



AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**PROJETO, CONSTRUÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE UM
MODULADOR PULSADO PARA A OPERAÇÃO DE UMA
VÁLVULA MAGNETRON DE POTÊNCIA**

NIVALDO CARLETO

**Dissertação apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Mestre em Ciências na Área de Tecnologia
Nuclear - Materiais.**

**Orientador:
Dr. Cláudio Costa Motta**

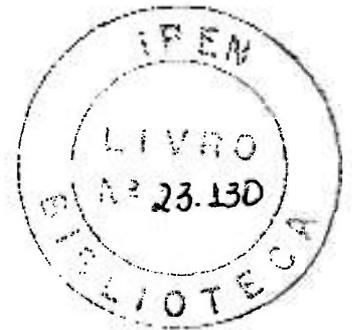
**São Paulo
2005**

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES

Autarquia Associada à Universidade de São Paulo

**PROJETO, CONSTRUÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE UM
MODULADOR PULSADO PARA A OPERAÇÃO DE UMA VÁLVULA
MAGNETRON DE POTÊNCIA**

NIVALDO CARLETO



Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear – Materiais.

Orientador:
Dr. Cláudio Costa Motta

SÃO PAULO

2005

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES

Autarquia Associada à Universidade de São Paulo

**PROJETO, CONSTRUÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE UM
MODULADOR PULSADO PARA A OPERAÇÃO DE UMA VÁLVULA
MAGNETRON DE POTÊNCIA**

NIVALDO CARLETO

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear – Materiais.

Orientador:
Dr. Cláudio Costa Motta

SÃO PAULO

2005

Dedico este trabalho com a maior emoção e satisfação aos meus pais, Nildo e Aparecida, à minha tia Lourdes, à minha querida irmã Márcia, ao meu ilustre amigo e orientador Prof. Dr. Cláudio Costa Motta e a minha fiel companheira Patrícia, que jamais deixaram de incentivar, ajudar e acreditar em meu potencial.

AGRADECIMENTOS

A realização e a conclusão deste trabalho somente foi possível em razão da contribuição de algumas pessoas. Manifesto a minha gratidão a todos e de forma particular:

à Deus, por ter me concedido saúde, fé e perseverança;

ao senhor Valdir Raimundo Jacob, pelos serviços prestados à montagem mecânica do circuito modulador;

aos amigos(as), Gláucio Spinelli Filho, Corina Terezinha Piva, Nanci Terezinha Storte, Getúlio Eneas de Paula e Marcelo Augusto de Paula por terem disponibilizado, gentilmente, grande parte de minha estadia na cidade de São Paulo;

ao Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, pela oportunidade da realização do curso de mestrado;

ao Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo por ter disponibilizado suas instalações para a construção do circuito modulador;

à Prof. Dr^a Helena Gemignani Peterossi, assessora de pós-graduação do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, pelo comprometimento e incentivo perante a minha pessoa;

à Prof. Ivone Feriole Nunes, por ter me auxiliado nas funções acadêmicas da E.T.E. Sylvio de Mattos Carvalho, bem como pelo incentivo no decorrer do curso; e,

em especial, ao Prof. Dr. Cláudio Costa Motta, pelo esclarecimento, motivação e honrosa orientação.

*“O que sabemos é uma gota,
o que ignoramos é um oceano”*

*Isaac Newton
(1642-1727)*

PROJETO, CONSTRUÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE UM MODULADOR PULSADO PARA A OPERAÇÃO DE UMA VÁLVULA MAGNETRON DE POTÊNCIA

Nivaldo Carleto

RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se o projeto, a construção e a caracterização de um circuito modulador pulsado utilizado para a operação de válvulas *magnetrons* de potência. O desenvolvimento do modulador baseou-se nas características operacionais de uma *magnetron* modelo TV-1546, a qual opera em uma frequência entre 5,4 e 5,8 GHz e exige um pulso de tensão da ordem de 25 kV com potência elétrica de pico de 250 kW, na largura τ do pulso, bem como na construção do reator de carregamento ressonante, da linha formadora de pulsos e do transformador de pulsos. A PFN possui uma impedância de 31 Ω e foi construída com quatro derivações capacitivas distribuídas adequadamente ao longo de um contínuo solenóide. Os capacitores da PFN, com capacitância total de 11,4 nF, são carregados com uma tensão elétrica até 9 kV por meio de um circuito de carregamento ressonante, operando em uma frequência de 2 kHz. Este circuito utiliza um reator de carga com indutância de 1,1 H e permite que a PFN seja carregada com o dobro da tensão elétrica da fonte durante o intervalo entre os pulsos de largura τ . No instante em que o sistema de chaveamento do modulador (válvula *thyatron* de hidrogênio) entra em operação, a energia de 462 mJ armazenada nos capacitores da PFN é transferida ao circuito primário do transformador de pulsos (razão 1:7). Como resultado, foi possível medir, utilizando uma ponta de prova de alta tensão, um pulso no circuito secundário com amplitude da ordem de 30 kV, potência de pico de 600 kW, potência média em torno de 1,2 kW, largura τ de 1 μ s, tempo de subida de 100 ns, tempo de descida de 200 ns e com decaimento de apenas 4%. O enrolamento do secundário do transformador de pulsos é do tipo bifilar e fornece por meio de uma fonte de corrente d-c uma corrente elétrica de 9 A para aquecer o filamento da *magnetron*. O pulso de corrente foi monitorado utilizando uma bobina de Rogowski, composta por 96 espiras dispostas em um núcleo toroidal de material ferromagnético, e apresentou uma amplitude de pico de aproximadamente 20 A, tempos de subida e descida de 100 e 200 ns, respectivamente, largura τ de 1 μ s e decaimento em torno de 5 %. Os resultados obtidos apresentaram satisfatórios e foram essenciais para a operação da *magnetron* modelo TV-1546.

PROJECT, CONSTRUCTION AND CHARACTERIZATION OF A PULSED MODULATOR FOR DRIVING OF A POWER MAGNETRON

Nivaldo Carleto

ABSTRACT

This work reports the results of design, construction, and characterization of a line-type pulse modulator for driving a high power magnetron. This modulator is made up of a high voltage supply, a charging reactor, a diode blocking, a pulse-forming network (PFN), a hydrogen thyratron model 5C22 and a pulse transformer. The PFN design approach is based on the Guillemin network synthesis theory, Foster's, and Cauer's theorems. Using this approach, a 31Ω of impedance level and 11.4 nF of capacitance PFN was simulated and then assembled to supply 9 kV and 0.7 μ s voltage pulses in a pulse transformer primary circuit, at a pulse recurrence frequency (PRF) of 2 kHz. The pulse transformer was designed to impedance matching and d-c isolation between the PFN to magnetron, with transformation ratio 1:7, supplying 30 kV voltage pulses with 93% of efficiency together with 9 A of filament d-c current through of a bifilar winding.

SUMÁRIO

	Página
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 2 – PROJETO DO REATOR DE CARREGAMENTO RESSONANTE SÉRIE D-C DO CIRCUITO MODULADOR <i>LINE-TYPE</i>	8
2.1 Introdução.....	8
2.2 Análise do circuito de carregamento ressonante.....	9
2.2.1 Determinação das correntes elétricas média I_{C_d} e efetiva $I_{C_{rms}}$ do circuito de carregamento ressonante série d-c.....	13
2.3 Considerações práticas de projeto e construção de reatores de carregamento.....	14
2.4 Operação do circuito de medida da indutância do reator de carregamento.....	15
2.5 Conclusão.....	18
CAPÍTULO 3 – PROJETO E CONSTRUÇÃO DA LINHA FORMADORA DE PULSOS (<i>PULSE-FORMING NETWORK</i> – PFN) DO CIRCUITO MODULADOR <i>LINE-TYPE</i>	19
3.1 Introdução.....	19
3.2 Determinação das equações características de uma linha de transmissão.....	22
3.3 Teoria de Guillemin para redes <i>LC</i> alimentadas por tensão: projeto inicial de uma linha formadora de pulsos (PFN).....	33
3.4 Determinação da equivalência de redes <i>LC</i> : teoremas de Foster e de Cauer.....	36
3.4.1 Rede equivalente obtida por meio do teorema de Foster: PFN tipo-A.....	36
3.4.2 Rede equivalente obtida por meio do teorema de Cauer: PFN tipo-B.....	38
3.5 Metodologia de projeto e construção de redes <i>LC</i> com capacitâncias iguais por seção: redes tipo-D e tipo-E de Guillemin.....	39
3.5.1 Projeto da rede tipo-D.....	40
3.5.2 Projeto da rede tipo-E a partir da rede tipo-D.....	43
3.6 Conclusão.....	45

CAPÍTULO 4 – PROJETO E CONSTRUÇÃO DO TRANSFORMADOR DE PULSOS DO CIRCUITO MODULADOR <i>LINE-TYPE</i>	46
4.1 Introdução.....	46
4.2 Circuito equivalente de um transformador ideal.....	48
4.3 Circuito equivalente de um transformador de pulsos.....	51
4.4 Análise dos parâmetros concentrados: expressões para o cálculo da indutância de dispersão L_L e da capacitância distribuída C_D	52
4.4.1 Expressão para o cálculo da indutância de dispersão L_L	53
4.4.1.1 Análise do campo magnético H distribuído no circuito primário $H_1(x_P)$, entre os circuitos primário e secundário $H_2(x)$ e no circuito secundário $H_3(x_S)$	55
4.4.1.2 Energia magnética armazenada nos enrolamentos do transformador de pulsos devido à distribuição dos campos $H_1(x_P)$, $H_2(x)$ e $H_3(x_S)$: determinação da indutância L_L	59
4.4.2 Expressão para o cálculo da capacitância distribuída C_D	62
4.5 Modelo matemático do circuito equivalente de um transformador de pulsos.....	67
4.6 Efeito dos elementos de circuito do transformador de pulsos no comportamento do pulso de saída do modulador.....	70
4.6.1 Análise da região superior do pulso (topo do pulso): modelo matemático do circuito equivalente.....	70
4.6.2 Relação entre o decaimento da região superior do pulso e a área A_{Trafo} da seção transversal do núcleo do transformador de pulsos.....	74
4.6.3 Análise do tempo de subida do pulso: modelo matemático do circuito equivalente.....	75
4.7 Considerações práticas de projeto e construção de um transformador de pulsos....	79
4.7.1 Material do núcleo.....	79
4.7.2 Material de isolamento entre as camadas dos enrolamentos.....	79
4.7.3 Arranjo dos enrolamentos (primário e secundário).....	79
4.7.4 Considerações para a máxima transferência de energia da PFN para a válvula de microondas de potência.....	80

4.7.4.1 Relação entre os volumes do núcleo e da bobina do transformador de pulsos.....	85
4.8 Conclusão.....	85
CAPÍTULO 5 – TRATAMENTO ELETROMAGNÉTICO DA MAGNETIZAÇÃO DO MATERIAL: PERDAS DE ENERGIA MAGNÉTICA.....	88
5.1 Introdução.....	88
5.2 Equações de Maxwell: leis de Faraday e de Ampère-Maxwell.....	92
5.2.1 Formulação do problema das perdas de energia magnética no material....	92
5.2.1.1 Solução analítica da equação de difusão: expressão para o campo $H_z(y,t)$	96
5.3 Perdas de energia magnética no material: perdas por histerese e perdas devido às correntes induzidas na lâmina.....	109
5.3.1 Perdas de energia magnética no material por ciclo de histerese.....	109
5.3.2 Perdas de energia magnética devido as correntes induzidas nas lâminas do material.....	111
5.4 Determinação da resistência de perda R_p : modelos aproximado e exato do circuito equivalente.....	125
5.5 Cálculo das perdas de energia magnética do material FeSi (GO) utilizado no transformador de pulsos do modulador: resultados experimentais e teóricos.....	129
5.6 Conclusão.....	132
CAPÍTULO 6 – MONITORAÇÃO DOS PULSOS DE CORRENTE DO CIRCUITO MODULADOR <i>LINE-TYPE</i>: TÉCNICAS DE MEDIDAS.....	134
6.1 Introdução.....	134
6.2 Monitoração dos pulsos de corrente: bobina de Rogowski.....	134
6.2.1 Princípio básico de operação da bobina de Rogowski.....	134
6.2.2 Circuito integrador passivo RC	135
6.2.3 Modelo matemático do circuito integrador RC	136
6.2.4 Construção do pulso de corrente com o circuito integrador RC	139

6.3 Conclusão.....	140
CAPÍTULO 7 – RESULTADOS E DISCUSSÃO	141
7.1 Introdução.....	141
7.2 Resultados teóricos e experimentais obtidos com o circuito de carregamento ressonante.....	141
7.2.1 Cálculo das correntes de pico, média e efetiva do circuito de carregamento da linha formadora de pulsos (PFN).....	142
7.3 Resultados obtidos no projeto teórico das redes tipos-A, B, C, D e E: determinação dos elementos <i>LC</i>	143
7.3.1 Cálculo dos elementos <i>LC</i> das redes tipos-A, B e C.....	143
7.3.2 Cálculo dos elementos <i>LC</i> da PFN tipo-D.....	150
7.3.3 Cálculo dos elementos <i>LC</i> da PFN tipo-E.....	152
7.3.4 Resultados obtidos com a simulação das redes <i>LC</i> tipos-A, B, C, D e E....	153
7.3.5 Pulsos de tensão considerados indesejáveis na operação de circuitos moduladores.....	160
7.3.6 Resultado experimental obtido com o circuito de disparo da <i>thyatron</i>	161
7.4 Resultado experimental obtido no projeto e na construção da PFN tipo-E.....	162
7.5 Resultados teóricos e experimentais obtidos no projeto e na construção do transformador de pulsos.....	163
7.5.1 Resultados teóricos.....	163
7.5.2 Resultados experimentais.....	166
7.6 Simulação com a PFN tipo-E acoplada ao transformador de pulsos.....	169
7.7 Resultados teóricos referentes as perdas de energia magnética no material FeSi (GO) utilizado no núcleo do transformador de pulsos.....	172
7.8 Conclusão.....	173
CAPÍTULO 8 – CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES.....	175
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	178

LISTA DE TABELAS

	Página
Tabela 1. Comparação entre um <i>hard tube-pulser</i> e um <i>line-type pulser</i>	3
Tabela 2. Especificação técnica de operação do circuito de carregamento ressonante e da linha formadora de pulsos (PFN).....	6
Tabela 3. Características operacionais do modulador pulsado construído no LMP....	6
Tabela 4. Quantidades geométricas e dimensões físicas do núcleo do reator.....	17
Tabela 5. Coeficientes a_{ij} da matriz evolução do processo A	69
Tabela 6. Coeficientes do vetor de controle \vec{b}	69
Tabela 7. Parâmetros elétricos utilizados nos cálculos teóricos de um transformador de pulsos ideal.....	90
Tabela 8. Quantidades geométricas do núcleo e da bobina utilizadas nos cálculos teóricos de um transformador de pulsos ideal.....	90
Tabela 9. Resultados teóricos relativos a um transformador de pulsos em condições ideais de operação.....	91
Tabela 10. Resultados teóricos e experimentais relativos as perdas de energia magnética no material FeSi (GO) com lâminas da ordem de 270 μm	131
Tabela 11. Expressões e resultados obtidos referentes as condições de carregamento de energia na PFN.....	143
Tabela 12. Valores dos elementos LC da PFN tipo-C.....	145
Tabela 13. Coeficientes da função impedância $Z_C(s)$ da PFN tipo-C.....	145
Tabela 14. Valores dos capacitores da PFN tipo-A.....	147
Tabela 15. Valores dos indutores da PFN tipo-A.....	147
Tabela 16. Expressões dos coeficientes $c_6, c_4, c_2, c_0, d_5, d_3, d_1, e_4, e_2, e_0, f_3, f_1, g_2, g_0$ e h_1 da função impedância $Z_B(s)$ da PFN tipo-B.....	149
Tabela 17. Valores dos coeficientes da função impedância $Z_B(s)$ da PFN tipo-B.....	149
Tabela 18. Valores dos capacitores e dos indutores da PFN tipo-B.....	150
Tabela 19. Valores dos elementos LC da PFN tipo-D.....	152
Tabela 20. Valores teóricos e práticos das indutâncias da PFN tipo-E.....	153
Tabela 21. Especificação técnica de projeto utilizada na simulação das redes LC	153
Tabela 22. Coeficientes a_{ij} da matriz evolução do processo A (PFN tipo-E).....	158

Tabela 23. Expressões e valores das correntes de pico e efetiva do primário e secundário..	164
Tabela 24. Expressões e valores das potências de pico e média do secundário.....	164
Tabela 25. Dimensões geométricas do núcleo e da bobina do transformador de pulsos...	165
Tabela 26. Expressões e resultados dos cálculos teóricos dos parâmetros de projeto do transformador de pulsos.....	166
Tabela 27. Expressões e resultados experimentais dos parâmetros de projeto do transformador de pulsos.....	167
Tabela 28. Resultados teóricos e experimentais relativos ao pulso de tensão de saída do transformador de pulsos.....	167
Tabela 29. Coeficientes a_{ij} da matriz (PFN tipo-E acoplada ao trafo de pulsos).	171

LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 1.1 Diagrama em blocos de um típico circuito modulador <i>line-type</i>	4
Figura 2.1 Circuito elétrico utilizado para analisar o carregamento da PFN.....	9
Figura 2.2 Formas de onda do período de carregamento da PFN e da corrente através do reator.....	12
Figura 2.3 Quantidades geométricas de um núcleo tipo-C com um entreferro.....	15
Figura 2.4 Circuito de medida da indutância utilizado no projeto do reator.....	15
Figura 2.5 Comportamento do material FeSi (GO) do reator de carregamento do modulador. Tensão elétrica de operação: 220 V _{ac} /60Hz. Corrente d-c: $\cong 100$ mA.....	17
Figura 3.1 Indutâncias e capacitâncias distribuídas ao longo de uma linha de transmissão.....	20
Figura 3.2 Forma de onda alternada de um pulso de tensão utilizado para sintetizar uma PFN.....	20
Figura 3.3 PFN obtida por meio da expansão da série de Fourier: representação das frequências características de oscilação em cada seção <i>LC</i>	21
Figura 3.4 Circuito equivalente de uma linha de transmissão: representação de uma seção Δz	22
Figura 3.5 Linha de transmissão inicialmente carregada com amplitude de tensão V_0 ...	24
Figura 3.6 Linha de transmissão ideal para um típico pulso retangular.....	28
Figura 3.7 Comportamento dos pulsos de tensão de saída em uma linha de transmissão ideal.....	32
Figura 3.8 Circuito representativo das componentes $i_v(t)$ em cada seção <i>LC</i> da PFN....	35
Figura 3.9 PFN obtida por meio da expansão da série de Fourier (rede tipo-C de Guillemin).....	36
Figura 3.10 PFN obtida por meio do teorema de Fostér (rede tipo-A de Guillemin)...	38
Figura 3.11 PFN obtida por meio do teorema de Cauer (rede tipo-B de Guillemin)....	39
Figura 3.12 PFN tipo-D: indutâncias negativas em série com os capacitores.....	39
Figura 3.13 PFN tipo-D com capacitâncias iguais por seção: processo de síntese.....	40
Figura 3.14 PFN tipo-D: analogia com o circuito equivalente de um transformador ideal.	44

Figura 3.15	Analogia utilizada para obter a rede tipo-E a partir da rede tipo-D.....	44
Figura 3.16	PFN tipo-E do modulador: contínuo solenóide com derivações capacitivas.	45
Figura 4.1	Circuito elétrico equivalente de um transformador ideal.....	48
Figura 4.2	Circuito elétrico equivalente de um transformador de pulsos.....	51
Figura 4.3	Quantidades geométricas (núcleo e bobina) utilizadas para o cálculo dos parâmetros concentrados (indutância de dispersão L_L e capacitância distribuída C_D).....	52
Figura 4.4	Corte transversal de um núcleo composto por dois enrolamentos de mesmo comprimento l : análise da distribuição do campo magnético H ..	53
Figura 4.5	Vista tridimensional do sentido do campo magnético H nos enrolamentos do primário (H_1), secundário (H_3) e entre as camadas dos enrolamentos (H_2).....	54
Figura 4.6	Vista lateral da região interna do enrolamento primário: análise da distribuição do campo magnético $H_1(x_P)$	55
Figura 4.7	Vista lateral das regiões internas dos enrolamentos do primário e do secundário: análise da distribuição do campo magnético $H_2(x)$	57
Figura 4.8	Vista lateral da região interna do enrolamento secundário: análise da distribuição do campo magnético $H_3(x_S)$	58
Figura 4.9	Analogia entre uma bobina de um transformador de pulsos e um capacitor de placas paralelas.....	62
Figura 4.10	Capacitor de placas paralelas: análise da distribuição de tensão.....	64
Figura 4.11	Vista frontal das placas do capacitor da FIG. 4.10: análise da distribuição linear de tensão elétrica $\delta V_{placa}(x)$ entre as placas.....	65
Figura 4.12	Circuito elétrico utilizado para modelar um transformador de pulsos.....	68
Figura 4.13	Regiões críticas de um pulso arbitrário.....	70
Figura 4.14	Circuito equivalente utilizado na análise do comportamento do topo do pulso.....	71
Figura 4.15	Representação gráfica do comportamento da região superior do pulso...	73
Figura 4.16	Representação linearizada do decaimento do topo do pulso: variação de L_P ..	73
Figura 4.17	Circuito equivalente utilizado para investigar o tempo de subida do pulso.	75
Figura 4.18	Enrolamento tipo Lord: secundário bifilar e menor produto $L_L C_D$	80

Figura 4.19	Circuito elétrico utilizado para analisar a condição de máxima transferência de energia da PFN para a carga (relações ótimas entre L_e , R_e , L_L , C_D e R_L para um pulso de largura τ).....	81
Figura 5.1	Circuito elétrico equivalente do núcleo de um material ferromagnético.....	89
Figura 5.2	Lâmina de um material ferromagnético: análise do campo $H_z(y,t)$	93
Figura 5.3	Caminho fechado das correntes induzidas na lâmina do material.....	97
Figura 5.4	Distribuição do campo magnético $H_z(y,t)$ no interior da lâmina do material ferromagnético (simetria par ao longo do eixo z).....	101
Figura 5.5	Relação entre a função perda $\Phi(T/t)$ e (T/t)	105
Figura 5.6	Distribuição espacial do campo magnético $H_z(y,t)$ e do campo elétrico $E_x(y,t)$ na condição de regime permanente na lâmina do material.....	108
Figura 5.7	Ciclos de histerese de um material ferromagnético operando em regime pulsado.....	110
Figura 5.8	Circuito utilizado para determinar as perdas de energia magnética por ciclo de histerese.....	110
Figura 5.9	Ciclo de histerese de um material submetido a pulsos de tensão. A área A_1 representa a energia armazenada no material e a área A_2 as perdas devido as correntes induzidas.....	122
Figura 5.10	Circuito equivalente exato do núcleo.....	128
Figura 5.11	Esquema ilustrativo das divisões das escalas vertical e horizontal (área do quadrado) de uma típica curva $B-H$ de um material ferromagnético operando em regime pulsado.....	129
Figura 6.1	Bobina de Rogowski.....	135
Figura 6.2	Bobina de Rogowski em conjunto com o circuito integrador passivo (circuito RC).....	135
Figura 6.3	Circuito representativo da bobina de Rogowski e do integrador RC	136
Figura 6.4	Sinal da tensão induzida na carga sem o circuito RC : função delta de Dirac.....	139
Figura 6.5	Forma de onda de saída do circuito integrador passivo RC	140
Figura 7.1	Período de carregamento do reator do modulador <i>line-type</i> . Escala vertical: 2kV/div. Escala horizontal: 100 μ s/div.....	142

Figura 7.2	Pulso de tensão de saída da PFN tipo-A.....	154
Figura 7.3	Pulso de tensão de saída da PFN tipo-B.....	155
Figura 7.4	Pulso de tensão de saída da PFN tipo-C.....	156
Figura 7.5	Pulso de tensão de saída da PFN tipo-D.....	156
Figura 7.6	Pulso de tensão de saída da PFN tipo-E (valores práticos).....	157
Figura 7.7	Formas de onda das correntes em cada ramo da PFN tipo-E.....	159
Figura 7.8	Formas de onda das tensões nos capacitores da PFN tipo-E.....	160
Figura 7.9	Pulso de tensão indesejável da PFN tipo-E: $R_L=Z_{PFN}/2$	160
Figura 7.10	Pulso de tensão indesejável da PFN tipo-E: $R_L=2Z_{PFN}$	161
Figura 7.11	Pulso de disparo do circuito pré-modulador para a operação da <i>thyatron</i> ..	162
Figura 7.12	Linha formadora de pulsos do modulador <i>line-type</i>	162
Figura 7.13	Pulsos de tensão (superior) e de corrente (inferior) da PFN tipo-E: $R_L=Z_{PFN}$	163
Figura 7.14	Simulação dos pulsos de tensão de saída do transformador de pulsos relativos aos cálculos teóricos e aos resultados experimentais.....	168
Figura 7.15	Pulso de tensão do circuito modulador (saída do secundário do transformador de pulsos). Escala vertical reduzida 2kV/div. Escala horizontal: 0,2 μ s/div.....	168
Figura 7.16	Pulso de corrente do circuito modulador (saída do secundário do transformador de pulsos). Escala vertical 2A/div. Escala horizontal: 0,2 μ s/div.....	169
Figura 7.17	PFN tipo-E acoplada ao transformador de pulsos.....	170
Figura 7.18	Pulso de tensão de saída no circuito secundário do transformador de pulsos (PFN tipo-E acoplada ao transformador).....	170
Figura 7.19	Eficiência do transformador de pulsos com relação a permeabilidade magnética efetiva do material FeSi (GO).....	172
Figura 7.20	Eficiência do transformador de pulsos com relação a espessura da lâmina do material FeSi (GO).....	173
Figura 7.21	Forma do pulso com a presença da resistência de perda R_e	173

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Motivada com o objetivo de construir radares de alta potência e, posteriormente, com a finalidade de desenvolver aceleradores lineares de elétrons (Linac – *Linear Accelerator*), a tecnologia de microondas teve o seu início em Birmingham, na Inglaterra, em 1939. Entre os principais dispositivos ativos de microondas de potência, pode-se mencionar: para a geração, os refletores *klystrons* e as válvulas *magnetrons* e, para a amplificação, as válvulas TWT (*Traveling-Wave Tube*) e os amplificadores *klystrons*. O primeiro amplificador *klystron* foi desenvolvido por Chodorow em Stanford no ano de 1953 [1]. Naquela ocasião, um arranjo de aproximadamente 200 *klystrons* de 2 MW foi utilizado para obter a aceleração de um feixe de elétrons até energias da ordem de MeV. Este projeto ficou conhecido como o acelerador de duas milhas (*Two Miles Accelerator*) e a sua principal finalidade era a indução de reações nucleares em alvos físséis para investigar e determinar seções de choque de espalhamento.

