

BR 90 22 819

ISSN 0171-3084



**CNEN/SP**

---

**ipen** Instituto de Pesquisas  
Energéticas e Nucleares

**CINETHICA – PROGRAMA PARA ANÁLISE DE ACIDENTE DO NÚCLEO**

**Horácio NAKATA**

IPEN - PUB -- 278 .

**PUBLICAÇÃO IPEN 278**

**OUTUBRO/1989**

**SÃO PAULO**

**PUBLICAÇÃO IPEN 278**

**OUTUBRO/1989**

**CINETHICA – PROGRAMA PARA ANÁLISE DE ACIDENTE DO NÚCLEO**

**Horácio NAKATA**

**DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA DE REATORES**

**CNEN/SP  
INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES  
SÃO PAULO – BRASIL**

**Série PUBLICAÇÃO IPEN**

**INIS Categories and Descriptors**

**F51.00**

**C CODES**

**COMPUTER CODES**

**REACTOR ACCIDENTS**

**REACTOR CORES**

---

**IPEN - Doc - 3442**

**Aprovado para publicação em 28/08/89**

**Nota: A redação, ortografia, conceitos e revisão final são de responsabilidade do(s) autor(es).**

## **CINETICA – PROGRAMA PARA ANÁLISE DE ACIDENTE DO NÚCLEO**

**Horácio NAKATA**

**COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR – CNEN/SP  
INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES – IPEN  
Caixa Postal 11049 – Pinheiror  
05499 – São Paulo – BRASIL**

### **RESUMO**

Construiu-se um programa computacional com a finalidade de analisar as consequências de um acidente nuclear. A equação de cinética puntual com seis grupos de precursores de neutrons foi resolvida pelo método de Hansen/1/ e a realimentação termohidráulica foi obtida pela solução explícita de Euler em geometria radial na barra de combustível, encamisamento e moderador. Os resultados obtidos para um exemplo de transiente em núcleo típico de reator nuclear pressurizado e refrigerado por água leve foram favoravelmente comparados com os obtidos por programa GAPOTKIN/2/.

## **CINETHICA - CORE ACCIDENT ANALYSIS CODE**

**Horácio NAKATA**

**COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR - CNEN/SP  
INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES- IPEN  
Caixa Postal 11049 - Pinheiros  
05499 - São Paulo - BRASIL**

### **ABSTRACT**

A computer program for nuclear accident analysis has been developed based on the point-kinetics approximation and one-dimensional heat transfer model for reactivity feedback calculation. Hansen's method/1/ were used for the kinetics equation solution and explicit Euler method were adopted for the thermohydraulic equations. The results were favorably compared to those from the GAPOTKIN Code/2/.

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho teve, inicialmente, como objetivo desenvolver uma metodologia para analisar as consequências de um acidente postulado utilizando programas já implantados no IPEN: GAPOTKIN, BLOOST-5, COBRA, TRAC/6/.

Porém como a finalidade da análise era obter a distribuição de temperatura durante o transiente, muitos dos programas foram imediatamente eliminados, como GAPOTKIN e COBRA. Outros programas não se ajustaram exatamente ao propósito e requereriam substanciais modificações como por exemplo TRAC que não apresenta um programa de cinética apropriada para realimentação ou BLOOST-5 que necessitaria ser modificado para aceitar refrigerante em convecção natural e realimentação do moderador.

Após análise custo-benefício decidiu-se construir um programa econômico baseado na cinética puntual e termohidráulica uni-dimensional resultando no programa CINETHICA. Os modelos adotados e o algoritmo numérico utilizado são descritos nos próximos parágrafos, juntamente com a verificação de implementação da versão atual do programa CINETHICA em comparação com os resultados obtidos com o programa GAPOTKIN/2/ com entrada especialmente adaptada para realimentação parcial de temperatura.

## 2. METODOLOGIA UTILIZADA

A seguir são descritos os métodos utilizados para a modelagem da história da potência nuclear, e os modelos simplificados para cálculos termohidráulicos envolvendo o combustível, o *gap*, o revestimento e o refrigerante.

### 2.1. Cinética Puntual

A modelagem da população de neutrons e dos precursores de neutrons atrasados é aproximada por cinética puntual/1/, com 6 grupos de precursores. A validade desse modelo é restrita a transientes ao redor da criticalidade inicial não superior à taxa de 0,2 dólar/segundo com inserção total da ordem de 0,9 dólar/6/. Para taxas maiores o modelo adequado é a aproximação de cinética espacial quase-estática ou solução exata da equação de transporte de neutrons/5/.

