

## ESTUDOS DE SENSIBILIDADE NUMA COLUNA DE BOLHAS

\*Lázara Silveira Castrillo, \*Fernando Roberto de Andrade Lima, \*\*Jorge Luis Baliño e  
\*Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira

\*Departamento de Energia Nuclear - Universidade Federal de Pernambuco  
Av. Prof. Luiz Freire, 1000  
50740-540 - Cidade Universitária, Recife, PE, Brasil.

\*\*Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares - IPEN-CNEN/SP  
Av. Prof. Lineu Prestes, 2242  
05508-000 - Butantã, São Paulo, SP, Brasil.

### RESUMO

Escoamentos bifásicos são encontrados em diversos processos industriais. Estes escoamentos interferem decisivamente nos parâmetros de transferência de calor em sistemas e em circuitos. A eficiência na obtenção dos parâmetros de segurança dependerá de uma boa análise de sensibilidade realizada a priori. O objetivo deste trabalho é simular, numericamente, um transitório de um fluxo bifásico numa coluna de gás e realizar estudos de sensibilidade no modelo desenvolvido. O modelo matemático considera um escoamento unidimensional, incompressível e adiabático e sem mudança de fase onde a transferência de quantidade de movimento na interface inclui o termo de massa virtual. Para obter a solução do sistema de equações diferenciais é usado um esquema implícito de diferenças finitas. Um estudo de sensibilidade é também realizado. Os resultados das simulações mostram as distribuições, temporal e espacial, da fração de vazios, as velocidades do líquido e do gás e a pressão do sistema. Os estudos de sensibilidade realizados mostram as influências das variações de alguns parâmetros do sistema, tais como: tamanho das bolhas do gás, fração volumétrica inicial do gás, densidades e velocidades de entrada do líquido e do gás em relação à fração de vazios e a velocidade do líquido.

**Keywords:** two-phase flow, bubble columns, numerical simulation.

### I. INTRODUÇÃO

Bolhas de gás numa coluna líquida são encontradas em inúmeros processos industriais. O estudo do escoamento bifásico em diversos processos tem se tomado cada vez mais objeto de estudo por pesquisadores. O experimento típico para simular este tipo de escoamento consiste de uma coluna cilíndrica cheia de água onde o gás é injetado através de placas distribuidoras. TAYLOR e WHITELAW [1] e SORIA e LASA [2]. Entretanto, existe uma grande dificuldade em simular, numericamente, os transitórios devido à existência de interfaces e descontinuidades associadas a elas. Alguns dos modelos matemáticos incorporam efeitos físicos completos e complexos ISHII e MIHINA [3].

Aplicações deste tipo de escoamento são encontradas nos reatores bioquímicos e nucleares, nos equipamentos de absorção e oxidação de gás, nos separadores de fases, etc. A predição dos fenômenos no fluxo bifásico é essencial para as análises da segurança e

projeto de equipamentos e sistemas, permitindo aperfeiçoamentos a partir da informação dos transitórios.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um programa computacional que simule fluxos bifásicos em regimes estacionário e transitório e realizar estudos de sensibilidade de parâmetros de interesse. O modelo matemático inclui os termos de massa virtual na equação do momento na interface. A influência das dimensões das bolhas do gás, o comportamento das velocidades das fases assim como o estudo das frações de vazios em misturas bifásicas são analisados neste trabalho. O modelo bifásico foi discretizado usando um esquema implícito do método de diferenças finitas.

Para validar o programa computacional desenvolvido, duas aplicações experimentais em colunas de bolhas, documentadas por RANSOM e MOUSSEAU [4] e SORIA e LASA [5] foram simuladas. Os históricos das frações de vazios e das velocidades das fases em função do espaço e do tempo, mostram boas concordâncias entre os resultados.

