

BR8104258



POSSIBILIDADES TEÓRICAS DE CÁLCULO DO
PROGRAMA DE COMPUTAÇÃO HAMMER

José Onusic Junior

DISSERTAÇÃO E TESE-IEA 069

JUNHO/1978

**POSSIBILIDADES TEÓRICAS DE CÁLCULO DO
PROGRAMA DE COMPUTAÇÃO HAMMER**

José Onusic Junior

**Dissertação para obtenção do Título de "Mestre em
Ciências e Tecnologia Nucleares - Orientador
Prof. Dr. Willen Jan Oosterkamp.
Apresentada e defendida em 23 de agosto de 1976,
na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.**

APROVADA PARA PUBLICAÇÃO EM JUNHO/1977.

CONSELHO DELIBERATIVO

MEMBROS

Klaus Reinach — Presidente
Roberto D'Utra Vaz
Helcio Modesto da Costa
Ivano Humbert Marchesi
Admar Cervellini

PARTICIPANTES

Regina Elisabete Az. do Beretta
Flávio Gori

SUPERINTENDENTE

Rômulo Ribeiro Pieroni

INSTITUTO DE ENERGIA ATÔMICA
Caixa Postal 11.049 (Pinheiros)
Cidade Universitária "Armando de Salles Oliveira"
SÃO PAULO — BRASIL

ÍNDICE

Página

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – Razões do Estudo	1
1.2 – Objetivos	2
1.3 – Escolha do Sistema Moderado por Água Leve	2
2 – CONSIDERAÇÕES GERAIS	2
2.1 – Descrição do Programa HAMMER	2
2.2 – Conceito e Descrição de uma Célula Típica Usada	3
2.3 – Concentração e Geometria das Células Utilizadas	4
2.4 – Célula Cilíndrica Equivalente – Aproximação de Wigner-Seitz	6
3 – DESENVOLVIMENTO DO THERMOS: MODELOS TEÓRICOS – APLICAÇÃO COMPARAÇÕES COM A EXPERIÊNCIA	6
3.1 – Introdução	6
3.2 – Modelos Teóricos	8
3.2.1 – A equação de Transporte Integral	8
3.2.2 – Kernel de Transporte	9
3.3 – Comparação com Dados Experimentais	10
3.3.1 – O Fator de Utilização Térmico	10
3.3.2 – O Fator de Desvantagem Térmico	13
3.3.3 – Discussão	16
3.4 – Estudo das Condições de Contorno	20
3.4.1 – Efeito das Condições de Contorno em Células Cilíndricas	20
3.4.2 – Análise das Características da Região Espalhadora	20
3.4.3 – Comparação com os Dados Experimentais	22
3.4.4 – Discussão	22
3.5 – Recomendações	25
4 – DESENVOLVIMENTO DO HAMLET – MODELOS TEÓRICOS – APLICAÇÃO COMPARAÇÕES COM A EXPERIÊNCIA	26
4.1 – Introdução	26

4.2 – A Aproximação B1	26
4.3 – A Aproximação P1	29
4.4 – Modelos de Selengut-Goertzel, Greuling-Goertzel e Fermi	32
4.5 – Correção do Espectro de Nêutrons na Região de Moderação	33
4.6 – Integrais de Ressonância	34
4.7 – Comparação com os Dados Experimentais	38
4.7.1 – Integrais de Ressonância do U^{238}	38
4.7.2 – Probabilidade de Escape à Ressonância do U^{238}	40
4.7.3 – Fator de Fissões Rápidas no U^{238}	42
4.8 – Discussão	44
5 – RESULTADOS FINAIS	46
5.1 – Área de Migração – M^2	46
5.2 – Fator de Multiplicação Efetivo – K_{ef}	47
5.3 – Discussão	47
6 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	49
ANEXO 1 – Nomenclatura	50
ANEXO 2 – Características das Células e Dados de Entrada para o Programa HAMMER	53
ANEXO 3 – Método de Müller-Linnartz	57
ANEXO 4 – Parâmetros de Moderação	59
ANEXO 5 – As Equações do Programa MUFT para Água Leve	60
ANEXO 6 – A Integral de Ressonância na Aproximação NRIM	61
ANEXO 7 – Cálculo de ρ pelo Balanceamento de Nêutrons	63
ANEXO 8 – Cálculo de δ pelo Balanceamento de Nêutrons	65
ANEXO 9 – Cálculo das Integrais de Ressonância	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70

POSSIBILIDADES TEÓRICAS DE CÁLCULO DO PROGRAMA DE COMPUTAÇÃO HAMMER

José Onusic Junior

RESUMO

Objetivou-se fundamentalmente conhecer as possibilidades teóricas de cálculo do Programa de Computação HAMMER, desenvolvido no Laboratório de Savannah River. Com esse propósito analisou-se um conjunto de "Células Críticas" moderadas por água leve e carregadas com urânio metálico de baixo teor em U-235, do tipo das configurações utilizadas em reatores PWR, e por isso mesmo de interesse para o programa nuclear brasileiro que ora se inicia.

Para obtenção da precisão dos cálculos efetuados utilizaram-se valores experimentais de medições realizadas no Brookhaven National Laboratory – BNL e no Bettis Atomic Power Laboratory – BAPL.

Discutiu-se a validade das aproximações de cálculos recomendando-se o uso da aproximação de Müller-Linnertz para a solução da equação de transporte integral na região térmica. Após homogeneização do sistema recomendou-se o uso da aproximação B1 para o cálculo da fuga e a correção das taxas de reação, utilizando-se a aproximação de Greuling-Goertzel na região de moderação para representar a energia perdida pelos nêutrons em espalhamentos elásticos.

Dentre os parâmetros neutrônicos calculados, destaca-se o Coeficiente de Multiplicação Efetivo que apresentou valores bem concordantes com a experiência para uma variedade considerável de razões entre volumes do moderador e combustível.

Recomendou-se a utilização do programa para análise de células contendo Th^{232} , U^{233} e Pu^{239} para testes dos parâmetros integrais.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 – Razões do Estudo

A Coordenadoria de Engenharia Nuclear do Instituto de Energia Atômica adquiriu em 1974 um programa de computação para o cálculo de parâmetros de reatores nucleares, conhecido pela sigla HAMMER (Heterogeneous Analysis by Multigroup Methods of Exponentials and Reactors)⁽³³⁾. Este programa, desenvolvido no Laboratório de Savannah River, é uma combinação de cinco sub-programas com funções específicas trabalhando sequencialmente. (*)

Os sub-programas foram criados de uma forma tal a possibilitar modificações em suas estruturas. Essas modificações traduzem-se primeiro pela necessidade de fornecimento de parâmetros nucleares mais precisos à biblioteca do programa segundo pela incorporação de novos isótopos à mesma biblioteca e por último ao acréscimo de novos modelos teóricos de cálculo. Salienta-se que devido a essa flexibilidade inerente ao programa contam-se hoje em dia com uma variedade de resultados obtidos e com diferentes graus de precisão. Antes, portanto, de se optar por novos modelos e/ou parâmetros mais precisos testados em outros laboratórios, precisamos primeiro confrontar o nosso sistema com a experiência.

(*) Reserva-se para o Capítulo 2 a descrição geral do programa

Finalmente cabe ressaltar que durante a utilização do programa encontram-se alternativas de uso que podem se tornar incoerentes conforme o sistema estudado. O manual do programa embora traga um problema exemplo não contém as informações necessárias para um conhecimento mais exato do mesmo.

1.2 – Objetivos

Propõe-se com base nas razões apontadas anteriormente a análise numérica de alguns parâmetros neutrônicos calculados pelo programa e em seguida confrontá-los com valores experimentais. Desta forma pode-se conhecer as limitações do programa com as suas opções disponíveis como também consegue-se compreender melhor a teoria utilizada, possibilitando um juízo mais seguro quanto aos resultados obtidos.

1.3 – Escolha do Sistema Moderado por Água Leve

O Brasil em 1969 comprou à Westinghouse Electric Corporation um reator do tipo PWR (reator à água pressurizada) que está sendo instalado em Angra dos Reis, com início de operação previsto para 1977.

Este reator usa urânio enriquecido a 3% na forma de óxido (UO_2) como combustível e é moderado por água leve pressurizada.

Tendo em vista este fato procurou-se na literatura sistemas moderados por água leve e que possuíssem bastante dados experimentais para efeito de comparações com os valores calculados.

Com início em 1953 um extensivo programa experimental desenvolveu-se no Brookhaven National Laboratory – BNL^(19,20,21) e no Bettis Atomic Power Laboratory – BAPL^(22,23,24) para medir o comportamento de nêutrons em células de reatores levemente enriquecidos, moderados por água leve. Os dois laboratórios trabalhando em conjunto visavam obter dados para a construção de um sistema para produção de energia elétrica. Em particular, o maior interessado era o Bettis Atomic Power Laboratory trabalhando para a Westinghouse Electric Corporation, que pretendia a construção de reatores em escala comercial. Após o sucesso dos PWR, reatores mais vendidos atualmente, esses dados experimentais tornaram-se conhecidos do mundo inteiro e são usados pelos pesquisadores para confrontar com valores calculados quando novos conceitos ou aproximações teóricas surgem^(4,5,13,14,17,18,32).

Aliando essas informações aos objetivos do trabalho limitou-se o estudo a simples arranjos cilíndricos de barras de combustível metálicas em células hexagonais sem a presença de barras de controle ou outras perturbações.

CAPÍTULO 2

CONSIDERAÇÕES GERAIS

2.1 – Descrição do Programa HAMMER

O programa HAMMER é uma combinação de cinco sub-programas.

- 1) Programa CAPN – cuja função é a interpretação dos dados de entrada e a consideração dos programas subsequentes. Qualquer erro de perfuração dos dados é indicado por este programa.

- 2) Programa THERMOS – estuda o comportamento neutrônico até 0,625 eV pela teoria integral unidimensional de transporte em uma célula do reator. Utiliza 30 grupos de energia para seus cálculos, mas os parâmetros térmicos de saída são condensados para um único grupo⁽¹⁶⁾
- 3) Programa HAMLET – efetua os mesmos cálculos que o anterior no intervalo de energia entre 0,625 eV e 10 MeV comumente chamada de região rápida. Os cálculos são realizados em 54 grupos de energia e os dados de saída são condensados para 3 grupos de energia.
- 4) Programa FLOG – utiliza os dados de saída dos dois programas anteriores em 4 grupos de energia para pesquisa da criticalidade do reator finito⁽¹⁰⁾.
- 5) Programa DIED – os fluxos e as seções de choque obtidas em (2), (3) e (4) são combinados para produzir o balanceamento de nêutrons. Para cálculos celulares o balanceamento de nêutrons é baseado nos dados obtidos em (2) e (3).

Tabela II.1

Limites dos grupos de energia cedidos pelo programa HAMMER

Grupo	Limite	
	Superior	Inferior
1	10 MeV	1,05 MeV
2	1,05 MeV	9,12 KeV
3	9,12 KeV	0,625 eV
4	0,625 eV	0

2.2 – Conceito e Descrição de uma Célula Típica Utilizada

Excluindo-se os reatores homogêneos, sempre a primeira parte de um cálculo neutrônico compreende a análise dos efeitos locais das heterogeneidades e dos fatores de auto-blindagem (cálculo das seções de choque)*. Geometricamente entende-se heterogeneidade como a distribuição espacial dos diversos materiais nucleares no reator formando arranjos às vezes complexos. Fisicamente diz-se que um reator é heterogêneo quando o livre caminho médio dos nêutrons em qualquer energia é comparável ou menor que a espessura de uma barra de material combustível. Nesse caso, a distribuição do fluxo no combustível pode ser substancialmente diferente daquela que se encontra no moderador. Veja-se Figura 1. Isso introduz complicações na análise de um reator heterogêneo. Portanto, necessita-se das determinações das constantes equivalentes que permitam tratar as regiões heterogêneas, constituídas de barras absorvedoras, camisas de materiais de proteção, espaços vazios, meio refrigerante e meio moderador, como um sistema homogêneo, onde os diversos materiais presentes estão uniformemente distribuídos utilizando-se dados ponderados.

Em muitos reatores dispõem-se as barras combustíveis periodicamente formando um reticulado, que se reproduz pela repetição de uma única célula. Nestas condições o fluxo de nêutrons apresentará

* Reserve-se para o Capítulo 3 a explicação do fenômeno de auto-blindagem.

uma estrutura fina periódica. Consequentemente torna-se suficiente a análise de uma única célula para obter-se uma descrição de como as interações dos nêutrons com o sistema são afetados pelo agrupamento heterogêneo dos vários elementos componentes do caroço. Como este pode ser aproximado pela repetição ad infinitum de células idênticas, os efeitos locais serão os mesmos (ou praticamente os mesmos), em qualquer parte do reator, e as seções de choque equivalentes obtidas da unidade mínima constitutiva aplica-se ao sistema global.

As células utilizadas pelo Brookhaven National Laboratory e Bettis Atomic Power Laboratory são de forma hexagonal, possuindo ao centro uma barra cilíndrica de urânio metálico levemente enriquecido encamisado por uma fina camada de alumínio. Essas barras são envolvidas por água leve que funciona como meio moderador do sistema. A Figura 2 mostra o arranjo hexagonal descrito.

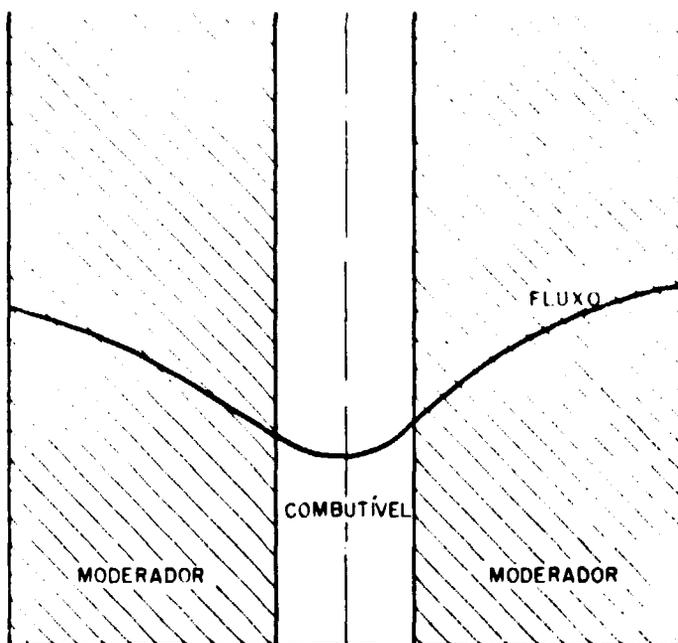


Figura 1 - Comportamento do fluxo dentro e próximo à uma barra combustível.

2.3 - Concentração e Geometria das Células Utilizadas

As barras de urânio metálico possuem três diferentes raios a saber 0,3175; 0,4915 e 0,7620 cm. Essas barras combustíveis são encamisadas por alumínio de espessura 0,0711 cm, havendo uma camada de ar de 0,0127 cm entre a camisa de alumínio e o urânio metálico.

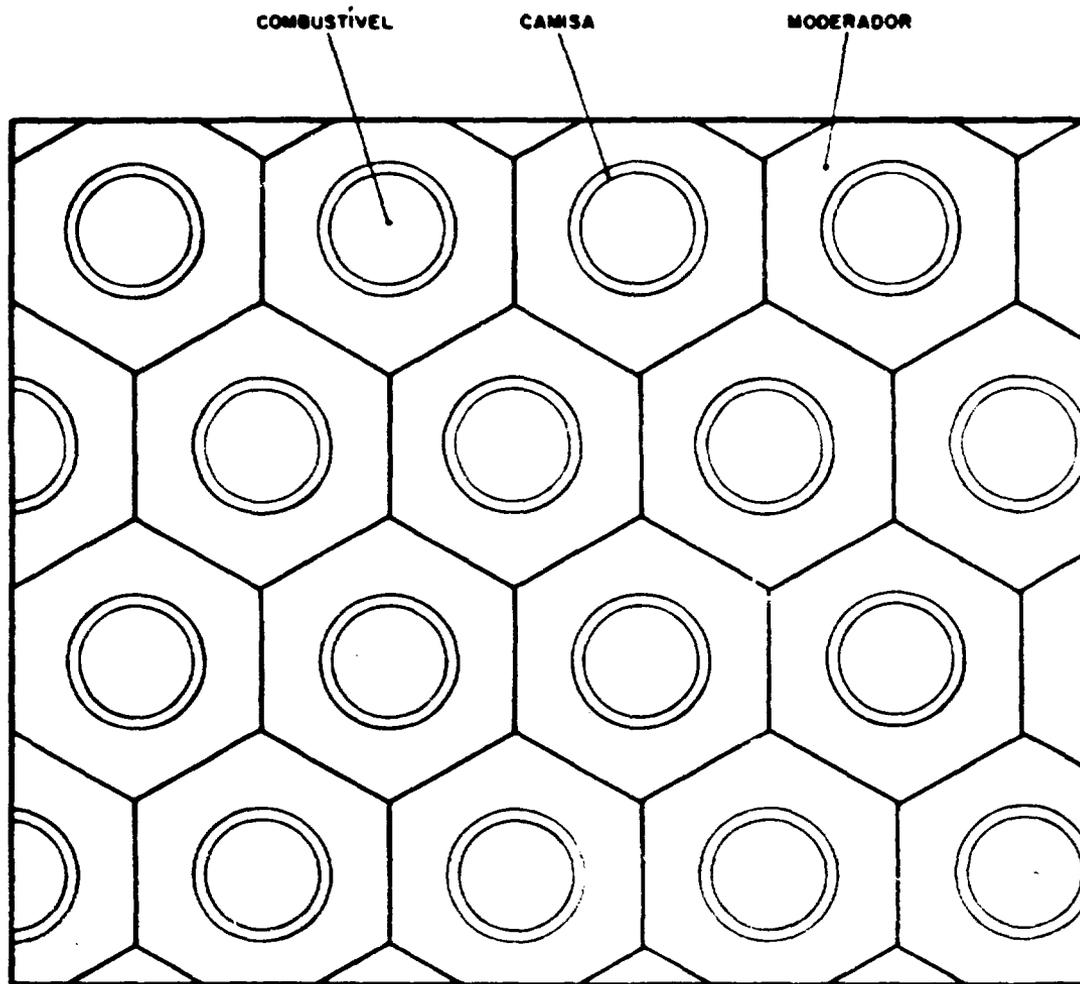


Figure 2 – Arranjo hexagonal das células do Brookhaven National Laboratory e Bettis Atomic Power Laboratory.

As barras combustíveis são enriquecidas em U^{235} em três porcentagens: 1,0%, 1,15% e 1,3%. Para cada raio da barra e enriquecimento, fizeram-se os cálculos para cinco diferentes razões de volumes de água e urânio, a saber: 1; 1,5; 2; 3 e 4, exceto para algumas barras de raio 0,3175 cm que não possuem dados experimentais. Assim permutaram-se os diferentes raios da barra, enriquecimentos e razões de volume entre água e urânio resultando num total de 38 células estudadas. Encontram-se no Anexo 2 os dados pormenorizados das células estudadas, assim como os parâmetros de entrada necessários ao programa HAMMER para a obtenção dos resultados a serem analisados.