A solução numérica adotada para a solução da equação de cinética puntual foi o método de Hansen/1/, o qual é demonstrado ser incondicionalmente estável numericamente para qualquer valor de reatividade e espaçamento temporal.

A modelagem da potência nuclear é descrita pelas equações abaixo com seis grupos de precursores de neutrons atrasados, em termos da potência total do reator:

$$\frac{d}{dt} P(t) = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} P(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} C_i(t) = -\lambda_i C_i(t) + \frac{\beta_i}{\Lambda} P(t), i=1, \dots, 6. \quad (2)$$

onde

$P(t)$  é potência (W),  
 $\rho(t)$  é reatividade,  
 $\beta_i$  é fração de neutrons atrasados do grupo  $i$ ,  
 $\beta$  é total da fração de neutrons atrasados,  
 $\lambda_i$  é a constante de decaimento do grupo  $i$  ( $s^{-1}$ ),  
 $\Lambda$  é o tempo de geração de neutrons ( $s$ ),  
 $C_i(t)$  é a concentração dos precursores do grupo  $i$  (W).

O desenvolvimento do método de Hansen é brevemente descrito abaixo, cujos detalhes se encontram na referência 1.

As Equações (1) e (2) podem ser sucintamente escritas em forma matricial como,

$$\frac{d}{dt} \Psi(t) = \underline{A} \cdot \Psi(t) \quad (3)$$

onde

$$\Psi(t) = \text{col}( P(t), C_1(t), C_2(t), \dots, C_6(t) )$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_6 \\ \frac{\beta_1}{\Lambda} & -\lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta_2}{\Lambda} & 0 & -\lambda_2 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\beta_6}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 \end{bmatrix}$$

Desmembrando a matriz  $\underline{\underline{A}}$  em parcelas  $\underline{\underline{L}}$ ,  $\underline{\underline{D}}$  e  $\underline{\underline{U}}$ , i.é.,

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{L}} + \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{U}}$$

onde

$\underline{\underline{D}}$  = matriz contendo só elementos da diagonal de  $\underline{\underline{A}}$ ,

$\underline{\underline{L}}$  = matriz contendo só elementos abaixo da diagonal de  $\underline{\underline{A}}$ ,

$\underline{\underline{U}}$  = matriz contendo só elementos acima da diagonal de  $\underline{\underline{A}}$ ,

pode-se reescrever a Equação (3) como

$$\frac{d}{dt} \underline{\underline{\Psi}}(t) - \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\Psi}}(t) = (\underline{\underline{L}} + \underline{\underline{U}}) \cdot \underline{\underline{\Psi}}(t)$$

que tem solução no intervalo  $(t_j, t)$  dada por

$$\underline{\underline{\Psi}}(t) = \exp(\underline{\underline{D}} t) \cdot \left[ \int_{t_j}^t \exp(-\underline{\underline{D}} t') \cdot (\underline{\underline{L}} + \underline{\underline{U}}) \cdot \underline{\underline{\Psi}}(t') dt' + \underline{\underline{\Psi}}(t_j) \cdot \exp(-\underline{\underline{D}} t_j) \right] \quad (4)$$

Como a Equação (3) é bastante *stiff* opta-se por aproximar analiticamente a solução correspondente ao intervalo  $h (= t_{j+1} - t_j)$  assumindo variação dominada pelo maior autovalor (algebraico) da matriz  $\underline{\underline{A}}$ ,

$$\underline{\underline{\Psi}}(t_j + \xi) = \underline{\underline{\Psi}}(t_j) \exp(w_0 \xi), \quad \xi \in (t_j, t_{j+1}) \quad (5)$$