## II. MODELO MATEMÁTICO

Um modelo unidimensional para um fluxo bifásico e adiabático em um sistema formado por água e ar, considerado incompressível, foi utilizado. Uma única pressão é considerada no sistema. O conjunto de equações é representado pelas equações de balanço da massa e do momento. Portanto temos:

Conservação da massa para a fase gasosa

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g) + \frac{\partial}{\partial x}(v_g \alpha_g) = 0 \quad (1)$$

Conservação da massa para a fase líquida

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l) + \frac{\partial}{\partial x}(v_l \alpha_l) = 0$$

Conservação do momento para a fase gasosa

$$\begin{aligned} & \rho_g \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g v_g) + \rho_g \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g v_g^2) \\ &= -\alpha_g \frac{\partial P_g}{\partial x} + \Delta P_{gi} \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} - \frac{\partial [\tau_{gi}^{Re} \alpha_g]}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

$$-\alpha_g \rho_g g \cos \theta + M_{gi} - 4 \frac{\tau_{gw}}{D_h}$$

Conservação do momento para a fase líquida

$$\begin{aligned} & \rho_l \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l v_l) + \rho_l \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l v_l^2) \\ &= -\alpha_l \frac{\partial P_l}{\partial x} + \Delta P_{li} \frac{\partial \alpha_l}{\partial x} - \frac{\partial [\tau_{li}^{Re} \alpha_l]}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$

$$-\alpha_l \rho_l g \cos \theta + M_{li} - 4 \frac{\tau_{lw}}{D_h}$$

onde  $i$  representa a interface e  $\alpha_k$ ,  $v_k$ ,  $\rho_k$  e  $P_k$  são, respectivamente, a fração de vazios, a velocidade, a densidade e a pressão da fase  $k$  ( $k=1$  para o líquido;  $k=g$  para o gás) e,

$$\alpha_g + \alpha_l = 1 \quad (4)$$

Algumas simplificações foram consideradas no modelo:

- (i) O atrito entre a parede e cada fase é desprezível,  $\tau_{gw} = 0$
- (ii) A pressão interfacial é considerada igual a pressão média na fase gasosa,  $\Delta P_{gi} = 0$
- (iii) O tensor de tensões turbulentas de Reynolds na fase gasosa é considerada nula,  $\tau_g^{Re} = 0$ .

As equações constitutivas consideradas são dadas por:

Diferença de pressão interfacial da fase líquida:

$$\Delta P_{li} = -C_p \rho_l V_r^2 \quad (5)$$

Tensor de tensões de Reynolds na fase líquida induzida por uma bolha:

$$\tau_l^{Re} = -C_R \rho_l \alpha_g V_r^2 \quad (6)$$

O momento interfacial é representado pela contribuição do termo da massa virtual e o arraste interfacial

$$M_{li} = \alpha_g (F_{vm} + F_d) \quad (7)$$

O termo de massa virtual é dado pela expressão:

$$F_{vm} = C_{vm} \alpha_g \rho_l A_{vm} \quad (8)$$

$A_{vm}$  representa a aceleração da massa virtual e é igual a:

$$A_{vm} = \frac{\partial v_g}{\partial t} + v_g \frac{\partial v_g}{\partial x} - \left( \frac{\partial v_l}{\partial t} + v_l \frac{\partial v_l}{\partial x} \right) \quad (9)$$

O termo de arraste interfacial é dado por,

$$F_d = \frac{3 C_d}{8 R_b} \rho_l \alpha_g |V_r| V_r \quad (10)$$

sendo  $C_d$  o coeficiente de arrasto. As constantes semi-empíricas têm os seguintes valores:  $C_p = 1/4$  (constante de pressão),  $C_R = 1/5$  (coeficiente de tensor de tensão de Reynolds) e  $C_{vm} = 1/2$  para fluxo de bolhas (coeficiente de massa virtual) [5].

## III. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

O sistema de equações diferenciais foi discretizado através de esquema implícito do método de diferenças finitas. Na solução do mesmo obtiveram-se a distribuição espacial e temporal da fração de vazios para a fase gasosa, as velocidades para cada fase e a pressão do sistema. O programa foi desenvolvido em linguagem FORTRAN.