2.4 – Célula Cilíndrica Equivalente – Aproximação de Wigner-Seitz

Mesmo desprezando-se a variação axial do fluxo muitas células dos reatores encontradas são bidimensionais (quadrada ou hexagonal) com uma barra cilíndrica no centro. Embora, em princípio, não haja dificuldades na aplicação dos métodos de transporte para as células bidimensionais, elas levariam muito tempo de computação com os computadores atuais para serem usadas de modo rotineiro em projetos calculacionais.

Em vista disso, costuma-se empregar a aproximação de Wigner-Seitz para estas células, reduzindo o problema para o caso unidimensional cilíndrico. Veja-se Anexo 2.

O método de Wigner-Seitz consiste em aproximar a célula real por uma célula cilíndrica de mesmo volume, como indicado na Figura 3.

Sendo o sistema real representado por um arranjo periódico de infinitas células, o número de nêutrons que penetram em uma delas é igual ao número de nêutrons que saem da mesma, tornando o efeito líquido igual a zero. Traduz-se fisicamente esse efeito dizendo-se que a corrente líquida é nula na superfície externa da célula.

Realiza-se esta condição de contorno pelo programa admitindo-se a reflexão especular dos nêutrons quando eles atingem a superfície externa. Reserva-se para o Capítulo 3 uma análise mais detalhada do aspecto neutrônico.

CAPÍTULO 3

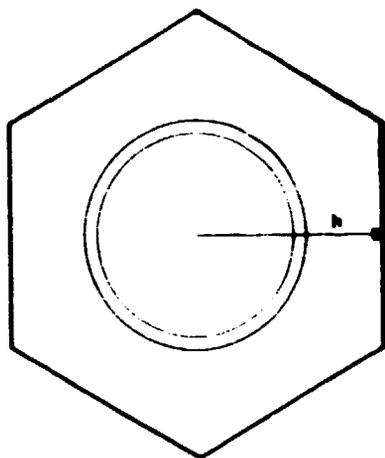
DESENVOLVIMENTO DO THERMOS: MODELOS TEÓRICOS -- APLICAÇÃO – COMPARAÇÕES COM A EXPERIÊNCIA

3.1 – Introdução

Dentre os cinco sub-programas citados no item 2.1 analisam-se apenas os principais: THERMOS, reservado para este capítulo, e o HAMLET, para o seguinte, que estudam todo o comportamento neutrônico dentro da célula do reator. Relegam-se os sub-programas CAPN e FLOG, o primeiro por ser apenas um programa de interpretação de dados e o segundo por não ser necessário à análise do que se segue.

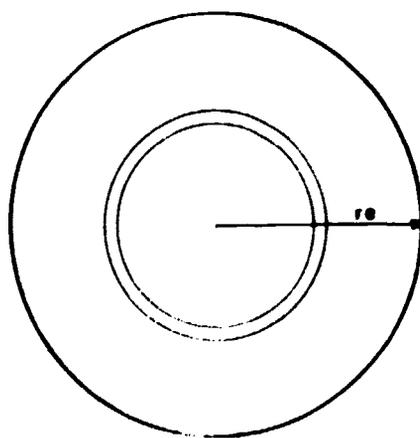
Analisam-se os parâmetros neutrônicos provenientes de medidas experimentais a saber: fator de utilização térmica, probabilidade de escape à captura no U^{238} , entre outros que serão descritos no correr da dissertação.

Finalmente restringe-se o estudo à células hexagonais transformadas de acordo com Wigner-Seitz, sendo os mesmos conceitos aplicáveis à quaisquer células cilíndricas.



Célula hexagonal

$$r_e = 1,05 h$$



Célula cilíndrica equivalente

Figura 3 - Célula equivalente de Wigner Seitz.

3.2 - Modelos Teóricos

3.2.1 - A Equação de Transporte Integral

O programa THERMOS foi escrito para investigar o comportamento do fluxo de nêutrons térmicos na célula típica.

Como muitas seções de choque de absorção são proporcionais a $1/v$, a taxa de reação $\int v \Sigma_a(v) N(v) dv$ é proporcional à densidade de nêutron integrada $\int N(v) dv = N$. Deste modo a quantidade de interesse é a densidade escalar de nêutrons $N(\underline{r}, v)$.

Define-se a "Densidade de Taxa de Nascimento" como,

$$H(\underline{r}, v, \underline{\Omega}) = \int_0^{\infty} dv' \int d\Omega' P(\underline{r}, v, v', \mu_0) N(\underline{r}, v', \underline{\Omega}') \quad (3.2.1)$$

que é a distribuição angular de nêutrons após uma colisão. Se o processo de espalhamento é aproximadamente isotrópico, ou a densidade de nêutrons é aproximadamente isotrópica, pode-se simplificar a equação (3.2.1), tornando-se

$$H(\underline{r}, v) = \int_0^{\infty} dv' P(\underline{r}, v, v') N(\underline{r}, v') \quad (3.2.2)$$

A hipótese de espalhamento isotrópico é razoável uma vez que às energias térmicas o proprio movimento molecular contribui para que seja satisfeita esta condição.

Assim a equação integral para a densidade de nêutrons fica:

$$v N(\underline{r}, v) = \int_{\underline{r}'}^{\underline{r}} d\underline{r}' T(\underline{r}, \underline{r}', v) H(\underline{r}', v), \quad (3.2.3)$$

onde T é o fluxo em \underline{r} devido a uma fonte pontual isotrópica unitária em \underline{r}' e é dado pela expressão

$$T(\underline{r}, \underline{r}', v) = \frac{1}{4\pi(r-r')^2} \exp\left[-\int_{\underline{r}'}^{\underline{r}} ds \Sigma_t(s, v)\right] \quad (3.2.4)$$

Divide-se o intervalo de velocidade em uma região rápida ($v > v^*$) e uma região térmica ($v < v^*$). O valor de v^* é correspondente à energia de 0,625 eV onde acima deste valor considera-se o "upscattering" desprezível.

A fonte real de nêutrons, a fonte de fissões, é apreciável em torno de 2 MeV. Para a região térmica o termo de fonte representa os nêutrons moderados para a região térmica resultante das colisões que se dão à energias acima de v^* .

Assim o termo de fonte é dado por:

$$S(\underline{r}, v) = \int_{v^*}^{\infty} dv' P(\underline{r}, v, v') N(\underline{r}, v') \quad (3.2.5)$$

A equação (3.2.3) fica:

$$v N(\underline{r}, v) = \int_{\underline{r}'} d\underline{r}' T(\underline{r}, \underline{r}', v) [S'(\underline{r}', v) + \int_0^{v^*} dv' P'(\underline{r}', v, v') N(\underline{r}', v')] \quad (3.2.6)$$

onde $S' = S/v$ e $P' = P/v$

Assume-se que o fluxo acima de v^* é isotrópico, espacialmente constante e proporcional à $1/E$.

Resolve-se a equação (3.2.6) numericamente dentro da célula do reator. Dividem-se os intervalos de velocidade e espacial como segue: – o primeiro, abaixo de v^* , em 30 subintervalos (grupos de energia) e o segundo em NX subintervalos num máximo de 20. Para ambos todas as quantidades são calculadas no ponto médio.

A equação (3.2.6) após as simplificações fica:

$$N_{ni} = \sum_k T_{n,k,i} [S'_{k,i} + \sum_j P'_{k,i,j} N_{k,j}]$$

Os subscritos n e k referem-se a pontos espaciais e, i e j a grupos de energia.

O programa baseia-se no método das probabilidades de colisão^(3,27) para calcular as quantidades que aparecem nas equações acima.

3.2.2 – Kernel de Transporte

Mostrou-se no parágrafo anterior como o programa usa a equação (3.2.6) para calcular o comportamento dos nêutrons térmicos dentro da célula típica. Nesta equação aparece o termo $T(\underline{r}, \underline{r}', v)$ chamado Kernel de transporte e calculado de maneira exata utilizando-se da teoria das probabilidades de colisão⁽¹³⁾. Entretanto, com este tipo de cálculo, requer-se bastante tempo de computação como também um grande armazenamento de dados uma vez que se calcula o Kernel de transporte considerando-se um estudo sobre toda a trajetória do nêutron dentro da célula típica.

Outro método de cálculo do Kernel de transporte é uma variante das probabilidades de colisão. Desenvolve-se esta técnica, baseada na aproximação de Müller-Linnartz⁽²⁸⁾ para geometria cilíndrica, dividindo-se a célula típica dentro de regiões homogêneas e calculando-se uma distribuição de corrente nas interfaces. As regiões da célula são então acopladas e o Kernel de transporte que antes calculava-se ponto por ponto reduz-se agora a cálculos de um conjunto local de probabilidades de escape e transmissão⁽¹¹⁾. Isto implica num ganho potencial em tempo de computação desde que os cálculos das probabilidades de escape e transmissão são muito mais simples do que aqueles do Kernel de transporte formal, embora menos exato do ponto de vista teórico. Descreve-se no Anexo 3 o método de Müller-Linnartz.

Utilizam-se no programa os dois métodos de cálculos acima descritos conforme a opção do usuário. Utilizaram-se ambos os métodos para o confronto com a experiência visando à interpretação dos efeitos introduzidos nos resultados.

3.3 – Comparação com Dados Experimentais

Os parâmetros convencionais que descrevem as propriedades de uma célula na região de energia térmica são: o fator de utilização térmico, o fator de desvantagem térmico e eta (η), o número médio de nêutrons de fissão produzidos por nêutron térmico absorvido no combustível.

3.3.1 – O Fator de Utilização Térmico

Define-se o fator de utilização térmico como a fração dos nêutrons térmicos que são absorvidos pelo combustível. Em símbolos:

$$f = \frac{\bar{\phi}_F V_F \bar{\Sigma}_F}{\bar{\phi}_F V_F \bar{\Sigma}_F + \bar{\phi}_M V_M \bar{\Sigma}_M + \bar{\phi}_C V_C \bar{\Sigma}_C}$$

Mostram-se os resultados obtidos para este parâmetro nas Tabelas III.3.1.1, III.3.1.2, III.3.1.3 juntamente com os valores experimentais.

Tabela III.3.1.1

Comparação entre valores calculados e experimentais do fator de utilização térmico para raio da barra 0,3175 cm

Enriquecimento em U^{235} (%)	W/U	Exp. ^a BNL	Kernel exato	desvio	Aproximação Müller-Linnartz	desvio
1,0	1,5	0,9107	0,9034	- 0,0073	0,9095	- 0,0012
	2,0	0,8903	0,8814	- 0,0089	0,8866	- 0,0037
	3,0	0,8452	0,8388	- 0,0064	0,8435	- 0,0017
	4,0	0,8087	0,7995	- 0,0092	0,8038	- 0,0049
1,5	1,5	0,9182	0,9090	- 0,0092	0,9151	- 0,0031
	2,0	0,8979	0,8880	- 0,0099	0,8934	- 0,0045
	3,0	0,8563	0,8475	- 0,0088	0,8523	- 0,0040
	4,0	0,8189	0,8099	- 0,0090	0,8142	- 0,0047

Tabela III.3.1.2

Comparação entre valores calculados e experimentais do fator de
utilização térmico para raio da barra 0,4915 cm

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	W/U	Exp. ° BNL	Kernel exato	desvio	Aproximação Müller-Linnartz	desvio
1,00	1,0	0,9390	0,9304	- 0,0086	0,9355	- 0,0035
	1,5	0,9130	0,9051	- 0,0079	0,9092	- 0,0038
	2,0	0,8879	0,8800	- 0,0079	0,8836	- 0,0043
	3,0	0,8383	0,8323	- 0,0060	0,8354	- 0,0029
	4,0	0,7988	0,7886	- 0,0102	0,7910	- 0,0078
1,15	1,0	0,9415	0,9343	- 0,0072	0,9395	- 0,0020
	1,5	0,9169	0,9103	- 0,0066	0,9145	- 0,0024
	2,0	0,8946	0,8864	- 0,0082	0,8901	- 0,0045
	3,0	0,8487	0,8407	- 0,0080	0,8438	- 0,0049
	4,0	0,8039	0,7985	- 0,0054	0,8009	- 0,0030
1,30	1,0	0,9458	0,9386	- 0,0070	0,9439	- 0,0017
	1,5	0,9245	0,9161	- 0,0084	0,9204	- 0,0041
	2,0	0,9019	0,8935	- 0,0084	0,8973	- 0,0046
	3,0	0,8577	0,8500	- 0,0070	0,8533	- 0,0044
	4,0	0,8175	0,8096	- 0,0079	0,8121	- 0,0054

Tabela III.3.1.3

Comparação entre valores experimentais e calculados do fator de utilização térmico para o raio da barra 0,7620 cm

Enriquecimento em U^{235} (%)	W/U	Exp. * BNL	Kernel exato	desvio	Aproximação Müller-Linnartz	desvio
1,00	1,0	0,9345	0,9291	- 0,0054	0,9328	- 0,0017
	1,5	0,9055	0,8993	- 0,0062	0,9019	- 0,0036
	2,0	0,8776	0,8697	- 0,0079	0,8716	- 0,0060
	3,0	0,8205	0,8136	- 0,0069	0,8149	- 0,0056
	4,0	0,7675	0,7625	- 0,0050	0,7631	- 0,0044
1,15	1,0	0,9393	0,9328	- 0,0065	0,9365	- 0,0028
	1,5	0,9137	0,9043	- 0,0094	0,9069	- 0,0068
	2,0	0,8835	0,8757	- 0,0078	0,8778	- 0,0057
	3,0	0,8315	0,8215	- 0,0100	0,8228	- 0,0087
	4,0	0,7815	0,7716	- 0,0099	0,7723	- 0,0092
1,30	1,0	0,9438	0,9368	- 0,0070	0,9406	- 0,0032
	1,5	0,9172	0,9098	- 0,0074	0,9125	- 0,0047
	2,0	0,8899	0,8826	- 0,0073	0,8847	- 0,0052
	3,0	0,8412	0,8304	- 0,0108	0,8317	- 0,0095
	4,0	0,7900	0,7820	- 0,0080	0,7827	- 0,0073

* Ref./18, p 258-60/.

3.3.2 – O Fator de Desvantagem Térmico

Conforme comentado no item 2.2, dentro da célula existe a depressão do fluxo térmico na região combustível devido ao efeito de blindagem dos átomos da periferia da barra de combustível para os átomos do interior. Isto acarreta uma menor taxa de absorção dos nêutrons térmicos trazendo como consequência uma menor taxa de fissão. Este efeito é quantificado pelo fator de desvantagem térmico. Em símbolos:

$$\delta_N = \frac{\bar{N}_M}{\bar{N}_F} \quad \text{onde}$$

$$\bar{N}_M = \frac{1}{V_M} \int_{V_M} N(r) d\tau \quad \text{e} \quad \bar{N}_F = \frac{1}{V_F} \int_{V_F} N(r) d\tau$$

sendo $N(r) = \int_0^{v^*} dv N(r, v)$

O fator de desvantagem térmico diretamente relacionado com as densidades térmicas médias nos dá uma idéia sobre a heterogeneidade da célula típica.

Mostram-se nas Tabelas III.3.2.1, III.3.2.2 e III.3.2.3 os resultados obtidos para este parâmetro juntamente com os valores experimentais.

Tabela III.3.2.1

Comparação entre os valores calculados e experimentais do fator de desvantagem térmico para o raio da barra 0,3175 cm

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	W/U	Exp.* BNL	Kernel exato	desvio	Aproximação Müller-Linnartz	desvio
1,00	1,5	1,105	1,212	0,107	1,122	0,017
	2,0	1,091	1,198	0,107	1,135	0,044
	3,0	1,114	1,199	0,085	1,155	0,041
	4,0	1,132	1,203	0,071	1,170	0,038
1,15	1,5	1,090	1,228	0,138	1,131	0,041
	2,0	1,087	1,412	0,127	1,145	0,058
	3,0	1,126	1,214	0,088	1,167	0,041
	4,0	1,146	1,219	0,073	1,183	0,037

Tabela III.3.2.2

Comparação entre os valores calculados e experimentais do fator de
desvantagem térmico para o raio da barra 0,4915 cm

Enriquecimento em U^{235} (%)	W/U	Exp. ° BNL	Kernel exato	desvio	Aproximação Müller-Linnartz	desvio
1,00	1,0	1,101	1,285	0,184	1,177	0,076
	1,5	1,149	1,274	0,125	1,210	0,061
	2,0	1,183	1,282	0,099	1,236	0,053
	3,0	1,249	1,304	0,055	1,274	0,025
	4,0	1,251	1,322	0,071	1,303	0,052
1,15	1,0	1,142	1,306	0,164	1,189	0,047
	1,5	1,182	1,294	0,112	1,225	0,043
	2,0	1,193	1,303	0,110	1,252	0,059
	3,0	1,257	1,327	0,070	1,294	0,037
	4,0	1,302	1,346	0,044	1,325	0,023
1,30	1,0	1,133	1,333	0,200	1,205	0,072
	1,5	1,183	1,321	0,138	1,244	0,061
	2,0	1,233	1,330	0,097	1,274	0,041
	3,0	1,229	1,356	0,127	1,320	0,091
	4,0	1,296	1,378	0,082	1,354	0,058

Tabela III.3.2.3

Comparação entre os valores calculados e experimentais do fator de
desvantagem térmico para o raio da barra 0,7620 cm

Enriquecimento em U^{235} (%)	W/U	Exp. * BNL	Kernel exato	desvio	Aproximação Müller-Linnert?	desvio
1,00	1,0	1,278	1,398	0,120	1,316	0,038
	1,5	1,321	1,422	0,101	1,380	0,059
	2,0	1,356	1,457	0,027	1,430	0,074
	3,0	1,448	1,517	0,069	1,504	0,056
	4,0	1,519	1,562	0,043	1,556	0,037
1,15	1,0	1,270	1,427	0,157	1,338	0,068
	1,5	1,289	1,454	0,165	1,408	0,119
	2,0	1,383	1,491	0,108	1,462	0,079
	3,0	1,449	1,555	0,106	1,541	0,092
	4,0	1,515	1,605	0,090	1,598	0,083
1,30	1,0	1,285	1,465	0,180	1,366	0,081
	1,5	1,354	1,494	0,140	1,443	0,089
	2,0	1,427	1,535	0,108	1,502	0,075
	3,0	1,482	1,606	0,124	1,590	0,108
	4,0	1,582	1,660	0,078	1,653	0,071

Ref./18, p 258-60/.

3.3.3 - Discussão

Verifica-se que, comparativamente aos valores experimentais, os resultados obtidos pela aplicação do Kernel aproximado são mais concordantes do que aqueles obtidos pela aplicação do Kernel exato. Este comportamento, à primeira vista incoerente, deve-se ao fato de que houve uma compensação de erros na razão das densidades médias de nêutrons entre moderador e combustível.