Como  $w_0$  coincidentemente é a maior raiz da Equação *Inhour* a obtenção do seu valor não acarreta sobrecarga computacional. Integrando a Equação (5) no intervalo  $h$ , obtém-se

$$\underline{\underline{\Psi}}_{j+1} = \left\{ \exp(\underline{\underline{D}} h) + (w_0 \underline{\underline{L}} - \underline{\underline{D}})^{-1} \cdot [\exp(w_0 h \underline{\underline{L}}) - \exp(-\underline{\underline{D}} h)] \cdot (\underline{\underline{L}} + \underline{\underline{U}}) \right\} \cdot \underline{\underline{\Psi}}_j \quad (6)$$

que em forma matricial pode ser escrita compactamente como,

$$\Psi_{j+1} = \underline{G} \cdot \Psi_j \quad (7)$$

onde

$$\Psi_j = \Psi(t_j), e$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} e^{-d_0 h} & \frac{w_0 h - e^{-d_0 h}}{w_0 + d_0} \lambda_2 & \dots & \frac{w_0 h - e^{-d_0 h}}{w_0 + d_0} \lambda_8 \\ \frac{e^{w_0 h} - e^{-\lambda_1 h}}{w_0 + \lambda_1} \frac{\beta_1}{\Lambda} & e^{-\lambda_1 h} & & 0 \\ \frac{e^{w_0 h} - e^{-\lambda_2 h}}{w_0 + \lambda_2} \frac{\beta_2}{\Lambda} & 0 & e^{-\lambda_2 h} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{e^{w_0 h} - e^{-\lambda_8 h}}{w_0 + \lambda_8} \frac{\beta_8}{\Lambda} & 0 & \dots & e^{-\lambda_8 h} \end{bmatrix}$$

com  $d_0 = -\left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right)$ .

Observa-se que a matriz  $\underline{G}$  é matriz não-negativa e irredutível para qualquer valor de  $\rho(t)$ ,  $w_0$  e  $h$ , e a solução é então garantida pela propriedade de existência de maior autovalor simples e autovetor positivo, conforme teorema de Perron-Frobenius. Portanto não há necessidade de se limitar o espaçamento temporal mesmo com a existência de grande distanciamento entre os autovalores, tornando o método incondicionalmente estável numericamente.

## 2.2. Thermohidráulica

A transferência de calor é computada somente na direção radial, considerando os valores médios em relação à altura do núcleo. São efetuados cálculos do canal médio, em relação do núcleo, e do canal quente com a introdução de fator de pico de potência.

O negligenciamento da condução axial de calor não deve ser considerado crítico visto ser conservativo do ponto de vista de segurança, e pela pouca importância em transientes rápidos da ordem de alguns segundos de duração.

A equação de conservação de energia, no combustível, é

$$\rho_f C_{pf} \frac{d}{dt} T(r,t) = q(r,t) + k_f \nabla^2 T(r,t) \quad (8)$$

onde

$\rho_f$  é densidade do combustível,  
 $C_{pf}$  é calor específico do combustível,  
 $k_f$  é condutividade térmica do combustível,  
 $T(r,t)$  é a temperatura do combustível,  
 $q(r,t)$  é a densidade de potência.

O combustível, o gap e o revestimento são discretizados conforme ilustração da Figura 1 abaixo.

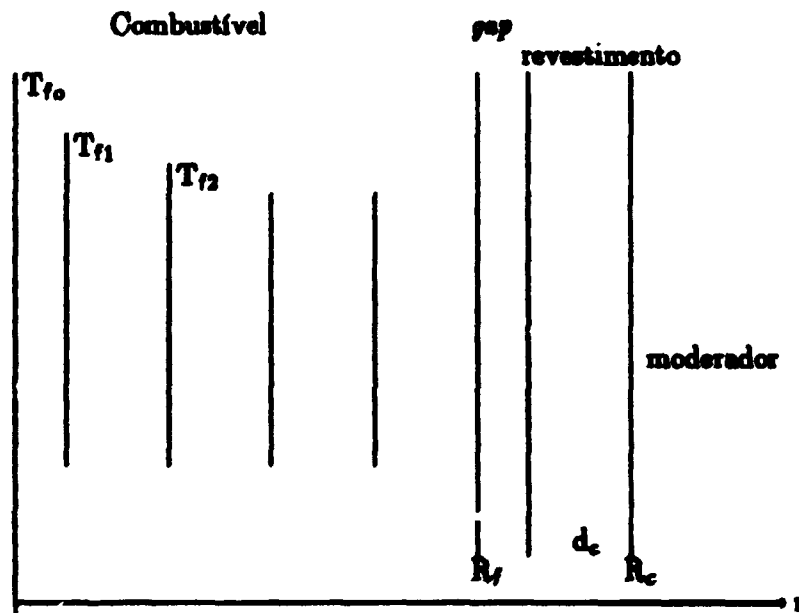


Figura 1 - Discretização da barra de combustível.