Em meados de 1998, iniciou-se um projeto de pesquisa nas instalações do Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo (CTMSP) – Laboratório de Microondas de Potência (LMP) – visando obter o domínio da tecnologia para a construção de válvulas do tipo TWT. Embora a TWT tenha sido concebida nos anos 50, ainda realizam-se intensas investigações para o desenvolvimento de novos modelos em vista do aumento de sua eficiência e largura de banda. Em particular, a NASA em conjunto com a Hughes, vêm desenvolvendo válvulas TWT para a operação na frequência de 80 GHz com o objetivo de amplificar sinais via satélite com canais de grande capacidade [2]-[6].

A partir de 2002, iniciou-se uma investigação visando a operação de uma válvula *magnetron* modelo TV-1546 com impedância de 1,5 k Ω e frequência de operação entre 5,4 e 5,8 GHz. Entretanto, para que este tipo de *magnetron* opere satisfatoriamente, é necessário aplicar ao seu catodo um “trem” de pulsos retangulares com amplitude de pico da ordem de 25 kV, largura de pulso τ entre 0,2 e 2,5 μ s com potência elétrica de pico de 250 kW. Ademais, deve-se fornecer à *magnetron* uma corrente elétrica d-c de 9 A para aquecer o seu filamento e, conseqüentemente, extrair elétrons do catodo termoiônico.

Um problema de considerável complexidade tecnológica é exatamente este, ou seja:

produzir sucessivos pulsos retangulares de alta tensão, com duração típica de microsegundos (μs), taxa de repetição da ordem de kHz, potência elétrica de pico em torno de kW e isolamento elétrico de dezenas de kV. Problemas desse tipo são abrangidos na área de engenharia elétrica e o dispositivo capaz de fornecer à válvula *magnetron* as condições necessárias de operação é denominado modulador pulsado (*pulsed modulator*), também conhecido como gerador de pulsos ou simplesmente modulador. Desta forma, pode-se dizer que o objetivo deste trabalho foi projetar, construir e caracterizar um modulador pulsado para possibilitar a satisfatória operação de uma válvula *magnetron* de potência (modelo TV-1586).

O projeto de um modulador pulsado é baseado nas características de operação da válvula de microondas de potência (carga), bem como na consideração dos seguintes parâmetros de projeto: o tempo de duração do pulso (largura do pulso – τ), a taxa de repetição dos pulsos (frequência de recorrência dos pulsos – f_r), o ciclo de trabalho (*duty cycle* – D), o qual é determinado pelo produto entre a largura τ do pulso e a frequência f_r , a potência elétrica de pico – P_{pico} (produto entre a amplitude de pico dos pulsos de tensão e de corrente), a potência média – $P_{média}$, que depende diretamente da potência de pico P_{pico} , da largura τ do pulso e da frequência de recorrência dos pulsos e, finalmente, a impedância da linha formadora de pulsos (PFN) Z_{PFN} , a qual deve estar “casada” com a impedância da carga R_L (puramente resistiva) para que a mesma (carga) opere de maneira satisfatória [7].

Basicamente, existem duas categorias de moduladores. A primeira, conhecida como *hard-tube pulsers*, utiliza apenas um capacitor como elemento armazenador de energia. Nesta categoria, somente parte da energia elétrica armazenada no capacitor é descarregada sobre a carga (*magnetron*) durante o pulso de tensão. A segunda categoria é referida como *line-type pulsers* em razão do dispositivo armazenador de energia ser uma linha de transmissão artificial constituída por um conjunto de indutores e capacitores conectados em diversas configurações (redes *LC* de Guillemin tipos-A, B, C, D e E). Nesta categoria, toda a energia elétrica armazenada nos capacitores é descarregada sobre a carga durante o pulso. Neste caso, a linha de transmissão artificial comporta-se tanto como uma fonte de energia para o pulso, quanto como um elemento formador de pulsos, sendo normalmente conhecida como linha formadora de pulsos (*pulse-forming network*) (PFN). Existem essencialmente duas classes de PFN. Na primeira, referida como “*current-fed networks*” – linha alimentada por corrente, a energia para o pulso é armazenada em um

campo magnético e determinada por $E=\frac{1}{2}LI^2$. Na segunda, conhecida como “*voltage-fed networks*” – linha alimentada por tensão, a energia para o pulso é armazenada em um campo eletrostático, sendo expressa por $E=\frac{1}{2}CV^2$. Nos moduladores alimentados por tensão, em razão da energia armazenada na PFN ser totalmente descarregada sobre a carga, o sistema de chaveamento do circuito modulador deve suportar alta corrente e ter baixa resistência elétrica. Em virtude destas particularidades, normalmente utiliza-se como elemento de comutação válvulas preenchidas com gás (válvula *thyatron* de hidrogênio), ao invés de válvulas à vácuo. Por exemplo, uma válvula a vácuo com potência elétrica de 60 W e corrente máxima de 15 A apresenta uma resistência elétrica para o circuito (modulador) em torno de 100 Ω . Por outro lado, *thyatrons* de mesma potência são capazes de conduzir correntes da ordem de 300 A, apresentando resistência elétrica de apenas 1 Ω para o circuito [7]-[8]. Embora não exista uma regra básica para definir o tipo de modulador a ser utilizado na operação de uma válvula de microondas de potência, apresenta-se na TAB. 1 algumas vantagens e desvantagens oferecidas por ambos pulsadores (*hard-tube pulsers* e *line-type pulsers*) [7]-[9]. Em particular, neste trabalho de mestrado desenvolveu-se um circuito modulador pulsado *line-type*.

TABELA 1 – Comparação entre um *hard tube-pulsar* e um *line-type pulser*.

Características	<i>Hard tube-pulsar</i>	<i>Line-type pulser</i>
Eficiência	Baixa. Perde potência no sistema de chaveamento	Alta. Principalmente quando a potência do pulso de saída é elevada
Casamento de impedâncias	Permite uma ampla faixa de descasamento	Estreita faixa de descasamento. O casamento de impedâncias é realizado utilizando um transformador de pulsos
Forma do pulso	Muito boa para pulsos retangulares	A forma do pulso é distorcida através do transformador de pulsos
Fonte de alta tensão	Necessita de uma fonte que forneça maior tensão elétrica para o circuito	Exige uma fonte de alta tensão menor quando utiliza um reator para o carregamento de energia na PFN

Fonte – GLASOE, G. N.; LEBACQZ, J. V., 1948.

O funcionamento de um circuito modulador pulsado é realizado por meio de um conjunto de componentes interligados, o qual cada um (componente), apesar de exercer

função específica, dependem entre si para oferecer uma satisfatória operação da válvula de microondas de potência. Basicamente, o modulador é composto por uma fonte de alta tensão d-c V_{dc} para a alimentação do circuito, por um reator de carregamento ressonante série L_C para carregar a PFN, por um diodo de bloqueio D_C para manter a PFN carregada até o instante de disparo da *thyatron*, pela própria PFN, que tem como função armazenar a energia necessária para formar os pulsos de tensão, por um sistema de chaveamento (válvula *thyatron*) para efetuar o processo de carga e descarga de energia entre a PFN e o circuito primário do transformador de pulsos e, finalmente, pelo próprio transformador de pulsos. Este transformador tem como função ajustar os níveis de tensão e de impedância entre a PFN e a carga, bem como fornecer uma corrente d-c ou a-c necessária para aquecer o filamento da *magnetron* através de um enrolamento bifilar [7]-[9]. Na FIG. 1.1 apresenta-se o diagrama em blocos de um típico circuito modulador *line-type*.

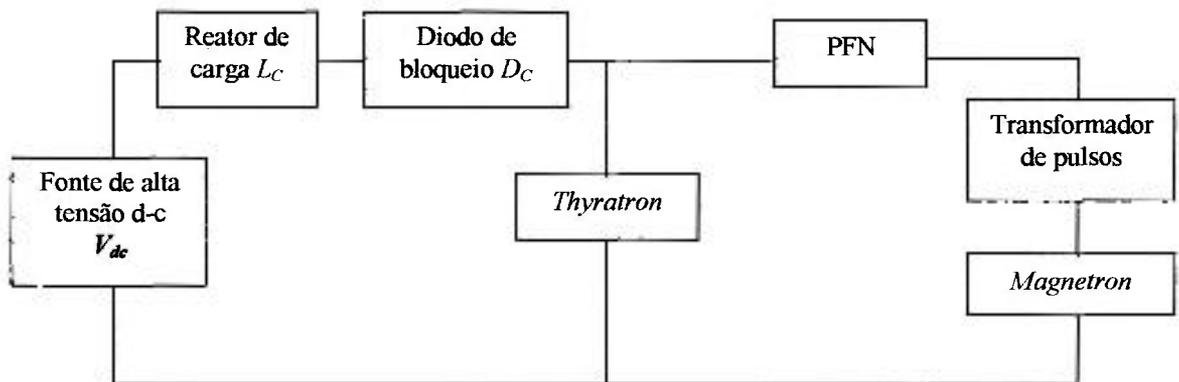


FIGURA 1.1 – Diagrama em blocos de um típico circuito modulador *line-type*.

O modulador *line-type* construído neste trabalho baseou-se nas características de operação de uma válvula *magnetron* modelo TV-1546. Para que o modulador permitisse uma satisfatória operação da *magnetron*, foi necessário projetar um transformador de pulsos com razão 1:7 (14 espiras no primário e 108 espiras no secundário) para realizar o casamento de impedâncias e ajustar os níveis de tensão entre a PFN e a válvula *magnetron*. Este transformador foi construído com um núcleo de material FeSi (GO) tipo-C (Hipersil®) (lâminas com espessuras da ordem de 270 μm), volume de $2,45 \times 10^{-4} \text{m}^3$ e área da seção transversal de $7,9 \times 10^{-4} \text{m}^2$. Como resultado, foi possível medir, por meio de uma ponta de prova de alta tensão, um pulso de tensão produzido no circuito secundário (onde a *magnetron* encontra-se conectada) com amplitude de 30 kV, potência de pico de 600 kW, potência média em torno de 1,2 kW, largura τ de 1 μs , tempo de subida de 100 ns, tempo

de descida de 200 ns e com decaimento da região superior (topo do pulso) de apenas 4% (ou seja, a forma do pulso não mantém-se plana em sua região superior). Os efeitos da indutância de dispersão L_L e da capacitância distribuída C_D na forma do pulso foram controlados utilizando uma configuração apropriada para o enrolamento da bobina do transformador. Este enrolamento, conhecido como tipo Lord, é composto por dois circuitos primários conectados em paralelo entre quatro circuitos secundários conectados em série. Com relação ao pulso de corrente, o qual foi monitorado com uma bobina de Rogowski, apresentou uma amplitude de pico de 20 A, tempos de subida e descida de 100 e de 200 ns, respectivamente, largura τ da ordem de 1 μ s e um decaimento de 5 %.

A excelente concordância na forma dos pulsos de tensão e de corrente descritos anteriormente foi obtida partindo-se da construção de um circuito de carregamento ressonante série d-c e de uma PFN tipo-E (rede LC de Guillemin). O circuito de carregamento foi alimentado por uma fonte de alta tensão d-c de 4,5 kV conectada em série com um reator de carga, o qual possui uma indutância de aproximadamente 1,1 H e resulta um período de carregamento de energia à PFN em torno de 350 μ s. O reator, que foi construído com um núcleo de material FeSi (GO) (lâminas com espessuras da ordem de 270 μ m), área da seção transversal de $9 \times 10^{-4} \text{m}^2$ e volume de $3,024 \times 10^{-4} \text{m}^3$, permitiu carregar a PFN com uma tensão elétrica até 9 kV. Para que o reator operasse na região linear da curva de magnetização $B-H$, garantindo com isso um satisfatório armazenamento de energia na PFN, utilizou-se um entreferro de aproximadamente 45 μ m de comprimento em série com o circuito magnético (material do núcleo).

A linha formadora de pulsos (PFN) com uma impedância de 31 Ω , armazenando uma energia de 462 mJ e operando em uma frequência de 2 kHz, foi construída utilizando quatro derivações capacitivas (quatro capacitores de mica de alta tensão com capacitância total de 11,4 nF) distribuídas em regiões específicas ao longo de um contínuo solenóide de forma tubular. O solenóide, por sua vez, foi construído com um fio de cobre (bitola 4 mm^2) enrolado em um tubo de material PVC de comprimento 0,48 m e diâmetro externo de 0,025 m (2,5 cm). Quando a válvula *thyatron* de hidrogênio entra em operação, a energia armazenada nos capacitores da PFN é transferida ao circuito primário do transformador de pulsos em forma de pulsos de tensão com duração τ da ordem de 0,7 μ s. Conseqüentemente, o transformador de pulsos com uma eficiência de 93 % transfere a energia do pulso do primário para o secundário, oferecendo desta forma uma correta e confiável operação da *magnetron* TV-1546.

Na TAB. 2, apresenta-se a especificação técnica de operação do circuito de carregamento ressonante série d-c e da linha formadora de pulsos (PFN), bem como a largura τ , o período T_r e a frequência f_r dos pulsos do modulador pulsado.

TABELA 2 – Especificação técnica de operação do circuito de carregamento ressonante e da linha formadora de pulsos (PFN).

Parâmetros	Especificação
Tensão de carregamento da PFN – V_{PFN}	9 kV
Indutância do reator de carregamento – L_C	1,1 H
Período de carregamento da PFN – T_C	350 μ s
Impedância da PFN – Z_{PFN}	31 Ω
Energia armazenada na PFN – W_{PFN}	462 mJ
Número de seções LC da PFN tipo-E	4
Capacitância total da PFN – C_{PFN}	11,4 nF
Largura do pulso da PFN – τ	0,7 μ s
Período de recorrência entre os pulsos – T_r	500 μ s
Frequência de recorrência dos pulsos – f_r	2 kHz

Na TAB. 3, encontra-se as características operacionais do modulador pulsado construído no Laboratório de Microondas de Potência (LMP - CTMSP).

TABELA 3 – Características operacionais do modulador pulsado construído no LMP.

Parâmetros	Especificação
Potência elétrica de pico de saída – P_{pico}	600 kW
Potência elétrica média de saída – $P_{média}$	1,2 kW
Largura τ do pulso de tensão de saída	1 μ s
Amplitude de pico do pulso de corrente	20 A
Amplitude de pico do pulso de tensão	30 kV
Tempo de subida dos pulsos de tensão e de corrente (10-90%) – t_r	100 ns
Tempo de descida dos pulsos de tensão e de corrente – t_f	200 ns
Decaimento do topo do pulso de corrente – D_r	5 %
Decaimento do topo do pulso de tensão – D_r	4 %

É importante ressaltar que todas as unidades utilizadas neste trabalho encontram-se no Sistema Internacional de Unidades (SI).

Este trabalho está organizado conforme descrito a seguir:

No capítulo 2 apresenta-se uma análise do circuito de carregamento ressonante da linha formadora de pulsos, as considerações práticas de projeto de um reator de carregamento, bem como o circuito de medida da indutância (bancada de testes) utilizado para auxiliar o projeto do reator.

No capítulo 3 mostra-se o desenvolvimento analítico das equações características de uma linha de transmissão ideal (cabo coaxial) e a metodologia de projeto das redes LC (PFN) tipos-A, B, C, D e E (redes equivalentes de Guillemin) utilizada na construção da linha formadora de pulsos do circuito modulador *line-type*.

No capítulo 4 apresenta-se o modelo matemático do circuito equivalente de um transformador de pulsos, o desenvolvimento analítico para obter as expressões de cálculo da indutância de dispersão L_L e da capacitância distribuída C_D , a investigação dos elementos de circuito que influenciam no comportamento do pulso de saída (pulso de tensão no circuito secundário) fornecido à válvula de microondas de potência e, por fim, as considerações de projeto e construção de um transformador de pulsos (material ferromagnético do núcleo, material de isolamento entre as camadas do primário e do secundário e o tipo de arranjo utilizado na construção dos enrolamentos).

No capítulo 5 desenvolve-se um tratamento matemático sobre a magnetização do material ferromagnético para determinar os campos E e H e, conseqüentemente, estabelecer uma expressão analítica que determine as perdas de energia magnética no material FeSi (GO).

No capítulo 6, descreve-se a técnica de medida (bobina de Rogowski) utilizada para monitorar os pulsos de corrente na válvula *magnetron* de potência.

No capítulo 7, apresenta-se os resultados teóricos e experimentais obtidos no desenvolvimento do circuito modulador *line-type*.

Finalmente, no capítulo 8, descreve-se as conclusões finais e sugestões, seguido das referências bibliográficas utilizadas no decorrer do projeto e da construção do circuito modulador pulsado.

CAPÍTULO 2 – PROJETO DO REATOR DE CARREGAMENTO RESSONANTE SÉRIE D-C DO CIRCUITO MODULADOR *LINE-TYPE*

2.1 Introdução

O reator de carregamento ressonante é um componente fundamental do circuito modulador *line-type*. Suas principais funções são [7]:

- carregar a linha formadora de pulsos (PFN) durante o intervalo entre os pulsos de tensão; e
- produzir isolamento elétrico d-c entre a fonte de alta tensão e a válvula *thyatron* durante a descarga de energia da PFN no primário do transformador de pulsos.

Para que o reator de carregamento forneça energia à PFN, é necessário utilizar um circuito de carregamento ressonante. Este circuito é composto por uma fonte de alta tensão d-c (da ordem de kV), pelo reator de carregamento, por um diodo de bloqueio e pela PFN. Para analisar o referido circuito, a PFN pode ser representada apenas pela sua capacitância total, uma vez que a sua indutância torna-se desprezível quando comparada com a indutância do reator [7]-[8]. Nestas condições, pode-se dizer que a correta operação do circuito modulador e, conseqüentemente, da válvula *magnetron* de potência, dependem do desempenho do circuito de carregamento, o qual o reator é parte integrante.

Para estabelecer as condições elétricas de operação do reator, deve-se determinar a corrente elétrica necessária para o carregamento da PFN. O comportamento desta corrente corresponde à forma de onda de um circuito *LC* série ressonante. Porém, quando o diodo de bloqueio, que tem a função de manter a PFN carregada até o instante de disparo da *thyatron*, é inserido ao circuito, esta forma de onda torna-se similar à corrente de saída de um retificador de meia onda (meia senóide). Em conseqüência, esta corrente jamais será negativa devido a corrente média de carregamento ser diferente de zero. Isto implicará ao material ferromagnético do núcleo do reator ficar submetido a uma polarização d-c, além do ciclo de histerese magnética excursionar somente no primeiro quadrante da curva *B-H*. Portanto, em vista da importância deste componente

operar somente na região linear, o presente capítulo tem como objetivo analisar o circuito de carregamento ressonante, bem como descrever o procedimento de projeto de um reator de carregamento.

O capítulo está organizado conforme descrito a seguir. Na seção 2.2 apresenta-se a análise do circuito de carregamento ressonante. Na seção 2.3 encontra-se as considerações práticas de projeto de reatores de carregamento. Na seção 2.4 descreve-se a operação do circuito de medida da indutância (bancada de testes) utilizado para auxiliar o projeto do reator e mostra-se a curva $B-H$ do material FeSi (GO) do núcleo construída experimentalmente. Por fim, na seção 2.5, apresenta-se a conclusão do capítulo.

2.2 Análise do circuito de carregamento ressonante

Na FIG. 2.1, apresenta-se os componentes do circuito modulador responsáveis pelo carregamento da PFN [10]. Basicamente, o circuito pode ser representado por uma fonte de alta tensão d-c V_{dc} , por um reator de carregamento L_C , por um diodo de bloqueio D_C e pela capacitância total da PFN C_{PFN} [7]-[8].

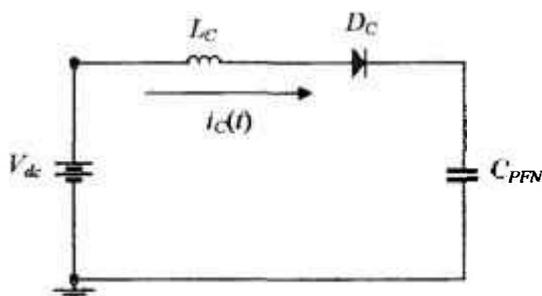


FIGURA 2.1 – Circuito elétrico utilizado para analisar o carregamento da PFN.

Analisando-se o circuito da FIG. 2.1 de acordo com a lei das tensões de Kirchhoff, é possível obter a seguinte equação de malha:

$$V_{dc} = v_{L_C}(t) + v_{C_{PFN}}(t), \quad (2.1)$$

onde $v_{L_C}(t)$ e $v_{C_{PFN}}(t)$ são as respectivas tensões elétricas no reator L_C e na capacitância total da PFN. A tensão no reator de carregamento pode ser escrita na forma:

$$v_{L_C}(t) = L_C \frac{di_C(t)}{dt}, \quad (2.2)$$

onde $i_C(t)$ é a corrente elétrica de carregamento da PFN. Por outro lado, a tensão $v_{C_{PFN}}(t)$ é representada por meio da expressão:

$$v_{C_{PFN}}(t) = \frac{I}{C_{PFN}} \int_0^t i_C(t') dt'. \quad (2.3)$$

Substituindo (2.2) e (2.3) em (2.1), tem-se:

$$V_{dc} = L_C \frac{di_C(t)}{dt} + \frac{I}{C_{PFN}} \int_0^t i_C(t') dt'. \quad (2.4)$$

Derivando-se (2.4) e, logo em seguida, dividindo o resultado dessa derivação por L_C , obtém-se:

$$\frac{d^2 i_C(t)}{dt^2} + \frac{I}{L_C C_{PFN}} i_C(t) = 0. \quad (2.5)$$

Entretanto, sabendo-se que a frequência ressonante do circuito de carregamento é

$$f_0 = \frac{I}{2\pi \sqrt{L_C C_{PFN}}}, \text{ e a frequência angular } \omega_0 = 2\pi f_0, \text{ tem-se que:}$$

$$\omega_0^2 = \frac{I}{L_C C_{PFN}}. \quad (2.6)$$

Com isso, é possível reescrever (2.5) na forma:

$$\frac{d^2 i_C(t)}{dt^2} + \omega_0^2 i_C(t) = 0. \quad (2.7)$$

A solução para a equação diferencial homogênea de segunda ordem em (2.7) é do tipo:

$$i_C(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t. \quad (2.8)$$

Supondo-se por hipótese que $i_C(t=0)=0$, isto é, não circula corrente elétrica pelo reator de carregamento no instante inicial, a constante $A=0$, tornando (2.8) na forma:

$$i_C(t) = B \text{ sen } \omega_0 t. \quad (2.9)$$

Porém, tendo em vista que na condição $i_C(t=0)=0$ os capacitores da PFN encontram-se inicialmente descarregados, $v_{C_{PFN}}(t=0) = 0$. Desta forma, (2.2) pode ser representada como:

$$v_{i_C}(t=0) = V_{dc} = L_C \left. \frac{di_C(t)}{dt} \right|_{t=0} \quad (2.10)$$

Então, substituindo (2.9) em (2.10) e, em seguida, derivando a expressão resultante desta substituição, tem-se para $t=0$ que:

$$V_{dc} = L_C \omega_0 B \cos \omega_0 t \Rightarrow B = \left(\frac{V_{dc}}{\omega_0 L_C} \right). \quad (2.11)$$

Finalmente, substituindo-se (2.11) em (2.9), é possível obter a corrente elétrica de carregamento da PFN por meio da expressão:

$$i_C(t) = V_{dc} \sqrt{\frac{C_{PFN}}{L_C}} \text{ sen} \left(\frac{t}{\sqrt{L_C C_{PFN}}} \right). \quad (2.12)$$

A forma de onda apresentada por (2.12) corresponde ao comportamento de um típico circuito LC série ressonante. Contudo, quando o diodo de bloqueio D_C é inserido ao circuito LC , a forma de onda será representada de acordo com as seguintes condições:

$$i_C(t) = \begin{cases} V_{dc} \sqrt{\frac{C_{PFN}}{L_C}} \text{ sen } \omega_0 t & 0 \leq t \leq \pi \sqrt{L_C C_{PFN}} \\ 0 & \pi \sqrt{L_C C_{PFN}} \leq t \leq 2\pi \sqrt{L_C C_{PFN}} \end{cases} \quad (2.13)$$

Portanto, pode-se observar na FIG. 2.2 que, para $t = \frac{\pi\sqrt{L_C C_{PFN}}}{2}$, a corrente de carregamento é máxima, tornando (2.12) na forma:

$$i_C\left(t = \frac{\pi\sqrt{L_C C_{PFN}}}{2}\right) = I_{Pc} = V_{dc}\sqrt{\frac{C_{PFN}}{L_C}}, \quad (2.14)$$

onde I_{Pc} é a corrente de pico de carregamento da PFN.

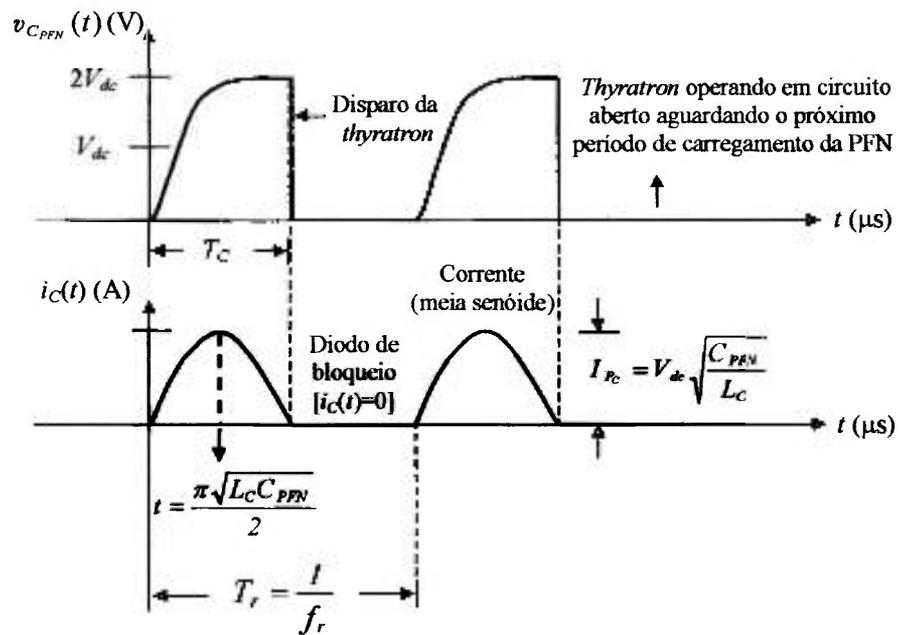


FIGURA 2.2 – Formas de onda do período de carregamento da PFN e da corrente através do reator.