O conjunto de equações foi manipulado e re-escrito na forma matricial, obtendo-se:

$$A \frac{\partial \Phi}{\partial t} + B \frac{\partial \Phi}{\partial z} = C \quad (11)$$

onde  $\Phi$  é o vetor coluna das variáveis dependentes,  $T$  representa a transposta:

$$\Phi = [\alpha \quad v_g \quad v_l \quad P]^T \quad (12)$$

A e B são os coeficientes das matrizes quadradas, os quais são funções das variáveis dependentes e C é um vetor contendo os termos de transferência interfacial. A natureza do sistema de equações pode ser determinada a partir dos autovalores do determinante que resulta de

$$|B - \lambda A| = 0 \quad (13)$$

Os autovalores que resultam da solução do polinômio acima representam as velocidades de propagação das ondas. Se todos os autovalores são reais o fluxo é hiperbólico e estável para qualquer perturbação, HANCOX et al [6].

O sistema discretizado possui a seguinte forma:

$$[A] \Phi_j^{k+1} = [B] \Phi_{j,j-1}^{k,k+1} \quad (14)$$

#### IV. VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

Os resultados da simulação foram validados com dois casos documentados.

**Caso 1.** Este problema, proposto por RANSOM e MOUSSEAU [4], consiste de um tubo vertical de 12 m de altura e 1 m de diâmetro. A água entra pela parte inferior a uma velocidade constante de 10 m/s e temperatura ambiental. O gás é mantido parado de forma que a fração volumétrica do é de 0,2. A parte superior do tubo é aberta. Inicialmente o tubo é preenchido totalmente com uma coluna de água.

**Caso 2.** Este problema foi proposto por SORIA e LASA [5] consiste de um tubo vertical de 2,6 m de altura e 0,2 m de diâmetro. A água circula a uma velocidade constante de 0,1 m/s. A fração volumétrica do gás é de 0,1518. A velocidade inicial do gás é de 0,0488 m/s e, após 1s, é reduzida para 0,0275m/s.

#### V. PROGRAMA

A Fig. 1 mostra o diagrama de bloco usado no programa, chamado COLUNA. O número máximo de iterações em cada simulação não superou cinco.

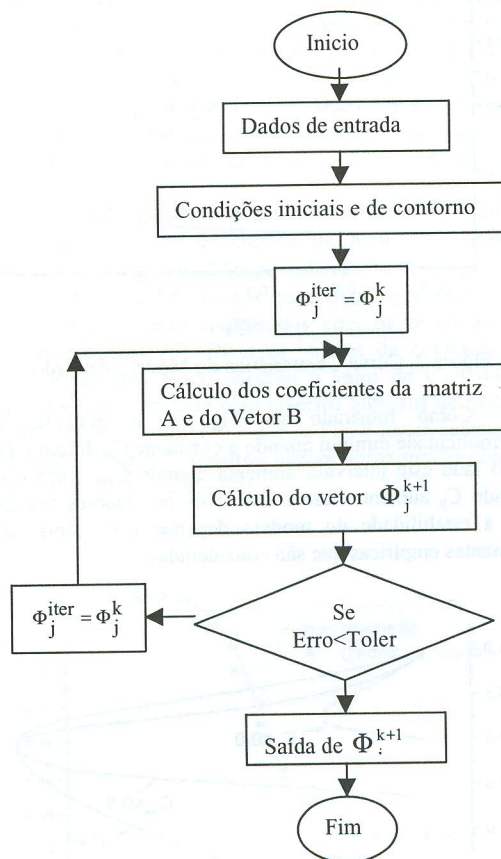


Figura 1. Diagrama de Bloco do Programa COLUNA.