A equação de energia, Equação (8), é integrada entre os pontos médios  $r_{i-1/2}$  e  $r_{i+1/2}$ , conforme a Figura 2 abaixo

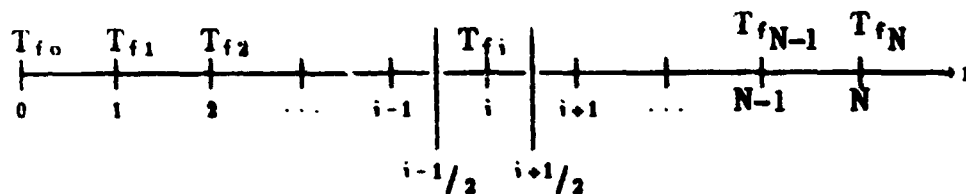


Figura 2 - Definição de malhas para o cálculo termohidráulico.

e obtém-se a equação

$$\Delta M_f C_{pf} \frac{d}{dt} T_{fi} = 97\% \Delta P + A_{fi} k_f (T_{fi-1} - T_{fi}) / \Delta r_i - A_{fi+1} k_f (T_{fi} - T_{fi+1}) / \Delta r_{i+1},$$

$$i=1, \dots, N-1. \quad (9)$$

onde

- $A_{fi}$  é área de transferência de calor em  $r_{i-1/2}$ ,
- $\Delta r_i$  é incremento de raio entre  $r_{i-1/2}$  e  $r_{i+1/2}$ ,
- $\Delta M_f$  é a massa de combustível em  $\Delta r_i$ , constante para todos os intervalos,
- $\Delta P$  é a parcela da potência gerada em um intervalo, constante para todos os intervalos,
- $r_{i+1/2}$  é a coordenada direita do intervalo  $i$ .

As equações nos pontos extremos são dadas por

$$\Delta M_f C_{pf} \frac{d}{dt} T_{f0} = 97\% \Delta P + 2.0 A_{f1} k_f (T_{f0} - T_{f1}) / \Delta r_1 \quad (10)$$

$$\Delta M_f C_{pf} \frac{d}{dt} T_{fN} = 97\% \Delta P + 2.0 A_{fN} k_f (T_{fN-1} - T_{fN}) / \Delta r_N - 2.0 A_{fN} h_G (T_{fN} - T_c) \quad (11)$$

onde

- $A_{f0}$  é a área externa da pastilha de combustível,
- $T_c$  é a temperatura externa do revestimento,
- $h_G$  é o coeficiente de convecção do gap.

No revestimento considerou-se apenas um ponto visto ser altamente condutor e apresenta uma tão pequena variação de temperatura. A equação de conservação de energia é obtida como

$$M_c C_{pc} \frac{d}{dt} T_c = A_f h_G (T_{fN} - T_c) - A_c h_M (T_c - T_M) \quad (12)$$

onde

- $M_c$  é a massa do revestimento,
- $C_{pc}$  é o calor específico do revestimento,
- $T_c$  é a temperatura média do revestimento,
- $A_c$  é a área externa do revestimento,
- $h_M$  é o coeficiente de transferência por convecção ao refrigerante,
- $T_M$  é a temperatura média do refrigerante.

Considerou-se produção de 3% de potência diretamente no refrigerante, através de neutrons rápidos e radiação gama. A equação de energia para o refrigerante é escrita como

$$M_M C_{pM} \frac{d}{dt} T_M = 0,03P + A_c h_M (T_c - T_M) - 2W C_{pM} (T_M - T_{Mo}) \quad (13)$$

onde

- $M_M$  é a massa do refrigerante no núcleo,
- $C_{pM}$  é o calor específico do refrigerante,
- $W$  é a vazão mássica do refrigerante, e
- $T_{Mo}$  é a temperatura de entrada do refrigerante.

Para a determinação de temperaturas do canal quente utilizaram-se as mesmas equações acima descritas com a introdução de fator de pico multiplicando  $\Delta P$  e  $P$ . Os demais termos permanecem inalterados.

No modelo atual  $\Delta P$  e  $P$  variam somente com a variação de temperaturas médias no núcleo, o que é uma aproximação bastante razoável.

### 3. ALGORITMO NUMÉRICO

As equações de cinética puntual foram resolvidas pelo método de Hansen, o qual é comprovado que converge para solução satisfatória mesmo em condições bastantes adversas, de acordo com análises teóricas já mencionadas.