Contudo, logo após este instante (pico de corrente), a corrente começa a reduzir, causando uma diminuição na energia magnética armazenada no reator de carga. Quando a corrente $i_C(t)$ no circuito de carregamento torna-se igual a zero, os capacitores da PFN encontram-se carregados com o dobro da tensão elétrica da fonte d-c. Esta condição pode ser verificada investigando a tensão elétrica na PFN. Desta forma, substituindo-se (2.12) em (2.3):

$$v_{C_{PFN}}(t) = \frac{I}{C_{PFN}} \int_0^t V_{dc} \sqrt{\frac{C_{PFN}}{L_C}} \text{sen}(\omega_0 t') dt', \quad (2.15)$$

e, logo em seguida, integrando (2.15), é possível verificar que:

$$v_{C_{PFN}}(t) = V_{dc}(1 - \cos \omega_0 t) \quad \text{para} \quad 0 \leq t \leq \pi \sqrt{L_C C_{PFN}}, \quad (2.16)$$

e

$$v_{C_{PFN}}(t) = 2V_{dc} \quad \text{para} \quad \pi \sqrt{L_C C_{PFN}} \leq t \leq 2\pi \sqrt{L_C C_{PFN}}. \quad (2.17)$$

Portanto, no tempo $t = \pi \sqrt{L_C C_{PFN}}$ em (2.17), a PFN encontra-se carregada com o dobro da tensão elétrica da fonte d-c, ou seja:

$$v_{C_{PFN}}(t = \pi \sqrt{L_C C_{PFN}}) = 2V_{dc}. \quad (2.18)$$

A partir deste instante, o diodo de bloqueio corta e esta tensão permanece armazenada na PFN até o momento de disparo da válvula *thyatron*. A propriedade deste tipo de carregamento permite utilizar uma fonte de alta tensão d-c com a metade da tensão elétrica exigida para carregar a linha formadora de pulsos (PFN).

2.2.1 Determinação das correntes elétricas média $I_{C_{dc}}$ e efetiva $I_{C_{rms}}$ do circuito de carregamento ressonante série d-c

Em razão da corrente elétrica de carregamento $i_C(t)$ ser unidirecional (FIG. 2.2), causando desta forma uma polarização d-c no material ferromagnético do núcleo do reator, é relevante determinar as expressões das correntes média (polarização d-c) e efetiva do circuito de carregamento ressonante. Desta forma, as correntes $I_{C_{dc}}$ e $I_{C_{rms}}$ podem ser obtidas, respectivamente, a partir das seguintes expressões [7]:

$$I_{C_{dc}} = \frac{1}{T_r} \int_0^{T_r/2} i_C(t) dt, \quad (2.19)$$

e

$$I_{C_{rms}}^2 = \frac{1}{T_r} \int_0^{T_r/2} [i_C(t)]^2 dt, \quad (2.20)$$

onde T_r é o período de recorrência dos pulsos ($T_r = 1/f_r$). Nestas condições, para encontrar as correntes $I_{C_{dc}}$ e $I_{C_{rms}}$, é necessário substituir (2.12) em (2.19) e em (2.20), respectivamente.

Como resultado, a corrente elétrica média $I_{C_{dc}}$ será do tipo:

$$I_{C_{\text{eff}}} = \frac{2V_{dc}}{\pi} \left(\sqrt{\frac{C_{PFN}}{L_C}} \right), \quad (2.21)$$

e, a corrente elétrica efetiva $I_{C_{\text{ms}}}$ da forma:

$$I_{C_{\text{ms}}}^2 = \frac{I}{2} \left(\frac{V_{dc}}{\sqrt{L_C / C_{PFN}}} \right)^2. \quad (2.22)$$

2.3 Considerações práticas de projeto e construção de reatores de carregamento

Tendo em vista que o reator é submetido a uma polarização d-c no instante de carregamento devido a corrente média ser diferente de zero, deve-se ter cuidado no projeto deste componente do modulador. Isto implica que o reator, necessariamente, deve trabalhar na região linear da curva B - H , garantindo desta forma um valor constante para a sua indutância. Ou seja, quando o reator é submetido à corrente elétrica de excitação (corrente de carregamento), a intensidade de campo magnético H , a qual é constituída por uma componente H_{dc} (relativa a corrente média), e por uma componente H_{ac} (referente a corrente efetiva), induz uma densidade de fluxo magnético B no material, também composta por duas componentes (B_{dc} e B_{ac}). Com isso, dependendo das condições operacionais em que o reator é submetido, é possível que o material opere na região de saturação devido a referida polarização d-c (corrente média). Esta condição é indesejável em razão da indutância sofrer variações no período de carregamento da PFN, o que torna fundamental a operação do reator (material do núcleo) na região linear da curva B - H (indutância constante). Diante disso, sabendo-se que a indutância L é definida por meio da relação entre o fluxo magnético ϕ_m e a intensidade de corrente elétrica i :

$$L = \frac{d\phi_m}{di_m}, \quad (2.23)$$

onde $\phi_m = BA$ (para o caso particular onde B é uniforme e perpendicular à superfície da área A da seção transversal do núcleo), é possível garantir a condição de linearidade na operação do reator mantendo-se constante a relação $d\phi_m/di_m$ expressa em (2.23). Ou seja, o fluxo magnético deve variar linearmente em função da corrente elétrica de excitação.

Uma técnica normalmente utilizada para garantir linearidade na operação do reator de carregamento é a utilização de um entreferro (*airgap*) em série com o circuito magnético (material) (FIG. 2.3). O entreferro permite que o material do núcleo trabalhe em uma maior extensão da região linear da curva $B-H$, tornando possível uma satisfatória operação do reator no instante de carregamento da PFN [7].

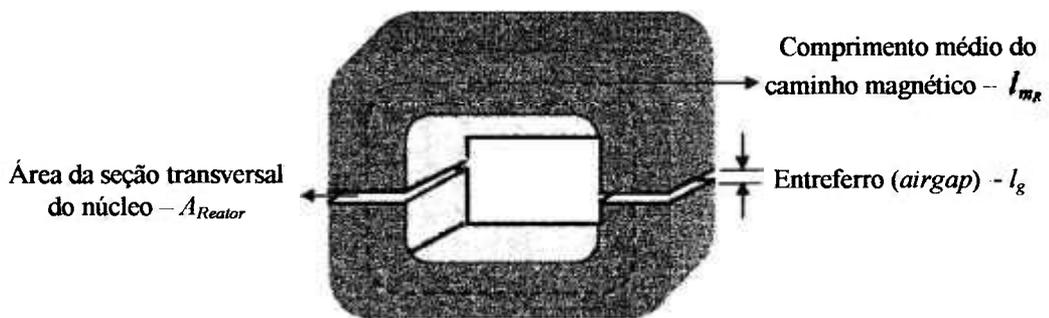


FIGURA 2.3 – Quantidades geométricas de um núcleo tipo-C com um entreferro.

2.4 Operação do circuito de medida da indutância do reator de carregamento

Para auxiliar o projeto do reator de carregamento, construiu-se um circuito de medida da indutância (bancada de testes) (FIG. 2.4) com o objetivo de verificar, por meio da curva de magnetização $B-H$, o comportamento do material FeSi (GO) utilizado no núcleo do reator. Como resultado, esta curva permitiu identificar em que região (região linear ou região de saturação) o material trabalhou quando submetido a uma corrente elétrica d-c de aproximadamente 100 mA e uma tensão elétrica de 220 V_{ac}/60 Hz.

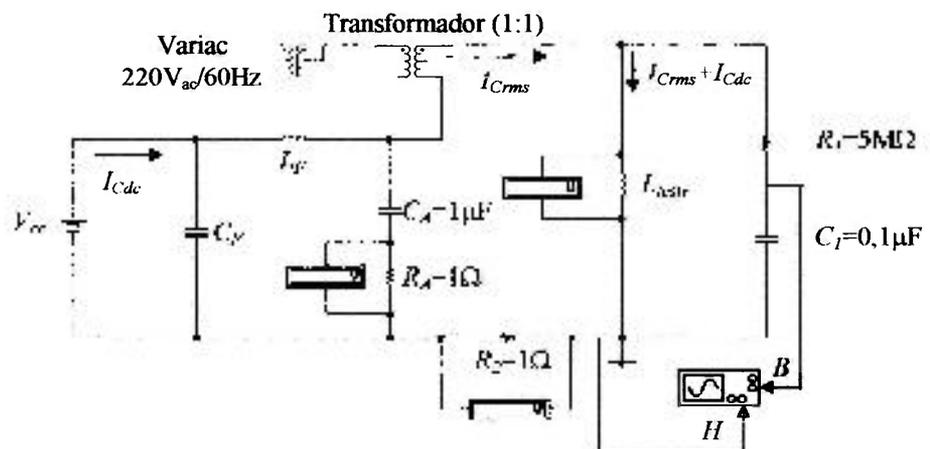


FIGURA 2.4 – Circuito de medida da indutância utilizado no projeto do reator.

No circuito da FIG. 2.4, o nível de tensão elétrica da rede (220V_{ac}/60Hz) é controlado por meio de um variac que se encontra conectado ao transformador (1:1). Este

transformador, o qual tem a função de isolar o circuito de medida da rede elétrica, é ligado ao reator L_{teste} e ao capacitor C_A , utilizado para desacoplar as correntes I_{Cdc} e I_{Cms} , referentes, respectivamente, as correntes média e efetiva de carregamento da PFN. A fonte de tensão V_{cc} fornece corrente d-c para simular a corrente média (polarização d-c do material FeSi (GO) do núcleo), possibilitando desta forma investigar em qual região da curva $B-H$ (linear ou saturação) o material está operando. As extremidades do reator estão conectadas a um circuito integrador (resistor R_1 de 5 M Ω e capacitor C_1 de 0,1 μ F), o qual fornece a medida da densidade de fluxo magnético B . Por outro lado, a medida da intensidade de campo magnético H é obtida por meio do resistor R_2 de 1 Ω . Os multímetros (voltímetros), que se encontram entre os terminais do reator e dos resistores R_2 e R_4 fornecem, respectivamente, o valor da tensão elétrica controlada através do variac, a intensidade da corrente elétrica efetiva I_{Cms} e a intensidade da corrente d-c I_{Cdc} que o reator está sendo submetido. Como resultado, é possível observar o comportamento magnético do material utilizando um osciloscópio e, com isso, identificar a região de trabalho do reator. Portanto, conhecendo-se a área da seção transversal do núcleo A_{Reator} (A_R), o número de espiras N_R da bobina, o comprimento médio da espira l_e e o período de carregamento de energia na PFN ($T_C = \pi\sqrt{L_C C_{PFN}}$), o qual pode ser medido experimentalmente com a operação do modulador, é possível determinar a permeabilidade magnética efetiva μ_e do material por meio da expressão [7]:

$$L_C = \left(\frac{\mu_0 \mu_e N_R^2 A_R}{l_e} \right), \quad (2.24)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética do espaço livre (ar) ($\mu_0=12,56 \times 10^{-7}$ H/m). Por outro lado, quando o circuito magnético possui um entreferro (*airgap*), é necessário considerar o seu comprimento. Então, partindo-se da expressão [7]:

$$\mu_e = \left(\frac{\mu_{Fe}}{1 + \mu_{Fe} \beta} \right), \quad (2.25)$$

onde a permeabilidade magnética efetiva μ_e é determinada por (2.24) e β é dada pela relação entre o comprimento do entreferro l_g e o comprimento médio do caminho

magnético l_m , ($\beta=l_g/l_m$), pode-se encontrar a permeabilidade magnética do material μ_{Fe} de acordo com a seguinte expressão:

$$\mu_{iv} = \left(\frac{\mu_c}{1 - \mu_r \beta} \right) \quad (2.26)$$

Na FIG. 2.5 e na TAB. 4, apresentam-se, respectivamente, o resultado experimental obtido com o reator de carregamento ressonante utilizado no circuito modulador, bem como as dimensões geométricas do material FeSi (GO) do núcleo.

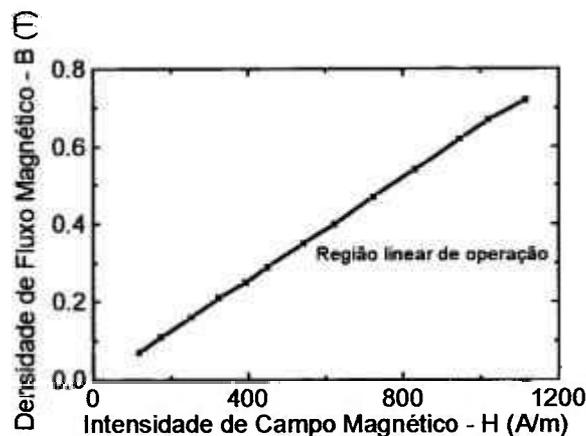


FIGURA 2.5 – Comportamento do material FeSi (GO) do reator de carregamento do modulador.

Tensão elétrica de operação: 220 V_{ac}/60Hz. Corrente d-c: \cong 100 mA.

TABELA 4 – Quantidades geométricas e dimensões físicas do núcleo do reator.

Quantidades geométricas do núcleo	Dimensões físicas
Área da seção transversal – A_{Reator}	$9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Comprimento médio do caminho magnético – l_m	0,336 m
Comprimento médio da espira – l_e	0,17 m
Volume – Vol_{Reator}	$3,024 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
Janela do núcleo	0,0722 x 0,0455 m
Espessura do núcleo	0,03 m
Largura do núcleo	0,03 m

Observando a FIG. 2.5, pode-se verificar que nas condições operacionais em que o reator de carregamento foi submetido (220 V_{ac}/60Hz e corrente d-c \cong 100 mA), o

material FeSi (GO) trabalhou na região linear da curva $B-H$, apresentando uma permeabilidade magnética efetiva $\mu_e=518$. Isto (região linear de operação) é fundamental para garantir um satisfatório carregamento de energia na PFN, pois é necessário que a indutância mantenha-se constante durante o período T_C de carregamento. Entretanto, na prática, a permeabilidade magnética efetiva medida foi de 94 ($\mu_e=94$). Nestas condições operacionais, o reator apresentou uma indutância L_C de aproximadamente 1,1 H e um período de carregamento da ordem de 350 μ s. Contudo, deve-se ressaltar que, para que o reator trabalhasse na região linear da curva $B-H$, foi necessário utilizar um entreferro de comprimento $l_g=45 \mu$ m.

2.5 Conclusão

Com base na metodologia de projeto descrita neste capítulo, conclui-se que, medindo experimentalmente o período de carregamento da PFN, é possível obter a indutância L_C do reator conhecendo-se a capacitância total da PFN. Consequentemente, a partir do valor de L_C , bem como do número de espiras da bobina e das dimensões geométricas do núcleo, pode-se determinar a permeabilidade magnética efetiva do circuito magnético por meio de (2.24).

Para auxiliar no projeto do reator, é importante construir um circuito de medida da indutância para investigar o comportamento do material por meio da curva $B-H$, a qual permite identificar a região (linear ou saturação) em que o material está trabalhando. Na prática, é necessário que o reator opere na região linear da curva $B-H$, garantindo linearidade na indutância (fluxo magnético variando linearmente em função da corrente elétrica de excitação) e, consequentemente, um satisfatório carregamento da PFN. Isto pode ser verificado por meio de experimentos, onde a forma de onda do período de carregamento do reator não apresentou distorções, respeitando desta forma a propriedade de dobrar o valor da tensão da fonte d-c ($v_{C_{PFN}}(t) = 2V_{dc}$). Nestas condições, é possível admitir que o material FeSi (GO) do núcleo do reator trabalhou na região linear da curva de magnetização $B-H$.

CAPÍTULO 3 – PROJETO E CONSTRUÇÃO DA LINHA FORMADORA DE PULSOS (*PULSE-FORMING NETWORK* – PFN) DO CIRCUITO MODULADOR *LINE-TYPE*

3.1 Introdução

A *pulse-forming network* (PFN) é uma linha de transmissão artificial composta por uma combinação de indutores L_i e capacitores C_j (seções $L_i C_j$) conectados conforme diversas topologias (redes $L_i C_j$ de Guillemin tipos-A, B, C, D e E). A finalidade da PFN no circuito modulador é reproduzir o comportamento de uma linha de transmissão durante a descarga de energia. Suas principais funções são [7]:

- armazenar em seus capacitores a quantidade de energia definida em função das características de operação da válvula de microondas de potência (carga); e
- descarregar, na forma de um pulso retangular, esta energia no primário do transformador de pulsos no instante de disparo da *thyatron*, com amplitude de tensão V e largura τ (duração do pulso) bem definidas.

As válvulas de microondas de potência pulsadas operam acionadas por pulsos retangulares de alta tensão (da ordem de dezenas de kV) com duração típica de microsegundos, necessitando, desta forma, de um componente capaz de armazenar e conformar estes pulsos. Este componente poderia ser uma linha de transmissão (cabo coaxial). Contudo, em razão das características do pulso de tensão (potência de pico da ordem de kW e amplitude mínima em torno de kV, por exemplo), seria necessário utilizar uma linha de transmissão de comprimento considerável, inviabilizando o projeto do circuito modulador. Diante disso, uma possibilidade fisicamente realizável é a construção de uma linha de transmissão artificial constituída por indutores L_i e capacitores C_j , uma vez que uma linha de transmissão pode ser modelada por um conjunto infinito de indutâncias e capacitâncias distribuídas ao longo de sua extensão (FIG. 3.1) [7].

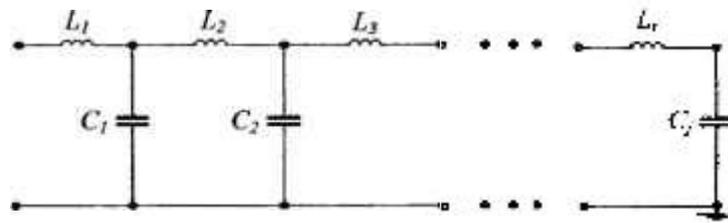


FIGURA 3.1 – Indutâncias e capacitâncias distribuídas ao longo de uma linha de transmissão.

O projeto e a construção de uma linha formadora de pulsos (PFN) capaz de simular uma linha de transmissão é um problema de síntese de circuito [11]. Do ponto de vista prático, não existe uma PFN constituída por um número finito de elementos $L_i C_j$ que represente completamente (que resulte) o comportamento de uma linha de transmissão. Este problema foi investigado por Ernest A. Guillemin do M.I.T. a partir dos anos 30, com o objetivo de sintetizar uma PFN capaz de reproduzir um pulso retangular com amplitude V e largura τ bem definidas. Guillemin verificou que os pulsos retangulares gerados por uma linha de transmissão não poderiam ser perfeitamente produzidos por meio de uma PFN; fato observado devido a ocorrência de oscilações nos tempos de subida (*overshoots*) e de descida (*undershoots*) do pulso. Notadamente, ele demonstrou matematicamente que as oscilações poderiam ser reduzidas eliminando algumas frequências de oscilação da rede utilizando a expansão da série trigonométrica de Fourier [7]. Como resultado, a solução foi utilizar as funções ímpares da série (termos em seno) de um pulso de tensão com forma de onda alternada (FIG. 3.2) para aproximar-se de um pulso retangular.

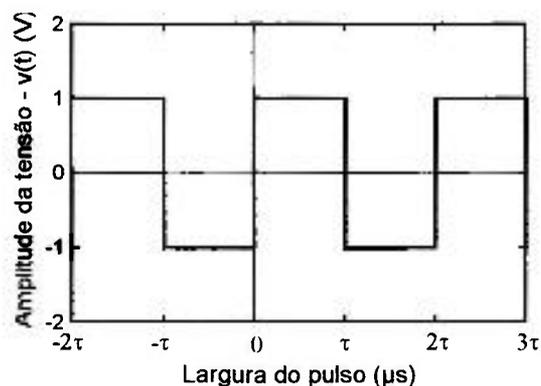


FIGURA 3.2 – Forma de onda alternada de um pulso de tensão utilizado para sintetizar uma PFN.

A forma geral (analítica) para o pulso de tensão apresentado na FIG. 3.2 é representada por meio da expressão [7]:

$$v(t) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} v_{\nu}(t) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{\nu\pi} \cdot \text{sen}\left(\frac{\nu\pi}{\tau}\right)t, \quad (3.1)$$

onde o índice $\nu = 1, 3, 5, \dots$ são os termos ímpares da série de Fourier e $v_{\nu}(t)$ representa as componentes da expansão da série de Fourier da tensão elétrica do pulso de saída da PFN. A rede $L_i C_j$ resultante da expansão de (3.1) é uma PFN composta por n seções $L_i C_j$ (indutores e capacitores) conectadas em série e dispostas em paralelo em toda a extensão da rede, onde cada termo da série representa um segmento LC (FIG. 3.3).

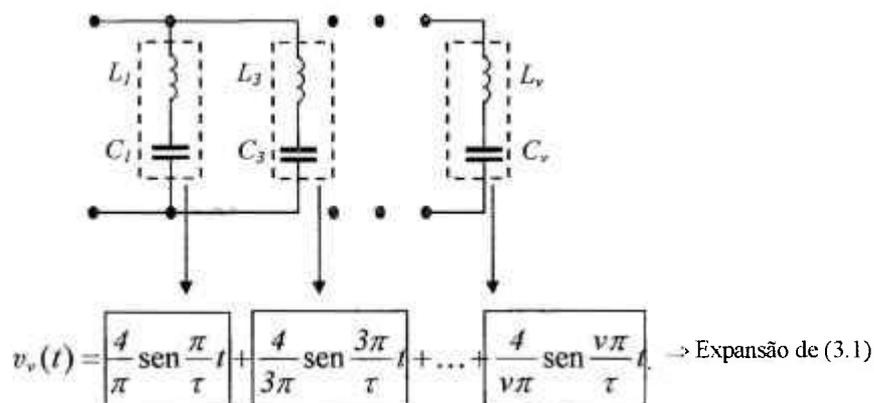


FIGURA 3.3 – PFN obtida por meio da expansão da série de Fourier: representação das frequências características de oscilação em cada seção LC .

Cada seção LC (cada termo da série de Fourier) da FIG. 3.3 possui uma frequência característica de oscilação ω_{ν} , a qual pode ser obtida de acordo com a expressão [7]:

$$\omega_{\nu} = \frac{\nu\pi}{\tau}. \quad (3.2)$$

A PFN da FIG. 3.3, conhecida como rede tipo-C de Guillemin, permite construir redes $L_i C_j$ equivalentes. Estas redes, denominadas redes equivalentes de Guillemin (tipos-A, B, C, D e E), utilizam os teoremas de Foster e de Cauer para estabelecer relações entre as funções impedância $Z(s)$ e admitância $Y(s)$ da rede que se deseja projetar. Para este projeto em particular, construiu-se uma rede tipo-E (PFN tipo-E) com capacitores iguais por seção LC conectados em regiões específicas ao longo de um contínuo solenóide.

Com o objetivo de investigar a equivalência das redes LC , bem como o comportamento dos pulsos de tensão, modelou-se matematicamente cada tipo de rede utilizando as técnicas de análise de circuitos elétricos (leis das tensões e das correntes de

Kirchhoff) e o conceito de variáveis de estado [12]. Com isso, foi possível realizar simulações computacionais com as respectivas redes utilizando o algoritmo Runge-Kutta escrito no Turbo Pascal 1.5 [13]-[14]. Portanto, o objetivo deste capítulo é apresentar a metodologia de síntese de redes LC utilizada para projetar uma PFN capaz de produzir um pulso de tensão do tipo retangular.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Na seção 3.2 apresenta-se o desenvolvimento das equações características de uma linha de transmissão. Na seção 3.3 encontra-se a metodologia de projeto de uma PFN tipo-C (teoria de Guillemin). Na seção 3.4 apresenta-se os teoremas de Foster e de Cauer utilizados para projetar as redes LC dos tipos A, B e D. Na sequência, seção 3.5, descreve-se a metodologia de projeto e construção de redes LC com capacitâncias iguais por seção (PFN tipo-D e PFN tipo-E). Finalmente, na seção 3.6, descreve-se a conclusão do capítulo.

3.2 Determinação das equações características de uma linha de transmissão

O circuito equivalente de uma seção Δz referente a uma linha de transmissão é representado na FIG. 3.4. Neste circuito, $C\Delta z$ e $G\Delta z$ são, respectivamente, a capacitância e a condutância da linha (admitância $Y\Delta z$) e, $R\Delta z$ e $L\Delta z$ são as respectivas resistência e indutância da linha (impedância $Z\Delta z$). Então, uma linha de transmissão pode ser representada como uma associação de infinitas seções de impedância série e admitância paralela (FIG. 3.4) [15].

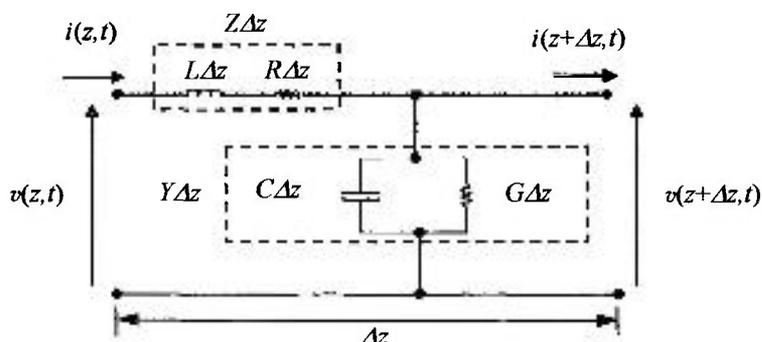


FIGURA 3.4 - Circuito equivalente de uma linha de transmissão: representação de uma seção Δz .

As equações características de uma linha de transmissão, estabelecidas por meio da tensão e da corrente, podem ser obtidas de acordo com o desenvolvimento analítico apresentado a seguir. Ou seja, aplicando-se a lei das tensões de Kirchhoff em um comprimento de linha Δz tem-se que:

$$v(z, t) = R\Delta z i(z, t) + L \frac{\partial i}{\partial t}(z, t) \Delta z + v(z + \Delta z, t), \quad (3.3)$$

a qual pode ser escrita como:

$$\frac{v(z + \Delta z, t) - v(z, t)}{\Delta z} = -Ri(z, t) - L \frac{\partial i}{\partial t}(z, t). \quad (3.4)$$

Tomando o limite de (3.4), obtém-se a tensão elétrica na linha de acordo com a expressão:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{v(z + \Delta z, t) - v(z, t)}{\Delta z} = \frac{\partial v}{\partial z}(z, t) = -Ri(z, t) - L \frac{\partial i}{\partial t}(z, t). \quad (3.5)$$

De forma análoga, é possível determinar a expressão da corrente elétrica na linha segundo a lei das correntes de Kirchhoff. Desta forma, tem-se que:

$$\frac{\partial i}{\partial z}(z, t) = -C \frac{\partial v}{\partial t}(z, t) - Gv(z, t). \quad (3.6)$$

Para a análise em questão, admitir-se-á que a linha de transmissão é sem perdas ($R=0$ e $G \rightarrow \infty$). Nestas condições, (3.5) e (3.6) tornam-se nas respectivas formas:

$$\frac{\partial v}{\partial z}(z, t) = -L \frac{\partial i}{\partial t}(z, t), \quad (3.7)$$

e

$$\frac{\partial i}{\partial z}(z, t) = -C \frac{\partial v}{\partial t}(z, t). \quad (3.8)$$

Com a finalidade de obter uma equação diferencial para a onda de tensão $v(z, t)$, diferencia-se (3.7) em relação a z e (3.8) em relação a t , originando com isso as seguintes expressões:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}(z, t) = -L \frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t}(z, t), \quad (3.9)$$

e

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t}(z, t) = -C \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(z, t). \quad (3.10)$$

Em seguida, substituindo (3.10) em (3.9), tem-se:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (3.11)$$

De forma análoga ao procedimento anterior, é possível determinar a equação diferencial da onda de corrente $i(z, t)$, o que resulta em:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}. \quad (3.12)$$

As expressões (3.11) e (3.12) descrevem o nível de excitação elétrica em qualquer ponto z e tempo t em uma linha de transmissão.