#### VI. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Fig. 2 mostra o mapa da curva característica do modelo bifásico de 4 equações,  $\lambda$  vs  $\alpha_g$ , sendo  $\lambda$  os autovalores. Na simulação foram consideradas bolhas com um raio de 0,004 m e as propriedades dos fluidos foram tomadas como:

$$\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ e } \rho_g = 0,2 \text{ kg/m}^3.$$

A Fig. 2 mostra que o modelo bifásico considerado é bem comportado no intervalo de  $0 < \alpha_g < 0,4$ . O cálculo foi realizado considerando os valores do coeficiente de massa virtual  $C_{vm} = 0,5$ , o coeficiente de pressão  $C_p = 0,25$  e o coeficiente de tensor de tensões de Reynolds  $C_R = 0,2$ .

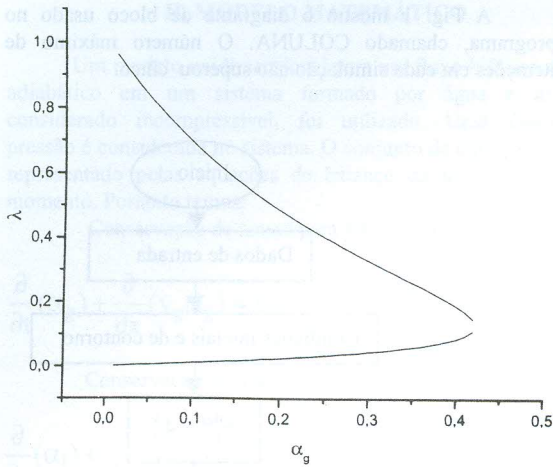


Figura 2. Curva Característica do Modelo Adotado.

Como mostrado na Fig. 3, o intervalo de hiperbolicidade diminui quando a constante  $C_R$  diminui. Por outro lado este intervalo aumenta quando  $C_{vm}$  diminui ou quando  $C_p$  aumenta. Estas alterações nos valores revelam que a estabilidade do modelo depende dos valores das constantes empíricas que são consideradas.

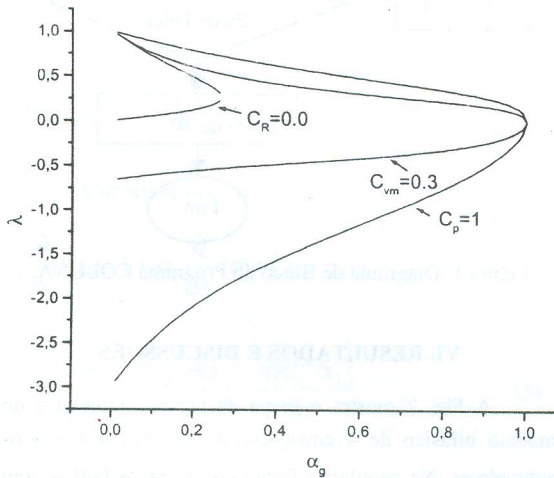


Figura 3. Influência de  $C_p$ ,  $C_{vm}$ ,  $C_R$  na Hiperbolicidade do Modelo Adotado.

**Resultados da Simulação: Caso 1.** O caso considerado aqui é o descrito na coluna de gás de RANSOM e MOUSSEAU [4]. As Figs. 4 e 5 mostram as comparações dos transitórios da fração de vazios e da velocidade do líquido para vários tempos em função da altura do tubo. Os resultados encontrados mostram uma boa concordância com os dados de RAMSON e MOUSSEAU [4]

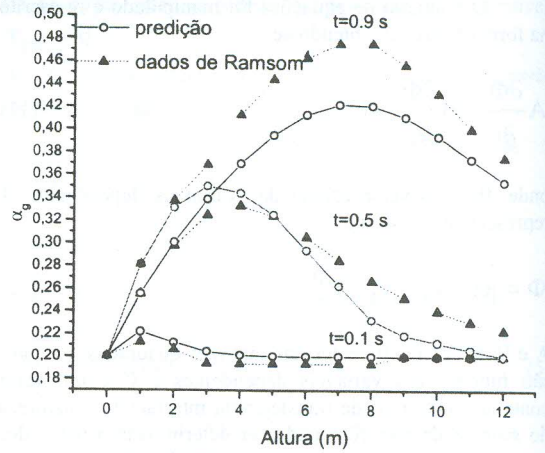


Figura 4. Validação do Modelo com as Frações de Vazios (Caso 1).