Inicialmente deve-se lembrar que os dois parâmetros f e δ_N são dependentes da razão de densidades de nêutrons do moderador para o combustível. O fator de desvantagem térmico é a própria medida dessa razão como pode ser visto pela definição dada no item 3.3.2. Analisando-se, então, as densidades médias relativas de nêutrons nas três regiões das células, como mostrado na Tabela III.3.3.1, verifica-se que para estes parâmetros os resultados obtidos com o Kernel aproximado se mostram mais discrepantes quando comparados aos valores experimentais.

Tabela III.3.3.1

Valores das densidades médias relativas de nêutrons para as células de barra 0,7620 cm de raio enriquecida a 1,15%

W/U		Experi- mental*	Kernel exato	desvio	Aproximação Müller-Linnartz	desvio
1,0	\bar{N}_U	1,119	1,143	0,024	1,152	0,033
	\bar{N}_{A2}	1,245	1,398	0,153	1,351	0,106
	\bar{N}_W	1,421	1,631	0,210	1,542	0,121
2,0	\bar{N}_U	1,150	1,133	-0,017	1,168	0,018
	\bar{N}_{A2}	1,303	1,365	0,062	1,388	0,085
	\bar{N}_W	1,591	1,690	0,099	1,707	0,116
4,0	\bar{N}_U	1,137	1,131	-0,006	1,177	0,040
	\bar{N}_{A2}	1,283	1,358	0,075	1,410	0,127
	\bar{N}_W	1,722	1,815	0,093	1,881	0,159

* Ref. /17/.

Superestimou-se com a teoria simplificada a distribuição da densidade de nêutrons térmicos tanto na região do moderador quanto na região combustível. Pode-se visualizar este fenômeno através das Figuras 4, 5 e 6, onde mostram-se as distribuições neutrônicas para os casos tabelados na Tabela III.3.3.1. Identificam-se nestas figuras as curvas referentes aos casos calculados com Kernel de transporte exato com reflexão normal pelo símbolo A quanto as curvas obtidas com a aproximação de Müller-Linnertz com o símbolo B. Vê-se que na região combustível representa-se bem a distribuição neutrônica quando se utiliza o Kernel de transporte exato, enquanto na região moderadora o mesmo não acontece. Pela distribuição neutrônica pode-se justificar o motivo pelo qual os fatores de desvantagem térmico e utilização térmica aproximaram-se mais dos valores experimentais, utilizando-se o Kernel aproximado. Constata-se uma superestimação da distribuição da densidade de nêutrons tanto no moderador como no combustível compensando assim resultados que são calculados pela razão \bar{N}_M/\bar{N}_F . Embora, pela aplicação do Kernel exato a distribuição de nêutrons seja bem representada na região combustível ela não o é na região moderadora de tal forma que o valor da relação \bar{N}_M/\bar{N}_F se desvie mais do valor experimental.

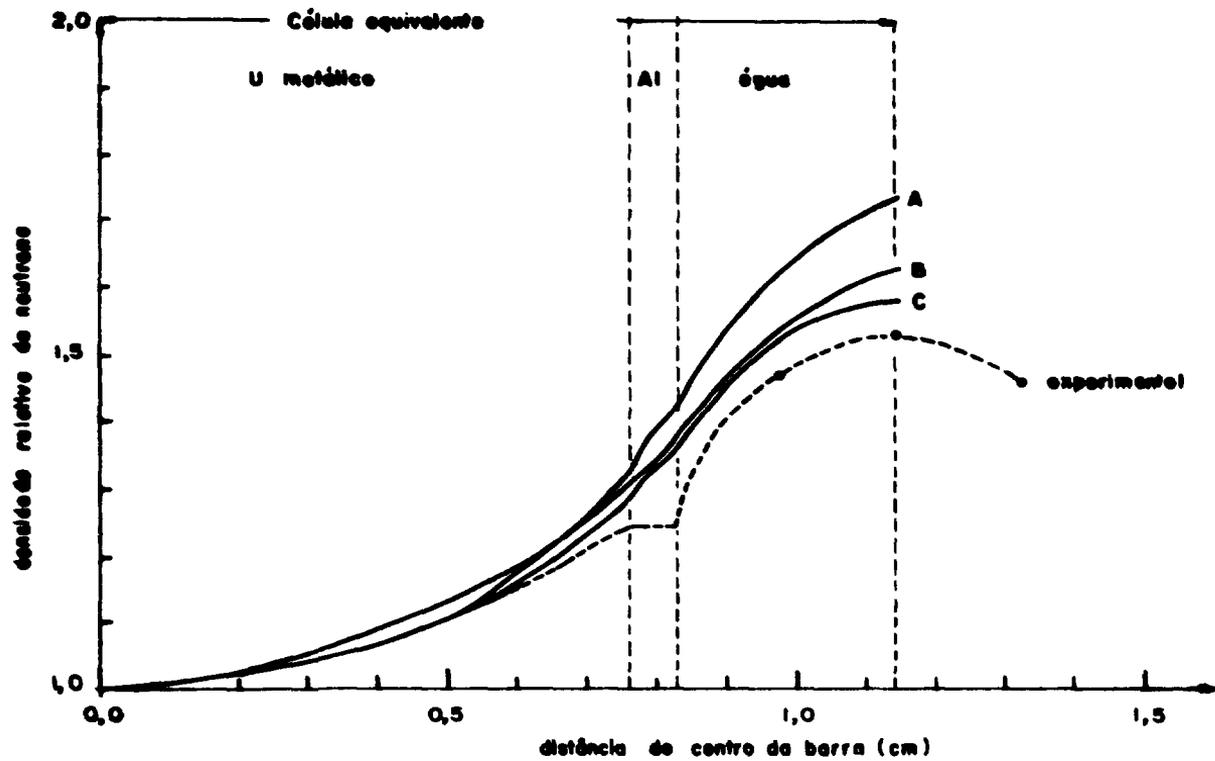


Figura 4 - Distribuição da densidade de nêutrons térmicos numa célula de H₂O contendo uma barra de combustível de raio 0,7620 cm com ²³⁵U para W/U = 1,0.

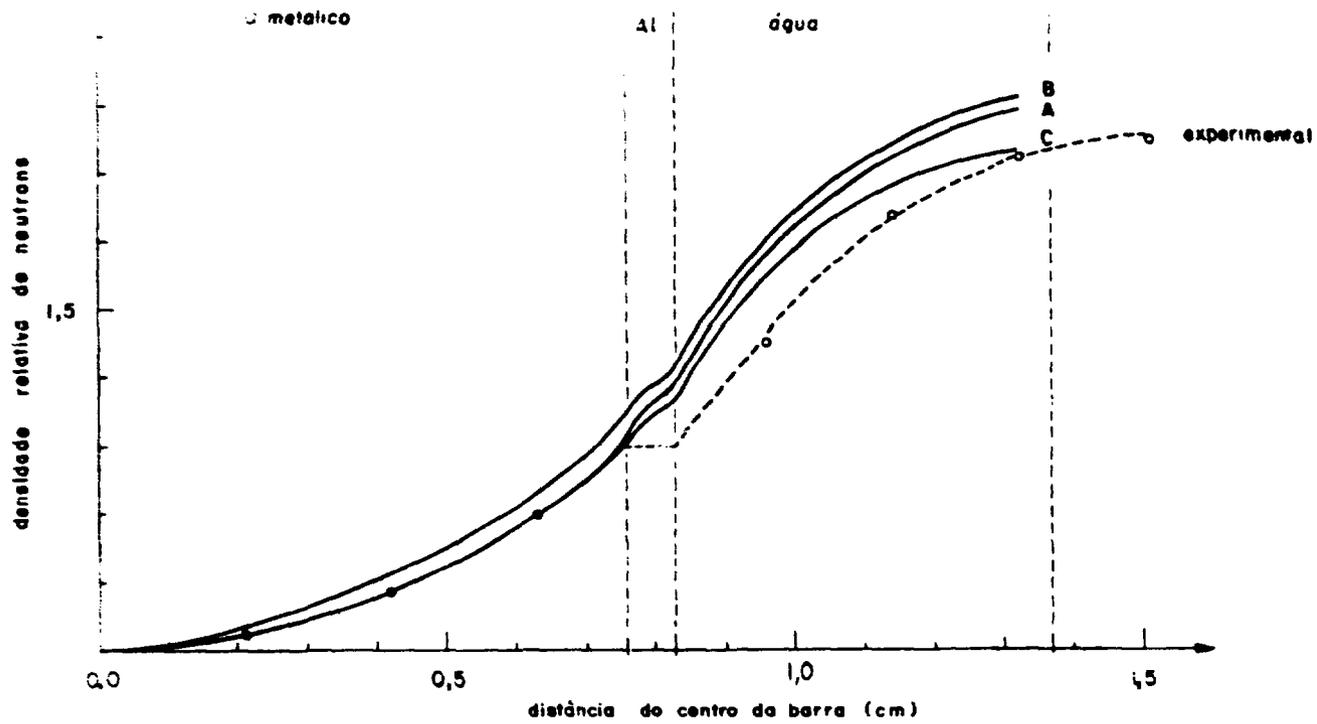


Figura 5 - Distribuição da densidade de nêutrons térmicos numa célula de H_2O contendo uma barra de combustível de raio 0,7620 cm com 1,15% U^{235} na $W/U = 2,0$.

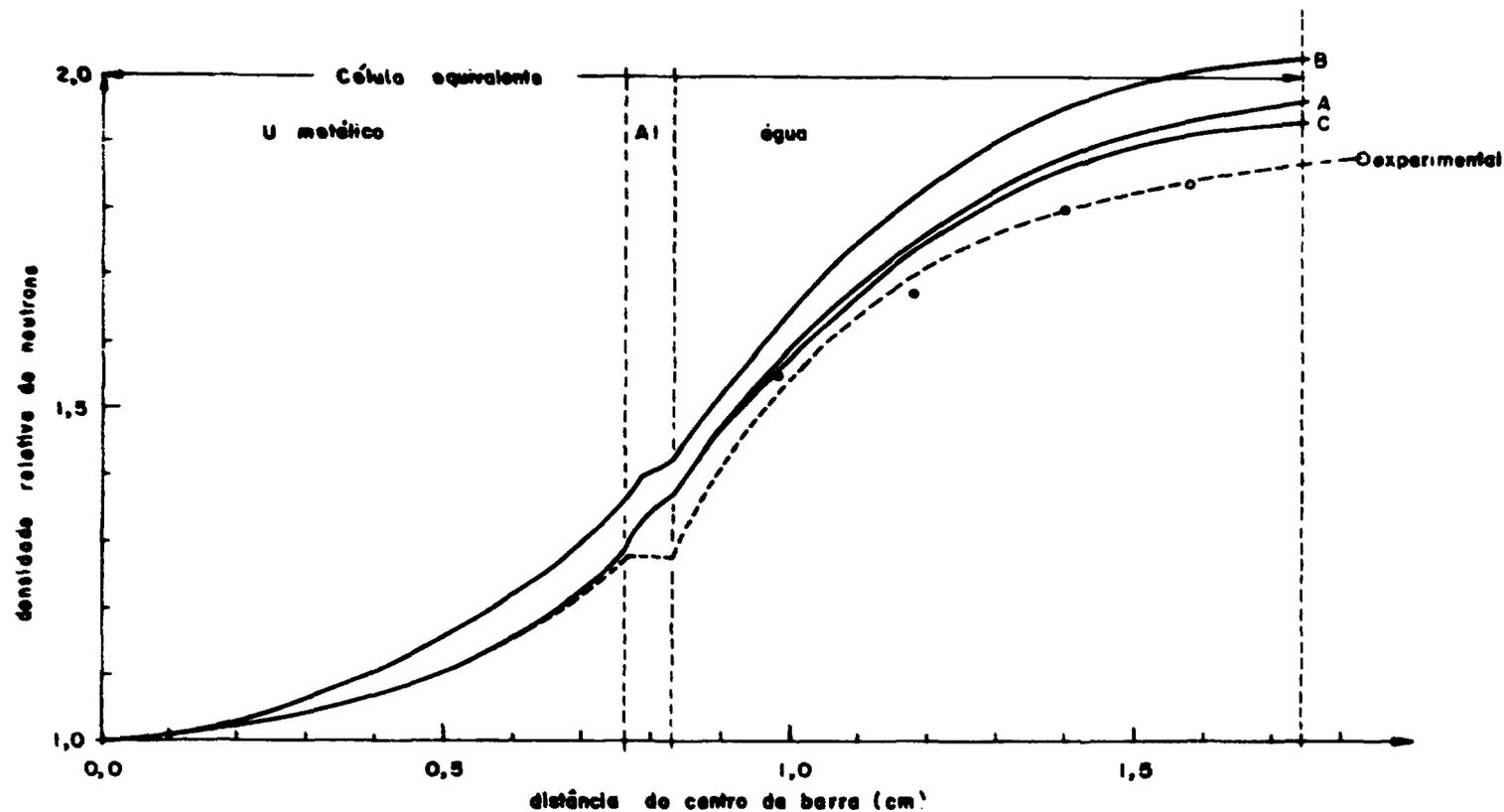


Figura 6 - Distribuição da densidade de nêutrons térmicos numa célula de H_2O contendo uma barra de combustível de raio 0,7620 cm com $1,15\% U^{235}$ para $W/U = 4,0$.

3.4 – Estudo das Condições de Contorno

3.4.1 – Efeito das Condições de Contorno em Células Cilíndricas

Como mencionado no item 2.4 o programa usa o conceito de célula equivalente ao de Wigner-Seitz para seus cálculos. Acrescente-se a esta aproximação o retorno de nêutrons na superfície externa da célula típica segundo a Lei de Snell ou, em outras palavras, todo nêutron incidente na superfície externa da célula típica é refletido com o mesmo ângulo de incidência.

Vários autores discutiram e testaram numericamente a validade desta condição de contorno. Todos concluíram que pela aplicação da lei de Snell superestima-se grosseiramente a distribuição de nêutrons térmicos no moderador principalmente para as células compactas. Um estudo realizado por Newmarch⁽³⁰⁾ mostra que se superestima o fator de desvantagem térmico pela existência de caminhos por onde os nêutrons não atingem a região combustível permanecendo nessa região. Veja-se Figura 7. Honeck⁽¹⁵⁾ propôs vários métodos baseados na condição de contorno isotrópico dos nêutrons na superfície externa para corrigir este efeito. Um desses métodos propõe acrescentar à célula cilíndrica equivalente uma região de material pesado e puramente espalhador. A primeira qualidade para garantir que os nêutrons não transfiram energia e a segunda impedindo que haja absorção dos mesmos. Quantitativamente deve-se também analisar uma espessura conveniente dessa região em termos de livres caminhos médios. Novamente usa-se a Lei de Snell na superfície externa dessa nova célula conseguindo-se uma alteração na distribuição angular dos nêutrons emergentes de maneira tal a ter-se um retorno praticamente isotrópico.

Utilizou-se o procedimento acima e os cálculos são mostrados no item seguinte.

3.4.2 – Análise das Características da Região Espalhadora

Na identificação da região espalhadora fornecem-se como dados de entrada ao programa a seção de choque macroscópica de espalhamento, Σ_s , e a espessura λ . Em seguida faz-se o estudo do comportamento de f e δ_N com Σ_s e δ para se escolher dois valores compatíveis. Mostram-se nas Tabelas III.4.2.1 e III.4.2.2 os resultados obtidos.

Tabela III.4.2.1

Varição de f e δ_N com Σ_s para o raio da barra 0,3175 cm enriquecido a 1%

W/U	Σ_s (cm^{-1}) 0,1		0,5		1,0		2,0	
	f	δ_N	f	δ_N	f	δ_N	f	δ_N
1,5	0,9085	1,150	0,9085	1,141	0,9085	1,138	0,9085	1,138
2,0	0,8856	1,157	0,8858	1,147	0,8858	1,145	0,8858	1,145
3,0	0,8421	1,174	0,8425	1,165	0,8428	1,163	0,8428	1,163
4,0	0,8022	1,186	0,8029	1,177	0,8030	1,176	0,8030	1,176

$$\lambda = 2/\Sigma_s$$

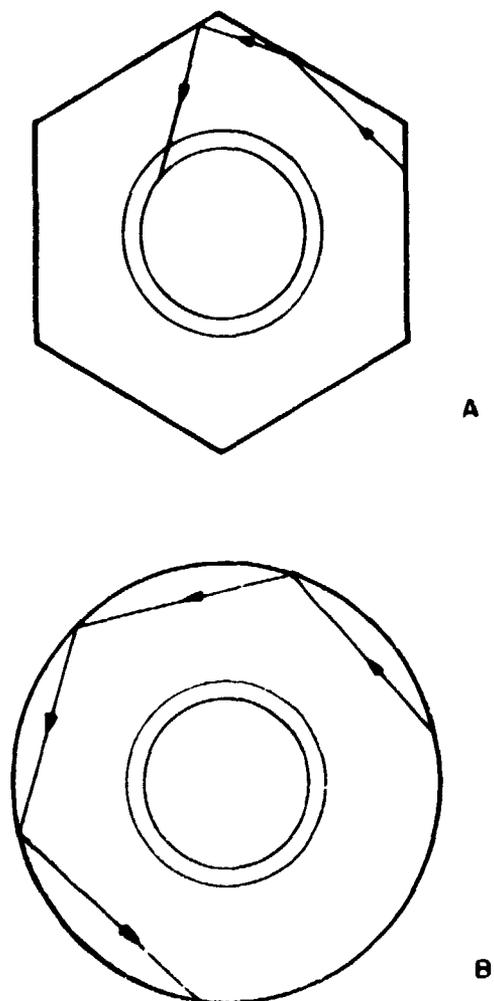


Figura 7 – Caminhos típicos para nêutrons não espalhados em (A) célula real, (B) célula cilíndrica equivalente.

Tabela III.4.2.2

Varição de f e δ_N com λ para o raio da barra 0,3175 cm enriquecido a 1%

W/U	$\lambda \rightarrow$ (cm) 0,5		1,0		1,5		2,0	
	f	δ_N	f	δ_N	f	δ_N	f	δ_N
1,5	0,9076	1,150	0,9083	1,140	0,9084	1,138	0,9085	1,138
2,0	0,8849	1,155	0,8856	1,147	0,8858	1,145	0,8858	1,145
3,0	0,8417	1,172	0,8423	1,166	0,8425	1,163	0,8426	1,163
4,0	0,8022	1,182	0,8027	1,178	0,8027	1,176	0,8030	1,176

$$\Sigma_a = 1 \text{ cm}^{-1}$$

Analisando-se os valores de f e δ_N constata-se que os valores de $\Sigma_a = 1 \text{ cm}^{-1}$ e $\lambda = 2 \text{ cm}$ satisfazem às exigências propostas no item anterior. Segundo Thie⁽³⁴⁾ e Honeck⁽¹³⁾ cálculos com método S_N confirmaram que a corrente de retorno no contorno da célula é isotrópica se a região externa espalhadora possuir dois livres caminhos médios. Os valores aqui adotados se enquadram nesta afirmação.

3.4.3 – Comparação com os Dados Experimentais

Ressalte-se inicialmente que a condição de que os nêutrons incidentes na superfície externa da célula são refletidos em uma distribuição isotrópica, é conhecida na literatura como "condições de contorno branca".