Para resolver (3.11) e (3.12), considerar-se-á que a linha de transmissão da FIG. 3.5 encontra-se inicialmente carregada com uma tensão de amplitude V_0 e, em um determinado instante $t=0$, a energia armazenada na linha é descarregada sobre uma carga puramente resistiva ($Z_L=R_L$). Ainda, assumir-se-á as seguintes condições iniciais e de contorno, respectivamente:

- condições iniciais: $v(z, t=0) = V_0$ (constante).
- condições de contorno: $i(z=0, t) = 0$ (extremidade aberta);
 $v(z=l, t) = Z_L i(z=l, t)$; e
 $Z_L=R_L$ (puramente resistiva).

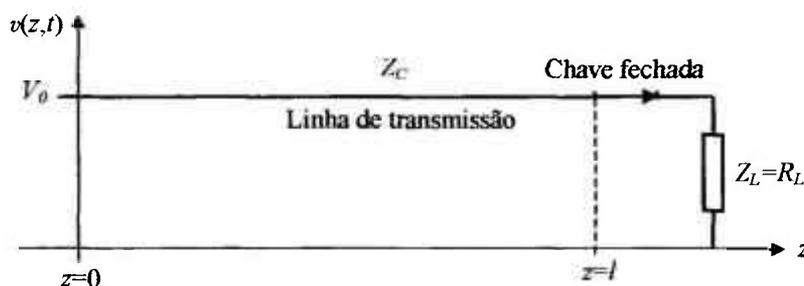


FIGURA 3.5 – Linha de transmissão inicialmente carregada com amplitude de tensão V_0 .

Desta forma, aplicando-se a transformada de Laplace \mathcal{L} em (3.7) e em (3.8), obtém-se as respectivas expressões:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial v}{\partial z}\right\} = \mathcal{L}\left\{-L\frac{\partial i}{\partial t}\right\} \Rightarrow \frac{dV(z,s)}{dz} = -L[sI(z,s) - i(z,t=0)], \quad (3.13)$$

onde $i(z, t=0)=0$, e:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial i}{\partial z}\right\} = \mathcal{L}\left\{-C\frac{\partial v}{\partial t}\right\} \Rightarrow \frac{dI(z,s)}{dz} = -C[sV(z,s) - v(z,t=0)], \quad (3.14)$$

onde $v(z, t=0)=V_0$. Então, derivando (3.13) em relação a z e substituindo a expressão (3.14) na derivada de (3.13), tem-se uma equação diferencial de segunda ordem não-homogênea do tipo:

$$\frac{d^2V}{dz^2} - s^2LCV = sLCV_0. \quad (3.15)$$

Integrando (3.15), obtém-se:

$$V(z,s) = \frac{V_0}{s} + V^+ e^{-s\sqrt{LC}z} + V^- e^{s\sqrt{LC}z}, \quad (3.16)$$

onde as constantes de integração V^+ e V^- representam, respectivamente, as amplitudes das ondas de tensão propagando-se no sentido $z>0$ (onda incidente) e $z<0$ (onda refletida) na linha de transmissão em relação a carga. Analogamente, derivando-se (3.14) em relação a z e substituindo a expressão (3.13) na derivada de (3.14), tem-se uma equação diferencial de segunda ordem homogênea:

$$\frac{d^2I}{dz^2} - s^2LCI = 0. \quad (3.17)$$

Integrando (3.17) encontra-se:

$$I(z,s) = I^+ e^{-s\sqrt{LC}z} + I^- e^{s\sqrt{LC}z}, \quad (3.18)$$

onde as constantes de integração I^+ e I^- são, respectivamente, as amplitudes das ondas de corrente propagando-se no sentido $z>0$ e $z<0$ na linha de transmissão em relação a carga. Para determinar I^+ e I^- deve-se observar que $I(z=0, s)=0$. Nestas condições, tem-se que:

$$I(z=0, s) = 0 = I^+ + I^- = 0, \quad (3.19)$$

e portanto $I^+ = -I^-$. Então, substituindo (3.19) em (3.18) e lembrando-se que, $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, onde neste caso $x = s\sqrt{LC}z$, (3.18) torna-se:

$$I(z, s) = -2I^+ \sinh(s\sqrt{LC}z). \quad (3.20)$$

Por outro lado, $V(z, s)$ relaciona-se com $I(z, s)$ através de (3.14), a qual pode ser reescrita na forma:

$$V(z, s) = \frac{V_0}{s} - \frac{1}{sC} \frac{dI}{dz}(z, s). \quad (3.21)$$

Derivando (3.20) e substituindo o resultado em (3.21), obtém-se:

$$V(z, s) = \frac{V_0}{s} + 2I^+ \sqrt{\frac{L}{C}} \cosh(s\sqrt{LC}z). \quad (3.22)$$

Entretanto, tendo em vista que também é possível expressar $V(z, s)$ de acordo com (3.16), pode-se igualar (3.22) e (3.16), ou seja:

$$2I^+ \sqrt{\frac{L}{C}} \cosh(s\sqrt{LC}z) = V^+ e^{-s\sqrt{LC}z} + V^- e^{s\sqrt{LC}z}. \quad (3.23)$$

Contudo, para que a igualdade em (3.23) seja verdadeira, V^+ e V^- devem ser, necessariamente, iguais. Esta condição torna (3.23) na forma:

$$2I^+ \sqrt{\frac{L}{C}} \cosh(s\sqrt{LC}z) = 2V^+ \cosh(s\sqrt{LC}z). \quad (3.24)$$

Portanto, a razão entre as amplitudes das ondas de tensão V^+ e de corrente I^+ é igual a impedância característica Z_C da linha de transmissão. Sendo assim, tem-se que:

$$\frac{V^+}{I^+} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_C. \quad (3.25)$$

Ainda, por meio de (3.25), é possível estabelecer as seguintes relações:

$$Z_C = \frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{I^-}, \quad (3.26)$$

$$I^+ = \frac{V^+}{Z_C}, \quad (3.27)$$

e

$$I^- = -\frac{V^-}{Z_C}. \quad (3.28)$$

Com base nestes resultados, pode-se obter a solução para $I(z,s)$ e $V(z,s)$ substituindo, respectivamente, (3.27) em (3.20) e, (3.25) em (3.20), originando com isso o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} I(z,s) = -\frac{2V^+}{Z_C} \sinh(s\sqrt{LC}z) \\ V(z,s) = \frac{V_0}{s} + 2V^+ \cosh(s\sqrt{LC}z) \end{cases} \quad (3.29)$$

Para determinar V^+ em (3.29) e, posteriormente, obter completamente $V(z,s)$ e $I(z,s)$, tem-se que para $z=l$ (sobre a carga), $I(l,s) = I_L(s)$, $V(l,s) = V_L(s)$ e $V_L(s) = Z_L I_L(s)$, onde Z_L é puramente resistiva. Então, substituindo $I_L(s)$ em $Z_L I_L(s)$ no sistema (3.29), obtém-se V^+ de acordo com a expressão:

$$V^+ = -\frac{V_0}{2s} \frac{l}{\cosh(s\sqrt{LC}l) + \frac{Z_L}{Z_C} \sinh(s\sqrt{LC}l)}. \quad (3.30)$$

Consequentemente, substituindo (3.30) na segunda expressão de (3.29), tem-se que:

$$V(z,s) = \frac{V_0}{s} \left[I \frac{\cosh(s\sqrt{LC}l)}{\cosh(s\sqrt{LC}l) + \frac{Z_L}{Z_C} \sinh(s\sqrt{LC}l)} \right] \quad (3.31)$$

De forma análoga, é possível obter $I(z,s)$ substituindo-se (3.30) na primeira expressão de (3.29), o que resulta em:

$$I(z,s) = \frac{V_0}{Z_C s} \left[\frac{\sinh(s\sqrt{LC}l)}{\cosh(s\sqrt{LC}l) + \frac{Z_L}{Z_C} \sinh(s\sqrt{LC}l)} \right] \quad (3.32)$$

As expressões (3.31) e (3.32) representam as respectivas ondas de tensão $V(z,s)$ e de corrente $I(z,s)$ no plano s , permitindo, desta forma, analisar o comportamento dos pulsos (tensão e corrente) na carga fornecidos por uma linha de transmissão. Na FIG. 3.6 apresenta-se uma linha de transmissão de comprimento l conectada a uma chave Ch e a uma carga de impedância Z_L (puramente resistiva).

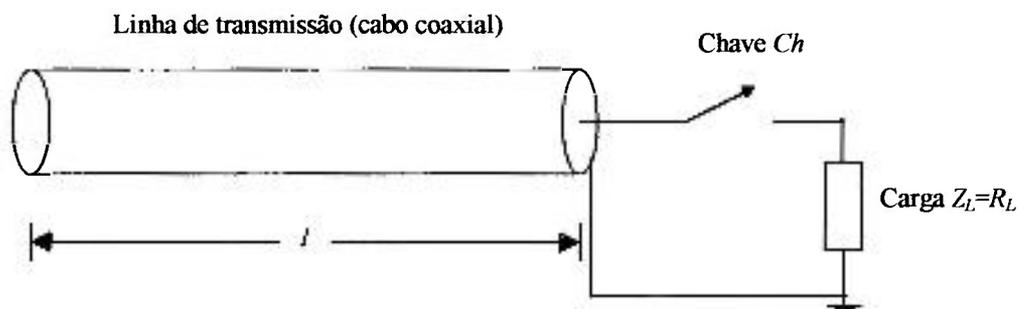


FIGURA 3.6 – Linha de transmissão para um típico pulso retangular.

Analisando o comportamento do pulso de tensão $V(z,s)$ na saída da linha de transmissão (FIG. 3.6) na situação em que $Z_L = Z_C$ (casamento de impedâncias entre a linha e a carga), tendo em vista que $z=l$, $Z_L = Z_C$, $V(l,s) = V_L(s)$, bem como utilizando-se a definição

$$\tanh x = \left(\frac{\sinh x}{\cosh x} \right) = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \right), \text{ onde neste caso } x = s\sqrt{LC}l, \text{ (3.31) torna-se:}$$

$$V(z,s) = V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left[1 - \frac{1}{1 + \tanh(s\sqrt{LCl})} \right] \quad (3.33)$$

Representando (3.33) na forma exponencial, tem-se:

$$V_L(s) = \frac{V_0}{2s} \left[1 - e^{-2s\sqrt{LCl}} \right] \quad (3.34)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace em (3.34) com base nas propriedades

$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = u(t)$ e $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} e^{-as} \right\} = u(t-a)$, obtém-se:

$$v_L(t) = \frac{V_0}{2} \left[u(t) - u(t - 2\sqrt{LCl}) \right] \quad (3.35)$$

A expressão (3.35) representa a condição em que $Z_L = Z_C$. Entretanto, é possível obter uma expressão geral para o comportamento do pulso de tensão em uma linha de transmissão para qualquer valor de Z_L ou de Z_C . Então, representando (3.31) na forma exponencial utilizando as identidades $\sinh = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ e $\cosh = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, tem-se que:

$$V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left[1 - \frac{\frac{e^{s\sqrt{LCl}} + e^{-s\sqrt{LCl}}}{2}}{\left(\frac{e^{s\sqrt{LCl}} + e^{-s\sqrt{LCl}}}{2} \right) + \frac{Z_L}{Z_C} \left(\frac{e^{s\sqrt{LCl}} - e^{-s\sqrt{LCl}}}{2} \right)} \right] \quad (3.36)$$

a qual, por meio da seguinte manipulação algébrica:

$$V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left[1 - \frac{2Z_C}{(Z_C e^{s\sqrt{LCl}} + Z_C e^{-s\sqrt{LCl}} + Z_L e^{s\sqrt{LCl}} - Z_L e^{-s\sqrt{LCl}})} \right] \rightarrow$$

$$V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left[1 - \frac{2Z_C}{(Z_L + Z_C)e^{s\sqrt{LC}l}} \frac{1}{1 - \left(\frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C}\right)e^{-2s\sqrt{LC}l}} \right] \rightarrow$$

$$V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left[1 - \frac{2Z_C}{(Z_L + Z_C)} e^{-s\sqrt{LC}l} \frac{1}{1 - \Gamma_L e^{-2s\sqrt{LC}l}} \frac{e^{s\sqrt{LC}l} + e^{-s\sqrt{LC}l}}{2} \right],$$

pode finalmente ser escrita como:

$$V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left[1 - \left(\frac{Z_C}{Z_L + Z_C}\right) e^{-s\sqrt{LC}l} \left(\frac{e^{s\sqrt{LC}l} + e^{-s\sqrt{LC}l}}{1 - \Gamma_L e^{-2s\sqrt{LC}l}} \right) \right], \quad (3.37)$$

onde $\Gamma_L = \left(\frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C}\right)$ é o coeficiente de reflexão na carga. Contudo, para $z=l$, (3.37)

torna-se:

$$V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left[1 - \frac{Z_C}{Z_L + Z_C} \frac{1 + e^{-2s\sqrt{LC}l}}{1 - \Gamma_L e^{-2s\sqrt{LC}l}} \right]. \quad (3.38)$$

Porém, tendo em vista que $\left(\frac{1}{1 - \Gamma_L e^{-2s\sqrt{LC}l}}\right) = 1 + \Gamma_L e^{-2s\sqrt{LC}l} + \Gamma_L^2 e^{-4s\sqrt{LC}l} + \Gamma_L^3 e^{-6s\sqrt{LC}l} \dots$,

é possível representar (3.38) de acordo com a expressão:

$$V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left[1 - \frac{Z_C}{Z_L + Z_C} (1 + e^{-2s\sqrt{LC}l}) (1 + \Gamma_L e^{-2s\sqrt{LC}l} + \Gamma_L^2 e^{-4s\sqrt{LC}l} + \Gamma_L^3 e^{-6s\sqrt{LC}l} \dots) \right]. \quad (3.39)$$

Denominando $T = 2\sqrt{LC}l$ e desmembrando (3.39), tem-se que:

$$V_L(s) = \frac{V_0}{s} \left(\frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} \right) - \left\{ \frac{V_0}{s} \left(\frac{Z_C}{Z_L + Z_C} \right) (1 + \Gamma_L) [e^{-Ts} + \Gamma_L e^{-2Ts} + \Gamma_L^2 e^{-3Ts} + \dots] \right\}. \quad (3.40)$$

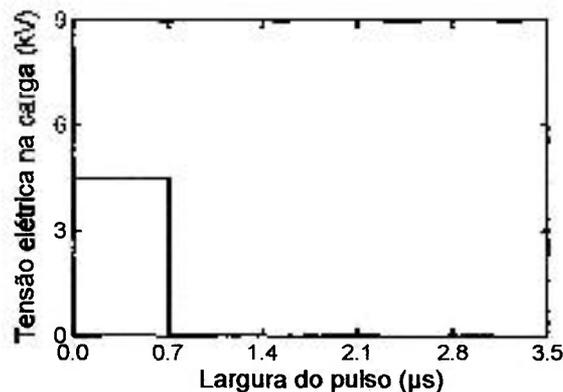
Novamente, aplicando-se as propriedades da transformada inversa de Laplace, $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = u(t)$ e $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}e^{-as}\right\} = u(t-a)$ em (3.40), obtém-se:

$$v_L(t) = \left(\frac{Z_L}{Z_L + Z_C}\right)V_0 \left[u(t) + \left(\frac{Z_C}{Z_L}\right)(1 + \Gamma_1) \sum_{n=1}^{\infty} u(t - nT) \right]. \quad (3.41)$$

A expressão (3.41) representa a forma geral do comportamento do pulso de saída de uma linha de transmissão para quaisquer valores das impedâncias Z_L ou Z_C , desde que sejam reais. Em particular, investigar-se-á o comportamento do pulso de saída de uma linha de transmissão carregada com uma tensão V_0 até 9 kV nas seguintes situações:

1. A impedância da carga Z_L é igual à impedância característica da linha Z_C ($Z_L = Z_C$).

A expressão matemática que representa o comportamento da forma do pulso de saída da FIG. 3.7a foi apresentada em (3.35).

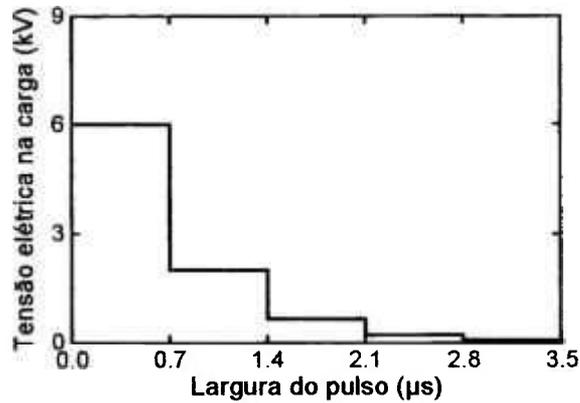


(a) $Z_L = Z_C$.

2. A impedância da carga Z_L é o dobro da impedância característica da linha Z_C ($Z_L = 2Z_C$).

A expressão (3.42) representa o comportamento da forma do pulso de saída na situação em que $Z_L = 2Z_C$ e o resultado apresenta-se na FIG. 3.7b.

$$v_L(t) = \frac{2}{3}V_0 u(t) - \frac{4}{9}V_0 \left[u(t-T) + \frac{1}{3}u(t-2T) + \frac{1}{9}u(t-3T) + \frac{1}{27}u(t-4T) + \dots \right]. \quad (3.42)$$

(b) $Z_L=2Z_C$.

3. A impedância da carga Z_L é a metade da impedância característica da linha Z_C ($Z_L=Z_C/2$).

A expressão (3.43) representa o comportamento da forma do pulso de saída na situação em que $Z_L=Z_C/2$ e o resultado apresenta-se na FIG. 3.7c.

$$v_L(t) = \frac{V_0}{6} u(t) - \frac{2}{9} V_0 \left[u(t-T) - \frac{1}{3} u(t-2T) + \frac{1}{9} u(t-3T) - \frac{1}{27} u(t-4T) + \dots \right]. \quad (3.43)$$

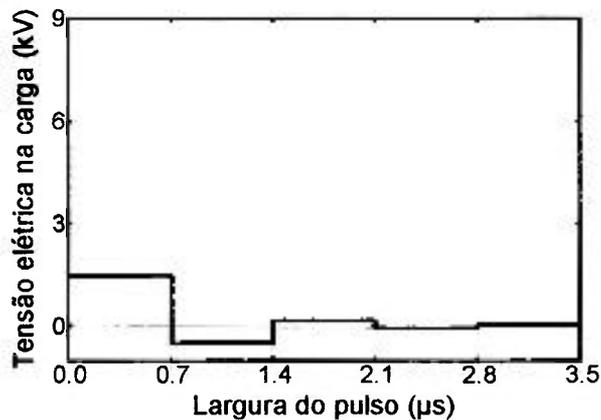
(c) $Z_L=Z_C/2$.

FIGURA 3.7 – Comportamento dos pulsos de tensão de saída em uma linha de transmissão.

Tecendo um comentário sobre as três situações analisadas, é possível verificar que, na situação 1, quando $Z_L=Z_C$, a forma do pulso de saída é tipicamente retangular. Isto significa que a carga absorveu toda a energia armazenada na linha de transmissão logo após o pulso de largura τ , caracterizando desta forma um perfeito “casamento” de impedâncias entre a linha e a carga. Por outro lado, quando $Z_L=2Z_C$ (situação 2), a energia armazenada na linha de transmissão foi absorvida pela carga durante um intervalo de tempo 5τ ($3,5 \mu\text{s}$), surgindo com

isso reflexões do pulso de tensão ao longo da linha. Esta indesejável situação caracteriza um descasamento de impedâncias entre a linha e a carga. Na situação 3 (FIG. 3.7c), quando $Z_L = Z_C/2$, a energia armazenada na linha de transmissão é novamente absorvida pela carga durante um intervalo de tempo 5τ ($3,5 \mu\text{s}$). Porém, neste caso, surgem pulsos com amplitudes positiva e negativa ao longo da linha, o que também caracteriza um típico descasamento de impedâncias.

3.3 Teoria de Guillemin para redes LC alimentadas por tensão: projeto inicial de uma linha formadora de pulsos (PFN)

Conforme mencionou-se, projetar uma PFN é um problema de síntese de circuitos. Esta conclusão foi conseqüência das investigações realizadas por Ernest A. Guillemin (anos 30) sobre a teoria de síntese de redes LC . Naquela ocasião, Guillemin demonstrou por meio da expansão da série de Fourier que as oscilações no início e no fim do pulso poderiam ser reduzidas utilizando-se somente as funções ímpares da série (termos em seno) [16]-[17]. Então, com base na FIG. 3.2 (seção 3.1), é possível verificar que (3.1) possui somente termos em seno, caracterizando desta forma uma função ímpar. Nestas condições, partindo-se da forma geral da série de Fourier de uma função $f(t)$, tem-se que:

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{v=1,2,3,\dots}^{\infty} \left[a_v \cos\left(\frac{v\pi t}{\tau}\right) + b_v \sin\left(\frac{v\pi t}{\tau}\right) \right], \quad (3.44)$$

onde os coeficientes de Fourier a_v e b_v são representados, respectivamente, por:

$$a_v = \frac{1}{\tau} \int_0^{2\tau} f(t) \cos\left(\frac{v\pi t}{\tau}\right) dt, \quad (3.45)$$

$$b_v = \frac{1}{\tau} \int_0^{2\tau} f(t) \sin\left(\frac{v\pi t}{\tau}\right) dt, \quad (3.46)$$

e, a constante A_0 é definida por meio da expressão:

$$A_0 = \frac{1}{\tau} \int_0^{2\tau} f(t) dt. \quad (3.47)$$

Desta forma, de acordo com a FIG. 3.2, o pulso de tensão apresenta uma função $f(t)$ com amplitudes positiva +1 e negativa -1. Sendo assim, é possível determinar a constante A_0 por meio de (3.47), resultando em:

$$A_0 = \frac{I}{\tau} \int_0^{\tau} I dt + \frac{I}{\tau} \int_{\tau}^{2\tau} (-I) dt = 0.$$

Utilizando (3.45) para determinar a_v , obtém-se:

$$a_v = \frac{I}{\tau} \int_0^{2\tau} \cos\left(\frac{v\pi t}{\tau}\right) dt = 0.$$

Analogamente ao cálculo de a_v , porém utilizando (3.46), o coeficiente b_v , será:

$$b_v = \frac{I}{\tau} \int_0^{2\tau} \text{sen}\left(\frac{v\pi t}{\tau}\right) dt = \frac{4}{v\pi}$$

Portanto, a função $f(t)$ para a forma de onda da FIG. 3.2, ou seja, a forma de onda da tensão $v_v(t)$, resulta-se na expressão:

$$f(t) = v_v(t) = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\frac{4}{v\pi} \text{sen}\left(\frac{v\pi}{\tau} t\right) \right]. \quad (3.48)$$

Cada termo da série em (3.48) consiste em uma forma de onda senoidal de amplitude b_v . Então, em cada seção LC da FIG. 3.8 existe uma corrente elétrica dada por:

$$i_v(t) = V_{PFN} \left(\frac{C_v}{\sqrt{L_v}} \right) \text{sen}\left(\frac{I}{\sqrt{L_v C_v}} t\right), \quad (3.49)$$

onde $i_v(t)$ é a corrente elétrica em cada seção $L_v C_v$, V_{PFN} é a tensão elétrica da rede (PFN) e, C_v e L_v são, respectivamente, a capacitância e a indutância de cada seção LC . Em razão dos componentes $L_v C_v$ estarem conectados em paralelo, a tensão elétrica é a mesma entre as extremidades de cada ramo (FIG. 3.8).

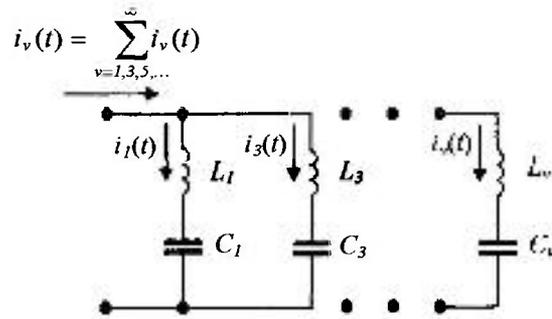


FIGURA 3.8 – Circuito representativo das componentes $i_v(t)$ em cada seção LC da PFN.

As expressões para calcular L_v e C_v em (3.49) podem ser estabelecidas por comparação com os termos da série em (3.48). Desta forma, tem-se que:

$$\sqrt{C_v} = \frac{I}{Z_{PFN}} - \frac{4}{v\pi}$$

e

$$\frac{v\pi}{\tau} = \frac{I}{\sqrt{L_v C_v}} \rightarrow \left(\frac{\tau}{v\pi} \right)^2 = L_v C_v,$$

onde Z_{PFN} é a impedância da PFN. Portanto, relacionando as combinações apresentadas, é possível estabelecer as seguintes expressões para L_v e C_v , respectivamente [7]:

$$L_v = \left(\frac{Z_{PFN} \tau}{v\pi b_v} \right)^2, \quad (3.50)$$

e

$$C_v = \left(\frac{b_v \tau}{v\pi Z_{PFN}} \right)^2. \quad (3.51)$$

Entretanto, tendo em vista que para um pulso retangular $b_v = \frac{4}{v\pi}$ [7], pode-se obter C_v e L_v para cada seção LC substituindo b_v em (3.50) e em (3.51), dando origem as expressões:

$$C_v = \left(\frac{4}{v^2 \pi^2} \right) \left(\frac{\tau}{Z_{PFN}} \right)^2, \quad (3.52)$$

e

$$L_v = \left(\frac{Z_{PFN}^2}{4} \right). \quad (3.53)$$

A PFN resultante do desenvolvimento analítico referente a série de Fourier, consiste de vários elementos LC conectados em série (seções LC ressonantes) dispostos em paralelo em toda a extensão da rede (FIG. 3.9). Este tipo de PFN, conhecida como rede tipo-C de Guillemin, é considerada imprópria para uso prático devido os diferentes valores dos capacitores, dificultando desta forma o seu processo de manufatura e a sua aquisição do fabricante [7]. Para solucionar este problema, projeta-se redes equivalentes a partir da rede tipo-C (considerada como rede auxiliar no projeto de PFN) [18]. Teoricamente, é possível sintetizar redes LC por meio de manipulações algébricas das funções impedância $Z(s)$ e admitância $Y(s)$ (teoremas de Foster e de Cauer); uma vez que as redes de mesma impedância são consideradas equivalentes [7].