A simulação numérica foi realizada com a exclusão progressiva das constantes semi-empíricas e com a combinação delas. O resultado que reproduz melhor os dados experimentais foi aquele que inclui apenas o termo de tensor de tensões de Reynolds.

Uma relação constante de  $\Delta t/\Delta z = 0,02$  foi considerada. O número de malhas espacial que apresentou melhor resultado foi de 24. Os valores máximos da fração de vazios resultaram pouco mais baixos do que os valores experimentais. Isto é mais notável para tempos maiores, entretanto estes máximos foram atingidos na mesma altura do tubo, em torno de 3 m para um tempo de 0,5 s e em torno de 8 m para um tempo de 0,9 s.

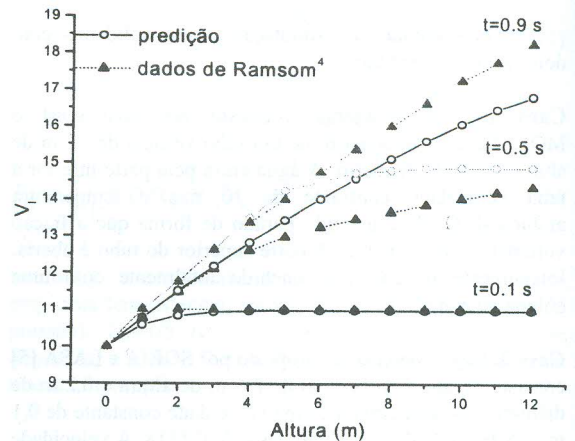


Figura 5. Validação do Modelo com as Velocidades (Caso 1).

A Fig. 5 mostra o resultado da validação para a velocidade do líquido. Neste caso, os resultados calculados



resultam em razoável concordância, apresentando valores pouco mais baixos que os obtidos por RAMSON e MOUSSEAU [4].

**Estudos de Sensibilidade.** As Figs. 6 e 7 mostram os efeitos de variações nos valores da fração de vazios na entrada do canal e da velocidade do líquido nos valores das frações de vazios ao longo do canal. No primeiro caso (Fig. 6) um aumento nos valor da fração de vazio na entrada resultou num acréscimo no histórico das frações de vazios ao longo do canal.

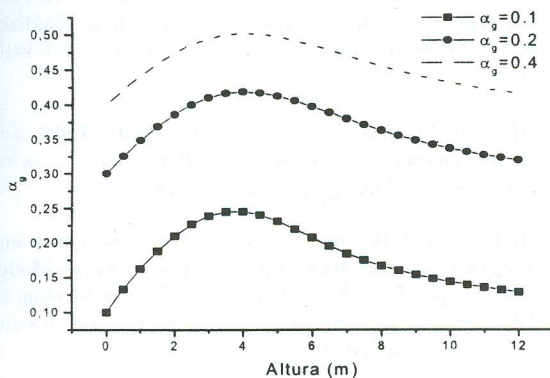


Figura 6. Efeito da Fração de Vazios na Entrada do Canal sobre os Valores das Frações de Vazios ao longo do Canal.

Variações crescentes na velocidade do líquido provocam reduções nos valores das frações de vazios ao longo do canal (Fig. 7).