Mostram-se nas Tabelas III.4.3.1, III.4.3.2 e III.4.3.3 os valores de f e δ_N obtidos com Kernel de transporte exato com reflexão isotrópica, juntamente com valores experimentais.

A Tabela III.4.3.4 mostra os resultados para as densidades médias relativas de nêutrons nas três regiões das células de barra combustível de 0,7620 cm de raio enriquecida a 1,15%, juntamente com valores experimentais.

Mostram-se nas Figuras 4, 5 e 6 as curvas obtidas para a distribuição das densidades relativas de nêutrons para as células de barra combustível de 0,7620 cm de raio enriquecida a 1,15%. Estas curvas são identificadas pelo símbolo C.

3.4.4 – Discussão

Testou-se o modelo aproximado de Müller-Linnartz (Kernel de transporte aproximado) com a condição de contorno impondo reflexão isotrópica dos nêutrons na superfície externa da célula cilíndrica e os resultados ficaram invariáveis. Explica-se essa insensibilidade ao refinamento, lembrando que esse modelo pelas suas compensações dos resultados bem convergentes com a experiência ignorou uma posterior melhoria. Conclui-se que o modelo aproximado tanto pode usar reflexão isotrópica ou normal sem que haja significativa melhoria do método. Por outro lado utilizando-se o modelo do Kernel

de transporte exato com reflexão isotrópica conseguiram-se melhores resultados em relação ao uso de reflexão normal, principalmente para o caso das células compactas. Observe-se pelas Figuras 4, 5, 6 que as curvas C representam bem melhor a distribuição da densidade de nêutrons no moderador.

Tabela III.4.3.1

Comparação entre os valores calculados e experimentais de f e δ_N para o raio da barra 0,3175 cm

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	f				δ_N		
	W/U	Reflexão isotrópica	Exp.	desvio	Reflexão isotrópica	Exp.	desvio
1,00	1,5	0,9085	0,9107	-0,0022	1,138	1,105	0,033
	2,0	0,8858	0,8903	-0,0045	1,145	1,091	0,054
	3,0	0,8426	0,8452	-0,0026	1,163	1,114	0,049
	4,0	0,8030	0,8087	-0,0057	1,176	1,132	0,044
1,15	1,5	0,9141	0,9182	-0,0041	1,148	1,050	0,098
	2,0	0,8926	0,8979	-0,0053	1,155	1,087	0,068
	3,0	0,8514	0,8563	-0,0049	1,175	1,128	0,047
	4,0	0,8134	0,8189	-0,0055	1,189	1,146	0,043

Tabela III.4.3.2

Comparação entre os valores calculados e experimentais de f e δ_N para o raio da barra C,4915 cm

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	f				δ_N		
	W/U	Reflexão isotrópica	Exp.	desvio	Reflexão isot. óptica	Exp.	desvio
1,00	1,0	0,9344	0,9390	-0,0046	1,201	1,101	0,100
	1,5	0,9085	0,9130	-0,0045	1,221	1,149	0,072
	2,0	0,8830	0,8879	-0,0049	1,243	1,183	0,060
	3,0	0,8349	0,8389	-0,0040	1,279	1,249	0,030
	4,0	0,7907	0,7988	-0,0081	1,305	1,251	0,054
1,15	1,0	0,9383	0,9415	-0,0032	1,214	1,142	0,072
	1,5	0,9137	0,9169	-0,0032	1,237	1,182	0,055
	2,0	0,8894	0,8946	-0,0052	1,261	1,193	0,068
	3,0	0,8433	0,8487	-0,0054	1,300	1,257	0,043
	4,0	0,8007	0,8039	-0,0032	1,327	1,302	0,025
1,30	1,0	0,9427	0,9456	-0,0029	1,232	1,133	0,099
	1,5	0,9196	0,9245	-0,0049	1,257	1,183	0,074
	2,0	0,8966	0,9019	-0,0053	1,284	1,233	0,051
	3,0	0,8527	0,8577	-0,0050	1,326	1,229	0,097
	4,0	0,8119	0,8175	-0,0056	1,357	1,296	0,061

Tabela III.4.3.3

Comparação entre os valores calculados e experimentais de
 f e δ_N para o raio da barra 0,7620 cm

Enriquecimento em U^{235} (%)	f				δ_N		
	W/U	Reflexão isotrópica	Exp. BNL	desvio	Reflexão isotrópica	Exp.	desvio
1,00	1,0	0,9318	0,9345	- 0,0027	1,336	1,278	0,058
	1,5	0,9016	0,9055	- 0,0039	1,384	1,321	0,063
	2,0	0,8716	0,8776	- 0,0060	1,430	1,356	0,074
	3,0	0,8152	0,8205	- 0,0053	1,501	1,448	0,053
	4,0	0,7637	0,7675	- 0,0038	1,551	1,519	0,032
1,15	1,0	0,9356	0,9393	- 0,0037	1,360	1,270	0,090
	1,5	0,9066	0,9137	- 0,0071	1,412	1,289	0,123
	2,0	0,8778	0,8835	- 0,0057	1,462	1,383	0,079
	3,0	0,8231	0,8315	- 0,0084	1,538	1,449	0,089
	4,0	0,7729	0,7815	- 0,0086	1,593	1,515	0,078
1,30	1,0	0,9397	0,9438	- 0,0041	1,390	1,285	0,105
	1,5	0,9122	0,9172	- 0,0050	1,448	1,354	0,094
	2,0	0,8846	0,8899	- 0,0053	1,503	1,427	0,076
	3,0	0,8320	0,8412	- 0,0092	1,586	1,482	0,104
	4,0	0,7833	0,7900	- 0,0067	1,646	1,582	0,064

3.5 – Recomendações

Comparando-se os métodos de cálculo apresentados recomenda-se que se utilize o modelo exato do Kernel de Transporte com reflexão isotrópica na hipótese de se pretender uma melhor imagem da estrutura fina do fluxo, ou seja a distribuição neutrônica dentro da célula cilíndrica, e daí à obtenção dos fluxos médios das regiões componentes. Por outro lado, o modelo aproximado aplica-se melhor no cálculo dos fatores de desvantagem térmico e utilização térmica.

Tabela III.4.3.4

Valores das densidades médias relativas de nêutrons para células de
barra 0,7620 cm de raio enriquecidas a 1,15%

W/U	N	Reflexão isotrópica	Experimental	desvio
1,0	\bar{N}_U	1,121	1,119	0,002
	\bar{N}_{AR}	1,336	1,245	0,091
	\bar{N}_W	1,524	1,421	0,103
2,0	\bar{N}_U	1,126	1,150	-0,024
	\bar{N}_{AR}	1,346	1,303	0,043
	\bar{N}_W	1,647	1,591	0,056
4,0	\bar{N}_U	1,129	1,137	-0,008
	\bar{N}_{AR}	1,364	1,283	0,071
	\bar{N}_W	1,798	1,722	0,076

Quanto ao parâmetro η , definido no item 3.3, não se dispõe de medidas experimentais diretas para as células aqui estudadas. Dependendo esse parâmetro apenas do fluxo térmico na região combustível ele se mostrou invariável utilizando-se qualquer modelo. Portanto, para o cálculo final do coeficiente de multiplicação efetivo que é função de f e η recomenda-se que se utilize o modelo aproximado que fornece melhor resultado para o primeiro parâmetro.

CAPÍTULO 4

DESENVOLVIMENTO DO HAMLET: MODELOS TEÓRICOS – APLICAÇÃO – COMPARAÇÕES COM A EXPERIÊNCIA

4.1 – Introdução

O programa HAMLET, como o programa THERMOS, utiliza-se da equação integral de transporte para o cálculo da distribuição espacial do fluxo nos 54 grupos de energia, sendo o Kernel de transporte calculado pelo método de Müller-Linnartz. Na região de ressonância as seções de choque efetivas são computadas como nos programas TUZ e ZUT⁽²⁵⁾ acrescentando-se o princípio de equivalência e a correção de Dancoff. Corrige-se o espectro de fluxo ($\psi = \bar{\psi}(E)$) durante a moderação dos nêutrons de acordo com o programa MUFT⁽²⁾, que utiliza as aproximações P1 ou B1 para resolver a equação de transporte dependente da energia. A seguir escolhe-se um modelo apropriado que represente a variação da densidade de moderação no sistema de acordo com Salengut-Goertzel, Greuling-Goertzel ou Fermi.

4.2 – A Aproximação B1

Escreve-se a equação de transporte unidimensional⁽⁷⁾ na forma

$$\begin{aligned} \mu \frac{d}{dx} \psi(\mu, u, x) + \Sigma_t(u, x) \psi(\mu, u, x) &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-1}^1 d\mu_o \Sigma_o(\mu_o, u', x) \\ &\cdot \\ \psi(\mu', u', x) + \frac{\nu}{2} f(u) \int_0^{\infty} du' \int_{-1}^1 d\mu' \Sigma_f(u', x) \psi(\mu', u', x) + \\ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} du' \int_{-1}^1 d\mu' \Sigma_f(u', u, x) \psi(\mu', u', x) \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

onde assume-se que todas as seções de choque são independentes de x .

Define-se:

$$\psi(\mu, u, B) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\mu, u, x) e^{iBx} dx \quad (4.2.2)$$

Onde ψ é a transformada de Fourier de φ . Aplicando-se a transformada de Fourier à equação (4.2.1), o primeiro termo à esquerda torna-se:

$$\mu \int_0^{\infty} \frac{d\varphi(\mu, u, x)}{dx} e^{iBx} dx = \mu \varphi(\mu, u, x) e^{iBx} \Big|_{-\infty}^{\infty} - \mu iB \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\mu, u, x) e^{iBx} dx$$

Nesta equação o primeiro termo à direita é zero, pois φ tende a zero quando $x \rightarrow \pm \infty$.

A equação (4.2.1) fica

$$\left[-\frac{iB\mu}{\Sigma_1(u)} + 1 \right] \Sigma_1(u) \psi(\mu, u, B) = \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_0(\mu_0, u') \psi(\mu', u', B) + \frac{\nu}{2} f(u) \int_0^{\infty} du' \Sigma_F(u') \int_{-1}^1 d\mu' \psi(\mu', u', B) + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} du' \Sigma_1(u', u) \int_{-1}^1 d\mu' \psi(\mu', u, B) \quad (4.2.3)$$

Expande-se a função ψ em série de polinômios de Legendre.

$$\psi(\mu, u, B) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2i+1}{4\pi} \psi_i(u, B) P_i(\mu) \quad (4.2.4)$$

Introduz-se a expansão em (4.2.3) e divide-se por $1 - \frac{iB\mu}{\Sigma_1}$, assim a equação torna-se

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{2i+1}{4\pi} \Sigma_1(u) \psi_i(u, B) P_i(\mu) = \left[1 - \frac{iB\mu}{\Sigma_1(u)} \right]^{-1} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2i+1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_0(\mu_0, u') \psi_i(\mu', u', B) P_i(\mu') + \frac{\nu}{2} f(u) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} du' \Sigma_F(u') \psi_0(u', B) + \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} du' \Sigma_1(u', u) \psi_0(u', B) \right\} \quad (4.2.5)$$

Multiplica-se a equação (4.2.5) por $P_k(\mu)$ e integra-se sobre todas direções Ω . A integração é facilmente realizada exceto para o termo que contém a integral de espalhamento. Aqui deve-se usar o teorema adicional para os polinômios de Legendre.

$$P_i(\mu') = P_i(\mu) P_i(\mu_0) + 2 \sum_{m=1}^i \frac{(i-m)!}{(i+m)!} P_i^m(\mu) P_i^m(\mu_0) \cos m(\theta - \hat{\theta}) \quad (4.2.6)$$

Nesta equação P_i^m são as funções associadas de Legendre, e θ e $\hat{\theta}$ são os ângulos azimutais associados com Ω e o eixo x respectivamente.

Notar que $\int_0^{2\pi} d\theta \cos m(\theta - \hat{\theta}) = 0 \quad m \neq 0$

A equação (4.2.5) após a elaboração matemática fica:

$$\begin{aligned} \Sigma_i(u) \psi_k(u, B) &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2i+1}{2} \int_{-1}^1 \frac{P_k(\mu) P_i(\mu)}{1 - \frac{iB\mu}{\Sigma_i}} d\mu \int_{-1}^1 2\pi \Sigma_0(\mu_0, u') \\ &\psi_i(u', B) P_i(\mu_0) d\mu_0 + \frac{\nu}{2} f(u) \int_{-1}^1 \frac{P_k(\mu) d\mu}{1 - \frac{iB\mu}{\Sigma_i}} \int_0^{\infty} du' \Sigma_i(u') \psi_0(u', B) \\ &+ \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{P_k(\mu) d\mu}{1 - \frac{iB\mu}{\Sigma_i}} \int_0^{\infty} du' \Sigma_i(u', u) \psi_0(u', B) \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

Definimos

$$L_i(u) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_0(\mu_0, u') \psi_i(u', B) P_i(\mu_0) \quad (4.2.8)$$

$$u' = u'(\mu_0, u)$$

$$S(u) = \nu f(u) \int_0^{\infty} du' \Sigma_i(u') \psi_0(u', B) \quad (4.2.9)$$

$$I(u) = \int_0^{\infty} du' \Sigma_i(u', u) \psi_0(u', B) \quad (4.2.10)$$

$$A_{ki}(u) = \int_{-1}^1 \frac{P_k(\mu) P_i(\mu) d\mu}{1 - \frac{iB\mu}{\Sigma_t}} \quad (4.2.11)$$

A equação (4.2.7) torna-se

$$\Sigma_t(u) \psi_k(u, B) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2i+1}{2} A_{ki}(u) L_i(u) + \frac{1}{2} A_{k0}(u) [S(u) + I(u)] \quad (4.2.12)$$

A aproximação B1 consiste em reter somente as duas primeiras equações de (4.2.12) e nestas todos termos na soma para os quais $i > 1$ são desprezados.

Sabendo-se que $P_0(\mu) = 1$ e $P_1(\mu) = \mu$, escreve-se um conjunto de equações nos quais L_0 e L_1 são separados.

$$\begin{aligned} \Sigma_t \psi_0 &= L_0 + iB\psi_1 + S + I \\ \Sigma_t h \psi_1 &= L_1 + \frac{iB\psi_0}{3} \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

$$\text{onde } h = \frac{1}{3} \left[\frac{B}{\Sigma_t} \right]^2 \frac{\beta}{1-\beta} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{\Sigma_t}{B} \tan^{-1} \left(\frac{B}{\Sigma_t} \right)$$

4.3 – A aproximação P1

Expande-se o fluxo em polinômios de Legendre,

$$\psi(\mu, u, x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{2j+1}{4\pi} \Phi_j(u, x) P_j(\mu) \quad (4.3.1)$$

e substitui-se na equação (4.2.1)

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{2j+1}{4\pi} \frac{d\Phi_j}{dx} \mu P_j(\mu) + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{2j+1}{4\pi} \Sigma_t \psi_j P_j(\mu) =$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{2j+1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_0(\mu_0, u') \psi_j(u', x) P_j(\mu') +$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\nu}{2} f(u) \int_0^{\bar{u}} du' \psi_0(u', x) \Sigma_1(u') + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2} \int_0^{\bar{u}} du' \Sigma_1(u', u) \psi_0(u', x) \quad (4.3.2)$$

Multiplica-se a equação (4.3.2) por $P_k(\mu)$ e integra-se sobre todas direções Ω . Para o primeiro termo usa-se a relação:

$$\mu P_k(\mu) = \frac{k+1}{2k+1} P_{k+1}(\mu) + \frac{k}{2k+1} P_{k-1}(\mu)$$

Usa-se novamente o teorema adicional para os polinômios de Legendre (4.2.6) obtendo-se como resultado final

$$\begin{aligned} & \frac{k+1}{2k+1} \frac{d\psi_{k+1}}{dx} + \frac{k+1}{2k+1} \frac{d\psi_{k-1}}{dx} + \Sigma_1(u) \psi_k(u, x) = \\ & 2\pi \int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_0(\mu_0, u') \nu_k(u', x) P_k(\mu_0) \nu f(u) \delta_{k0} \int_0^{\bar{u}} du' \psi_0(u', x) \Sigma_1(u') + \\ & \delta_{k0} \int_0^{\bar{u}} du' \psi_0(u', x) \Sigma_1(u', u) \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

onde δ_{k0} é o δ de Kronecker.

Define-se, como antes

$$L_k(u, x) = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu_0 \Sigma_0(\mu_0, u') \psi_k(u', x) P_k(\mu_0) \quad (4.3.4)$$

$$S(u, x) = \nu f(u) \int_0^{\bar{u}} du' \psi_0(u', x) \Sigma_1(u') \quad (4.3.5)$$

$$I(u, x) = \int_0^{\bar{u}} du' \psi_0(u', x) \Sigma_1(u', u) \quad (4.3.6)$$

A equação (4.3.3) fica

$$\frac{k+1}{2k+1} \frac{dL_{k+1}}{dx} + \frac{k+1}{2k+1} \frac{dL_{k-1}}{dx} + \Sigma_1(u) \nu_k(u, x) L_k(u, x) +$$

$$+ \delta_{k0} [S(u,x) + I(u,x)] \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.3.7)$$

Obtém-se as equações na aproximação P1, considerando-se a equação (4.3.7) para $k=0$ e $k=1$, desprezando-se o termo ψ_2 .

$$\frac{d\psi_1}{dx} + \Sigma_t \psi_0 = L_0(u,x) + S(u,x) + I(u,x) \quad (4.3.8)$$

$$\frac{1}{3} \frac{d\psi_0}{dx} + \Sigma_t \psi_1 = L_1(u,x)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier às equações (4.3.8) obtém-se

$$\Sigma_t \psi_0 = L_0 + iB \psi_1 + S + I \quad (4.3.9)$$

$$\Sigma_t \psi_1 = L_1 + \frac{iB}{3} \psi_0$$

que são idênticas às equações (4.2.13) com $h=1$.

4.4 – Modelos de Selengut-Goertzel, Greuling-Goertzel e Fermi

Uma quantidade importante para descrever a moderação dos nêutrons é a densidade de moderação. Denota-se por $q(r,E)$ e define-se como o número de nêutrons por unidade de tempo e volume no ponto r cuja energia está abaixo de E .