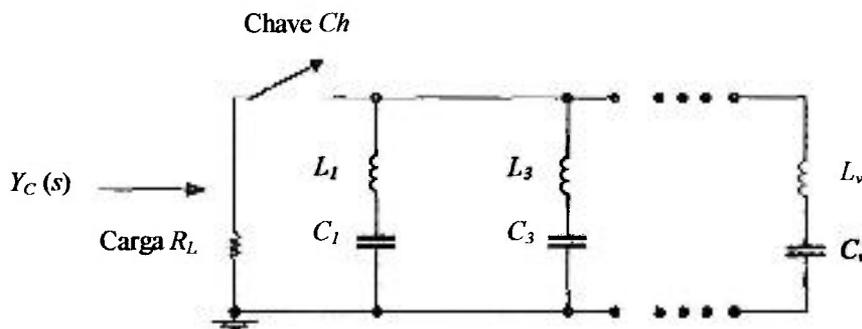


FIGURA 3.9 – PFN obtida por meio da expansão da série de Fourier (rede tipo-C de Guillemin).

3.4 Determinação da equivalência de redes LC : teoremas de Foster e de Cauer

3.4.1 Rede equivalente obtida por meio do teorema de Foster: PFN tipo-A

O teorema de Foster [19] permite escrever a função impedância $Z(s)$ de uma rede LC tipo-C (FIG. 3.9) em uma função admitância $Y(s)$ da forma:

$$Y(s) = \sum_{v=1,3,\dots}^n \frac{C_v s}{L_v C_v s^2 + 1}. \quad (3.54)$$

Para uma PFN com quatro seções LC , conforme foi construída neste trabalho, (3.54) é representada de acordo com a seguinte soma de seções LC conectadas em paralelo:

$$Y_C(s) = \frac{C_1 s}{L_1 C_1 s^2 + 1} + \frac{C_3 s}{L_3 C_3 s^2 + 1} + \frac{C_5 s}{L_5 C_5 s^2 + 1} + \frac{C_7 s}{L_7 C_7 s^2 + 1}. \quad (3.55)$$

Para encontrar a função $Z(s)$ da rede tipo-C, deve-se inverter (3.55) utilizando a forma geral:

$$Z(s) = \frac{1}{Y(s)} = \frac{\prod_{v=1,3,\dots}^n (L_v C_v s^2 + 1)}{\sum_{v=1,3,\dots}^n C_v s \prod_{\gamma=1,3,\dots}^n (L_\gamma C_\gamma s^2 + 1)}. \quad (3.56)$$

O resultado das manipulações algébricas realizadas com (3.56) é uma divisão de polinômios de ordem n , o qual depende do número de seções LC da rede. Desta forma, a função $Z_C(s)$ para uma PFN tipo-C de quatro seções LC é representada de acordo com a expressão:

$$Z_C(s) = \frac{a_8 s^8 + a_6 s^6 + a_4 s^4 + a_2 s^2 + a_0}{b_7 s^7 + b_5 s^5 + b_3 s^3 + b_1 s}, \quad (3.57)$$

onde a_n e b_n são, respectivamente, os coeficientes do numerador e do denominador de $Z_C(s)$.

Para transformar a PFN tipo-C na rede equivalente tipo-A, é necessário expandir a função $Z_C(s)$ em frações parciais [12] utilizando-se a forma geral [7]:

$$Z(s) = \frac{A_0}{s} + \sum_{v=1,4,\dots}^{2n-2} \frac{A_v s}{B_v s^2 + 1} + A_{2n} s. \quad (3.58)$$

Em particular, para uma PFN com quatro seções, a função impedância $Z_A(s)$ será do tipo:

$$Z_A(s) = A_0 \left[\frac{K_0}{s} + \frac{2K_2 s}{s^2 + \omega_2^2} + \frac{2K_4 s}{s^2 + \omega_4^2} + \frac{2K_6 s}{s^2 + \omega_6^2} + K_8 s \right], \quad (3.59)$$

onde, A_0 é uma constante, $\frac{K_0}{s}$ refere-se ao capacitor de entrada C_N de valor $\frac{1}{A_0 K_0} s$ farads, cada termo $\frac{2K_i s}{s^2 + \omega_i^2}$ representa um circuito tipo “tanque” que consiste de um capacitor C de

$\frac{I}{2A_0K_i} s$ farads conectado em paralelo com um indutor L de $\frac{2K_i}{\omega_i^2} s$ henrys, K_{is} são os resíduos da função $Z_A(s)$, os quais são obtidos utilizando-se o método da expansão em frações parciais [12] e, finalmente, A_0K_{gs} é o valor da indutância L_{2n} (indutância L_8 para uma rede com quatro seções LC) [20]. Nestas condições, é possível determinar os valores dos elementos LC da PFN tipo-A (FIG. 3.10) de acordo com a seguinte expressão:

$$Z_A(s) = \frac{I}{A_0K_g} s + \frac{\frac{I}{2A_0K_2} s}{\frac{2K_2s}{\omega_2^2}} + \frac{\frac{I}{2A_0K_4} s}{\frac{2K_4s}{\omega_4^2}} + \frac{\frac{I}{2A_0K_6} s}{\frac{2K_6s}{\omega_6^2}} + A_0K_{gs} s, \quad (3.60)$$

onde os termos $\frac{I}{2A_0K_2} s$, $\frac{I}{2A_0K_4} s$ e $\frac{I}{2A_0K_6} s$ do numerador representam, respectivamente, os valores das capacitâncias C_2 , C_4 , e C_6 e, os termos $\frac{2K_2s}{\omega_2^2}$, $\frac{2K_4s}{\omega_4^2}$ e $\frac{2K_6s}{\omega_6^2}$ do denominador são as respectivas indutâncias L_2 , L_4 e L_6 para uma PFN com quatro seções LC [20]. A PFN apresentada na FIG. 3.10 é também conhecida como rede tipo-A de Guillemin.

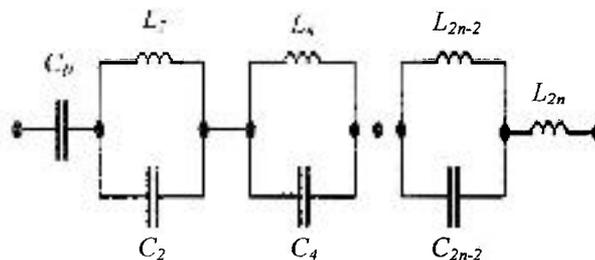


FIGURA 3.10 – PFN obtida por meio do teorema de Foster (rede tipo-A de Guillemin).

3.4.2 Rede equivalente obtida por meio do teorema de Cauer: PFN tipo-B

O teorema de Cauer permite transformar a PFN tipo-C na rede equivalente tipo-B (FIG. 3.11) [7]. Este teorema, o qual utiliza o método da expansão de frações continuadas [19]-[20] das funções impedância $Z_C(s)$ e admitância $Y_C(s)$ da rede tipo-C, conduz a um processo de divisões sucessivas (divisões polinomiais) de (3.57), permitindo com isso identificar e calcular os elementos LC da PFN tipo-B. Sua forma geral é do tipo:

$$Z = z_1 + \frac{I}{y_2 + \frac{I}{z_3 + \frac{I}{y_4 + \dots + \frac{I}{z_{n-1} + \frac{I}{y_n}}}}} \quad (3.61)$$

e a topologia da rede tipo-B é da forma:

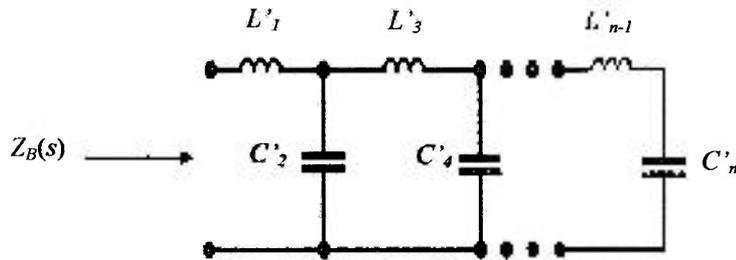


FIGURA 3.11 – PFN obtida por meio do teorema de Cauer (rede tipo-B de Guillemin).

É importante ressaltar que, o valor de L'_1 da PFN tipo-B é o mesmo de L_{2n} da PFN tipo-A; característica que identifica a equivalência entre as redes A, B e C de Guillemin [7].

3.5 Metodologia de projeto e construção de redes LC com capacitâncias iguais por seção: redes tipo-D e tipo-E de Guillemin

A rede tipo-D (FIG. 3.12) é considerada a mais importante na síntese de redes LC devido as capacitâncias serem de mesmo valor. Na prática, isto é extremamente desejável, pois facilita a aquisição dos capacitores de alta tensão do fabricante. Porém, este tipo de rede exige indutâncias negativas em série com cada capacitor para compensar os diferentes valores das capacitâncias da PFN tipo-C (rede auxiliar) [7], [21]-[22].

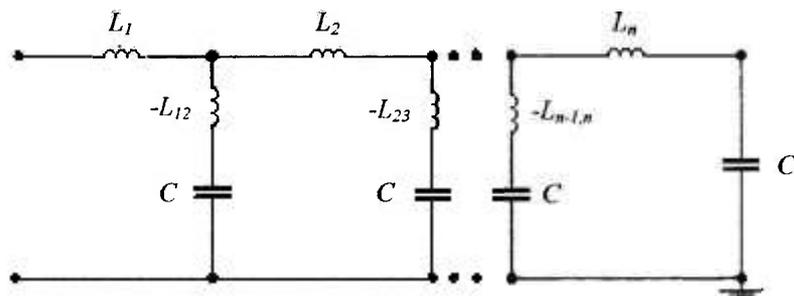


FIGURA 3.12 – PFN tipo-D: indutâncias negativas em série com os capacitores.

Os capacitores da rede tipo-D são obtidos por meio da expressão:

$$C_{\text{Tipo-D}} = \sum_{i=1}^n \frac{C_N}{n}, \quad (3.62)$$

onde n é o número de seções LC , C_N é a capacitância de entrada da rede tipo-A e $C_{\text{Tipo-D}}$ é o valor de cada capacitor que irá compor a PFN tipo-D. Por outro lado, para determinar as indutâncias ($L_1, -L_{12}, L_2, -L_{23}, L_n, \dots, -L_{n-1,n}$), é necessário seguir uma metodologia de projeto partindo-se das funções impedância e admitância dadas por (3.54) e (3.57), respectivamente [7].

3.5.1 Projeto da rede tipo-D

Com base na FIG. 3.13 representada a seguir,

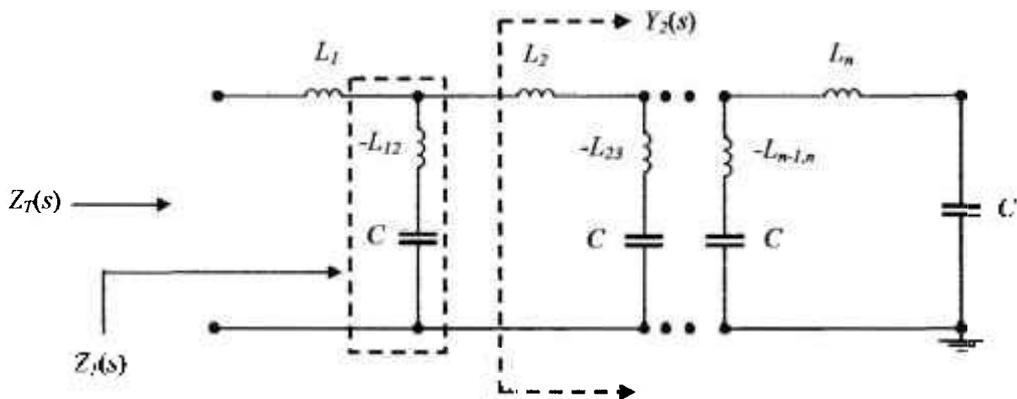


FIGURA 3.13 – PFN tipo-D com capacitâncias iguais por seção: processo de síntese.

subtrai-se a função impedância total $Z_T(s)$ da indutância de entrada sL_1 , ou seja:

$$Z_1(s) = Z_T(s) - sL_1, \quad (3.63)$$

onde a função impedância $Z_1(s)$ é estabelecida da forma:

$$Z_1(s) = sL_{12} + \frac{I}{sC} = \frac{L_{12}Cs^2 + I}{sC}, \quad (3.64)$$

e a função admitância $Y_1(s)$ é dada por:

$$Y_I(s) = \frac{I}{Z_I(s)} = \frac{sC}{L_{12}Cs^2 + I} \quad (3.65)$$

A combinação ressonante série $L_{12}C$ corresponde a um zero da função $Z_I(s)$ ou a um polo da função $Y_I(s)$. Desta forma, em vista de $Z_I(s)=0$ em (3.64), é possível estabelecer os polos de $Y_I(s)$ de acordo com a relação:

$$s = \pm \frac{I}{\sqrt{-L_{12}C}} = \pm s_I \quad (3.66)$$

Nestas condições, a função $Y_I(s)$ pode ser representada na forma:

$$Y_I(s) = \frac{a_1}{s - s_I} + \frac{a_2}{s + s_I} + Y_2(s), \quad (3.67)$$

onde $Y_2(s)$ é a função admitância residual da rede tipo-D (FIG. 3.13). Os coeficientes a_1 e a_2 (resíduos dos polos) podem ser determinados utilizando o método da expansão em frações parciais [12]. Portanto, sabendo-se que $Y_I(s)=I/Z_I(s)$ e $Z_I(s)=Z_T(s)-sL_I$, pode-se encontrar a_1 de acordo com o seguinte procedimento [7]:

$$a_1 = \lim_{s \rightarrow s_I} (s - s_I)Y_I(s) \Rightarrow a_1 = \lim_{s \rightarrow s_I} \left[\frac{s - s_I}{Z_T(s) - sL_I} \right] \Rightarrow a_1 = \frac{I}{\frac{d}{ds} [Z_T(s) - sL_I]_{s=s_I}} \quad (3.68)$$

Consequentemente, derivando (3.68), tem-se que:

$$a_1 = \frac{I}{Z'_T(s_I) - L_I} \quad (3.69)$$

Analogamente, o coeficiente a_2 é obtido de acordo com (3.68), o que resulta em:

$$a_2 = \frac{I}{Z'_T(-s_I) - L_I} \quad (3.70)$$

Desde que $Z'_T(s)$ é uma função de s^2 , $Z'_T(+s_1)=Z'_T(-s_1)$, tornando os coeficientes $a_1=a_2=a$ [7, 23]. Nestas condições, (3.67) pode ser reescrita na forma:

$$Y_1(s) = \frac{2as}{s^2 - s_1^2} + Y_2(s). \quad (3.71)$$

Tendo em vista que $s_1 = \frac{I}{\sqrt{-L_{12}C}}$ e, dividindo-se (3.65) por $L_{12}C$, é possível verificar que o termo $\frac{2as}{s^2 - s_1^2}$ em (3.71) é a própria função admitância da combinação $L_{12}C$ em (3.65).

Nestas condições, tem-se que:

$$\frac{sC}{L_{12}Cs^2 + 1} = \frac{\frac{I}{L_{12}}s}{s^2 + \frac{1}{L_{12}C}} - \frac{2as}{s^2 - s_1^2}. \quad (3.72)$$

Relacionando os numeradores e os denominadores de (3.72), é possível estabelecer duas equações para determinar os valores da raiz s_1 e da indutância L_{12} . Ou seja:

$$L_{12} = \frac{1}{2a} = \frac{Z'_T(s_1) - L_l}{2}, \quad (3.73a)$$

e

$$\frac{1}{L_{12}C} = -s_1^2, \quad (3.73b)$$

onde s_1^2 é uma raiz de $Z_T(s) - sL_l = 0$ e, conseqüentemente a indutância L_l torna-se $L_l = Z_T(s_1)/s_1$. Desta forma, a raiz s_1^2 pode ser determinada isolando L_{12} em (3.73b) e substituindo o resultado em (3.73a). Sendo assim, tem-se que:

$$\frac{1}{-s_1^2 C} = \frac{Z'_T(s_1) - L_l}{2}. \quad (3.74)$$

Em seguida, substituindo $L_l = Z_T(s_1)/s_1$ em (3.74),

$$\frac{I}{-s_l^2 C} = \frac{Z'_T(s_l) - \frac{Z_T(s)}{s_l}}{2} \quad (3.75)$$

e rearranjando os termos de (3.75), obtém-se:

$$\frac{I}{C} = \frac{-s_l^2}{2} \left[Z'_T(s_l) - \frac{Z_T(s_l)}{s_l} \right] \quad (3.76)$$

Em razão do valor de C ser conhecido por meio de (3.62), é possível determinar as raízes s_l referentes a s_l utilizando (3.76). Portanto, uma vez que as raízes foram determinadas, pode-se encontrar o valor da indutância L_{l2} de acordo com a expressão:

$$L_{l2} = \frac{I}{-Cs_l^2} = \frac{I}{2} [Z'_T(s_l) - L_l] \quad (3.77)$$

e da indutância L_l por meio da relação:

$$L_l = \frac{Z'_T(s_l)}{s_l} \quad (3.78)$$

O desenvolvimento analítico apresentado determina os valores de L_l e L_{l2} para uma PFN com duas seções LC . Contudo, acrescentando seções na rede, aumenta-se a complexidade de projeto. Por exemplo, para uma PFN de três seções LC , é necessário obter uma outra função residual do tipo $Z_2(s) = \frac{I}{Y_2(s)}$, uma vez que $Y_2(s)$ pode ser encontrado por meio de (3.67). Como resultado, as indutâncias L_2 e L_{23} são determinadas. Este processo é conduzido de acordo com o número de seções LC estabelecido no projeto da PFN, de modo que as raízes das expressões polinomiais sejam encontradas por meio de (3.76) e, conseqüentemente, suas respectivas indutâncias determinadas [7].

3.5.2 Projeto da rede tipo-E a partir da rede tipo-D

Para que a PFN tipo-D seja fisicamente realizável, é necessário transformar $L_1, -L_{12}, L_2, -L_{23}, L_3, \dots, -L_{n-1,n}$ em indutâncias mútuas devido as indutâncias negativas.

Desta forma, de acordo com a rede da FIG. 3.14, observa-se que existe uma analogia com o circuito equivalente de um transformador ideal (indutâncias L_1 , L_2 e $-L_{12}$). Esta característica é fundamental em projetos de PFN tipo-E, pois torna-se possível obter toda a indutância da rede em um contínuo solenóide [7].

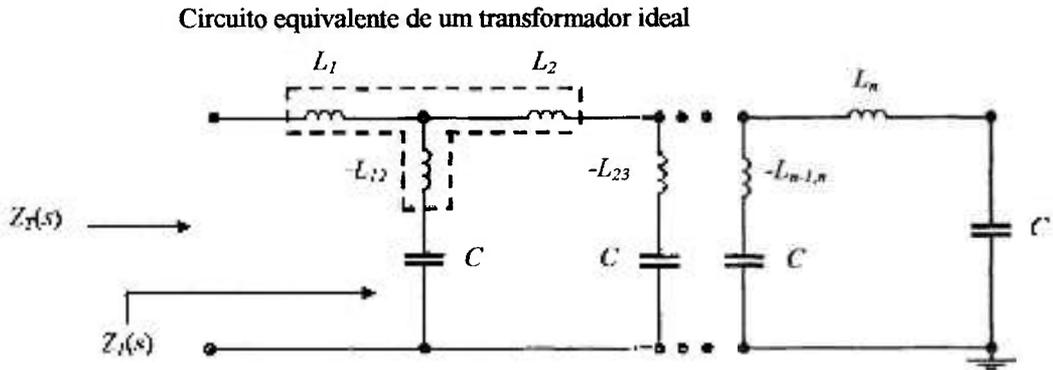


FIGURA 3.14 – PFN tipo-D: analogia com o circuito equivalente de um transformador ideal.

O procedimento algébrico para encontrar a rede LC do tipo-E (FIG. 3.16) a partir da rede tipo-D, inicia “rebatendo-se” as indutâncias negativas (em série com os capacitores) para os ramos superiores da PFN tipo-D. Com isso, é possível obter a matriz indutância L em (3.79) para um circuito magneticamente acoplado, conforme apresenta-se na FIG. 3.15.

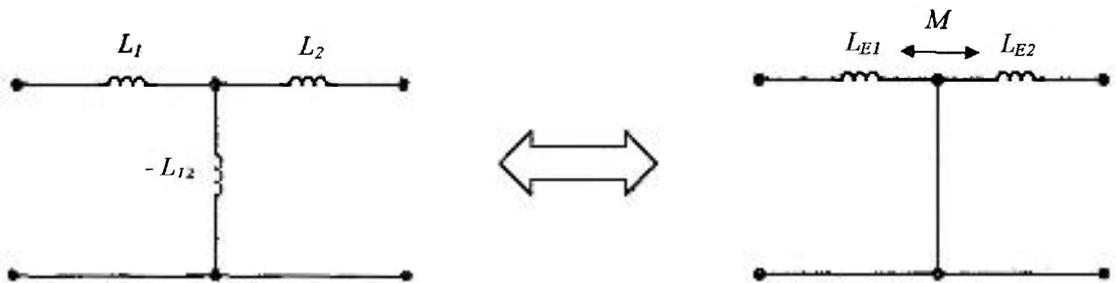


FIGURA 3.15 – Analogia utilizada para obter a rede tipo-E a partir da rede tipo-D.

$$L = \begin{bmatrix} L_{E1} & M \\ M & L_{E2} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Para construir a PFN tipo-E (FIG. 3.16) [23], é necessário substituir em (3.80) os valores das indutâncias da rede tipo-D. Em particular, no caso deste projeto, para uma rede tipo-D de quatro seções LC, tem-se que [7]:

$$\begin{aligned}
 L_1 - L_{12} &= L_{E1} \\
 L_2 - L_{12} - L_{23} &= L_{E2} \\
 L_3 - L_{23} - L_{34} &= L_{E3} \\
 L_4 - L_{34} &= L_{E4}
 \end{aligned}
 \tag{3.80}$$

onde L_{E1} , L_{E2} , L_{E3} , e L_{E4} são as indutâncias da rede tipo-E (FIG. 3.16) [7]. Por outro lado, as indutâncias mútuas M_{12} , M_{23} e M_{34} podem ser medidas na prática utilizando um LCR *meter*.

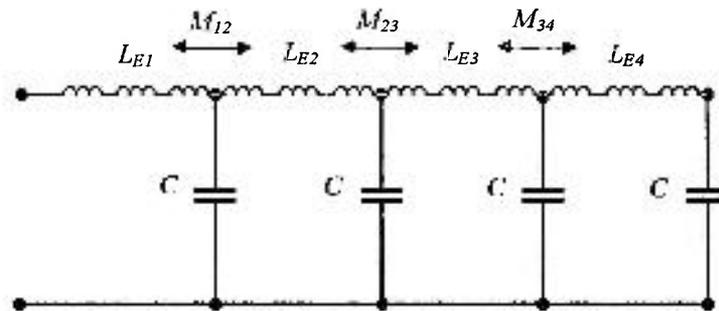


FIGURA 3.16 – PFN tipo-E do modulador: contínuo solenóide com derivações capacitivas.

3.6 Conclusão

De acordo com a metodologia de projeto de PFN apresentada (síntese de redes LC), pode-se concluir que, na prática, não existe uma PFN composta por um número finito de elementos $L_i C_j$ que represente completamente o comportamento de uma linha de transmissão. Este problema foi investigado por Guillemin, o qual concluiu que é necessário utilizar as funções ímpares da série de Fourier de um pulso alternado para reproduzir um pulso de forma retangular.

A PFN construída para o circuito modulador deve ser capaz de armazenar em seus capacitores a quantidade de energia definida em função das características de operação da válvula de microondas de potência. Em consequência, por meio do disparo da *thyatron*, descarregar, na forma de um pulso retangular, esta energia no primário do transformador de pulsos com amplitude de tensão V e largura τ bem definidas. Do ponto de vista prático, a PFN tipo-E é a rede LC que apresenta as melhores características físicas, quando comparada com as demais redes (tipos-A, B, C e D). Entre tais características pode-se citar: contínuo solenóide com derivações capacitivas, o que permite o ajuste das indutâncias, bem como os capacitores de mesmo valor, facilitando desta forma a aquisição deste componente do fabricante.

CAPÍTULO 4 – PROJETO E CONSTRUÇÃO DO TRANSFORMADOR DE PULSOS DO CIRCUITO MODULADOR *LINE-TYPE*

4.1 Introdução

A finalidade de um transformador de pulsos no circuito modulador é transferir a máxima energia da PFN para a carga (válvula de microondas de potência). As principais características de operação deste componente são:

- ajustar as amplitudes dos pulsos e os níveis de impedância entre a PFN e a carga;
- inverter a polaridade dos pulsos fornecidos à válvula de microondas de potência, caso exista necessidade; e
- permitir isolamento elétrico d-c entre a PFN e a carga [7], [24]-[25].

É desejável construir um transformador de pulsos que transfira a máxima quantidade de energia da PFN para a válvula de microondas de potência com a mínima energia armazenada na bobina e no núcleo no fim do pulso. Entretanto, em razão do transformador operar com sucessivos pulsos de alta tensão, com duração típica de microsegundos (μs) e taxa de repetição da ordem de kHz, é necessário investigar a influência de alguns elementos de circuito na forma do pulso de saída do secundário, como por exemplo: a indutância do circuito primário L_P , a indutância de dispersão L_L entre os circuitos primário e secundário, bem como a capacitância distribuída C_D nas camadas dos enrolamentos. Para isso, utiliza-se circuitos equivalentes para relacionar estes elementos com as regiões que compõe o pulso. Isto significa que, o tempo de subida do pulso é comprometido em razão da indutância de dispersão e da capacitância distribuída, ao passo que a região superior do pulso (topo do pulso) é influenciada pela indutância do primário. Com relação ao tempo de descida do pulso, pode-se dizer que é consequência do tempo de subida e do comportamento do topo do pulso. Ou seja, é necessário que o transformador de pulsos apresente um rápido tempo de subida e reduzido decaimento (*droop*) da região superior para que o pulso de saída transmitido à carga forneça a amplitude de tensão e a potência elétrica necessária para a sua operação.