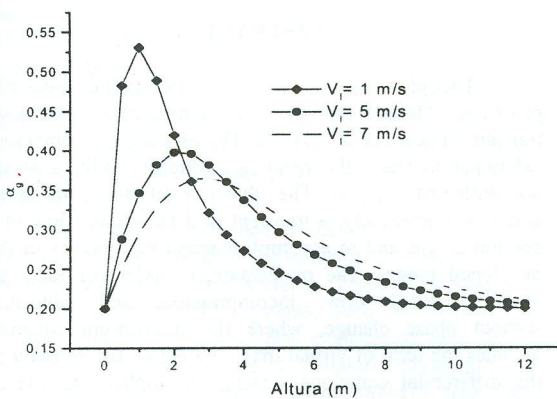


Figura 7. Efeito da Velocidade do Líquido sobre os Valores das Frações de Vazios ao longo do Canal.

Outros parâmetros como as densidades do gás e do líquido resultaram insensíveis na distribuição da fração de vazios ao longo do canal.

**Resultados da simulação: caso 2.** O caso considerado aqui é a coluna de gás de SORIA e LASA [5]. A simulação numérica também realizada com a exclusão progressiva das constantes semi-empíricas e com a combinação delas. O resultado que reproduz melhor os dados experimentais foi aquele que inclui todas as constantes semi-empíricas, e, por conseqüente, a influência de todas forças do modelo sobre as fases.

A Fig. 8 mostra o transitório da fração de vazios a uma altura de 1 m da entrada do tubo. Uma relação constante de  $\Delta t/\Delta z = 0,02$  foi considerada na simulação com  $\Delta t = 0,01$  s. Os resultados numéricos apresentam boa concordância quando comparados com os resultados de SORIA e LASA [5]. Diversos valores da constante  $C_D$  foram estudados, sendo adotado o valor de  $C_D=0,44$ . O transitório foi executado para diversos números de malhas: 60, 80, 100 e 120. Os resultados da Fig. 8 foram calculados com 120 malhas pois mostrou melhor aproximação com os dados de SORIA e LASA [5].

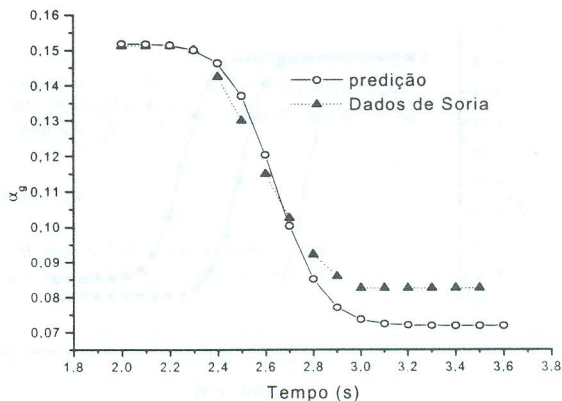


Figura 8. Variações da Fração de Vazio ao longo do Tubo (Caso 2).

As condições estacionárias são atingidas em ambos resultados a partir de 3,2 s. Entretanto, os resultados numéricos atingem neste tempo valores mais baixos do que os dados experimentais de SORIA e LASA<sup>5</sup>.

**Estudos de Sensibilidade.** Na Fig. 9 mostra-se a influência do tamanho das bolhas, consideradas esféricas, nos valores da fração de vazios. Observou-se que uma redução no raio da bolha aumenta o tempo para se atingir o estado permanente.

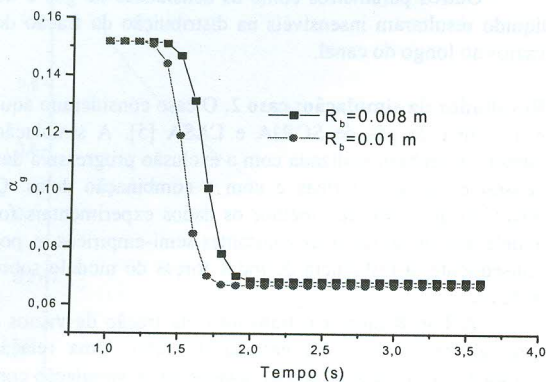


Figura 9. Efeito do Raio das Bolhas sobre os Valores das Frações de Vazios ao longo do Canal.