Seja agora $P_k(u,u')$ a probabilidade de um nêutron com letargia u passar para o estado de letargia u' após ser espalhado pela k -ésima espécie nuclear. Nestes termos define-se a densidade de moderação $q(u)$ por:

$$q(u) = \sum_k \int_0^u \Sigma_{sk}(u') \Phi(u') du' \int_u^\infty P_k(u',u'') du'' \quad (4.4.1)$$

$$= \sum_k \int_0^u \Sigma_{sk}(u') \Phi(u') K_k(u',u) du'$$

onde a somatória estende-se às várias espécies nucleares do meio. Denota-se a fração de nêutrons com letargia u' espalhados pela k -ésima espécie nuclear à letargia maior ou igual a u por:

$$K_k(u', u) = \int_u^\infty P_k(u', u'') du'' \quad (4.4.2)$$

Escreve-se a densidade de moderação q como a soma de termos q_1, q_2, \dots , cada um descrevendo a moderação de uma determinada espécie nuclear.

$$q(u) = \sum_k q_k(u) \quad (4.4.3)$$

Assim,

$$q_k(u) = \int_0^u \sum_{sk} \psi(u') \psi(u') K_k(u', u) du' \quad (4.4.4)$$

onde

$$K_k(u', u) = \frac{\xi_k}{\gamma_k} e^{-\frac{u-u'}{\gamma_k}} \quad (4.4.5)$$

sendo que q_k satisfaz a equação

$$\gamma_k \frac{dq_k}{du} + q_k = \xi_k \sum_{sk} \psi \quad (4.4.6)$$

O modelo mais aproximado para descrever a moderação dos nêutrons foi aquele idealizado por Fermi, onde $\gamma_k = 0$ e a equação (4.4.6) fica:

$$q_k = \xi_k \sum_{sk} \psi \quad (4.4.7)$$

Considera-se neste modelo que a transferência de energia dos nêutrons para os núclídeos do meio é feito de modo contínuo, daí muitas vezes ser chamado de "Modelo Contínuo de Moderação". Essa aproximação é válida para os elementos pesados, uma vez que os nêutrons ao colidirem com os mesmos transferem pouca energia, de modo que se pode considerar a moderação como contínua. Entretanto, para elementos leves a teoria falha pois um nêutron ao colidir, por exemplo, com um núcleo de hidrogênio pode perder toda sua energia numa única colisão.

No modelo idealizado por Selengut-Goertzel distingue-se apenas o hidrogênio, tratado à parte, enquanto os demais elementos obedecem ao modelo de Fermi.

Assim,

$$q_H(u) = \int_0^u \Sigma_{sH}(u') \psi(u') e^{-(u-u')} du' \quad (4.4.8)$$

onde q_H satisfaz

$$\frac{dq_H}{du} + q_H = \Sigma_{sH} \psi \quad (4.4.9)$$

e para os demais elementos usa-se a equação (4.4.7). Os valores de γ e ξ para o hidrogênio são iguais a 1 quando se considera o espalhamento isotrópico no sistema do Centro de Massa.

Um terceiro modelo para descrever a moderação dos nêutrons é o idealizado por Greuling-Goertzel. Neste caso todos os elementos pela combinação das equações (4.4.4), (4.4.5) e (4.4.6).

Nas aproximações acima ignorou-se a relação entre a energia perdida pelo nêutron e o ângulo de espalhamento no sistema do laboratório, portanto $q(u)$ refere-se à componente isotrópica da densidade de moderação.

Finalmente leva-se em conta a componente anisotrópica da densidade de moderação para os elementos mais leves como hidrogênio, deutério e berílio, que é dado por:

$$p_k(u) = \int_0^u \Sigma_{sk}(u') J(u') K_k(u',u) du' \quad (4.4.10)$$

onde

$$K_k(u',u) = \frac{\eta_k}{\rho_k^2} e^{-\frac{(u-u')}{\rho_k}} \quad (4.4.11)$$

e p_k satisfaz a equação

$$\rho_k \frac{dp_k}{du} + p_k = \eta_k \Sigma_{sk} J \quad (4.4.12)$$

Veja-se Anexo 4 e Ref. (11,26).

4.5 – Correção do Espectro de Nêutrons na Região de Moderação

Associando-se a densidade de moderação às aproximações B1 e P1 (equações 4.2.13 e 4.3.9), obtém-se um conjunto de equações acopladas^(2,7,35), representadas na sua forma mais geral por:

$$[\Sigma_a(u) + \Sigma_{in}(u)] \psi(u) + B J(u) = S(u) - \sum_k \frac{dq_k}{du} - \frac{dq_F}{du} + I(u) \quad (4.5.1)$$

$$[h(u) \Sigma_f(u) - \mu(u) \Sigma_s(u)] J(u) - \frac{B}{3} \phi(u) = \sum_m \frac{dp_m}{du} \quad (4.5.2)$$

$$\gamma_k(u) \frac{dq_k}{du} + q_k(u) = \xi_k(u) \Sigma_{sk}(u) \psi(u) \left[1 - \frac{d\gamma_k}{du}\right] \quad (4.5.3)$$

$$q_F(u) = \sum_l \xi_l(u) \Sigma_{sl}(u) \psi(u) \quad (4.5.4)$$

$$\rho_m(u) \frac{dp_m}{du} + p_m(u) = \eta_m(u) \Sigma_{sm}(u) J(u) \left[1 - \frac{d\rho_m}{du}\right] \quad (4.5.5)$$

O programa MUFT utiliza esse conjunto de equações considerando o espelhamento isotrópico no sistema de Centro de Massa, daí os parâmetros de moderação tornam-se independentes da letargia. Consequentemente, os termos entre colchetes nas equações (4.5.3) e (4.5.5) são iguais a 1.

Resalte-se finalmente que a equação (4.5.5) que leva em conta a anisotropia da densidade de moderação $p(u)$, é utilizada apenas para o hidrogênio.

Mostram-se no Anexo 5 as equações do sistema MUFT e a sua utilização em células moderadas por água leve.

4.6 – Integrais de Ressonância

O tratamento das ressonâncias pelo programa HAMLET é idêntico àquela efetuado pelos programas TUZ e ZUT que seguem o modelo teórico de Nordheim⁽³¹⁾. Enquanto algumas ressonâncias são calculadas pelo método integral, outras têm o cálculo simplificado pelo uso da relação de equivalência a partir da aproximação racional de Wigner.

Considere-se uma barra absorvedora de volume V_0 contendo um absorvedor, associado a dois moderadores não absorvedores, envolvida por um volume V_1 de moderador. Assumindo-se que o fluxo permaneça plano ("flat") tanto na barra como no moderador e usando-se a aproximação NR (Narrow Resonance) para a densidade de colisão no moderador externo, isto é, a energia perdida pelos nêutrons αE ao espelhar com o moderador é bem maior que a largura da ressonância, escreve-se a densidade de colisão por átomo absorvedor como:

$$F(u) = (1 - P_0) \sum_{i=0}^2 \frac{1}{\alpha_i} \int_{u - \ln\left(\frac{1}{1 - \alpha_i}\right)}^u F(u') \frac{\sigma_{si}}{\sigma_t} du' + P_0 \sigma_t \frac{e^u}{E_1} \quad (4.6.1)$$

onde, σ_t é a seção de choque total por átomo absorvedor, σ_{s1} é a seção de choque de espalhamento do i-ésimo isótopo por átomo absorvedor na barra,

$$\alpha_i = \frac{4A_i}{(A_i + 1)}, \quad A_i - \text{massa atômica do i-ésimo isótopo e,}$$

P_0 é a probabilidade que um nêutron vindo de uma densidade de fonte uniforme na barra escape da mesma interagindo imediatamente com o moderador externo.

Trabalha-se em função da letargia por ser mais prático do ponto de vista numérico, assim

$$u = \ln\left(\frac{E_1}{E}\right) \quad (4.6.2)$$

através das energias de ressonância E . O parâmetro E_1 corresponde à energia acima da qual pode-se representar a densidade de colisão pela sua forma assintótica,

$$F_{as}(u) = (\alpha_{\rho_0} + \sigma_{s1} + \sigma_{s2}) \frac{e^u}{E_1} \quad \text{para } u \leq 0 \quad (4.6.3)$$

onde σ_{ρ_0} é a seção de choque de espalhamento potencial do absorvedor.

A integral de ressonância é dada por:

$$I = E_1 \int \frac{\sigma_a}{\sigma_t} F(u) e^{-u} du \quad (4.6.4)$$

onde:

σ_a — é a seção de choque de absorção.

A probabilidade de escape P_0 é função de a/λ , onde a é o raio da barra e λ é o livre caminho médio dentro da barra. Em caso de sistemas homogêneos P_0 é igual a zero.

A equação (4.6.1) é válida em sistemas heterogêneos constituídos de barras absorvedoras largamente espaçadas, isto é, o espaçamento entre as mesmas é bem maior que o livre caminho médio dos nêutrons no moderador, não havendo desta forma interação entre as barras.

Para sistemas em que a condição anterior não é satisfeita, torna-se necessário uma correção na probabilidade de escape P_0 , devendo-se levar em conta que os nêutrons podem passar pelo moderador e sofrer a primeira interação com uma das barras absorvedoras vizinhas. Denomina-se a esse efeito "Sombreamento de Dancoff", que representa a redução do fluxo dentro de uma barra absorvedora consequente à presença das barras vizinhas.

Em vista do exposto a nova probabilidade de escape P_0^* é definida como a probabilidade que um nêutron nascendo de uma distribuição plana no absorvedor faça sua primeira interação no moderador que lhe corresponde na célula típica, excluindo as situações nas quais após atravessar uma ou mais regiões moderadoras interage com outra barra absorvedora. Em símbolos:

$$P_o^* = \frac{P_o(1-C)}{1-C(1-\bar{\tau}N_o\sigma_t P_o)} \quad (4.6.5)$$

onde $\bar{\tau}$ é o comprimento de corda médio e C é a correção de Dancoff.

O tratamento até aqui descrito é denominado método integral, entretanto, muitas ressonâncias são tratadas pelo método de equivalência.

Neste método, inicialmente, a probabilidade de escape P_o é dada pela aproximação racional de Wigner:

$$P_{oR} = \frac{1}{1+\bar{\tau}/\lambda} = \frac{\Sigma_o}{\Sigma_o + \Sigma_t} \quad (4.6.6)$$

onde $\Sigma_o = \frac{1}{\bar{\tau}}$ representa uma seção de choque de escape efetiva.

Introduzindo-se a relação (4.6.6) em (4.6.1) considerando-se que a energia perdida pelos nêutrons ao espalharem com o moderador dentro da barra é maior que a largura da ressonância de modo que $F(u')$ possa ser substituída pela forma assintótica, tem-se:

$$F(u) = \frac{\sigma_t}{\sigma_t + \sigma_o} \frac{1}{\alpha_o} \int_{u-\ln(\frac{1}{1-\alpha_o})}^u F(u') \frac{\sigma_{s_o}}{\sigma_t} du' + \frac{\sigma_t}{\sigma_t + \sigma_o} (\sigma_{s_1} + \sigma_{s_2} + \sigma_o) \quad (4.6.7)$$

Define-se,

$$F' = F \frac{\sigma_t + \sigma_o}{\sigma_o} \quad (4.6.8)$$

Obtém-se:

$$F'(u) = \frac{1}{\alpha_o} \int_{u-\ln(\frac{1}{1+\alpha_o})}^u F'(u') \frac{\sigma_{s_o}}{\sigma_t + \sigma_o} du' + (\sigma_{s_1} + \sigma_{s_2} + \sigma_o) \frac{e^{-u}}{\epsilon} \quad (4.6.9)$$

Nota-se que a equação (4.6.9) tem a mesma forma de (4.6.1) se esta é aplicada a um sistema homogêneo com,

$$\sigma_{s_1} + \sigma_{s_2} + \sigma_o \rightarrow \sigma_s$$

onde, σ_s é a seção de choque de espalhamento do moderador numa mistura homogênea. Daí, chega-se à relação de equivalência onde sistemas heterogêneos tem a mesma integral de ressonância que os sistemas homogêneos com $\sigma_{s_1} + \sigma_{s_2} + \sigma_e$ substituídos por σ_s .

Aplicando-se a aproximação IM (Infinite Mass) à equação (4.6.9) pode-se simplificar o método de cálculo. Na aproximação IM a ressonância é considerada bastante larga de modo que a energia máxima perdida $\alpha_0 E$ pelos nêutrons ao espalharem com o absorvedor é bem menor que a largura de ressonância. Neste caso, as seções de choque são consideradas como funções fracas da letargia. No limite $\alpha_0 \rightarrow 0$, tem-se

$$\lim_{\alpha_0 \rightarrow 0} \frac{1}{\alpha_0} \int^u \frac{1}{u - \ln\left(\frac{1}{1 - \alpha_0}\right)} du = 1$$

A equação (4.6.9) torna-se

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_t + \sigma_a}{\sigma_t} F(u) &= \frac{\sigma_{s_0}}{\sigma_t} F(u) + (\sigma_{s_1} + \sigma_{s_2} + \sigma_e) \frac{e^u}{E_1} \\ F(u) &= \frac{\sigma_m \sigma_t}{\sigma_t + \sigma_a - \sigma_{s_0}} \cdot \frac{e^u}{E_1} \end{aligned} \quad (4.6.10)$$

onde $\sigma_m = \sigma_{s_1} + \sigma_{s_2} + \sigma_e$

Levando (4.6.10) em (4.6.4) obtém-se:

$$I = \int \frac{\sigma_m \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} \frac{dE}{E} \quad (4.6.11)$$

Para barras absorvedoras próximas corrige-se σ_m com o fator de Dancoff. Assim.

$$\sigma_m^D = \sigma_{s_1} + \sigma_{s_2} + \sigma_e (1 - C)$$

Resolvendo-se a integral em (4.6.11) obtém-se

$$I = \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma \gamma \sigma_a}{E_R} \sqrt{\frac{\beta}{1 + \beta}} \quad (4.6.12)$$

que é a relação final utilizada pelo programa para resolver as ressonâncias resolvidas quando se aplica o princípio de equivalência. Em (4.6.12) E_R é a energia de ressonância. Veja-se Anexo 6.

Tabela IV.6.1

Correção de Dancoff calculado pelo programa HAMMER

W/U	Raio da barra combustível (cm)		
	0,3175	0,4915	0,7620
1,0		0,358	0,237
1,5	0,373	0,248	0,145
2,0	0,294	0,181	0,095
3,0	0,197	0,107	0,048
4,0	0,142	0,072	0,028

4.7 – Comparação com os Dados Experimentais

4.7.1 – Integrais de Ressonância do U^{238}

Considerando-se as barras combustíveis isoladas de modo que não haja interferência de sombreamento Klein e seus colaboradores⁽¹⁸⁾ obtiveram uma curva experimental para as integrais de ressonância em urânio metálico. Veja-se Figura 8. A curva obedece a equação

$$I = 3,91 + 27,8 \sqrt{S/M_u}$$

válida no intervalo $0,2 < \sqrt{\frac{S}{M_u}} < 0,6$, onde S é a área superficial da barra combustível e M_u é a massa do combustível. Os valores obtidos da curva experimental estão dentro de uma incerteza de $\pm 0,6$ barns. Saliente-se que a região de ressonância aqui citada compreende toda captura no U^{238} acima de 0,625 eV. Veja-se Anexo 9.

Mostram-se na Tabela IV.7.1.1 os valores experimentais e calculados das integrais de ressonância do U^{238} para as barras combustíveis isoladas obedecendo a equação (4.7.1.1).

Tabela IV.7.1.1

Integrais de ressonância do U^{238} para as barras de combustíveis isoladas

Raio da barra (cm)	$S/M^{1/2}$ (cmg ^{-1/2})	HAMMER (barns)	BAPL (exp.) (barns)	Desvio
0,3175	0,580	19,5	20,0 ± 0,6	- 0,5
0,4915	0,464	17,0	16,8 ± 0,6	- 0,2
0,7620	0,375	15,1	14,3 ± 0,6	0,8

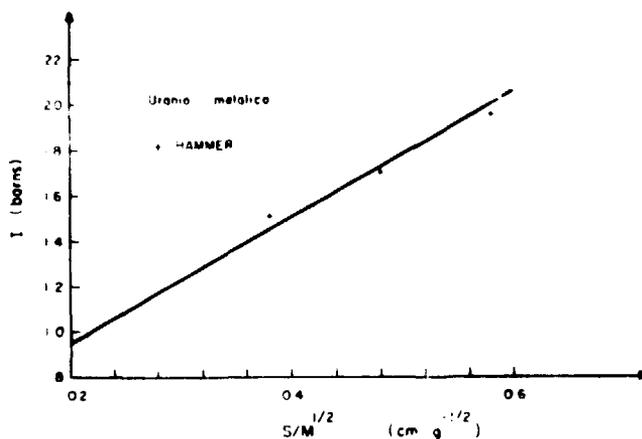


Figura 8 - Curva experimental para barras isoladas.

Mostram-se na Tabela IV.7.1.2 os valores experimentais e calculados das integrais de ressonância do U^{238} para algumas células.

Tabela IV.7.1.2

Comparação entre os valores calculados e experimentais das integrais de ressonância do U^{238}

Raio da barra (cm)	Enriquecimento em U^{235} (%)	W/U	HAMMER (barns)	BAPL (exp.) [*] (barns)	Desvio
0,4915	1,30	2,0	15,5	$15,14 \pm 0,40$	0,4
		3,0	16,1	$15,25 \pm 0,29$	0,8
0,7620	1,15	2,0	13,9	$12,40 \pm 0,40$	1,5
		3,0	14,2	$14,30 \pm 0,80$	-0,1
	1,30	1,5	13,6	$12,39 \pm 0,90$	1,2
		2,0	13,9	$11,54 \pm 1,20$	2,4
		3,0	14,3	$12,39 \pm 1,80$	1,9

* Ref. /18, p. 228/.

4.7.2 – Probabilidade de Escape à Ressonância do U^{238}

Define-se a probabilidade de um nêutron, entrando na região de ressonância, escapar à captura do U^{238} , como probabilidade de escape à ressonância, p . Então, pf , sendo f o fator de utilização térmico, é o número de nêutrons térmicos capturados no combustível por nêutron entrando na região de ressonância.

Considere-se a reação nuclear,



Obtém-se o número de átomos de Pu^{239} produzidos por captura do U^{238} na região térmica multiplicando-se pf pela razão, F , entre seções de choque dada por:

$$F = \frac{\bar{\Sigma}_{c28}}{\bar{\Sigma}_{c28} + \bar{\Sigma}_{a25}} \quad (4.7.2.1)$$

Define-se agora ρ como:

$$\rho = \frac{\text{nº de átomos de } Pu^{239} \text{ produzidos por captura na região de ressonância}}{\text{nº de átomos de } Pu^{239} \text{ produzidos por captura na região térmica.}}$$

O numerador da razão acima é igual a $1 - p$ enquanto o denominador é igual a pFf , portanto,

$$\rho = \frac{1-p}{pFf} \quad (4.7.2.2) \text{ e portanto,}$$

a probabilidade de escape à ressonância do U^{238} é dada por:

$$p = \frac{1}{1 + \rho F f} \quad (4.7.2.3)$$

Calculou-se ρ através do balanceamento de nêutrons fornecido pelo sub-programa DIED. Veja-se Anexo 7.

Mostram-se na Tabela IV.7.2.1 os valores calculados e experimentais de ρ para algumas células.

A seguir calculou-se p através da equação (4.7.2.3) com valores de F e f obtidos pelo programa THERMOS com Kernel de Müller-Linnartz.