Sendo assim, pode-se verificar que as principais variáveis de projeto de um transformador de pulsos é a indutância do primário L_P , a indutância de dispersão L_L e a capacitância distribuída C_D [7]. Para reduzir a influência da indutância L_L e da capacitância C_D no tempo de subida do pulso, é necessário utilizar configurações apropriadas para os enrolamentos do primário e do secundário. A configuração que apresenta o menor produto entre a indutância de dispersão e a capacitância distribuída é o enrolamento tipo Lord. Este enrolamento é constituído por dois circuitos primários conectados em paralelo entre quatro circuitos secundários conectados em série. A razão do uso desta configuração é estabelecer uma distribuição adequada de tensão no enrolamento secundário de tal forma que reduza a capacitância distribuída nas camadas dos enrolamentos, bem como a indutância de dispersão entre o primário e o secundário do transformador de pulsos [7].

No projeto de um transformador de pulsos é necessário investigar a relação de compromisso que existe entre as quantidades geométricas (dimensões físicas) do núcleo e da bobina e os parâmetros de circuito (L_P , L_L e C_D). Nestas condições, devido a indutância L_P do primário estar relacionada com a área da seção transversal do núcleo e, a indutância L_L e a capacitância C_D com o volume da bobina, é fundamental que exista um estado de equilíbrio (mínimo estado de energia) entre as energias armazenadas no núcleo e na bobina no fim do pulso de largura τ , para que a máxima quantidade de energia da PFN seja transferida à válvula de microondas de potência. Isto significa que o volume do núcleo deve ser aproximadamente igual ao volume da bobina para estabelecer a condição de equilíbrio energético entre estes dois graus de liberdade (núcleo e bobina).

O objetivo deste capítulo é apresentar expressões matemáticas e modelos de circuitos equivalentes para investigar o comportamento do pulso de saída no secundário do transformador de pulsos, bem como suas particularidades de projeto e construção.

Este capítulo encontra-se organizado da seguinte forma. Na seção 4.2 apresenta-se a análise do circuito equivalente de um típico transformador ideal. Na seção 4.3 investiga-se um modelo de circuito para um transformador de pulsos, o qual é composto das indutâncias do primário L_P e do secundário L_S , bem como dos parâmetros concentrados (indutância de dispersão L_L entre o primário e o secundário e a capacitância distribuída C_D nas camadas dos enrolamentos). Na sequência, seção 4.4, mostra-se um desenvolvimento analítico para obter as expressões utilizadas nos cálculos dos parâmetros concentrados (L_L e C_D). A modelagem matemática do circuito equivalente de um transformador de pulsos encontra-se na seção 4.5 e, a investigação dos elementos de circuito que influenciam no comportamento da forma do pulso de saída (circuito

secundário) é apresentado na seção 4.6. As considerações práticas de projeto e construção de um transformador de pulsos, bem como as exigências para a máxima transferência de energia da PFN para a válvula de microondas de potência são descritas na seção 4.7. Finalmente, na seção 4.8, apresenta-se a conclusão do capítulo.

4.2 Circuito equivalente de um transformador ideal

O circuito equivalente de um transformador ideal (FIG. 4.1) pode ser caracterizado por uma indutância mútua M e duas auto-indutâncias, representadas respectivamente por L_P (indutância do primário) e L_S (indutância do secundário). No circuito da FIG. 4.1, $v_P(t)$ e $v_S(t)$ são as respectivas tensões elétricas na entrada do circuito primário e na saída do secundário. $i_P(t)$ e $i_S(t)$ representam as correntes elétricas no primário e no secundário. N_P é o número de espiras do enrolamento primário e N_S é o número de espiras do enrolamento secundário.

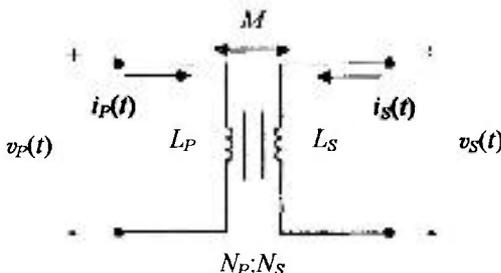


FIGURA 4.1 – Circuito elétrico equivalente de um transformador ideal.

O modelo matemático do circuito da FIG. 4.1 é obtido segundo a lei das tensões de Kirchhoff. Desta forma, é possível descrever as tensões do primário e do secundário por meio das seguintes expressões:

$$v_P(t) = L_P \frac{di_P(t)}{dt} + M \frac{di_S(t)}{dt}, \quad (4.1)$$

e

$$v_S(t) = M \frac{di_P(t)}{dt} + L_S \frac{di_S(t)}{dt}. \quad (4.2)$$

As expressões (4.1) e (4.2) podem ser escritas na forma matricial, originando com isso uma matriz indutância L [12]. Sendo assim:

$$\begin{bmatrix} v_P(t) \\ v_S(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_P & M \\ M & L_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_P(t)}{dt} \\ \frac{di_S(t)}{dt} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Um transformador é considerado ideal quando não existe dissipação de energia elétrica no núcleo e todas as linhas de fluxo magnético são acopladas do circuito primário para o circuito secundário. Com isso, é possível admitir que a potência elétrica de entrada no primário é, instantaneamente, transferida ao secundário. Matematicamente, significa que:

$$P_P(t) = P_S(t) \Rightarrow v_P(t)i_P(t) = v_S(t)i_S(t) \Rightarrow \frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{i_S(t)}{i_P(t)}, \quad (4.4)$$

onde, $P_P(t)$ e $P_S(t)$ são as potências elétricas do primário e do secundário, respectivamente. Tendo em vista que é possível relacionar as tensões e as correntes elétricas por meio de (4.4), é relevante estabelecer a relação entre as indutâncias L_P e L_S , com o número de espiras N_P e N_S partindo-se da expressão [26]:

$$L = N \frac{d\phi_m}{di}, \quad (4.5)$$

onde $N \frac{d\phi_m}{di}$ é a taxa de variação entre o fluxo magnético ϕ_m e a corrente de excitação i para uma bobina composta por N espiras. Contudo, sabendo-se que o fluxo magnético pode ser representado na forma [26]:

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dA, \quad (4.6)$$

onde $d\vec{A}$ é o diferencial de área e, assumindo-se que a densidade de fluxo magnético B é uniforme e perpendicular a uma superfície S de área da seção transversal A , (4.6) torna-se:

$$\phi_m = BA. \quad (4.7)$$

Porém, com base na relação $B = \mu H$, onde μ é a permeabilidade magnética do material ferromagnético do núcleo e H é a intensidade de campo magnético, bem como de acordo com a lei de Ampère, é possível representar H na forma:

$$\int_{\mathcal{R}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = Ni \Rightarrow H = \frac{Ni}{l}, \quad (4.8)$$

onde l é o comprimento médio da espira (representado por l_e nos cálculos teóricos para não confundir com a notação l do comprimento do enrolamento). Nestas condições, é possível encontrar uma expressão para a indutância L por meio das quantidades geométricas do núcleo do transformador relacionando (4.5), (4.7) e (4.8). Desta forma, tem-se que:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l}, \quad (4.9)$$

onde $\mu = \mu_0 \mu_e$ e μ_e é a permeabilidade magnética efetiva do material. Então, utilizando (4.9), pode-se estabelecer uma relação entre as indutâncias L_P e L_S com o número de espiras N_P e N_S , resultando em:

$$\frac{L_P}{L_S} = \frac{\frac{\mu N_P^2 A}{l}}{\frac{\mu N_S^2 A}{l}} \rightarrow \frac{L_P}{L_S} = \left(\frac{N_P}{N_S} \right)^2. \quad (4.10)$$

Nestas condições, relacionando (4.4) e (4.10), tem-se que [25]:

$$\frac{v_S}{v_P} = \frac{i_P}{i_S} = \frac{N_P}{N_S} = \sqrt{\frac{L_P}{L_S}} = a, \quad (4.11)$$

onde a é a razão de transformação entre o primário e o secundário. O motivo para estabelecer a igualdade em (4.11) é representar a relação fundamental do transformador. Ademais, é possível determinar o coeficiente de acoplamento k de acordo com a expressão:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_P L_S}}, \quad (4.12)$$

onde, em um transformador ideal (sem perdas de energia magnética), o coeficiente k é igual a 1 ($k=1$) para um perfeito acoplamento do fluxo magnético entre o circuito primário e o circuito secundário.

4.3 Circuito equivalente de um transformador de pulsos

Ao contrário do circuito elétrico apresentado para um transformador ideal (FIG. 4.1), no circuito equivalente de um transformador de pulsos (FIG. 4.2) acrescentou-se a indutância de dispersão L_L e a capacitância distribuída C_D (parâmetros concentrados) com o objetivo de simular uma condição aproximada do seu comportamento de operação. Na prática, tais parâmetros devem ser mínimos para que o transformador de pulsos transfira a máxima energia da PFN para a válvula de microondas de potência.

Tendo em vista que a indutância L_L e a capacitância C_D são determinadas por meio das quantidades geométricas do transformador de pulsos (núcleo e bobina) (FIG. 4.3), da constante dielétrica relativa ϵ_r do material de isolamento e de acordo com a permeabilidade magnética efetiva μ_e do material ferromagnético, é possível verificar uma relação de compromisso entre as dimensões geométricas do núcleo e da bobina com os parâmetros concentrados L_L e C_D [7].

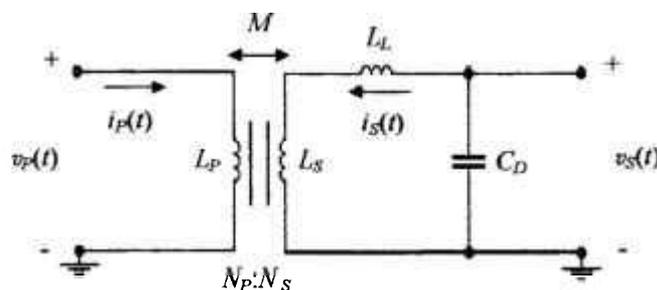
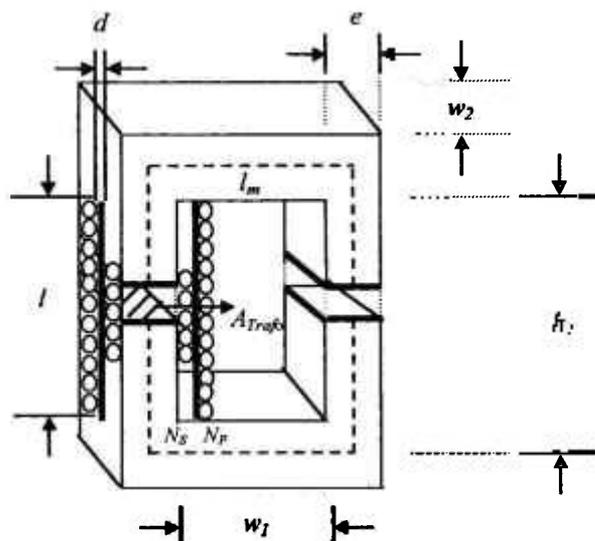


FIGURA 4.2 – Circuito elétrico equivalente de um transformador de pulsos.

Na FIG. 4.3 mostra-se um núcleo tipo-C normalmente utilizado em projetos de transformadores de pulso em razão de facilitar a construção do transformador (manuseio na montagem e desmontagem da bobina). Esta figura apresenta um núcleo composto por dois enrolamentos (primário N_P e secundário N_S) e demonstra as quantidades geométricas da bobina e do próprio núcleo. Entre estas quantidades, pode-se mencionar: a altura h_l e a

largura w_1 da janela do núcleo, a distância d entre as camadas dos enrolamentos, a espessura e e a largura w_2 do núcleo, o comprimento l do enrolamento (referido ao circuito secundário), a área da seção transversal A_{Trafo} do núcleo e, finalmente, o comprimento médio l_m do caminho magnético [7].



Onde,

$$p_{\text{médio}} = 2(e + w_2) + 4e,$$

e

$$l_m = 2(h_1 + w_1) + 4e.$$

FIGURA 4.3 – Quantidades geométricas (núcleo e bobina) utilizadas para o cálculo dos parâmetros concentrados (indutância de dispersão L_L e capacitância distribuída C_D).

4.4 Análise dos parâmetros concentrados: expressões para o cálculo da indutância de dispersão L_L e da capacitância distribuída C_D

Conforme mencionou-se, para que o transformador de pulsos forneça à válvula de microondas de potência a máxima energia armazenada na PFN, uma das principais exigências é reduzir os efeitos dos parâmetros concentrados (L_L e C_D) nos pulsos de saída do circuito secundário e, com isso, obter um rápido tempo de subida. Para isso, uma possível solução é utilizar arranjos de enrolamentos apropriados que permitam a redução dos efeitos de tais parâmetros. Entretanto, é importante ressaltar que a indutância de dispersão e a capacitância distribuída estão relacionadas com o tipo (arranjo) de enrolamento utilizado. Isto significa que, para cada tipo de arranjo existe uma indutância L_L e uma capacitância C_D relacionada com a forma do pulso. Em vista da relevância destes parâmetros no projeto de um transformador de pulsos, apresentar-se-á o desenvolvimento analítico utilizado para estabelecer as expressões que permitem calcular a indutância L_L e a capacitância C_D para uma bobina constituída por uma única camada de enrolamento tanto para o primário quanto para o secundário [7].

4.4.1 Expressão para o cálculo da indutância de dispersão L_L

Para estabelecer a expressão que quantifique o efeito da indutância de dispersão no pulso de saída de um transformador de pulsos, supor-se-á que o transformador é composto por um único enrolamento para ambos circuitos (primário e secundário) de mesmo comprimento l (FIG. 4.4). Desta forma, assumindo-se que l é muito maior do que a distância d entre as camadas de isolamento do primário e do secundário ($l \gg d$), os enrolamentos do transformador podem ser considerados como um solenóide infinito, onde praticamente toda a energia magnética armazena-se em seu interior. Ademais, considerando que os campos magnéticos H_1 e H_3 são aproximadamente iguais para os circuitos primário e secundário e, devido as correntes $i_P(t)$ (primário) e $i_S(t)$ (secundário) circularem em direções opostas, ambos os campos (H_1 e H_3) somam-se entre as camadas de isolamento dos enrolamentos (distância d), resultando desta forma no campo H_2 (FIG. 4.5). Nestas condições, é necessário investigar individualmente a distribuição de campo magnético H no primário, entre as camadas de isolamento dos enrolamentos e no secundário com o objetivo de estabelecer a expressão que determina a indutância de dispersão L_L para este arranjo de enrolamento. Para isso, utilizar-se-á a expressão que representa a energia armazenada no campo magnético e a expressão da energia armazenada devido a indutância de dispersão para estabelecer uma relação de igualdade (considerações de energia).

Na FIG. 4.4, a_P é a espessura do enrolamento do circuito primário, a_S é a espessura do enrolamento do circuito secundário, x_P é a extensão (região) da distribuição do campo magnético H_1 no interior do primário e x_S é a extensão da distribuição do campo magnético H_3 no interior do secundário [7].

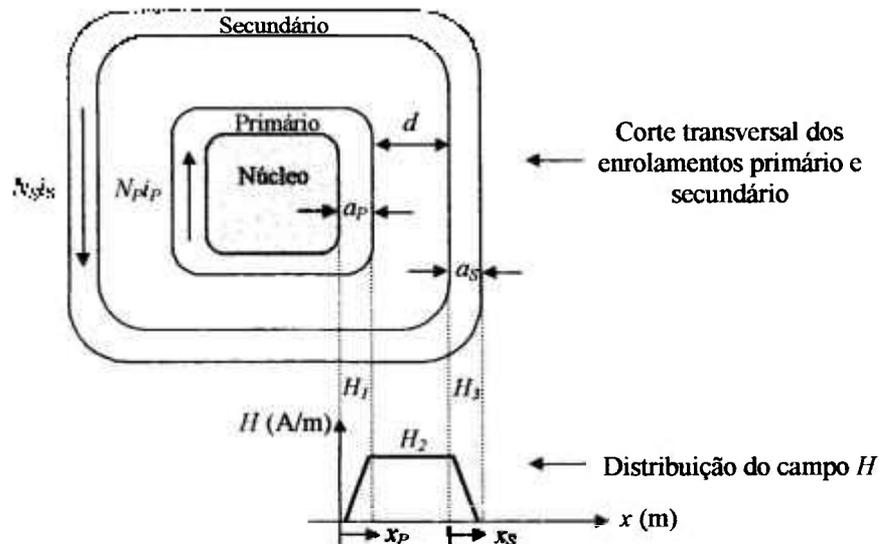


FIGURA 4.4 – Corte transversal de um núcleo composto por dois enrolamentos de mesmo comprimento l : análise da distribuição do campo magnético H .

De acordo com a FIG. 4.4, observa-se que o campo H_1 aumenta em função da extensão x_p entre as extremidades do núcleo e do enrolamento primário, o campo H_2 mantém-se constante entre a camada de isolamento do primário e do secundário (distância d) e o campo H_3 decresce em função da extensão x_s entre a camada de isolamento e a extremidade do enrolamento secundário. Externamente aos enrolamentos da bobina do transformador o campo magnético é nulo. Na FIG. 4.5 (FIG. 4.4 em vista tridimensional), apresenta-se o sentido dos campos H_1 , H_2 e H_3 (perpendiculares ao plano da folha).

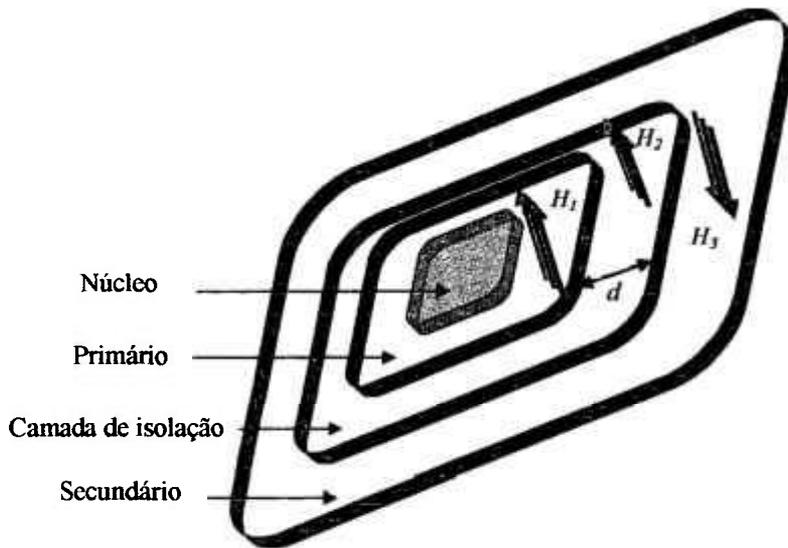


FIGURA 4.5 – Vista tridimensional do sentido do campo magnético H nos enrolamentos do primário (H_1), secundário (H_3) e entre as camadas dos enrolamentos (H_2).

Tendo em vista que os enrolamentos do transformador de pulsos foram considerados, para fins de análise, como um infinito solenóide, é possível calcular a densidade de fluxo magnético B em seu interior por meio da lei de Biot-Savart [27]-[28]. Desta forma, tem-se que:

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{l} \quad (4.13)$$

Porém, da relação $B = \mu_0 H$, (4.13) torna-se:

$$H = \frac{Ni}{l} \quad (4.14)$$

4.4.1.1 Análise do campo magnético H distribuído no circuito primário $H_1(x_P)$, entre os circuitos primário e secundário $H_2(x)$ e no circuito secundário $H_3(x_S)$

A seguir, mostra-se o desenvolvimento analítico utilizado para obter as expressões de $H_1(x_P)$, $H_2(x)$ e $H_3(x_S)$ de acordo com a distribuição do campo H apresentada na FIG. 4.4.

- **Análise do campo magnético $H_1(x_P)$ distribuído no circuito primário**

Na FIG. 4.6, apresenta-se a análise da distribuição do campo magnético $H_1(x_P)$ no interior do enrolamento primário devido a corrente elétrica I_1 que atravessa a superfície S_1 . Desta forma, é possível representar a corrente I_1 através de uma superfície S_1 de área A_1 de acordo com a expressão [27]-[28]:

$$I_1 = \int_{S_1} \vec{J}_1 \cdot \hat{n}_1 dA_1, \quad (4.15)$$

onde \vec{J}_1 é o vetor densidade de corrente elétrica no enrolamento do primário e \hat{n}_1 é o versor normal ao elemento diferencial de área dA_1 .

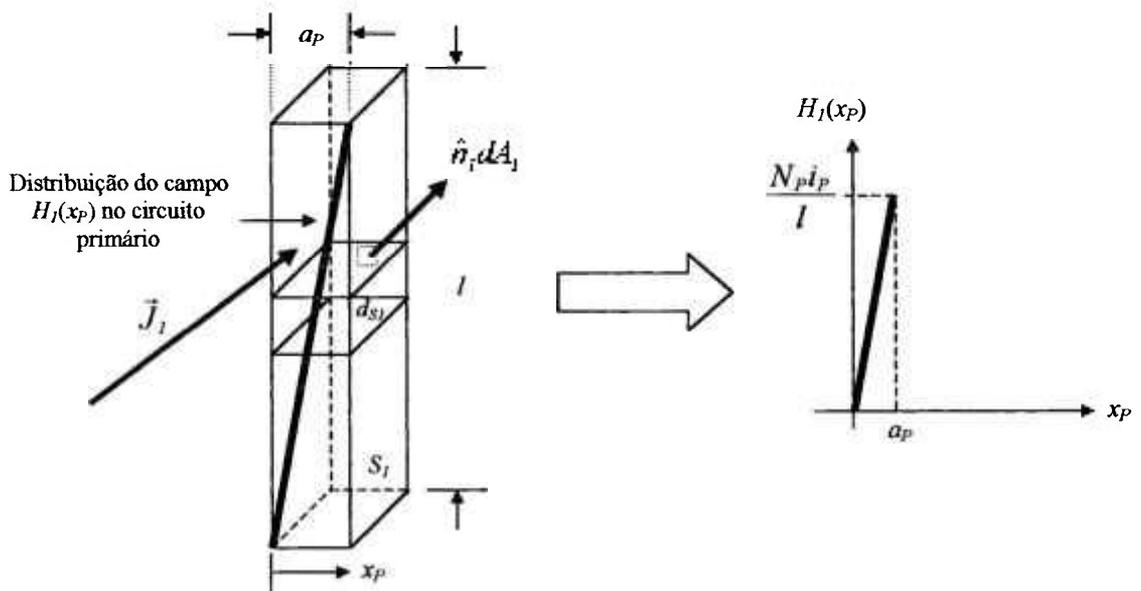


FIGURA 4.6 – Vista lateral da região interna do enrolamento primário: análise da distribuição do campo magnético $H_1(x_P)$.

Considerando-se que a corrente I_1 é a própria corrente elétrica i_p do primário, a qual distribui-se uniformemente ao longo da superfície S_1 de área A_1 , uma vez que $A_1 = a_p l$, (4.15) torna-se:

$$J_i = \frac{i_p}{a_p l} \quad (4.16)$$

Supondo-se que o circuito primário tem N_P espiras, integra-se (4.16) em relação ao comprimento l do enrolamento e a extensão x_P da distribuição do campo $H_1(x_P)$. Ou seja:

$$J_1 = \frac{N_P i_P}{a_p l} \int_0^{x_P} dx \int_0^l dy \Rightarrow J_1 = \left(\frac{N_P i_P}{a_p} \right) x_P. \quad (4.17)$$

Contudo, tendo em vista que o campo magnético H devido a uma distribuição de corrente elétrica i satisfaz a lei de Ampère, é possível estabelecer a seguinte igualdade [27]-[28]:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} d\vec{A}. \quad (4.18)$$

Desta forma, substituindo (4.17) em (4.18), tem-se que:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \left(\frac{N_P i_P}{a_p} \right) x_P. \quad (4.19)$$

Assumindo-se que a distribuição do campo magnético H é paralelo ao diferencial de comprimento $d\vec{l}$ (comprimento do solenóide), (4.19) torna-se:

$$Hl = \left(\frac{N_P i_P}{a_p} \right) x_P \Rightarrow H = \left(\frac{N_P i_P}{l} \right) \left(\frac{x_P}{a_p} \right). \quad (4.20)$$

Portanto, a expressão para cálculo do campo magnético $H_1(x_P)$ é dada por:

$$H_1(x_P) = \left(\frac{N_P i_P}{l} \right) \left(\frac{x_P}{a_p} \right), \quad \text{para } 0 \leq x_P \leq a_p. \quad (4.21)$$

- **Análise do campo magnético $H_2(x)$ entre os circuitos primário e secundário**

Na FIG. 4.7, apresenta-se a análise da distribuição do campo $H_2(x)$ entre o primário e o secundário devido as contribuições da corrente I_1 , referente a $H_1(x_P)$, e da corrente I_2 , relativa a $H_3(x_S)$.

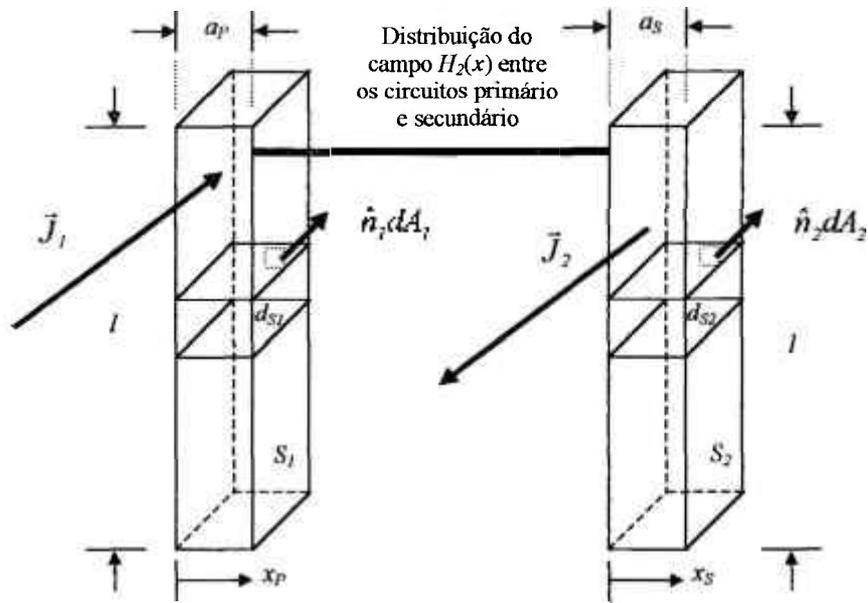


FIGURA 4.7 – Vista lateral das regiões internas dos enrolamentos do primário e do secundário: análise da distribuição do campo magnético $H_2(x)$.

