens Digitais (PID), disponíveis para imagens em níveis de cinza.

Para as isocromáticas em matizes de uma mesma cor, os dados geométricos, citados anteriormente, são extraídos em pontos de mínimos locais de intensidade luminosa. Tais pontos podem ser sistematicamente obtidos a partir da utilização de algoritmos de afinamento de franjas, cuja função é determinar a linha que passa pela região mais escura da imagem. Para que tais operações possam ser realizadas, é necessário que a imagem esteja na forma digital, ou seja, na forma de um arranjo matricial, adequado ao processamento por meio de computador. Os elementos deste arranjo são denominados *pixels* e contêm informações sobre os níveis de cinza ou sobre as cores da imagem.

Uma imagem isocromática pode ser documentada por meio de uma câmara fotográfica, gerando uma fotografia, ou então por meio de câmaras de vídeo analógica ou digital. No caso de fotografias e de imagens de câmaras de vídeo analógicas, o registro das imagens se encontra na forma analógica. Nesta forma, a intensidade luminosa é uma função contínua em duas dimensões, em termos dos níveis de cinza (no caso de imagens monocromáticas em níveis de cinza). O processo de se obter a imagem digital correspondente consiste em se extrair um número finito de pontos da imagem analógica, numa quantidade tal que seja possível reproduzi-la com fidelidade na tela do monitor de um computador. As fotografias podem ser digitalizadas por meio de *scanners*, gerando arquivos de imagens digitais (PCX, BMP, etc.) que podem ser manipulados por computador. Uma placa digitalizadora, conectada à placa mãe do computador, permite a digitalização da imagem de uma câmara de vídeo. Em geral, uma placa digitalizadora vem acompanhada de um *software*, que permite que uma determinada cena mostrada no vídeo possa ser capturada e armazenada na forma de um arquivo de imagem.

Neste trabalho, é desenvolvido um sistema de processamento de imagens digitais (FOTOEL), com recursos para o cálculo do fator de intensidade  $K_I$  com base em franjas isocromáticas, em níveis de cinza, geradas na ponta de uma trinca carregada no modo de abertura. Este sistema é baseado em dois *softwares* (FOTOFRAN e FOTOVER), desenvolvidos pelo autor, para o ambiente *Windows*, utilizando a versão 2.0 do compilador *Visual C*

- [54] COSTA, T.F. **Uma generalização dos métodos de determinação dos fatores de intensidade de tensões  $K_I$  e  $K_{II}$  através da fotoelasticidade.** Rio de Janeiro : 1986. Dissertação ( Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica ) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [55] REBELLO, J.R. **Fatores de intensidade de tensões para trincas próximas a juntas soldadas planas e tubulares via fotoelasticidade.** Rio de Janeiro : 1987. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica ) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1987.
- [56] CAVACO, M. A. M.; FREIRE, J. L. F. Um método analítico-fotoelástico assistido por computador para análise de tensões. In : X CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, Dez. 5-8, 1989, Rio de Janeiro, Brasil. **Proceedings...** Brasil : ABCM, p. 33-36.
- [57] FREIRE, F. L.; CARVALHO, E. A.; CAVACO, M. A. M. Determination of stress concentration factor for shallow and sharp v-notches using a hybrid method. **Applied Mechanics**, v. 46, n. 11, part 2, p. S129-S135, 1993.
- [58] COSTA, T. F.; FREIRE, J. L. F. Fatores de intensificação de tensões para trincas vizinhas a soldas de topo. In : IX CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, Dez. 1987, Florianópolis, Brasil. **Proceedings...** Brasil : ABCM, p. 999-1002.
- [59] CHEN, T.Y.; TAYLOR, C.E. Computerized fringe analysis in photomechanics. **Experimental Mechanics**, v. 29, Sep. , p. 323-329, 1989.
- [60] VOLOSHIN, A. S.; BURGER, C. P. Half-fringe photoelasticity : a new approach to whole-field stress analysis. **Experimental Mechanics**, v. 23, Sep. , p. 304-313, 1983.
- [61] SEGUCHI, Y.; TOMITA, Y.; WATANABE, M. Computer-aided fringe-patterns analyzer - a case of photoelastic fringe. **Experimental Mechanics**, v. 19, Oct. , p. 362-370.