Tabela IV.7.2.1

Comparação entre os valores experimentais e calculados de ρ

Raio da Barra (cm)	Enriquecimento em U235(%)	W/U	HAMMER	Exp.* BAPL	Exp.* BAPL	Desvio	
0,3175	1,00	1,5	1,85	2,35 ± 0,06		- 0,50	
		2,0	1,42	2,00 ± 0,04		- 0,58	
		3,0	1,00	1,27 ± 0,02		- 0,27	
		4,0	0,78	1,02 ± 0,01		- 0,24	
0,4915	1,00	1,0	2,49	2,44 ± 0,10		0,05	
		1,5	1,67	1,61 ± 0,10		0,06	
		2,0	1,28	1,35 ± 0,06		- 0,07	
		3,0	0,87	0,93 ± 0,03		- 0,06	
		4,0	0,69	0,73 ± 0,03		- 0,04	
	1,30	1,0	3,03		3,13 ± 0,20	- 0,10	
		2,0	1,53		1,59 ± 0,03	- 0,06	
		3,0	1,05		1,066 ± 0,012	- 0,02	
	0,7620	1,00	1,0	2,2	2,0 ± 0,2		0,20
			2,0	1,14	1,05 ± 0,14		0,09
3,0			0,79	0,79 ± 0,02		-	
4,0			0,62	0,60 ± 0,05		0,02	
1,15		2,0	1,24		1,20 ± 0,03	0,04	
		3,0	0,86		0,93 ± 0,04	- 0,07	
1,30		1,5	1,81		1,80 ± 0,18	0,01	
		2,0	1,36		1,24 ± 0,12	0,12	
		3,0	0,94		0,89 ± 0,09	0,05	

* Ref. /18, p. 64-8/.

Mostram-se na Tabela IV.7.2.2 os valores calculados e experimentais de ρ para algumas c elulas.

Tabela IV.7.2.2

Comparação entre os valores calculados e experimentais de ρ

Raio da Barra (cm)	Enriquecimento em U235(%)	F	W/U	HAMMER	Exp.* BAPL	Desvio
0,4915	1,30	0,240	2,0	0,752	0,752 ± 0,005	0,005
			3,0	0,822	0,8233 ± 0,0028	0,001
0,7620	1,15	0,264	2,0	0,777	0,785 ± 0,005	-0,008
			3,0	0,843	0,833 ± 0,007	0,010
	1,30	0,240	1,5	0,716	0,720 ± 0,014	-0,004
			2,0	0,776	0,794 ± 0,016	-0,018
			3,0	0,842	0,850 ± 0,017	-0,008

* Ref. /18, p.228/.

4.7.3 – Fator de Fissões Rápidas no U²³⁸

Define-se o fator de fissões rápidas no U²³⁸ pela expressão,

$$\epsilon = \frac{\int_{E_t}^{\infty} (\nu_{28} - 1 - \alpha_{28}) \Sigma_{f28}(E) \psi(E) dE}{\int_0^{\infty} \nu_{25} \Sigma_{f25}(E) \psi(E) dE} + 1 \quad (4.7.3.1)$$

onde E_t é a energia limiar de fissão do U²³⁸.

Define-se a razão de fissões do U²³⁸ para fissões do U²³⁵ como,

$$\delta = \frac{\int_{E_t}^{\infty} \Sigma_{f28} \nu(E) dE}{\int_0^{\infty} \Sigma_{f25} \psi(E) dE} \quad (4.7.3.2)$$

A equação (4.7.3.1) torna-se

$$\epsilon = \frac{\nu_{28} - 1 - \alpha_{28}}{\nu_{25}} \delta + 1 \quad (4.7.3.3)$$

onde ν_{28} , α_{28} e ν_{25} são considerados constantes.

Mostram-se nas Tabelas IV.7.3.1, IV.7.3.2 e IV.7.3.3 os valores calculados e experimentais de δ .

Tabela IV.7.3.1

Comparação entre os valores calculados e experimentais de δ
para o raio da barra combustível 0,3175 cm

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	W/U	HAMMER	Exp. ° BNL	Desvio	ERDIK** Exp.	Desvio
1,00	1,5	0,132	0,129 ± 0,004	0,003	0,129	0,003
	2,0	0,109	0,106 ± 0,005	0,003	0,102	0,007
	3,0	0,083	0,084 ± 0,005	- 0,001	0,077	0,008
	4,0	0,068	0,062 ± 0,002	0,006	0,066	0,002
1,15	1,5	0,129	0,141 ± 0,003	- 0,012	0,126	0,003
	2,0	0,106	0,111 ± 0,002	- 0,005	0,103	0,003
	3,0	0,080	0,084 ± 0,007	- 0,004	0,077	0,003
	4,0	0,066	0,066 ± 0,002	-	0,061	0,005

Tabela IV.7.3.2

Comparação entre os valores calculados e experimentais de δ
para o raio da barra combustível 0,4915 cm

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	W/U	HAMMER	BNL* Exp.	Desvio	ERIDIK** Exp.	Desvio
1,00	1,0	0,172	0,184 ± 0,006	- 0,012	0,187	-0,015
	1,5	0,133	0,136 ± 0,006	- 0,003	0,136	- 0,003
	2,0	0,111	0,115 ± 0,002	- 0,004	0,109	0,002
	3,0	0,085	0,087 ± 0,002	- 0,002	0,081	0,004
	4,0	0,072	0,076 ± 0,002	- 0,004	0,068	0,004
1,15	1,0	0,170	0,181 ± 0,005	- 0,011	0,177	-0,007
	1,5	0,131	0,130 ± 0,004	0,001	0,138	-0,007
	2,0	0,108	0,110 ± 0,002	- 0,002	0,106	0,002
	3,0	0,083	0,079 ± 0,001	0,004	0,081	0,002
	4,0	0,070	0,068 ± 0,0005	0,002	0,064	0,006
1,30	1,0	0,166	0,176 ± 0,003	- 0,010	0,176	-0,010
	1,5	0,129	0,136 ± 0,0005	- 0,007	0,127	0,002
	2,0	0,106	0,1106 ± 0,0005	- 0,005	0,108	-0,002
	3,0	0,081	0,0874 ± 0,0006	- 0,006	0,077	0,004
	4,0	0,068	0,0735 ± 0,0004	- 0,006	0,066	0,002

Tabela IV.7.3.3

Comparação entre os valores calculados e experimentais de ρ
para o raio da barra combustível 0,7620 cm

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	W/U	HAMMER	BNL* Exp.	Desvio	ERIDIK** Exp.	Desvio
1,00	1,0	0,174	0,193 ± 0,002	- 0,019	0,180	-0,014
	1,5	0,136	0,146 ± 0,008	- 0,010	0,144	-0,008
	2,0	0,114	0,121 ± 0,003	- 0,007	0,116	-0,002
	3,0	0,090	0,098 ± 0,003	- 0,008	0,081	0,009
	4,0	0,078	0,073 ± 0,002	0,005	0,072	0,006
1,15	1,0	0,171	0,179 ± 0,004	- 0,008	0,179	-0,008
	1,5	0,133	0,138 ± 0,005	- 0,005	0,142	-0,009
	2,0	0,111	0,113 ± 0,004	- 0,002	0,113	- 0,002
	3,0	0,088	0,082 ± 0,001	0,006	0,086	0,002
	4,0	0,076	0,074 ± 0,001	0,002	0,070	0,006
1,30	1,0	0,167	0,182 ± 0,010	- 0,015	0,177	-0,010
	1,5	0,130	0,138 ± 0,007	- 0,008	0,126	0,004
	2,0	0,108	0,114 ± 0,004	- 0,006	0,106	0,002
	3,0	0,085	0,090 ± 0,004	- 0,005	0,084	0,001
	4,0	0,073	0,076 ± 0,002	- 0,003	0,071	0,002

* Ref. /18, p. 64-8/

** Ref. /9/.

Calculou-se teoricamente δ através do balanceamento de nêutrons fornecidos pelo sub-programa DIED. Veja-se Anexo B.

Calculou-se em seguida os valores médios de δ para cada barra combustível e razão de volume entre moderador e combustível, uma vez que a influência do enriquecimento nos valores de δ é muito pequena.

Mostram-se na Tabela IV.7.3.4 os valores médios calculados e experimentais de δ .

Tabela IV.7.3.4

Valores de δ (médios) calculados e experimentais

Raio da barra (cm)	W/U	HAMMER	ERDIK* Exp.	Desvio
0,3175	1,5	0,131	0,128 ± 0,003	0,003
	2,0	0,108	0,103 ± 0,003	0,005
	3,0	0,082	0,077 ± 0,002	0,005
	4,0	0,067	0,064 ± 0,002	0,003
0,4915	1,0	0,169	0,180 ± 0,003	-0,011
	1,5	0,131	0,134 ± 0,002	-0,003
	2,0	0,108	0,108 ± 0,004	-
	3,0	0,083	0,080 ± 0,003	0,003
	4,0	0,070	0,066 ± 0,002	0,004
0,7620	1,0	0,171	0,179 ± 0,002	-0,008
	1,5	0,133	0,137 ± 0,003	-0,004
	2,0	0,111	0,112 ± 0,004	-0,001
	3,0	0,088	0,084 ± 0,002	0,004
	4,0	0,076	0,071 ± 0,002	0,005

* Ref. /9/.

Calculou-se o fator de fissão rápida pela expressão (4.7.3.3) a partir dos valores médios de δ , com $\nu_{28} = 2,68$, $\nu_{25} = 2,45$ e $\alpha_{28} = 0,17$, parâmetros fornecidos pelo HAMLET.

Mostram-se na Tabela IV.7.3.5 os valores calculados e experimentais de ϵ .

4.8 - Discussão

Salienta-se que os valores das integrais de ressonância do U^{238} atribuídos ao programa HAMMER nas Tabelas IV.7.1.1 e IV.7.1.2 não devem ser confundidos com os valores de saída listados

pelas subrotinas TUZ e ZUT. Os valores fornecidos pela listagem baseiam-se em ressonâncias resolvidas e não resolvidas compreendidas no intervalo de energia entre 6 eV e 30000 eV que são calculadas de acordo com Nordheim.

Tabela IV.7.3.5

Valores de ϵ calculados e experimentais

Raio da barra (cm)	W/U	HAMMER	ERDIK* Exp.	Desvio
0,3175	1,5	1,08	1,091	- 0,01
	2,0	1,07	1,073	-
	3,0	1,05	1,055	0,01
	4,0	1,04	1,045	- 0,01
0,4015	1,0	1,10	1,127	- 0,03
	1,5	1,08	1,095	- 0,02
	2,0	1,07	1,076	- 0,01
	3,0	1,05	1,057	- 0,01
	4,0	1,04	1,047	- 0,01
0,7620	1,0	1,11	1,127	- 0,02
	1,5	1,08	1,097	- 0,02
	2,0	1,07	1,079	- 0,01
	3,0	1,05	1,059	- 0,01
	4,0	1,05	1,050	-

* Ref. /9/.

Para efeito de comparação com valores experimentais deve-se levar em conta as capturas que ocorrem na região $1/v$, as capturas acima de 30 KeV e as capturas entre ressonâncias propriamente dita. Veja-se Anexo 9. Para computar a contribuição da região $1/v$, o programa HAMMER utiliza o valor de 2,71 barns para a seção de choque de absorção do U^{238} a 0,025 eV, enquanto entre ressonâncias e acima de 30 KeV em seções de choque experimentais de acordo com BNL-325.

As integrais de ressonância do U^{238} para barras isoladas, calculadas pelo programa concordam muito bem com os valores experimentais, enquanto no caso das células, há algumas discrepâncias entre valores calculados e experimentais. Inicialmente, do ponto de vista teórico, a hipótese de que o fluxo permaneça plano tanto no moderador como no combustível para o cálculo da densidade de colisão na equação (4.6.1) torna-se menos exata em cálculos celulares motivado pela presença de sombreamento entre as barras absorvedoras. Para levar em conta este efeito, é necessário também calcular-se o fator de Dancoff que pode contribuir em erros na estimativa da probabilidade de escape, dada a sua dificuldade de cálculo.

Outra contribuição para maior desvio em cálculos celulares advém das incertezas existentes nas seções de choque da região epitérmica, uma vez que, esta exerce maior influência nas células.

Muito embora, verifiquem-se limitações na formulação da teoria de ressonância os valores calculados de ρ em geral estão dentro das incertezas experimentais e daí os valores de ρ . Em particular,

tratando-se de barras combustíveis finas os valores de ρ calculados apresentaram-se mais discordantes dos valores medidos. Veja-se Tabela IV.7.2.1. Explica-se essa divergência pela dificuldade no cálculo do fator de Dancoff para este tipo de célula, sabendo-se que nessa situação os nêutrons podem atravessar várias barras combustíveis sem interagir, deveria-se levar em conta o sombreamento das barras mais distantes, o que dificultaria sobremaneira os cálculos teóricos.

Quanto aos cálculos de δ e ϵ garante-se em geral sua concordância com os valores experimentais, os desvios em relação aos valores médios são pequenos. Acrescente-se que, além de δ , também os parâmetros ν_{28} e α_{28} contribuem para os desvios nos valores de ϵ , uma vez que os valores experimentais são 2,84 e 0,11 respectivamente.

Como observação, vale ressaltar que o programa HAMMER considera somente a primeira zona de célula para efeitos de cálculo de Dancoff. Assim, se a célula constituir-se de uma região interna de água, envolvida por uma camada de combustível, ter-se-á calculado pelo programa, o Dancoff da água que funciona como absorvedor.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS FINAIS

5.1 – Área de Migração M^2

Quantitativamente define-se M^2 como sendo um sexto da distância quadrática média do ponto onde um nêutron nasce àquele onde o mesmo é absorvido termalizado.

Mostram-se na Tabela V.1.1 os valores calculados e experimentais de M^2 para dois diferentes raios de combustível.

Tabela V.1.1

Comparação entre os valores calculados e experimentais de M^2 em cm^2

Raio da barra (cm)	W/U	HAMMER	Experimental BNL	Desvio
0,4915	1,0	39,5	$39,5 \pm 1,9^*$	—
	1,5	35,8	$39,9 \pm 1,4$	- 4,1
	2,0	33,9	$35,7 \pm 0,8$	- 1,8
	3,0	31,9	$35,2 \pm 1,2$	- 3,3
	4,0	31,0	$34,0 \pm 1,4$	- 3,0
0,7620	1,0	36,6	$36,85 \pm 0,95^{**}$	- 0,3
	1,5	33,7	$36,81 \pm 0,89$	- 3,1
	2,0	32,2	$35,45 \pm 0,90$	- 3,3
	3,0	30,7	$32,76 \pm 1,18$	- 2,0
	4,0	30,0	$31,04 \pm 1,17$	- 1,0

* Ref. /21/.

** Ref. /19/.

Calculou-se M^2 pela relação

$$M^2 = L^2 + \tau_T \quad (5.1.1), \text{ onde } L^2 \text{ é fornecido pelo THERMOS e } \tau_T \text{ pelo HAMLET.}$$

5.2 – Fator de Multiplicação Efetivo – K_{ef}

Define-se o fator de multiplicação efetivo como a razão da população de nêutrons em uma geração pela população que lhe é imediatamente anterior.

Tratando-se de sistemas críticos este fator é constante e igual à unidade resultando em fluxo constante ao longo do tempo.

Mostram-se nas Tabelas V.2.1, V.2.2 e V.2.3 os valores calculados de K_{ef} pelo programa HAMMER para as células críticas em estudo.

Tabela V.2.1

Valores calculados de K_{ef} com o programa HAMMER nas células de barra combustível 0,3175 cm de raio

Enriquecimento em U^{235} (%)	W/U	K_{ef}	Desvio
1,00	1,5	0,991	-0,009
	2,0	0,997	-0,003
	3,0	1,00	-
	4,0	1,00	-
1,15	1,5	0,992	-0,008
	2,0	0,992	-0,008
	3,0	0,995	-0,005
	4,0	0,998	-0,002

5.3 – Discussão

Adianta-se que se utilizou a aproximação B1 no cálculo dos parâmetros macroscópicos médios D , Σ_a e L^2 . No caso de trabalhar-se com uma região espalhante acrescentada à célula típica, os parâmetros acima não representam mais a realidade, pelo simples fato dos mesmos serem obtidos após a homogeneização. Por outro lado, o valor de L^2 mostrou-se invariável à aplicação do Kernel aproximado ou exato. Explica-se esse efeito devido ao fato de L^2 ser dado pela razão D/Σ_a . Assim sendo, embora haja diferença nos valores isolados de D e Σ_a , a razão não é afetada.

Utilizando-se os dois métodos de cálculo, Kernel exato e Kernel aproximado, os valores obtidos de D e Σ_a mostraram-se convergentes dentro de 2,5% em células cuja razão W/U foi igual a 1,0. Nos demais casos analisados as diferenças foram bem menores. Conclui-se que os parâmetros acima podem ser utilizados com frequência nos cálculos de reatores aplicando-se qualquer um dos dois modelos em questão.

Tabela V.2.2

Valores calculados de Kef com o programa HAMMER nas células de barra combustível 0,4915 cm de raio

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	W/U	Kef	Desvio
1,00	1,0	0,990	-0,010
	1,5	0,998	-0,002
	2,0	0,998	-0,002
	3,0	1,00	-
	4,0	1,00	-
1,15	1,0	0,985	-0,015
	1,5	0,991	-0,009
	2,0	0,990	-0,010
	3,0	0,995	-0,005
	4,0	0,997	-0,003
1,30	1,0	0,984	-0,016
	1,5	0,994	-0,006
	2,0	0,996	-0,004
	3,0	0,998	-0,002
	4,0	1,00	-

Tabela V.2.3

Valores calculados de Kef com o programa HAMMER nas células de barra combustível 0,7620 cm de raio

Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	W/U	Kef	Desvio
1,00	1,0	1,00	-
	1,5	0,995	-0,005
	2,0	0,998	-0,002
	3,0	1,00	-
	4,0	1,00	-
1,15	1,0	0,988	-0,012
	1,5	0,993	-0,007
	2,0	0,995	-0,005
	3,0	0,997	-0,003
	4,0	0,998	-0,002
1,30	1,0	0,984	-0,016
	1,5	0,992	0,008
	2,0	0,995	-0,005
	3,0	0,999	-0,001
	4,0	1,00	-

Observando-se a Tabela V.1.1 nota-se que em geral os desvios de M^2 com relação aos valores médios experimentais são da ordem de 10%. Sendo esse parâmetro uma das componentes da medida da probabilidade de fuga dos nêutrons do reator, o desvio mencionado não afetará significativamente o balanço neutrônico, tendo em vista que os valores de δ e ρ , obtidos do último, concordam com o valor medido dentro das incertezas experimentais.

Finalizando, o fator de multiplicação efetivo, K_{ef} , calculado pelo programa HAMMER, apresenta-se dentro de um desvio porcentual de 1% abaixo da unidade, exceto para algumas células de razão $W/U = 1,0$ onde chegou a 1,5%. A impressão que fica é que para sistemas onde o espectro neutrônico é mais duro a contribuição da região epitérmica se torna mais acentuada, dificultando uma melhor estimativa de K_{ef} devido às incertezas na seção de choque para esta região.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Verificou-se ao longo da exposição apresentada que os parâmetros calculados pelo programa HAMMER de modo geral concordam muito bem com os valores experimentais e com valores teóricos encontrados na literatura.