A corrente elétrica total I_T em razão das componentes I_1 e I_2 é dada por [27]:

$$I_T = \int_{S_1} \vec{J}_1 \cdot \hat{n}_1 dA_1 + \int_{S_2} \vec{J}_2 \cdot \hat{n}_2 dA_2, \quad (4.22)$$

onde \vec{J}_2 é o vetor densidade de corrente elétrica do enrolamento secundário e \hat{n}_2 é o versor normal a um elemento diferencial de área dA_2 . Supondo-se que as correntes I_1 e I_2 são distribuídas uniformemente nas respectivas superfícies S_1 e S_2 e, considerando-se que I_1 é a corrente elétrica do primário e I_2 é a corrente elétrica do secundário, (4.22) torna-se:

$$I_T = I_1 + I_2 \Rightarrow J_T = J_1 A_1 + J_2 A_2 \Rightarrow J_T = \frac{i_p}{a_p l} + \frac{i_s}{a_s l}. \quad (4.23)$$

Considerando-se que o enrolamento do secundário tem N_S espiras, integra-se (4.23) em relação ao comprimento l e as espessuras a_p (primário) e a_s (secundário) em razão das distribuições dos campos $H_1(x_p)$ e $H_3(x_s)$, respectivamente. Desta forma, tem-se que:

$$J_T = \frac{N_S i_s}{a_p l a_s l} \int_0^{a_p} dx \int_0^l dy + \int_0^{a_s} dx \int_0^l dy \Rightarrow J_T = \left(\frac{N_S i_s}{a_p l a_s l} \right) l a_p l a_s \Rightarrow J_T = N_S i_s. \quad (4.24)$$

Relacionando (4.24) com a igualdade apresentada em (4.18):

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N_s i_s, \quad (4.25)$$

e, supondo-se que o campo magnético H é paralelo ao diferencial de comprimento $d\vec{l}$, é possível estabelecer a expressão para o campo magnético $H_2(x)$, ou seja:

$$H_2(x) = \left(\frac{N_s i_s}{l} \right). \quad (4.26)$$

- **Análise do campo magnético $H_3(x_S)$ distribuído no circuito secundário**

De forma análoga ao desenvolvimento apresentado para encontrar as expressões dos campos $H_1(x_P)$ e $H_2(x)$, a expressão relativa a distribuição do campo $H_3(x_S)$ baseia-se na densidade de corrente elétrica I_2 que atravessa a superfície S_2 (FIG. 4.8).

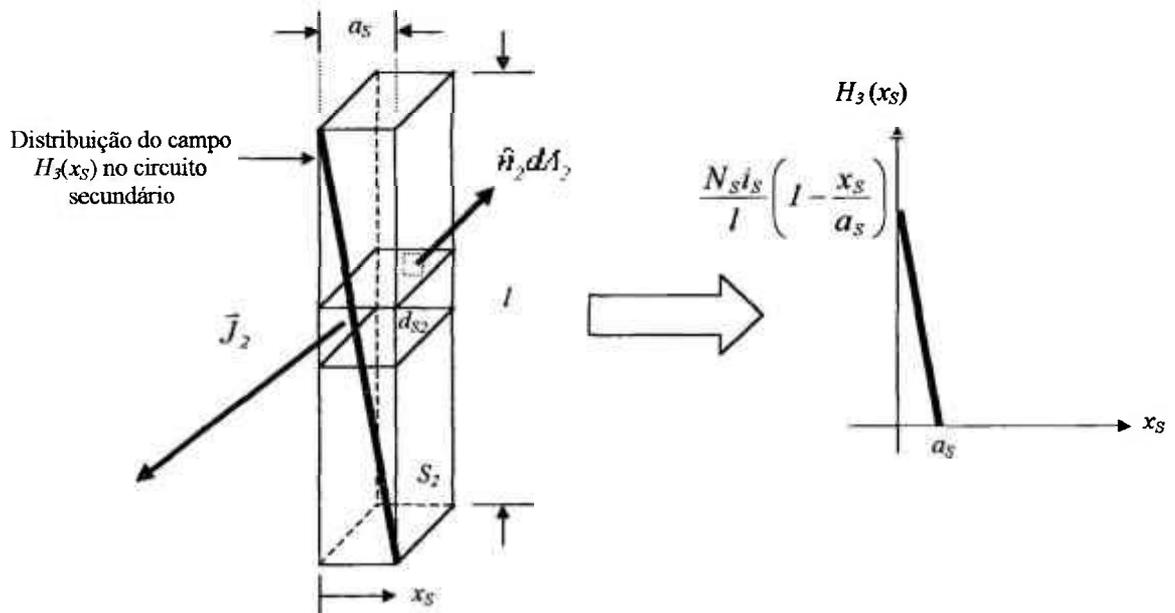


FIGURA 4.8 – Vista lateral da região interna do enrolamento secundário: análise da distribuição do campo magnético $H_3(x_S)$.

Devido a distribuição do campo magnético $H_3(x_S)$ no circuito secundário decair na extensão x_S do enrolamento e, com base no desenvolvimento apresentado para encontrar $H_1(x_P)$ e $H_2(x)$, o campo magnético $H_3(x_S)$ é estabelecido por meio da expressão [7]:

$$H_3(x_S) = \frac{N_2 I_2}{l} \left(1 - \frac{x_S}{a_S} \right) \quad \text{para } 0 \leq x_S \leq a_S. \quad (4.27)$$

4.4.1.2 Energia magnética armazenada nos enrolamentos do transformador de pulsos devido à distribuição dos campos $H_1(x_P)$, $H_2(x)$ e $H_3(x_S)$: determinação da indutância L_L

A densidade de energia magnética dW_m nos enrolamentos pode ser representada por meio do produto escalar entre os vetores \vec{B} e \vec{H} [28], ou seja:

$$dW_m = \frac{1}{2} (\vec{B} \cdot \vec{H}). \quad (4.28)$$

Porém, sabendo-se que $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, (4.28) torna-se:

$$dW_m = \frac{\mu_0}{2} \vec{H}^2. \quad (4.29)$$

Em virtude da densidade de energia magnética ser distribuída espacialmente no interior do solenóide, utiliza-se a integral de volume para representar (4.29). Desta forma, tem-se que:

$$W_m = \frac{\mu_0}{2} \int_{\text{vol}} \vec{H}^2 dv. \quad (4.30)$$

Entretanto, para obter a expressão que determina a indutância de dispersão entre os enrolamentos do primário e do secundário, é necessário representar a energia magnética W_m armazenada no circuito primário, entre as camadas de isolamento do primário e do secundário e no circuito secundário em razão da distribuição dos campos $H_1(x_P)$, $H_2(x)$ e $H_3(x_S)$, respectivamente. Então, somando-se as contribuições de $H_1(x_P)$, $H_2(x)$ e $H_3(x_S)$, bem como levando-se em consideração a área da bobina ($A_{\text{bobina}} = p_{\text{médio}} l$), (4.30) torna-se:

$$W_m = \left(\frac{\mu_0 A_{\text{bobina}}}{2} \right) \left(\int_0^{a_P} H_1^2 dx_P + \int_0^d H_2^2 dx + \int_0^{a_S} H_3^2 dx_S \right). \quad (4.31)$$

Substituindo (4.21), (4.26) e (4.27) em (4.31) e, considerando-se que todas as distribuições de campo referem-se ao circuito secundário do transformador de pulso, tem-se que:

$$W_m = \left[\left(\frac{\mu_0 A_{bobina}}{2} \right) \left(\frac{N_S i_S}{l} \right)^2 \right] \left[\int_0^{a_P} \left(\frac{x_P}{a_P} \right)^2 dx_P + d + \int_0^{a_S} \left(1 - \frac{x_S}{a_S} \right)^2 dx_S \right] \quad (4.32)$$

Resolvendo separadamente cada integral em (4.32), encontra-se as seguintes relações:

$$\int_0^{a_P} \left(\frac{x_P}{a_P} \right)^2 dx_P = \frac{1}{a_P^2} \int_0^{a_P} x_P^2 dx_P = \left(\frac{1}{a_P^2} \right) \left(\frac{x_P^3}{3} \right) \Big|_0^{a_P} = \frac{a_P}{3},$$

e

$$\int_0^{a_S} \left(1 - \frac{x_S}{a_S} \right)^2 dx_S = \int_0^{a_S} \left(\frac{x_S^2}{a_S^2} - \frac{2x_S}{a_S} + 1 \right) dx_S = \frac{1}{a_S^2} \int_0^{a_S} x_S^2 dx_S - \frac{2}{a_S} \int_0^{a_S} x_S dx_S + \int_0^{a_S} dx_S = \frac{a_S}{3}.$$

Sendo assim, (4.32) pode ser representada na forma [7]:

$$W_m = \left[\left(\frac{\mu_0 p_{medio} l}{2} \right) \left(\frac{N_S i_S}{l} \right)^2 \left(\frac{a_P}{3} + d + \frac{a_S}{3} \right) \right] \quad (4.33)$$

Rearranjando (4.33), é possível calcular a energia magnética armazenada no interior do solenóide por meio da expressão [7]:

$$W_m = \left[\left(\frac{\mu_0 N_S^2 i_S^2 p_{medio}}{2l} \right) \left(d + \frac{a_P + a_S}{3} \right) \right] \quad (4.34)$$

Finalmente, relacionando a energia magnética relativa ao campo magnético H em (4.34) com a energia magnética devido a indutância de dispersão referida ao enrolamento secundário, ou seja:

$$W_m = \frac{1}{2} L_d i_S^2, \quad (4.35)$$

tem-se que:

$$\left(\frac{l}{2} L_L i_s^2\right) = \left[\left(\frac{\mu_0 N_s^2 i_s^2 P_{\text{m\u00e9dio}}}{2l} \right) \left(d + \frac{a_p + a_s}{3} \right) \right] \quad (4.36)$$

Rearranjando (4.36), obt\u00e9m-se:

$$L_L = \left(\frac{\mu_0 N_s^2 P_{\text{m\u00e9dio}}}{l} \right) \left(d + \frac{a_p + a_s}{3} \right) \quad (4.37)$$

A express\u00e3o (4.37) determina a indut\u00e2ncia de dispers\u00e3o L_L relativa a uma bobina contendo um \u00fanico enrolamento tanto para o prim\u00e1rio quanto para o secund\u00e1rio. Em particular, para o projeto do transformador de pulsos do modulador *line-type*, utilizou-se um arranjo de enrolamento composto por dois prim\u00e1rios conectados em paralelo entre quatro secund\u00e1rios em s\u00e9rie. Este tipo de enrolamento \u00e9 conhecido como tipo Lord e a express\u00e3o para o c\u00e1lculo de sua indut\u00e2ncia de dispers\u00e3o \u00e9 dada por [7]:

$$L_L = \left(\frac{\mu_0 N_s^2 P_{\text{m\u00e9dio}} d_{\text{m\u00e9dia}}}{2l} \right) f_2, \quad (4.38)$$

onde f_2 \u00e9 o fator que est\u00e1 relacionado com a raz\u00e3o de transforma\u00e7\u00e3o a entre os enrolamentos do prim\u00e1rio e do secund\u00e1rio, podendo ser obtido de acordo com a rela\u00e7\u00e3o

$f_2 = \left(\frac{a-1}{a} \right)^2$ e, a dist\u00e2ncia m\u00e9dia $d_{\text{m\u00e9dia}}$ entre as camadas de isolamento (referida ao comprimento do enrolamento secund\u00e1rio) \u00e9 obtida por meio da express\u00e3o [7]:

$$d_{\text{m\u00e9dia}} = \frac{2R_L l \sqrt{\epsilon_r f_1}}{377 N_s \sqrt{f_2}} \quad (4.39)$$

Na express\u00e3o (4.39), R_L \u00e9 a imped\u00e2ncia da carga, ϵ_r \u00e9 a constante diel\u00e9trica do material de isolamento e f_1 \u00e9 o fator relacionado com a distribui\u00e7\u00e3o de tens\u00e3o no enrolamento secund\u00e1rio. Portanto, pode-se dizer que, para cada tipo de arranjo de enrolamento existe uma certa indut\u00e2ncia de dispers\u00e3o associada [7].

4.4.2 Expressão para o cálculo da capacitância distribuída C_D

De forma análoga a indutância de dispersão, a capacitância C_D também está relacionada com as quantidades geométricas do núcleo e da bobina (FIG. 4.3). Entretanto, para obter a expressão analítica que quantifique este parâmetro concentrado, é necessário considerar a distribuição da tensão elétrica no enrolamento referido ao secundário, a qual dependerá do tipo de arranjo utilizado na bobina. Desta forma, por considerações de energia entre o campo elétrico e a energia armazenada devido a capacitância distribuída C_D nos enrolamentos do transformador de pulsos, é possível estabelecer uma relação de igualdade para obter a expressão do cálculo da capacitância C_D . Nestas condições, supor-se-á que as camadas dos enrolamentos do primário e do secundário (FIG. 4.9a) comportam-se como um capacitor de placas paralelas (FIG. 4.9b) de mesmo comprimento l e separadas por uma distância d (camada de isolamento) [7].

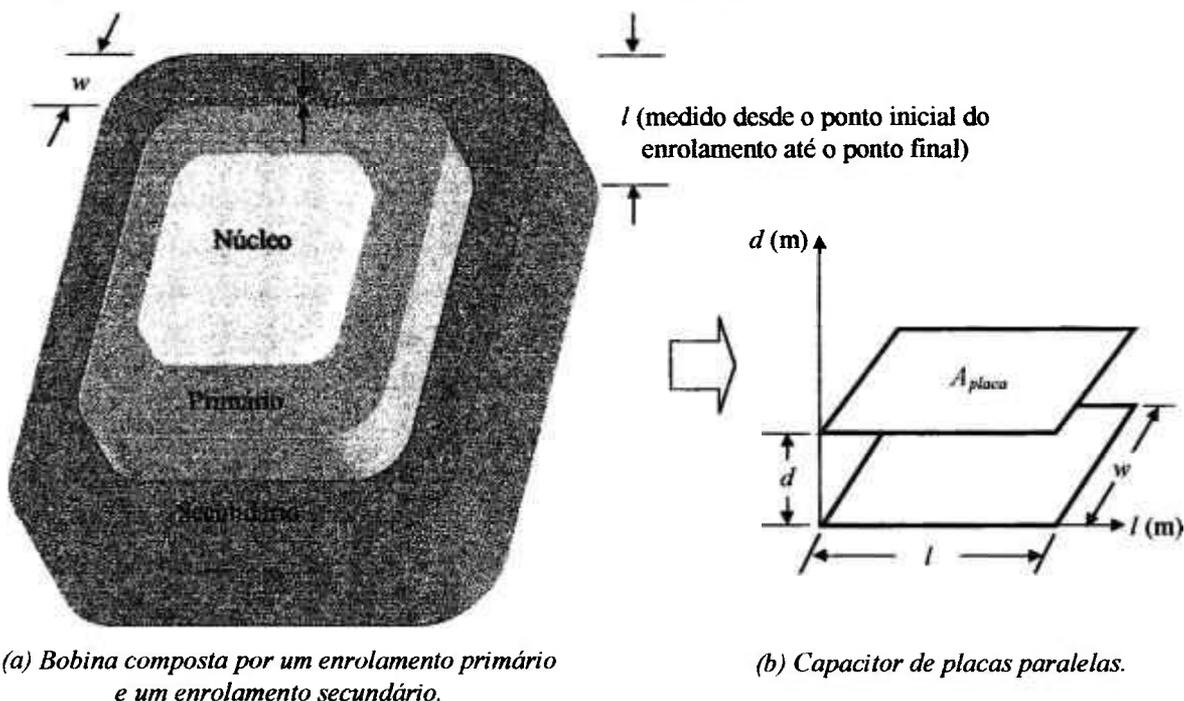


FIGURA 4.9 · Analogia entre uma bobina de um transformador de pulsos e um capacitor de placas paralelas.

A área da placa A_{placa} do capacitor pode ser determinada de acordo com a expressão:

$$A_{placa} = wl, \quad (4.40)$$

onde w é a largura da placa. De forma análoga, é possível encontrar a área da bobina A_{bobina} de um transformador de pulsos por meio da expressão:

$$A_{bobina} = p_{m\u00e9dio} l. \quad (4.41)$$

A capacit\u00e2ncia C de um capacitor de placas paralelas \u00e9 obtida conforme [26]:

$$C = \varepsilon \left(\frac{A_{placa}}{d} \right), \quad (4.42)$$

onde ε \u00e9 a permissividade el\u00e9trica do meio. Por\u00e9m, se um diel\u00e9trico de permissividade relativa ε_r preencher a regi\u00e3o entre as placas do capacitor (dist\u00e2ncia d), \u00e9 necess\u00e1rio aplicar a rela\u00e7\u00e3o $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, onde ε_0 \u00e9 a permissividade el\u00e9trica do v\u00e1cuo. Da mesma forma, os enrolamentos do prim\u00e1rio e do secund\u00e1rio de um transformador de pulsos s\u00e3o preenchidos por um material de isolamento (camada de isolamento) com uma certa dist\u00e2ncia d ; j\u00e1 que a opera\u00e7\u00e3o deste dispositivo \u00e9 realizada em alta tens\u00e3o. Desta forma, (4.42) torna-se:

$$C = \varepsilon_0 \left(\frac{\varepsilon_r A_{placa}}{d} \right). \quad (4.43)$$

Por\u00e9m, sabendo-se que as placas de um capacitor quando submetidas a uma diferen\u00e7a de potencial V_{placa} armazenam uma certa quantidade de energia eletrost\u00e1tica W_e :

$$W_e = \frac{1}{2} C V_{placa}^2, \quad (4.44)$$

\u00e9 poss\u00edvel representar a energia armazenada nas placas de um capacitor substituindo-se (4.42) em (4.44). Sendo assim, tem-se que:

$$W_e = \frac{1}{2} \left(\varepsilon \frac{A_{placa}}{d} \right) V_{placa}^2. \quad (4.45)$$

Na FIG. 4.10, apresenta-se a vista lateral de um capacitor de placas paralelas submetido a uma diferen\u00e7a de potencial V_{placa} . Uma vez que as placas s\u00e3o condutores perfeitos, todos os pontos na dire\u00e7\u00e3o y da FIG. 4.10 est\u00e3o sobre o mesmo potencial el\u00e9trico (superf\u00edcie equipotencial), existindo apenas distribui\u00e7\u00e3o de tens\u00e3o el\u00e9trica na dire\u00e7\u00e3o x das placas. De forma an\u00e1loga, as camadas dos enrolamentos de um transformador de pulsos

comportam-se como as placas de um capacitor quando submetidas aos pulsos de alta tensão, onde a tensão encontra-se distribuída entre o início e o fim do enrolamento (eixo x). Por esta razão, a distribuição da tensão elétrica nas camadas dos enrolamentos deve ser considerada no cálculo da capacitância C_D . Então, assumindo-se que as placas encontram-se bem próximas uma da outra, de forma que a distância d seja muito menor que a largura w ($d \ll w$) e muito menor que o comprimento l ($d \ll l$), é possível calcular a densidade de energia em função da largura w e do diferencial de altura dx [7].

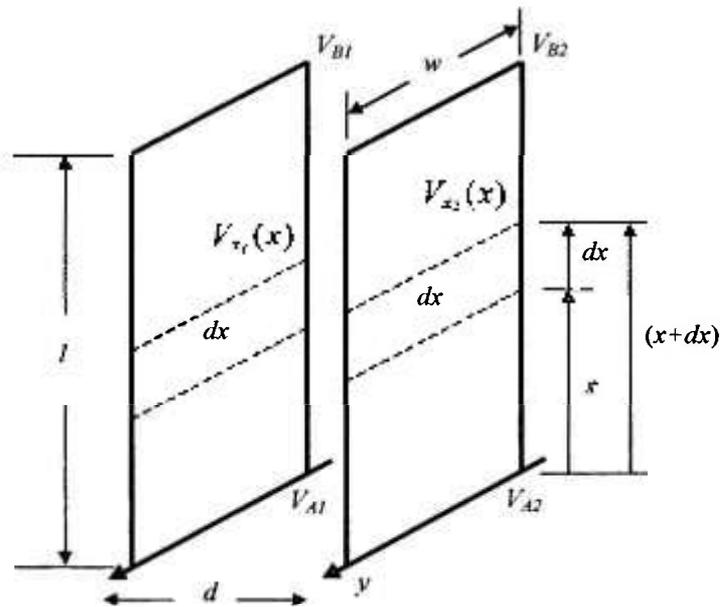


FIGURA 4.10 – Capacitor de placas paralelas: análise da distribuição de tensão.

Com base na FIG. 4.10 e partindo-se de (4.45), é possível estabelecer a energia eletrostática armazenada na placa do capacitor em função de uma certa altura x por meio da expressão:

$$W_e(x) = \frac{I}{2} \left[\epsilon \left(\frac{xw}{d} \right) \right] V_{placa}^2(x), \quad (4.46)$$

onde a área da placa é $A_{placa} = xw$, uma vez que x refere-se ao comprimento l da placa (comprimento do enrolamento) (FIG. 4.9a). Supondo-se que exista uma pequena variação de tensão elétrica em um diferencial de altura dx na superfície da placa, em consequência, haverá uma correspondente variação da energia armazenada, a qual pode ser representada de acordo com a expressão:

$$W_e(x + dx) = \frac{l}{2} \left[\varepsilon \left(\frac{w}{d} \right) (x + dx) \right] V_{placa}^2(x + dx). \quad (4.47)$$

Esta variação da tensão elétrica implicará em uma variação da energia eletrostática que se armazena entre as placas (energia residual indesejada). Para resolver (4.47), aplica-se o conceito do limite de uma função $f(x)$ para a energia W_e . Desta forma, tem-se que:

$$W_e = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{W_e(x + dx) - W_e(x)}{dx}. \quad (4.48)$$

Consequentemente, substituindo (4.46) e (4.47) em (4.48), encontra-se a variação da energia armazenada em uma largura w e altura dx entre as placas de um capacitor (camadas dos enrolamentos primário e secundário de um transformador de pulsos). Sendo assim:

$$W_e(x) = \frac{l}{2} \left[(\varepsilon_0 \varepsilon_r) \left(\frac{w}{d} \right) dx \right] \delta V_{placa}^2(x), \quad (4.49)$$

onde, $\delta V_{placa}(x) = V_{x_2}(x) - V_{x_1}(x)$ é o diferencial (distribuição) da tensão elétrica entre as placas do capacitor em uma determinada altura x . Porém, supondo-se o caso mais simples onde a distribuição de tensão é linear na direção x da superfície das placas do capacitor e, de forma análoga, ao longo das camadas dos enrolamentos da bobina de um transformador de pulsos. Com isso, o diferencial $\delta V_{placa}(x)$ pode ser determinado com base na FIG. 4.11 [7].

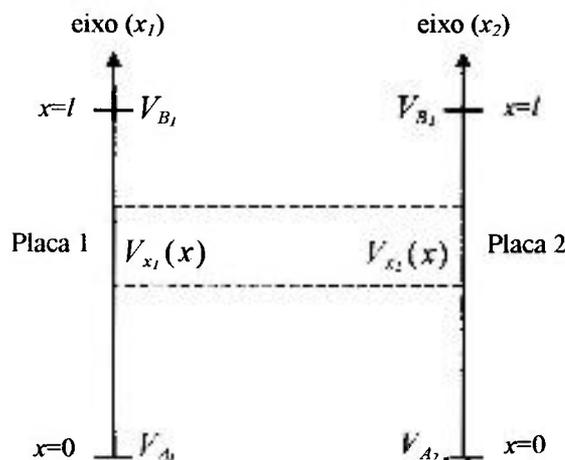


FIGURA 4.11 – Vista frontal das placas do capacitor da FIG. 4.10: análise da distribuição linear de tensão elétrica $\delta V_{placa}(x)$ entre as placas.

Na FIG. 4.11, V_{A_1} e V_{B_1} são, respectivamente, os potenciais inicial e final da distribuição de tensão na placa 1 e, V_{A_2} e V_{B_2} são os potenciais inicial e final na placa 2. Ainda, a distribuição de tensão $V_{x_1}(x)$ relativa ao eixo x_1 (superfície da placa 1) e, a distribuição de tensão $V_{x_2}(x)$ em relação ao eixo x_2 (superfície da placa 2) são obtidas, respectivamente, por meio das expressões:

$$V_{x_1}(x) = (V_{B_1} - V_{A_1})\left(\frac{x}{l}\right) + V_{A_1}, \quad (4.50)$$

e

$$V_{x_2}(x) = (V_{B_2} - V_{A_2})\left(\frac{x}{l}\right) + V_{A_2}. \quad (4.51)$$

Entretanto, tendo em vista que $\delta V_{placa}(x) = V_{x_2}(x) - V_{x_1}(x)$, o diferencial de tensão na placa $\delta V_{placa}(x)$ é determinada subtraindo-se (4.51) de (4.50). Sendo assim, tem-se que:

$$\delta V_{placa}(x) = V_{x_2}(x) - V_{x_1}(x) = \left[V_{A_2} + (V_{B_2} - V_{A_2})\left(\frac{x}{l}\right) \right] - \left[V_{A_1} + (V_{B_1} - V_{A_1})\left(\frac{x}{l}\right) \right], \quad (4.52)$$

a qual pode ser reescrita na forma:

$$\delta V_{placa}(x) = V_{A_2} - V_{A_1} + [(V_{B_2} - V_{B_1}) - (V_{A_2} - V_{A_1})]\left(\frac{x}{l}\right). \quad (4.53)$$

Agrupando-se os termos em (4.53), a distribuição de tensão referente aos eixos x_1 e x_2 (FIG. 4.11) pode ser representada pelas diferenciais δV_A e δV_B , resultando na expressão:

$$\delta V_{placa}(x) = \delta V_A + (\delta V_B - \delta V_A)\left(\frac{x}{l}\right). \quad (4.54)$$

Contudo, substituindo (4.54) em (4.49), a energia eletrostática W_e torna-se:

$$W_e = \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_r W}{2d} \right) \left[\delta V_A + (\delta V_B - \delta V_A)\left(\frac{x}{l}\right) \right]^2 dx. \quad (4.55)$$

Integrando (4.55) no intervalo de 0 a l , relativo ao comprimento da placa do capacitor (enrolamento do transformador de pulsos), lembrando-se que $A_{bobina} = p_{m\u00e9dio}l$, bem como considerando uma dist\u00e2ncia m\u00e9dia $d_{m\u00e9dia}$ entre as camadas dos enrolamentos devido a configura\u00e7\u00e3o do enrolamento tipo Lord, pode-se encontrar a express\u00e3o da energia eletrost\u00e1tica armazenada entre as camadas dos enrolamentos [7]. Ou seja:

$$W_e = \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_r p_{m\u00e9dio} l}{2 d_{m\u00e9dia}^3} \right) \left[(\delta V_A)^2 + \delta V_A \cdot \delta V_B + (\delta V_B)^2 \right]. \quad (4.56)$$

A express\u00e3o (4.56) \u00e9 utilizada para calcular a energia eletrost\u00e1tica armazenada em uma bobina contendo duas camadas de enrolamento (prim\u00e1rio e secund\u00e1rio) separadas por uma dist\u00e2ncia d . Por\u00e9m, sabendo-se que no projeto do transformador de pulsos do modulador *line-type* foi utilizado o enrolamento tipo Lord (dois prim\u00e1rios em paralelo entre quatro secund\u00e1rios em s\u00e9rie), considera-se uma dist\u00e2ncia m\u00e9dia ($d_{m\u00e9dia}$) entre os enrolamentos, a qual \u00e9 determinada por (4.39). Desta forma, estabelecida a express\u00e3o da energia eletrost\u00e1tica W_e , \u00e9 poss\u00edvel obter a capacit\u00e2ncia C_D referida ao circuito secund\u00e1rio por meio da express\u00e3o [7]:

$$\sum W_e = \frac{1}{2} C_D V_2^2, \quad (4.57)$$

onde $\sum W_e$ \u00e9 o somat\u00f3rio das tens\u00f5es el\u00e9tricas distribu\u00eddas (distribui\u00e7\u00e3o de tens\u00e3o representada em 4.56) ao longo do enrolamento do circuito secund\u00e1rio e V_2 corresponde ao valor da eleva\u00e7\u00e3o da tens\u00e3o el\u00e9trica do pulso no secund\u00e1rio (raz\u00e3o de transforma\u00e7\u00e3o a). Desta forma, rearranjando (4.57), \u00e9 poss\u00edvel determinar a capacit\u00e2ncia distribu\u00edda entre as camadas dos enrolamentos do transformador de pulsos por meio da express\u00e3o [7]:

$$C_D = \frac{2 \sum W_e}{V_2^2}. \quad (4.58)$$

4.5 Modelo matem\u00e1tico do circuito equivalente de um transformador de pulsos

Na FIG. 4.12, apresenta-se o circuito equivalente utilizado para modelar matematicamente um t\u00edpico transformador de pulsos. Do ponto de vista pr\u00e1tico, o circuito

reproduz de forma satisfatória as condições reais de operação do transformador, pois ao contrário do modelo ideal (FIG. 4.1), considera-se o efeito dos parâmetros concentrados L_L e C_D , o que torna possível investigar a ocorrência de possíveis oscilações no pulso de tensão de saída do circuito secundário [25]. Contudo, é importante ressaltar que, devido a indutância de dispersão L_L ser referida ao enrolamento secundário, associou-se a mesma com a indutância L_S do secundário, simplificando desta forma tanto o circuito equivalente quanto o modelo matemático.