As equações de termohidráulica foram resolvidas pelo método explícito de Euler dada a sua simplicidade em comparação com esquemas implícitos. Ademais o método implícito só é vantajoso quando uma expressão simples e compacta é obtida. Se a expressão é matricial a inversão acarreta sobrecarga computacional, e se a expressão é não-linear a sua resolução requer métodos de Ponto Fixo/4/ com restrições quanto ao intervalo de integração, ou o método de Newton o qual requer escolha criteriosa do intervalo de pesquisa da solução para se garantir convergência ao ponto fixo.

A convergência do método explícito fica restrita a algumas condições que são automaticamente examinadas e satisfeitas pelo programa CINETHICA.

As equações de termohidráulica para as diversas zonas formam um sistema de equações representado sucintamente por

$$\frac{d}{dt} \mathbf{T} = \underline{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{F} \quad (14)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \text{col}(T_{f0}, T_{f1}, T_{f2}, \dots, T_{fN}, T_c, T_M) \\ \mathbf{F} &= \text{vetor contendo termos fixos dependente de potência,} \\ \underline{\mathbf{A}} &= \text{matriz de coeficientes.} \end{aligned}$$

O esquema explícito de Euler pode ser representado por

$$\mathbf{T}^{\theta+1} = \mathbf{T}^{\theta} + \Delta \theta \{ \underline{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{T}^{\theta} + \mathbf{F} \} \quad (15)$$

e se  $\lambda_i$ 's são os autovalores de  $\underline{\mathbf{A}}$ , prova-se facilmente que

$$|1.0 + \Delta \theta \cdot \lambda_i| \leq 1.0$$

é condição necessária e suficiente para a estabilidade numérica/3/.

Portanto  $-2.0 < \Delta \theta \cdot \lambda_i < 0$  é condição suficiente para a convergência e de acordo com o teorema de Gerschgorin/4/ obtém-se uma estimativa do maior valor, em módulo, de  $\lambda_i$  que deve ser utilizado na condição acima,

$$\Delta\theta < \frac{2}{|\lambda_i|} \quad (16)$$

As linhas da matriz  $\underline{A}$  que produzem os maiores limites para  $|\lambda_i|$  são as linhas correspondentes a  $T_{fN}$  e  $T_c$ , as quais resultam em

$$\Delta\theta < \frac{\frac{\Delta M_f C_{p f}}{A_{fN} k_f}}{\frac{\Delta T}{N}} + A_{fs} h_G \quad (17)$$

$$e \quad \Delta\theta < \frac{2M_c C_{p c}}{A_{fs} h_G + A_{ch} M} \quad (18)$$

respectivamente, cujos valores são da ordem de 0,15 e 0,50 segundos no núcleo típico de reatores PWR.

O programa CINETHICA satisfaz ambas as condições e o tempo assim obtido é dividido por dez.

#### 4. RESULTADOS OBTIDOS

Para o teste da implementação do programa CINETHICA, foi efetuado um cálculo de um núcleo modelo de PWR com o programa GAPOTKIN, com um artifício no cálculo da reatividade total a fim de incluir mesmo de forma aproximada o efeito de realimentação da potência nuclear.

A Figura 3 ilustra os resultados obtidos e observa-se que ambos os resultados são praticamente coincidentes enquanto a realimentação termohidráulica não for significativa. Após o início da realimentação termohidráulica o programa CINETHICA fornece valores de potência e temperaturas um pouco menores e isto é esperado uma vez que o programa GAPOTKIN não leva em consideração a transferência de calor para o refrigerante. A comparação não tem como objetivo verificar desvios em relação a resultados experimentais e sim como finalidade averiguar a exatidão na implementação do modelo e esquema numérico adotados no programa CINETHICA.

## 5. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos permitem concluir que o programa CINETHICA é útil para a simulação de acidentes quando é conhecida a reatividade total inserida. E a distribuição radial média de temperaturas e o valor de energia acumulada podem ser quantificadas com maior realismo levando em consideração a realimentação termohidráulica média.

A fase futura do desenvolvimento do programa CINETHICA deverá envolver a determinação precisa do efeito da distribuição axial das temperaturas, tanto do combustível como do moderador, incluindo-se o coeficiente de transferência para o refrigerante e formação de bolhas, para que a realimentação da reatividade possa ser melhor determinada sem, no entanto, recorrer ao expediente de adicionar cálculo axial de temperaturas.