Os resultados são bastante confiáveis para células que apresentam a razão W/U a partir de 1,5 com barras de combustíveis de diâmetro a partir de 1 cm. Portanto, é um programa que pode ser utilizado para análise de qualquer célula de reatores tipo PWR. Aliado a essa confiabilidade o programa HAMMER torna-se atrativo pela sua simplicidade de manipulação e rápido processamento.

O trabalho restringiu-se ao estudo de células limpas com urânio metálico como combustível, recomenda-se a continuidade do trabalho analisando-se células que contenham Pu^{239} , Th^{232} e U^{233} , dando-se ênfase à estimativa do fator de multiplicação efetivo.

ANEXO 1 -- NOMENCLATURA

Item 3.2.1

- $d\tau$ – Elemento diferencial de volume.
- $H(\underline{r},v)$ – Taxa da densidade de nascimento de nêutrons de velocidade v em \underline{r} .
- $H(\underline{r},v,\Omega)$ – Taxa da densidade de nascimento de nêutrons por unidade de ângulo sólido em \underline{r} com velocidade v na direção Ω .
- $N(\underline{r},v)$ – Densidade de nêutrons de velocidade v em \underline{r} .
- $N(\underline{r},v,\Omega)$ – Densidade de nêutrons por unidade de ângulo sólido em \underline{r} com velocidade v na direção Ω .
- $P(\underline{r},v,v')$ – Probabilidade por segundo que um nêutron de velocidade v' espalhará à velocidade v .
- $P(\underline{r},v,v',\mu_0)$ – Probabilidade por segundo por unidade de ângulo sólido que um nêutron de velocidade v' espalhará à velocidade v através do ângulo cujo cosseno é μ_0 .
- \underline{r} – Variável espacial.
- $S(\underline{r},v)$ – Fonte de nêutrons de velocidade v em \underline{r} .
- $T_{p\tau}(\underline{r},\underline{r}',v)$ – Kernel de transporte.
- v – Velocidade do nêutron.
- Σ_t – Seção de choque macroscópica total.

Item 3.3.1

- f – Fator de utilização térmico.
- $\bar{\nu}_F, \bar{\nu}_M$ e $\bar{\nu}_C$ – Fluxos médios no combustível, moderador e camisa.
- V_F, V_M e V_C – Volumes de combustível, moderador e camisa.
- $\bar{\Sigma}_F, \bar{\Sigma}_M$ e $\bar{\Sigma}_C$ – Seções de choque macroscópicas de absorção do combustível, moderador e camisa.
- W/U – Razão entre volumes ocupados pela água e urânio na célula.

Item 3.3.2

- δ_N – fator de desvantagem térmico.
- \bar{N}_M, \bar{N}_F – Densidade média de nêutrons no moderador e combustível.

Item 3.3.3

- $\bar{N}_U, \bar{N}_{Al}, \bar{N}_W$ – Densidade média de nêutrons no urânio, alumínio e água.

Item 4.2

- x — Variável espacial.
- μ' — Cosseno do ângulo que o vetor velocidade de nêutron faz com o eixo x antes de espalhar ou fissionar.
- μ — Cosseno do ângulo que o vetor velocidade do nêutron faz com o eixo x .
- μ_0 — Cosseno do ângulo de espalhamento no sistema de laboratório.
- θ — Ângulo azimutal.
- u — Letargia do nêutron.
- u' — Letargia do nêutron antes de espalhar ou fissionar.
- $\dot{\psi}(\mu, u, x)$ — Fluxo por unidade de letargia e por unidade de ângulo sólido na posição x , letargia u e cosseno da direção μ .
- $\Sigma_0(\mu_0, u, x)$ — Seção de choque diferencial de espalhamento.
- $\Sigma_f(u', \nu)$ — Seção de choque macroscópica de fissão.
- $\Sigma_i(u', \mu, x)$ — Seção de choque macroscópica para espalhamento inelástico.
- $\Sigma_t(u, x)$ — Seção de choque macroscópica total.
- ν — Número médio de nêutrons emitidos por fissão.
- $f(u)$ — Espectro dos nêutrons de fissão.

Item 4.4

- $q(u)$ — Componente isotrópica de densidade de moderação.
- $\Sigma_{s,k}(u)$ — Seção de choque macroscópica de espalhamento da k -ésima espécie nuclear.
- $\Phi(u)$ — Fluxo.
- $\xi_k(u)$ — Letargia média ganha por colisão devido à k -ésima espécie nuclear.
- $\gamma_k(u)$ — Parâmetro de moderação da k -ésima espécie nuclear.
- $J(u)$ — Corrente.
- $\rho(u)$ — Componente anisotrópica da densidade de moderação.
- $\eta_k(u), \rho_k(u)$ — Parâmetros de moderação da k -ésima espécie nuclear.

Item 4.5

- $\Phi(u)$ — Fluxo.

- $\bar{J}(u)$ – Corrente.
- $q(u)$ – Componente isotrópica da densidade de moderação.
- $p(u)$ – Componente anisotrópica da densidade de moderação.
- $l(u)$ – Fonte de espalhamento inelástico.
- B^2 – Buckling.
- $\Sigma_a(u)$ – Seção de choque macroscópica de absorção.
- $\Sigma_s(u)$ – Seção de choque macroscópica de espalhamento.
- $\Sigma_t(u)$ – Seção de choque macroscópica total.
- $\Sigma_{in}(u)$ – Seção de choque macroscópica de espalhamento inelástico.
- $S(u)$ – Fonte de nêutrons.
- $\mu(u)$ – Cosseno do ângulo de espalhamento (sistema de laboratório).
- $\xi(\mu)$ – Letargia média ganha por colisão.
- $\gamma(u), \eta(u), \rho(u)$ – Parâmetros de moderação.

Item 4.7

- $\bar{\Sigma}_{c28}$ – Seção de choque macroscópica térmica média de captura do U^{238} .
- $\bar{\Sigma}_{a25}$ – Seção de choque macroscópica térmica média de absorção do U^{235} .
- $\Sigma_{f28}(E)$ – Seção de choque macroscópica de fissão de U^{238} .
- $\Sigma_{f25}(E)$ – Seção de choque macroscópica de fissão do U^{235} .
- $\nu_{28} \cdot \nu_{25}$ – Número médio de nêutrons emitidos por fissão no U^{238} , U^{235} .
- α_{28} – Razão entre captura e fissão para U^{238} .

Item 5.1

- L^2 – Área de termalização, um sexto da distância quadrática média do ponto onde o nêutron torna-se térmico ao ponto onde ele é absorvido.
- τ_T – Área de moderação, um sexto da distância quadrática média do ponto onde um nêutron nasce ao ponto onde ele adquire a energia térmica.

**ANEXO 2 – CARACTERÍSTICAS DAS CÉLULAS E DADOS DE ENTRADA
PARA O PROGRAMA HAMMER**

Tabela I

Dimensões das células

Raio da Barra (cm)	W/U	Distância entre os centros das barras (cm)	Raio da célula cilíndrica equivalente (cm)
0,3175	1,0	0,9746	0,5117
	1,5	1,0643	0,5588
	2,0	1,1471	0,6023
	3,0	1,2967	0,6808
	4,0	1,4308	0,7512
0,4915	1,0	1,4412	0,7567
	1,5	1,5860	0,8327
	2,0	1,7188	0,9024
	3,0	1,9573	1,0276
	4,0	2,1697	1,1392
0,7620	1,0	2,1684	1,1384
	1,5	2,3988	1,2596
	2,0	2,6093	1,3703
	3,0	2,8855	1,5674
	4,0	3,3198	1,7429

Tabela II

Concentração do Material

Material	Concentração (átomos / b - cm)	
U ²³⁵ em	1,00 % U	$4,971 \times 10^{-4}$
	1,00 % U	$5,540 \times 10^{-4}$
	1,30 % U	$6,288 \times 10^{-4}$
U ²³⁸ em	1,00 % U	$4,732 \times 10^{-2}$
	1,15 % U	$4,731 \times 10^{-2}$
	1,3 % U	$4,719 \times 10^{-2}$
Oxigênio	$3,344 \times 10^{-2}$	
Hidrogênio	$6,689 \times 10^{-2}$	
Alumínio	$6,031 \times 10^{-2}$	

Tabela III

Concentração de Alumínio

Raio da barra (cm)	Concentração (átomos-barn/cm)
0,3175	$5,207 \times 10^{-2}$
0,4915	$5,178 \times 10^{-2}$
0,7620	$5,157 \times 10^{-2}$

Como foi dito no item 2.3 há uma camada de ar entre a camisa de alumínio e o urânio metálico. Para efeito de cálculo considera-se este espaço preenchido pelo alumínio, modificando-se a concentração nominal do mesmo conforme Tabela III.

Alguns parâmetros necessários à análise das células pelo programa HAMMER foram fixados:

- 1) A temperatura das células considerada 20°C.
- 2) O número de "mesh point" fornecido ao programa foi 12: cinco na região combustível, 2 na camisa e 5 no moderador.
- 3) O modelo de espalhamento dos nêutrons térmicos pela água é idealizado por Nelkin⁽²⁹⁾. Goldman⁽¹²⁾ efetuou uma detalhada comparação de valores obtidos com Kernel de Nelkin com medidas efetuadas por Egelstaff⁽⁸⁾ concluindo que o modelo traz excelentes resultados. Finalmente, o Kernel de Nelkin fornece uma seção de choque total que concorda com valores medidos⁽¹⁸⁾.

Identifica-se a geometria da célula em análise na coluna 7 do cartão 3. O número 2 corresponde às células hexagonais. O campo formado pelas colunas 21 a 30 do cartão 4 C é reservado para a dimensão da célula. Há dois modos possíveis de se colocar esta dimensão.

- 1) Colocando-se o diâmetro externo da célula cilíndrica equivalente.
- 2) Colocando-se a distância entre os centros de duas barras combustíveis próximas (lattice pitch). Esse valor deve ser colocado precedido de um sinal negativo.

Os resultados obtidos procedendo-se como em 1 ou 2 foram idênticos.

Na folha de programação, mostra-se um exemplo típico de cartões usados para a análise de uma determinada célula.

Tabela IV

Buckling críticos fornecidos ao programa HAMMER

Raio da barra (cm)	Enriquecimento em U ²³⁵ (%)	W/U	B ² (m ⁻²)
0,3175	1,00	1,5	12,14
		2,0	19,95
		3,0	25,15
		4,0	22,07
	1,15	1,5	19,93
		2,0	31,07
		3,0	38,41
		4,0	36,31
0,4915	1,00	1,0	3,23
		1,5	19,70
		2,0	19,02
		3,0	31,39
		4,0	25,68
	1,15	1,0	12,03
		1,5	31,21
		2,0	42,26
		3,0	46,18
		4,0	40,14
	1,30	1,0	20,90
		1,5	40,51
		2,0	52,19
		3,0	59,25
		4,0	54,69
	0,7620	1,00	1,0
1,5			29,63
2,0			36,07
3,0			33,15
4,0			20,96
1,15		1,0	21,33
		1,5	40,23
		2,0	48,22
		3,0	47,12
		4,0	36,03
1,30		1,0	32,11
		1,5	51,87
		2,0	61,08
		3,0	60,99
		4,0	50,38

ANEXO 3 – MÉTODO DE MULLER-LINNARTZ

Escreve-se a equação de transporte integral na forma

$$\psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}) = \int_{\underline{r}'} d\underline{r}' T(\underline{r}, \underline{r}', E, \underline{\Omega}) [H(\underline{r}', E, \underline{\Omega}) + S(\underline{r}', E, \underline{\Omega})] \quad (\text{A.3.1})$$

Define-se

$$J(\underline{r}, E, \underline{\Omega}) = \int_{\Delta\Omega} d\underline{\Omega}' \underline{\Omega}' \psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}') \quad (\text{A.3.2})$$

como a corrente parcial na posição \underline{r} com energia E e direção dentro de $\Delta\Omega$.

O propósito é transformar a equação (A.3.1) em uma equação equivalente de corrente de nêutrons. Para isso, multiplica-se a equação (A.3.1) por $\underline{\Omega}$ e integra-se em $\Delta\Omega$ obtendo-se:

$$\int_{\Delta\Omega} d\underline{\Omega}' \underline{\Omega}' \psi(\underline{r}, E, \underline{\Omega}') = \int_{\underline{r}'} d\underline{r}' \int_{\Delta\Omega} d\underline{\Omega}' \underline{\Omega}' T(\underline{r}, \underline{r}', E, \underline{\Omega}') Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega}') \quad (\text{A.3.3})$$

onde

$$Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega}') = H(\underline{r}', E, \underline{\Omega}') + S(\underline{r}', E, \underline{\Omega}') \quad (\text{A.3.4})$$

Separa-se a integral espacial da equação (A.3.3) em duas partes: uma integral sobre a região local e uma outra relativa às regiões vizinhas.

Assim, a equação (A.3.3) fica:

$$\begin{aligned} J(\underline{r}, E, \Delta\Omega) = & \int_{\text{local}} d\underline{r}' \int_{\Delta\Omega} d\underline{\Omega}' \underline{\Omega}' T(\underline{r}, \underline{r}', E, \underline{\Omega}') Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega}') \\ & + \int_{\text{vizinhos}} d\underline{r}' \int_{\Delta\Omega} d\underline{\Omega}' T(\underline{r}, \underline{r}', \underline{\Omega}') \underline{\Omega}' Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega}') \end{aligned} \quad (\text{A.3.5})$$

Define-se a probabilidade de escape local dos nêutrons, na posição \underline{r}' com energia E originários da fonte volumétrica local $Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega}')$, que irão escapar da região local em \underline{r} sem sofrer colisão dentro de $\Delta\Omega$ como,

$$P(\underline{r}, E, \underline{\Omega}) = \frac{\int_{\text{local}} d\underline{r}' \int_{\Delta\underline{\Omega}} d\underline{\Omega}' \underline{\Omega} T(\underline{r}, \underline{r}', E, \underline{\Omega}) Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega})}{\int_{\text{local}} d\underline{r}' \int_{4\pi} d\underline{\Omega}' Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega})} \quad (\text{A.3.6})$$

a média das fontes volumétricas locais com energia E como,

$$\bar{Q}(E) = \frac{\int_{\text{local}} d\underline{r}' \int_{4\pi} d\underline{\Omega}' Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega})}{\int_{\text{local}} d\underline{r}' \int_{4\pi} d\underline{\Omega}' } \quad (\text{A.3.7})$$

a probabilidade de transmissão local dos nêutrons, na posição \underline{r}' com energia E devido a uma fonte superficial $\underline{\Omega} Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega})$, que irão se transferir sem sofrer colisão da região vizinha n para a região em \underline{r} de $\Delta\underline{\Omega}$ como,

$$T_n(\underline{r}, E, \Delta\underline{\Omega}) = \frac{\int_{\text{viz}_n} d\underline{r}' \int_{\Delta\underline{\Omega}} d\underline{\Omega}' T(\underline{r}, \underline{r}', E, \underline{\Omega}) \underline{\Omega} Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega})}{\int_{\text{viz}_n} d\underline{r}' \int_{4\pi} d\underline{\Omega}' \underline{\Omega} Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega})} \quad (\text{A.3.8})$$

a corrente parcial adjacente à região n, com energia E em $\Delta\underline{\Omega}$ como,

$$\bar{J}_n(E) = \int d\underline{r}' \int_{4\pi} d\underline{\Omega}' \underline{\Omega} Q(\underline{r}', E, \underline{\Omega}) \quad (\text{A.3.9})$$

A equação (A.3.5) fica:

$$J(\underline{r}, E, \Delta\underline{\Omega}) = P(\underline{r}, E, \Delta\underline{\Omega}) \bar{Q}(E) \Delta V(\underline{r}) + \sum_{n=1}^N T_n(\underline{r}, E, \Delta\underline{\Omega}) \bar{J}_n(E) \quad (\text{A.3.10})$$

que é a equação de balançamento de nêutrons em termos de correntes parciais.

A iteração das correntes converge bem mais rápido que o fluxo reduzindo o tempo de computação^(4,28).

ANEXO 4 – PARÂMETROS DE MODERAÇÃO

Os parâmetros de moderação utilizados no programa HAMMER são independentes da energia, uma vez que o espalhamento no sistema do Centro de Massa é considerado isotrópico. Esses parâmetros são dados por^(11,26).

$$\xi = 1 - \frac{1}{1-\alpha} \ln \frac{1}{\alpha}$$

$$\gamma = \frac{1-\alpha \left[1 + \ln \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2} \ln^2 \frac{1}{\alpha} \right]}{1-\alpha \left(1 + \ln \frac{1}{\alpha} \right)}$$

$$\eta = \frac{4}{9} \frac{\left[\left(\frac{1}{\alpha} \right)^{3/2} - \left(1 + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{\alpha} \right) \right] - 9 \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right)^{1/2} - \left(1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\alpha} \right) \right]}{\left[\frac{1}{\alpha} - 1 \right] \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right)^{1/2} - 1 \right]}$$

$$\rho = \frac{2}{3} \frac{\left[\left(\frac{1}{\alpha} \right)^{3/2} - \left(1 + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{\alpha} + \frac{6}{16} \ln^2 \frac{1}{\alpha} \right) \right] - 27 \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right)^{1/2} - \left(1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{8} \ln^2 \frac{1}{\alpha} \right) \right]}{\left[\left(\frac{1}{\alpha} \right)^{3/2} - \left(1 + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{\alpha} \right) \right] - 9 \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right)^{1/2} - 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\alpha} \right]}$$

onde $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$ sendo A o número de massa de isótopo.

ANEXO 5 – AS EQUAÇÕES DO PROGRAMA MUFT PARA ÁGUA LEVE

Para um sistema moderado por água leve onde os nêutrons ao espalharem perdem grande parte de sua energia, de forma que a mudança de letargia é grande, deve-se usar a aproximação B1. Para a moderação dos nêutrons utiliza-se o modelo de Greuling-Goertzel que representa bem melhor o processo de moderação.

As equações do sistema MUFT para água leve, são dados por,

$$[\Sigma_a(u) + \Sigma_{in}(u)] \psi(u) + B J(u) = S(u) - \sum_k \frac{dq_k}{du} - \frac{dq_H}{du} + I(u) \quad (A.5.1)$$

$$[h(u) \Sigma_1(u) - \mu(u) \Sigma_s(u)] J(u) - \frac{B}{3} \psi(u) = -\frac{2}{3} \frac{dp_H}{d\mu} \delta_1 \quad (A.5.2)$$

$$\frac{dq_H}{du} = -q_H(u) + \Sigma_{sH}(u) \psi(u) \quad (A.5.3)$$

$$\frac{dp_H}{du} = -\frac{3}{2} p_H(u) + \Sigma_{sH}(u) J(u) \quad (A.5.4)$$

$$\delta_2 \gamma_k \frac{dq_k}{du} = -q_k(u) + \xi_k \Sigma_{sk}(u) \psi(u) \quad (A.5.5)$$

onde, o subscrito H refere-se ao hidrogênio.