A influência da velocidade do líquido na entrada do tubo nos valores da fração de vazios é mostrada na Fig. 10. Ocorre um retardo no alcance do regime permanente com a redução na velocidade de entrada do líquido no tubo.

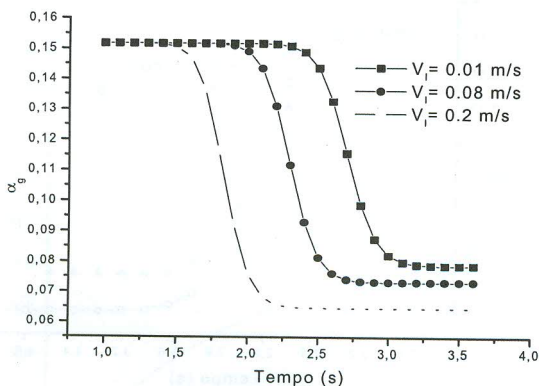


Figura 10. Efeito da Velocidade do Líquido na Entrada do Tubo sobre os Valores das Frações de Vazios ao longo do Canal.

## VII. CONCLUSÕES

O modelo matemático simulado para fluxo bifásico de um sistema formado por ar/água foi validado com dois casos experimentais. Os resultados predizem de modo satisfatório a distribuição da fração de vazios e da velocidade de cada fase numa coluna de gás.

A comparação com os resultados experimentais demonstra que a inclusão dos termos de forças resulta importante, dependendo do transitório estudado. Os estudos da influência de alguns parâmetros tais como: o raio da bolha e as velocidades iniciais do líquido e do gás permitiram quantificar a importância dos mesmos sobre a

fração de vazios. Atualmente o programa COLUNA está sendo implementado para realizar cálculos de sensibilidade através de métodos perturbativos.

## REFERÊNCIAS

- [1] Taylor, A.M.K.P, and Whitelaw, J.H., **Experimental and Numerical investigation of Bubble-Driven laminar Flow in an Axisymmetric Vessel**, International J. Multiphase Flow, vol. 10, 557-569, 1984
- [2] Soria, A. and Lasa H., **Kinematics Waves and Flow Patterns in Bubble Columns and Three-Phase Fluidized Beds**, Chemical Engineering Science, vol. 47, 3403-3410, 1992.
- [3] Ishii M. and Mihina K., **Two-fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations**, Nuclear Engineering and Design, vol. 82, 107-126, 1984.
- [4] Ransom, V.H., and Mousseau, V., **Convergence and Accuracy of the RELAP5 Two-Phase Flow Model**, Proceedings of the ANS International Topical Meeting on Advances in Mathematics, Computations and Reactor Physics, Pittsburgh, Pennsylvania, 1991.
- [5] Soria, A. and Lasa, H. I., **Average Transport Equations for Multiphase Systems with Interfacial Effects**, Chem. Eng. Sci., 46, 2093-2111, 1991.
- [6] Hancox, W. T. Ferch, R. L., Liu, W. S. and Nieman, R. E., **One - dimensional Models for Transient Gas-Liquid Flow in Ducts**, International J. Multiphase Flow, vol. 6, 22-40, 1980.

## ABSTRACT

Two-phase flows are found in several industrial processes. These flows interfere dramatically in the heat transfer parameters of systems. The efficiency in obtaining safety parameters will depend on a good sensibility analysis accomplished a priori. The objective of this work is to simulate, numerically, a transient of a two-phase flow in a column of gas and to accomplish sensitivity studies in the developed model. The mathematical model considers an one-dimensional flow, incompressible and adiabatic, without phase change, where the momentum equation includes the term of virtual mass. To obtain the solution of the differential equations system, an implicit scheme of finite differences is used. A sensitivity study is also performed. The results of the simulations show the time and space distributions of: void fraction, liquid and gas velocities and system pressure. The performed sensibility studies show the influences of the variations of some parameters of the system, such as: gas bubbles size, initial gas void fraction, inlet liquid and gas densities and velocities.