Observando-se que o modelo adotado no programa CINETHICA é desenvolvido a partir de hipóteses básicas bastante restritivas, tais como a admissão de pequena distorção da potência durante o transiente, taxas limitadas de inserção de reatividade e reatividade total abaixo de um dólar, é esperado que resultados de transientes severos sejam discrepantes em algumas ordens de grandezas podendo chegar até a 4 ordens em reatores grandes/5/.

Portanto o programa CINETHICA deve ser utilizado criteriosamente levando em primeira consideração o seu modelo de cinética puntual e suas limitações, recomendando-se os modelos de cinética espacial para análises mais detalhadas.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - HANSEN, K.F.; KOEN, B.V.; LITTLE JR., W.W. Stable numerical solutions of the reactor kinetics equations, Nucl. Sci. Eng., 22(1):51-9, 1965.
- 2 - HANSEN, K.F. & KOCH, P.K. GAPOTKIN - a point kinetics code for the Univac 1108. San Diego, Ca., General Atomic, Oct. 1967. (GA-8204).
- 3 - LAMBERT, J.D. Computational methods in ordinary differential equations. New York, John Wiley, 1973.
- 4 - DAHLQUIST, G. & BJORCK, A. Numerical methods. New Jersey, Prentice-Hall, 1974.
- 5 - HETRICK, D.L. Dynamics of nuclear reactors. Chicago, University Press, 1971.
- 6 - GRANZOTTO, A.; GOUVEIA, A.S. de; LOURENÇÃO, E.M. Compilação dos resumos dos códigos nucleares disponíveis no CPD/IPEN. São Paulo, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, Jun. 1981. (IPEN-Inf - 7).

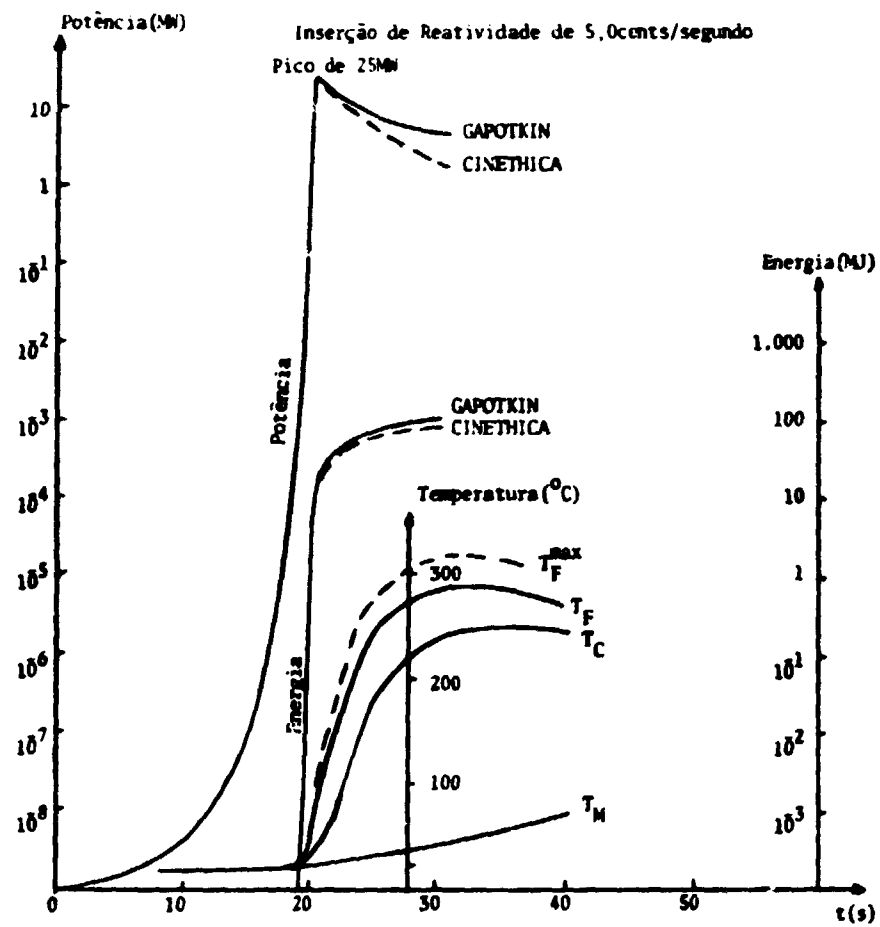


Figura 3 - Curvas de Potência calculadas com GAPOTKIN e com CINETHICA. Temperaturas calculadas com programa CINETHICA no canal médio.