Se,

$$\delta_1 = \delta_2 = 0 \quad - \text{modelo de Selengut-Goertzel}$$

$$\delta_1 = 1, \quad \delta_2 = 0 \quad - \text{modelo de Fermi para todos isótopos com exceção do hidrogênio.}$$

$$\delta_1 = \delta_2 = 1 \quad - \text{modelo de Greuling-Goertzel.}$$

ANEXO 6 – DEDUÇÃO DA INTEGRAL DE RESSONÂNCIA NA APROXIMAÇÃO NRIM

Pela relação (4.6.11) a integral de ressonância é dada por:

$$I = \int \frac{\sigma_m \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} \frac{dE}{E}$$

Define-se as quantidades abaixo,

$$\sigma_a = \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} \sigma_o \psi(\xi, x) \quad (\text{A.6.1})$$

$$\sigma_{so} = \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \sigma_o \psi + \sigma_{po} + \sigma_i \quad (\text{A.6.2})$$

onde Γ_γ , Γ_n , Γ são as larguras de radiação, nêutron e total respectivamente.

Em (A.6.2) o termo σ_i é dado por

$$\sigma_i = \left(\frac{\Gamma_n}{\Gamma} \sigma_o \sigma_{po} \right)^{1/2} \chi(\xi, x) \quad (\text{A.6.3})$$

e,

$$\sigma_o = 4\pi \bar{\kappa}^2 \frac{\Gamma_n}{\Gamma} g \quad (\text{A.6.4})$$

onde g é um fator estatístico que depende dos "spins" do alvo e do núcleo composto formado.

As funções $\psi(\xi, x)$ e $\chi(\xi, x)$ são conhecidas

$$\psi(\xi, x) = \frac{\xi}{\sqrt{4\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{\exp\left[-\frac{\xi^2}{4}(x-y)^2\right]}{1+y^2} \quad (\text{A.6.5})$$

$$\chi(\xi, x) = 2x\psi + \frac{4}{\xi^2} \frac{d\psi}{dx} \quad (\text{A.6.6})$$

onde

$$x = \frac{2(E - E_R)}{\Gamma} \quad (\text{A.6.7})$$

$$\xi = \frac{\Gamma}{\left(\frac{4E_R kT}{A+1}\right)^{1/2}} \quad (\text{A.6.8})$$

No limite $\xi \rightarrow \infty$ (forma de linha natural)

$$\psi = \frac{1}{1+x^2}, \quad x = \frac{2x}{1+x^2} \quad (\text{A.6.9})$$

Inserindo-se (A.6.1), (A.6.2), (A.6.3) e (A.6.7) em (4.6.11) obtém-se

$$I = \frac{\Gamma}{E_r} \sigma_m \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi dx}{\psi + \beta} \quad (\text{A.6.10})$$

onde

$$\beta = \frac{\sigma_m \Gamma}{\sigma_o \Gamma_\gamma} \quad (\text{A.6.11})$$

Realizando-se a integral em (A.6.10) considerando-se (A.6.9) tem-se finalmente,

$$I = \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma_\gamma \sigma_o}{E_R} \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} \quad (\text{A.6.12})$$

ANEXO 7 – CÁLCULO DE ρ PELO BALANCEAMENTO DE NÊUTRONS

Como visto no item 4.7.2 ρ é dado por:

$$\rho = \frac{\text{n}^\circ \text{ de capturas de } U^{238} \text{ na região de ressonância}}{\text{n}^\circ \text{ de capturas de } U^{238} \text{ na região térmica}}$$

Obtém-se este valor pelo balanceamento de nêutrons como segue:

$$\rho = \frac{N_T - N_A - N_F/\nu^{28}}{N_A}$$

onde:

N_T – número de nêutrons absorvidos pelo U^{238}

N_A – número de nêutrons absorvidos na região térmica, grupo 4, pelo U^{238}

N_F – número de nêutrons produzidos em fissões do U^{238} .

Como exemplo, considere-se o balanceamento de nêutrons, fornecido pelo programa DIED:

$$N_T = 353,3$$

$$N_A = 139,9$$

$$N_F = 108,5$$

Portanto,

$$\rho = \frac{353,3 - 139,9 - 108,5/2,88}{139,9} = 1,24$$

ANEXO 8 – CALCULO DE δ PELO BALANCEAMENTO DE NÊUTRONS

Como visto, no item 4.7.3 δ é dado por:

$$\delta = \frac{\int_{E_t}^{\infty} \Sigma_{f,28} \psi(E) dE}{\int_0^{\infty} \Sigma_{f,25} \psi(E) dE}$$

Onde o numerador representa a taxa de fissões do U^{238} e o denominador a taxa de fissões do U^{235} .

Obtém-se este valor pelo balanceamento de nêutrons como segue:

$$\delta = \frac{N_F^{28} / \nu^{28}}{N_F^{25} / \nu^{25}}$$

onde:

N_F^{28} – número total de nêutrons produzidos por fissões do U^{238} .

N_F^{25} – número total de nêutrons produzidos por fissões do U^{235} .

Como exemplo, considere-se o balanceamento de nêutrons fornecido pelo programa DIED.

$$N_F^{28} = 87,6$$

$$N_F^{25} = 912,4$$

portanto,

$$\delta = \frac{87,6/2,68}{912,4/2,45} = 0,088$$

TABLE 1
 STATE OF CALIFORNIA
 DEPARTMENT OF REVENUE
 STATEMENT OF REVENUES AND EXPENDITURES
 FISCAL YEAR 1967-68

FUND	GENERAL FUND					SPECIAL FUND					TOTAL
	GROUP 1	GROUP 2	GROUP 3	GROUP 4	TOTAL	GROUP 1	GROUP 2	GROUP 3	GROUP 4	TOTAL	
100	12,000	10,000	15,000	20,000	67,000	5,000	3,000	8,000	10,000	26,000	93,000
200	10,000	8,000	12,000	15,000	45,000	3,000	2,000	5,000	7,000	17,000	62,000
300	5,000	4,000	6,000	8,000	23,000	1,000	1,000	2,000	3,000	7,000	30,000
400	3,000	2,000	4,000	5,000	14,000	800	600	1,200	1,600	3,200	17,200
500	2,000	1,500	3,000	4,000	10,500	600	400	800	1,000	2,800	13,300
TOTAL	32,000	25,500	40,000	56,000	153,500	10,400	7,000	14,000	18,600	40,000	193,500
100	10,000	8,000	12,000	15,000	45,000	3,000	2,000	5,000	7,000	17,000	62,000
200	5,000	4,000	6,000	8,000	23,000	1,000	1,000	2,000	3,000	7,000	30,000
300	3,000	2,000	4,000	5,000	14,000	800	600	1,200	1,600	3,200	17,200
400	2,000	1,500	3,000	4,000	10,500	600	400	800	1,000	2,800	13,300
500	1,000	800	1,500	2,000	5,300	300	200	400	500	1,400	6,700
TOTAL	21,000	16,500	26,500	38,000	102,000	6,700	4,600	11,000	14,600	36,900	138,900

ANEXO 9 – CÁLCULO DAS INTEGRAIS DE RESSONÂNCIA

As integrais de ressonância tabeladas em IV.7.1.1 e IV.7.1.2 compreende a região de energia acima de 0,625 eV. A listagem fornecida pelas subrotinas TUU e ZUT refere-se somente às ressonâncias resolvidas e não resolvidas, conforme se vê na listagem A.9.1.

Obtém-se a contribuição das regiões não incluídas nas subrotinas TUZ e ZUT, pelos dados de saída fornecidos pelo programa HAMLET para o U^{238} conforme listagem A.9.2.

O cálculo é efetuado como segue:

– Calcula-se a fração, f , da contribuição das absorções fora da região de ressonância em relação as absorções devido às ressonâncias.

– A integral de ressonância total é dada por:

$$I = (1 + f) I_R$$

onde I_R é a integral de ressonância fornecida pelas sub-rotinas TUZ e ZUT.

Como exemplo, considere-se os dados fornecidos na listagem.

A fração f é dada por:

$$\begin{aligned} f &= \frac{\Sigma_{SA} - \Sigma_{FT}}{\Sigma_{RA}} \\ &= \frac{0,03339 - 0,001617}{0,006099} = 0,282 \end{aligned}$$

A integral de ressonância total é dada por:

$$I = (1 + 0,282) 12,1 = 15,5$$

LISTAGEN A.9.1 (CONT.)

96	92235.	4.003907E-01	1.272037E-02	3.147096E-02					
		1.422585E-01	1.464671E-01	3.369497E-01	1.219544E-01				2.7657E-03
		1.492440E-01	1.504398E-01	4.422700E-01	1.315740E-01				3.3673E-04
		9.312537E-01	9.860180E-01	9.951673E-01	1.317029E-01				2.2159E-04
		1.524577E-01	1.534403E-01	7.927490E-01	1.316041E-01				3.4397E-04
		1.625681E-01	1.867221E-01	3.706417E-01					
97	92235.	6.378295E-01	6.776815E-01	9.177247E-01	1.273556E-01	0	0	0	9.7953E-04
		6.378295E-01	6.776815E-01	9.177247E-01					
98	92235.	6.069448E-01	6.426995E-01	9.575711E-01	1.297755E-01	0	0	0	1.8091E-03
		5.604119E-01	5.887021E-01	9.853179E-01	1.312764E-01	0	0	0	1.3012E-03
		1.387357E-01	1.431402E-01	9.692295E-01					
		6.762367E-01	6.778290E-01	9.976479E-01	1.318115E-01	0	0	0	1.5104E-04
		6.762367E-01	6.778290E-01	9.976479E-01					
99	92235.	3.230285E-01	3.287828E-01	9.824979E-01	1.312105E-01	0	0	0	7.2004E-04
		3.230285E-01	3.287828E-01	9.824979E-01					
92	92235.	2.320627E-01	2.370485E-01	9.789671E-01	1.313867E-01	0	0	0	5.1102E-03
		2.320627E-01	2.370485E-01	9.789671E-01					

MAXIMUM ITERATIONS ON THE FLUX SHAPE IN ANY BAKO GROUP = 2 GROUP 1
 MAXIMUM RENORMALIZATION IN ANY GROUP = 0.99992 GROUP 23

TOTALS

92235.	1.913426E-02	2.217269E-02	9.629651E-01
92238.	1.212410E-01	2.682234E-02	9.520148E-02
13000.	6.495714E-02	6.888711E-02	9.429505E-01

LISTAGEN A. 9.2

CASE 3 ** ENRQ. 1.30 OF 307 W/U=... **

JJTJPT GROUP	MUTP GROUPS	SMOOTH	SIGMA-A				RESONANCE	SIGMA-F	
			SIGMA-A	SIGMA-A	TOTAL	SIGMA-F			
1 OF 1	1 TO 54	0.00333507				0.00696498	0.0016663	1.00	0.00433358
1 OF 2	1 TO 43	0.00421997				0.00794796	0.00234796	0.00	0.00629386
2 OF 4	25 TO 54	0.002139177				0.00159167	0.00	0.00	0.00
1 OF 3	1 TO 11	0.00045245				0.000501737	0.00	0.00	0.000476552
2 OF 3	11 TO 43	0.00420519				0.0077993	0.000000000	0.00	0.00420519
3 OF 3	43 TO 54	0.00139177				0.00159167	0.00	0.00	0.00

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ANDERSON, M. M. & HONECK, H. C. *An interface current technique for two-dimensional cell calculations*. Aiken, S. C., Du Pont de Nemours, Savannah River Lab. [s.d]. (DP-MS-72-62; CONF-730414-4).
2. BOHL JR., H. et alii. *MUFT-4 fast neutron spectrum code for the IBM-704*. Pittsburg, Pa., Westinghouse Electric Corp., Bettis Plant, July 1957. (WAPD-TM-72).
3. BONALUMI, R. Neutron first collision probabilities in reactor physics. *Energia nucl.*, Milano, **8**:326-36, 1961.
4. CHENG, H. S. et alii. Nodal integral transport method for calculation of two-dimensional power distributions in non-uniform lattices. In: MEETING on new development in reactor mathematics and applications, Idaho Falls, Idaho, 29 Mar. 1971. San José, Calif., General Electrical Co. [s.d.]. (CONF-710302). v.2, p.655-78.
5. CHERNICK, J. The theory of uranium water lattices. In: UNITED NATIONS, New York. *Proceedings of the international conference on the peaceful uses of atomic energy, held in Genova, 1 August-20 August 1955, v.5: Physics of reactor design*. New York, 1956. p.215-28.
6. _____ & VERNON, R. Some refinements in the calculation of resonance integrals. *Nucl. Sci. Engng.*, New York, **4**:649-72, 1958.
7. DE COULON, G. A. et alii. *Spectral shift control reactor basic physics program: theoretical analysis. 2. BPG computer program report*. Lynchburg, Va., Babcock and Wilcox Co., Atomic Energy Div. [Jan. 1962]. (BAW-1230, pt.2).
8. EGELSTAFF, P. A. et alii. The thermal neutron scattering law for light and heavy water. In: INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, Vienna. *Inelastic scattering of neutrons in solids and liquids: proceedings of the symposium on . . . held in Vienna, 11-14 October 1960*. Vienna, 1961. p.309-22.
9. ERDICK, E. The experimental determination of fast fission factors in light water-moderated, slightly enriched uranium rod lattices. *J. nucl. Energy, A/B, Reactor Sci. Technol.*, London, **15**:98-101, 1961.
10. FLATT, H. P. *The FOG one-dimensional diffusion equations codes*. Canoga Park, Calif., North American Aviation, Inc., Atomic International, 1961. (NAASR-8104).
11. GOERTZEL, G. & GREULING, E. An approximate method for treating neutron slowing down. *Nucl. Sci. Engng.*, New York, **7**:89-72, 1960.
12. GOLDMAN, D. T. & FEDERIGHI, F. D. A comparison of calculated and experimental thermal energy exchange cross sections. *Trans. Am. nucl. Soc.*, New York, **4**:135, 1961
13. HONECK, H. C. The calculation of the thermal utilization and disadvantage factor in uranium/water lattices. *Nucl. Sci. Engng.*, New York, **18**:49-68, 1964.
14. _____. The distribution of thermal neutron in space and energy in reactor lattices. 1. Theory. *Nucl. Sci. Engng.*, New York, **8**:193-202, 1960.

15. HONECK, H. C. Some methods for improving the cylindrical reflecting boundary condition in cell calculations of the thermal neutron flux. *Trans. Am. nucl. Soc.*, New York, 5:350-1, 1962.
16. _____. *THERMOS: a thermalization transport theory code for reactor lattice calculations*. Upton, N. Y., Brookhaven National Lab., Sep. 1961. (BNL-5826).
17. _____ & KAPLAN, I. The distribution of thermal neutrons in space and energy in reactor lattices. 2. Comparison of theory and experiment. *Nucl. Sci. Engng*, New York, 8:203-9, 1960.
18. INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, Vienna. *Light water lattices: report of a panel on . . . , held in Vienna, 28 May - 1 June 1962*. Vienna, 1962.
19. KOUTS, H. & SHER, R. *Experimental studies of slightly enriched uranium, water moderated lattices. 1.0.600-in.diameter rods*. Upton, N. Y., Brookhaven National Lab., Sep. 1957. (BNL-486).
20. _____ et alii. Exponential experiments with slightly enriched uranium rods in ordinary water. In: UNITED NATIONS, New York. *Proceedings of the international conference on the peaceful uses of atomic energy, held in Geneva, 8 August - 20 August 1955, v.5: Physics of reactor design*. New York, 1956. p.183-202.
21. _____ et alii. Physics of slightly enriched, normal water lattices: theory and experiment. In: UNITED NATIONS, Geneva, *Proceedings of the second United Nations international conference on the peaceful uses of atomic energy, held in Geneva, 1 September - 13 September, 1958, v.12: Reactor physics*. Geneva, 1958. p.446-82.
22. KRANZ, A. Z. *Measurements of thermal utilization, resonance escape probability, and fast fission factor of water moderated slightly enriched uranium lattices*. Pittsburgh, Pa., Westinghouse Electrical Co., Atomic Power Div., Sep. 1955. (WAPD-134).
23. _____ & SMITH, G. G. *A second report on measurements of f , p and ϵ of water moderated slightly enriched uranium lattices*. Pittsburgh, Pa., Westinghouse Electric Corp., Bettis Plant, May 1956. (WAPD-151).
24. KRASIK, S. & RADKOWSKY, A. Pressurized water reactor (PWR) critical experiments. In: UNITED NATIONS, New York. *Proceedings of the international conference on the peaceful uses of atomic energy, held in Geneva, 8 August - 20 August 1955, v.5: Physics of reactor design*. New York, 1956. p.203-44.
25. KUNCIR, G. F. *A program for the calculation of resonance integrals*. San Diego, Calif., General Dynamics, General Atomic Div., Aug. 1961. (GA-2525).
26. LEVINE, M. M. et alii. The slowing down of neutrons by deuterium. *Nucl. Sci. Engng*, New York, 7:14-20, 1960.
27. MARKL, H. New aspects in the application of collision probabilities in reactor theory. In: UNITED NATIONS, New York. *Proceedings of the Third international conference on the peaceful uses of atomic energy, held in Geneva, 31 August 9 September 1964, v.2: Reactor physics*. New York, 1965. p.207-17.

28. MULLER, A. & LINNARTZ, E. Zur Berechnung des thermischen Nutzfaktors einer zylindrischen Zelle aus mehreren Konzentrischen Zonen. *Nukleonik*, Berlin, 5:23-7, 1963.
29. NELKIN, M. Scattering of slow neutrons by water. *Phys. Rev.*, Ithaca, N. Y., 119:741-6, 1960.
30. NEWMARCH, D. A. *Errors due to the cylindrical cell approximation in lattice calculations*. Winfrith, Dorset, England, UKAEA, Atomic Energy Establishment, Research Group, June 1960. (AEEW-R-34).
31. NORDHEIM, L. W. The theory of resonance absorption. In: BIRKHOFF, G. & WIGNER, E. P., eds. *Nuclear reactor theory: proceedings of a symposia in applied mathematics*. Providence, American Mathematical Society, 1961. v.11, p.58-88.
32. ROTHENSTEIN, W. *Analysis of heavy and light water moderated thermal reactor lattices using ENDF/B data and the HAMMER codes system*. Upton, N. Y., Brookhaven National Lab., Sep. 1969. (BNL-16725).
33. SUICH, J. E. & HONECK, H. C. *The HAMMER system: heterogeneous analysis by multigroup methods of exponential and reactors*. Aiken, S. C., Savannah River Lab., Jan. 1967. (DP-1064).
34. THIE, J. A. Failure of neutron transport approximations in small cells in cylindrical geometry. *Nucl. Sci. Engng*, New York, 9:286-7, 1961.
35. WEHMEYER, D. B. et alii. *Spectral shift control reactor basic physics program, theoretical analysis. 1. Analysis of experiments*. Lynchburg, Va., The Babcock & Wilcox Co., Atomic Energy Division, Mar. 1962. (BAW-1230, pt.1).