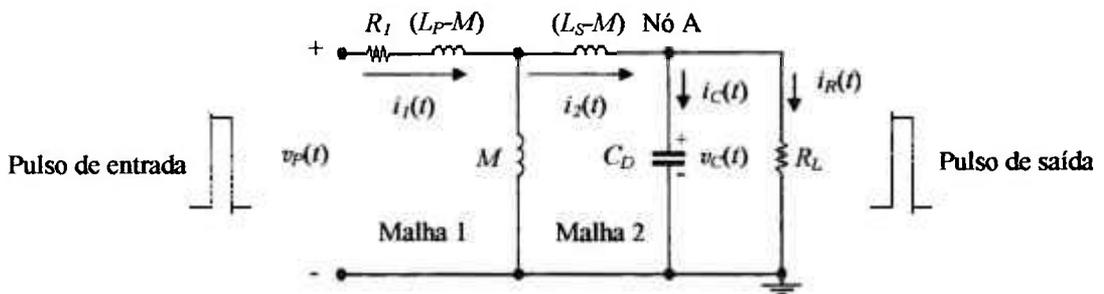


FIGURA 4.12 – Circuito elétrico utilizado para modelar um transformador de pulsos.

O modelo matemático do circuito da FIG. 4.12 foi desenvolvido utilizando-se as leis das tensões e correntes de Kirchhoff nas malhas 1 e 2 e, em particular ao nó A, obtendo-se desta forma as seguintes equações de circuito:

$$\text{Malha 1:} \quad R_1 i_1(t) + (L_p - M) \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{d(i_1 - i_2)t}{dt} = v_p(t), \quad (4.59)$$

$$\text{Malha 2:} \quad (L_s - M) \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{d(i_1 - i_2)t}{dt} - v_C(t) = 0, \quad (4.60)$$

$$\text{Nó A:} \quad i_2(t) + i_C(t) + i_R(t) = 0. \quad (4.61)$$

Estabelecidas (4.59), (4.60) e (4.61), aplica-se o conceito de estado por meio da notação:

$$\dot{\vec{X}}(t) = A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t), \quad (4.62)$$

onde, $\vec{X}(t)$ é o sistema de equações diferenciais de primeira ordem (equações de estado), A é a matriz quadrada de ordem m , denominada matriz de evolução do processo, $\vec{x}(t)$ é o

vetor estado, \vec{b} é o vetor de controle e $u(t)$ é o nível de excitação elétrica do circuito [12]. Representando (4.62) na forma matricial, tem-se a seguinte notação:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_1(t)}{dt} \\ \frac{di_2(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} v_P(t), \quad (4.63)$$

onde, os coeficientes a_{ij} da matriz A evolução do processo e b_j do vetor de controle \vec{b} , apresentam-se, respectivamente, nas TAB. 5 e 6. Desta forma, (4.63) permite analisar por meio de simulações o comportamento dos pulsos de tensão de entrada (primário) e de saída (enviados à válvula de microondas de potência) de um transformador de pulsos.

TABELA 5 – Coeficientes a_{ij} da matriz evolução do processo A .

Coeficientes a_{ij} da matriz A		
$a_{11} = -\left(\frac{L_S R_1}{L_P L_S - M^2}\right)$	$a_{12} = 0$	$a_{13} = \left(\frac{M}{L_P L_S - M^2}\right)$
$a_{21} = -\left(\frac{R_1 M}{L_P L_S - M^2}\right)$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = -\left(\frac{L_P}{L_P L_S - M^2}\right)$
$a_{31} = 0$	$a_{32} = \left(\frac{1}{C_D}\right)$	$a_{33} = -\left(\frac{1}{C_D R_L}\right)$

TABELA 6 – Coeficientes do vetor de controle \vec{b} .

Coeficientes do vetor \vec{b}		
$b_1 = \left(\frac{L_S}{L_P L_S - M^2}\right)$	$b_2 = \left(\frac{M}{L_P L_S - M^2}\right)$	$b_3 = 0$

Portanto, conhecendo-se os valores das constantes R_1 , M , L_P , L_S , C_D e R_L , bem como a tensão elétrica $v_P(t)$ no primário, é possível determinar a evolução temporal do vetor estado $\vec{x}(t)$ integrando as equações de estado em (4.63) e, conseqüentemente, obter o nível de excitação elétrica do circuito [12].

4.6 Efeito dos elementos de circuito do transformador de pulsos no comportamento do pulso de saída do modulador

Investigar os efeitos dos elementos de circuito no comportamento do pulso de saída (circuito secundário) é essencial no projeto de um transformador de pulsos. Basicamente, os principais elementos que influenciam diretamente na forma do pulso são: a indutância do primário L_P e os parâmetros concentrados (indutância L_L e capacitância C_D). Diante disso, é fundamental relacionar os referidos elementos com as regiões que compõe o pulso (tempo de subida, topo do pulso e tempo de descida). Entretanto, devido a complexidade para estabelecer um modelo geral que represente completamente o comportamento do pulso (FIG. 4.13), investiga-se as regiões separadamente por meio de modelos analíticos e circuitos específicos à cada região [7].

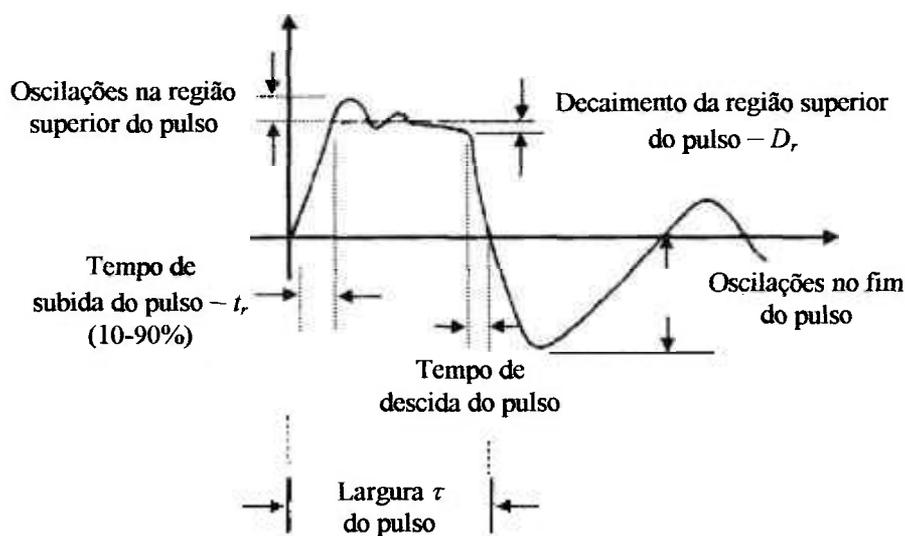


FIGURA 4.13 – Regiões críticas de um pulso arbitrário.

4.6.1 Análise da região superior do pulso (topo do pulso): modelo matemático do circuito equivalente

A indutância de dispersão e a capacitância distribuída tem mínimo efeito no comportamento do topo do pulso e, a princípio, são desprezíveis nesta análise [7]. Contudo, o parâmetro que predomina nesta região é a indutância L_P do primário [29]. Desta forma, utilizar-se-á o circuito equivalente da FIG. 4.14 para estabelecer um modelo matemático consistente que relacione a indutância L_P com o decaimento D_r (*droop*) do topo do pulso.

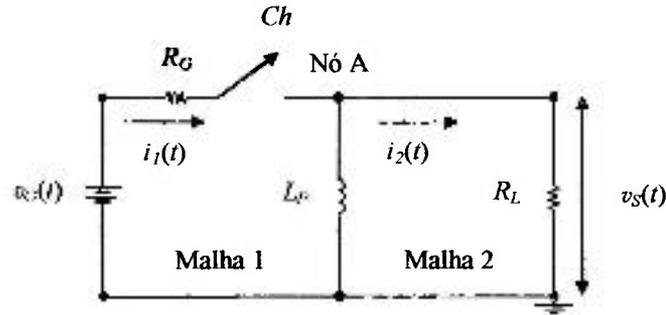


FIGURA 4.14 – Circuito equivalente utilizado na análise do comportamento do topo do pulso.

No circuito da FIG. 4.14, Ch é a chave de comutação (sistema de chaveamento do modulador), $v_G(t)$ é a tensão elétrica do gerador (referente a tensão da PFN), R_G é a resistência elétrica do gerador (impedância da PFN), $i_1(t)$ é a corrente elétrica na malha 1 (circuito primário do transformador de pulsos), $i_2(t)$ é a corrente elétrica na malha 2 (corrente de carga R_L) e $v_S(t)$ é a tensão elétrica na saída do secundário do transformador de pulso (tensão de saída do modulador). Então, utilizando a lei das correntes (nó A) e das tensões de Kirchhoff (malhas 1 e 2), é possível obter as equações:

$$\text{Nó A:} \quad i_1(t) = i_2(t) + i_L(t), \quad (4.64)$$

$$\text{Malha 1:} \quad v_G(t) = R_G i_1(t) + L_P \frac{di_L(t)}{dt}, \quad (4.65)$$

$$\text{Malha 2:} \quad -L_P \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_2(t) = 0 \Rightarrow i_2(t) = \frac{L_P}{R_L} \frac{di_L(t)}{dt}. \quad (4.66)$$

Substituindo-se (4.64) em (4.65):

$$v_G(t) = R_G i_L(t) + R_G i_2 + L_P \frac{di_L(t)}{dt}, \quad (4.67)$$

e, em seguida, (4.66) em (4.67), tem-se:

$$v_G(t) = R_G i_L(t) + \frac{R_G}{R_L} \left(L_P \frac{di_L(t)}{dt} \right) + L_P \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow v_G(t) = R_G i_L(t) + L_P \left(1 + \frac{R_G}{R_L} \right) \frac{di_L(t)}{dt}. \quad (4.68)$$

Dividindo ambos os lados de (4.68) por $L_P \left(1 + \frac{R_G}{R_L}\right)$, encontra-se uma equação diferencial de primeira ordem não-homogênea do tipo:

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R_G R_L}{L_P (R_L + R_G)} i_L(t) = \frac{R_L v_G(t)}{L_P (R_L + R_G)}. \quad (4.69)$$

Para resolver (4.69), supor por hipótese que $v_G(t) = V_G$ (constante) e que $i_L(t=0) = 0$ (condição inicial). Desta forma, (4.69) torna-se:

$$i_L(t) = \left(\frac{R_L V_G}{L_P (R_L + R_G)} \right) \left(1 - e^{-\left[\frac{R_G R_L}{(R_G + R_L) L_P} t \right]} \right) \Rightarrow i_L(t) = \frac{V_G}{R_G} \left(1 - e^{-\left[\frac{R_G R_L}{(R_G + R_L) L_P} t \right]} \right). \quad (4.70)$$

Entretanto, como o objetivo é encontrar a expressão que determina completamente a resposta de saída do circuito da FIG. 4.14 e, conseqüentemente, analisar a influência da indutância L_P na região superior do pulso, é necessário substituir (4.70) em (4.66). Sendo assim:

$$i_2(t) = \frac{V_G}{(R_G + R_L)} e^{-\left[\frac{R_G R_L}{(R_G + R_L) L_P} t \right]}. \quad (4.71)$$

Porém, sabendo-se que $v_S(t) = R_L i_2(t)$, é possível obter a tensão de saída do circuito da FIG. 4.14 utilizando-se (4.71). Desta forma, tem-se que:

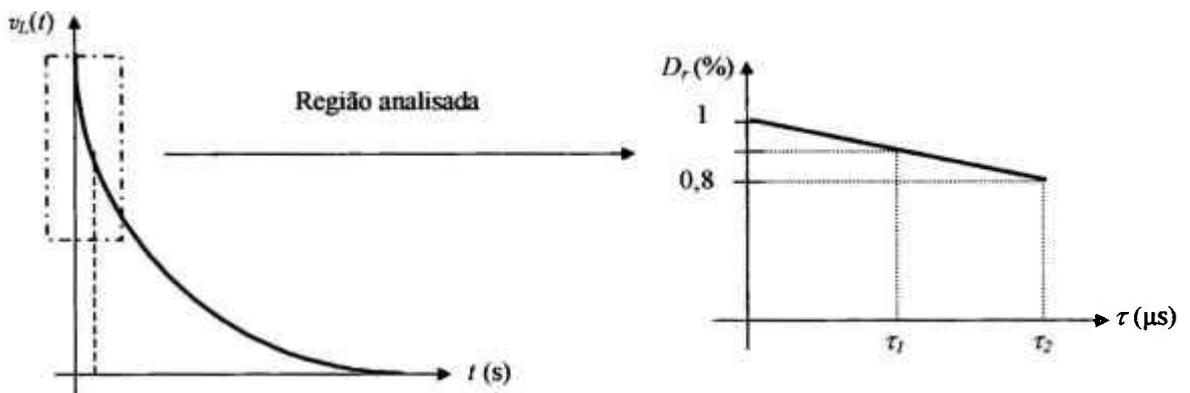
$$v_S(t) = R_L i_2(t) \Rightarrow v_S(t) = \left(\frac{V_G R_L}{R_G + R_L} \right) e^{-\left[\frac{R_G R_L}{(R_G + R_L) L_P} t \right]}. \quad (4.72)$$

Todavia, assumindo-se que as impedâncias de carga R_L e do gerador R_G (impedância da PFN) são iguais (casamento de impedâncias), (4.72) torna-se:

$$v_S(t) = \left(\frac{V_G}{2} \right) e^{-\left(\frac{R_G}{2L_P} t \right)}. \quad (4.73)$$

Portanto, (4.73) representa a resposta de saída do circuito da FIG. 4.14. Contudo, para analisar a influência da indutância L_P do primário no comportamento da região superior do pulso, considerar-se-á apenas o decaimento exponencial de (4.73), representado graficamente na FIG. 4.15a. Entretanto, em razão da largura τ do pulso ser da ordem de microssegundos (μs), considera-se apenas o início do decaimento exponencial [29] (FIG. 4.15b). Desta forma, o *droop* (D_r) do pulso, dado em porcentagem, é obtido de acordo com a expressão [30]:

$$D_r = \left(\frac{R_L \tau}{2L_P} \right) \quad (4.74)$$



(a) Comportamento da tensão elétrica em um indutor (decaimento exponencial)

(b) Região linear do decaimento exponencial (análise do topo do pulso)

FIGURA 4.15 – Representação gráfica do comportamento da região superior do pulso.

De acordo com (4.74), verifica-se que, com o aumento da indutância L_P é possível reduzir o decaimento do topo do pulso, melhorando desta forma o comportamento do pulso de saída do transformador de pulsos (FIG. 4.16).

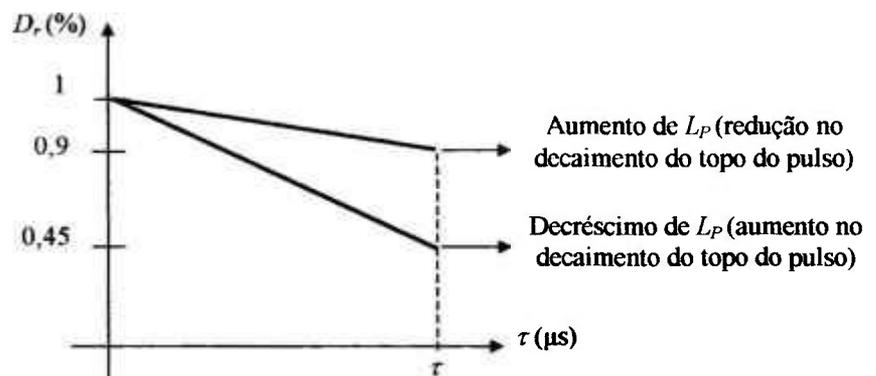


FIGURA 4.16 – Representação linearizada do decaimento do topo do pulso: variação de L_P .

4.6.2 Relação entre o decaimento da região superior do pulso e a área A_{Trafo} da seção transversal do núcleo do transformador de pulsos

Em projetos de transformadores de pulso, é fundamental relacionar a área A_{Trafo} da seção transversal do núcleo com o nível de decaimento D_r da região superior do pulso. Desta forma, de acordo com a lei de Faraday, tem-se que [26]-[27]:

$$v_{ind}(t) = -N \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA. \quad (4.75)$$

Supondo-se uma densidade média \bar{B} de fluxo magnético através da área A (constante) do núcleo do transformador de pulsos variando linearmente com o tempo t e, admitindo-se um pulso de tensão de amplitude constante, (4.75) torna-se:

$$A = -\frac{V\tau}{\bar{B}N}, \quad (4.76)$$

onde o tempo t é igual a largura τ no fim do pulso ($t = \tau$) e o sinal negativo é de acordo com a lei de Lenz. Por meio de (4.76) é possível verificar que, aumentando-se o número de espiras N (referido ao enrolamento do secundário), ou utilizando-se um material que apresente alta permeabilidade magnética (trabalhando na região linear da curva $B-H$) [7], é possível reduzir a área do núcleo (volume) do transformador e, com isso, o seu tamanho físico. Finalmente, para estabelecer uma expressão analítica que relaciona o decaimento D_r com a área do núcleo do transformador [30], substitui-se (4.9) em (4.74):

$$D_r = \frac{R_L \tau}{2 \left(\frac{\mu N^2 A}{l_e} \right)}, \quad (4.77)$$

e, logo em seguida, (4.76) em (4.77), obtendo-se desta forma a seguinte expressão:

$$D_r = \left(\frac{\bar{B} R_L l_e}{2 \mu N V} \right), \quad (4.78)$$

onde l_e é aproximadamente igual ao comprimento médio do caminho magnético l_m .

De acordo com (4.78) pode-se concluir que o decaimento do pulso é proporcional ao comprimento médio do caminho magnético l_m (o qual está relacionado com as dimensões geométricas do núcleo) e ao valor da densidade média de fluxo magnético \bar{B} . Isto significa que, reduzindo-se a área do núcleo, o comprimento médio l_m do caminho magnético diminui e, teoricamente, é possível que a região superior do pulso apresente um decaimento reduzido. É importante ressaltar que, em razão do decaimento D_r , referir-se ao pulso de saída do circuito secundário, considera-se que N e V em (4.78) são, respectivamente, o número de espiras e a tensão elétrica do secundário.

4.6.3 Análise do tempo de subida do pulso: modelo matemático do circuito equivalente

O tempo de subida do pulso de saída (circuito secundário) de um transformador de pulsos é influenciado pela indutância de dispersão L_L entre os circuitos primário e secundário e pela capacitância distribuída C_D nas camadas dos enrolamentos [29]-[32]. Nesta análise, utilizar-se-á o circuito da FIG. 4.17 para estabelecer um modelo matemático consistente que relacione L_L e C_D com o tempo de subida t_r do pulso.

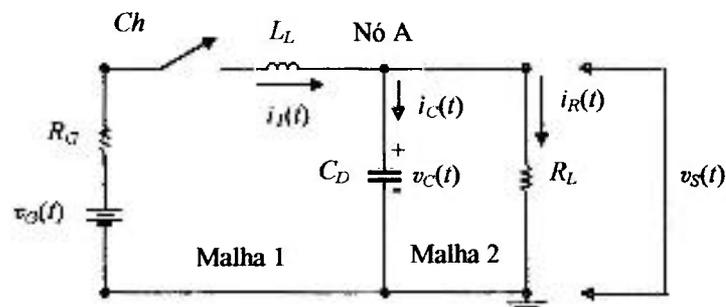


FIGURA 4.17 – Circuito equivalente utilizado para investigar o tempo de subida do pulso.

De acordo com as leis das tensões e correntes de Kirchhoff, é possível encontrar as equações diferenciais das malhas 1 e 2 e do nó A do circuito da FIG. 4.17. Sendo assim, para a malha 1, tem-se:

$$\frac{di_1(t)}{dt} = \frac{1}{L_L} v_G(t) - \frac{R_G}{L_L} i_1(t) - \frac{1}{L_L} v_C(t), \quad (4.79)$$

para o nó A:

$$i_R(t) = i_1(t) - C_D \frac{dv_C(t)}{dt}, \quad (4.80)$$

e para a malha 2:
$$R_L i_R(t) - v_C(t) = 0. \quad (4.81)$$

Substituindo (4.80) em (4.81), obtém-se:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{1}{R_L C_D} v_C(t) + \frac{1}{C_D} i_1(t). \quad (4.82)$$

As expressões (4.79) e (4.82) podem ser representadas na forma matricial (variáveis de estado); conforme a notação apresentada em (4.62). Nestas condições, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_1(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_G}{L_L} & \frac{-1}{L_L} \\ \frac{1}{C_D} & \frac{-1}{R_L C_D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_L} \\ 0 \end{bmatrix} v_G(t). \quad (4.83)$$

Para resolver (4.83), aplica-se o método da transformada de Laplace \mathcal{L} utilizando-se o teorema da derivada, ou seja: $\mathcal{L}\{df/dt\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(t_0)$ [33]. Sendo assim:

$$\begin{bmatrix} sI_1(s) - i_1(t_0) \\ sV_C(s) - v_C(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_G}{L_L} & \frac{-1}{L_L} \\ \frac{1}{C_D} & \frac{-1}{R_L C_D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_C(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_L} \\ 0 \end{bmatrix} V_G(s). \quad (4.84)$$

Rearranjando (4.84), tem-se:

$$s \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_C(s) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{-R_G}{L_L} & \frac{-1}{L_L} \\ \frac{1}{C_D} & \frac{-1}{R_L C_D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_C(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_L} \\ 0 \end{bmatrix} V_G(s) + \begin{bmatrix} i_1(t_0) \\ v_C(t_0) \end{bmatrix}. \quad (4.85)$$

Multiplicando a matriz $\begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_C(s) \end{bmatrix}$ pela matriz identidade $\vec{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e colocando em

evidência a matriz $\begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_C(s) \end{bmatrix}$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{-R_G}{L_L} & \frac{-1}{L_L} \\ \frac{1}{C_D} & \frac{-1}{R_L C_D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_C(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_L} \\ 0 \end{bmatrix} V_G(s) + \begin{bmatrix} i_1(t_0) \\ v_C(t_0) \end{bmatrix}. \quad (4.86)$$

Subtraindo as matrizes do primeiro termo de (4.86) e, considerando que $i_1(t_0=0)=0$ e $v_C(t_0=0)=0$ (condições iniciais), tem-se:

$$\begin{bmatrix} s + \frac{R_G}{L_L} & \frac{1}{L_L} \\ \frac{-1}{C_D} & s + \frac{1}{R_L C_D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_C(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_L} \\ 0 \end{bmatrix} V_G(s). \quad (4.87)$$

As variáveis $I_1(s)$, $V_C(s)$ e $V_G(s)$ em (4.87) são, respectivamente, as transformadas de Laplace de $i_1(t)$, $v_C(t)$ e $v_G(t)$. Para isolar o termo matricial representado por $I_1(s)$ e $V_C(s)$ a fim de obter a resposta completa do sistema, é necessário encontrar a matriz inversa de (4.87) de acordo com a seguinte notação:

$$(s\bar{I} - A)^{-1} \bar{X}(s) = \bar{b}U(s) + \bar{x}(t_0), \quad (4.88)$$

onde $(s\bar{I} - A)^{-1}$ representa a matriz inversa e, $\bar{X}(s)$ e $U(s)$ são, respectivamente, as transformadas de Laplace do vetor estado $\bar{x}(t)$ e da excitação elétrica do sistema $v_G(t)$.

Desta forma, aplicando-se o conceito da matriz inversa [12], tem-se que:

$$(s\bar{I} - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s + \frac{R_G}{L_L} & \frac{1}{L_L} \\ \frac{-1}{C_D} & s + \frac{1}{R_L C_D} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\psi(s)} \begin{bmatrix} s + \frac{1}{R_L C_D} & \frac{1}{L_L} \\ \frac{-1}{C_D} & s + \frac{R_G}{L_L} \end{bmatrix}. \quad (4.89)$$

Calculando o determinante $\psi(s)$ da matriz inversa em (4.89), obtém-se:

$$\psi(s) = s^2 + \left(\frac{1}{R_L C_D} + \frac{R_G}{L_L} \right) s + \left(\frac{R_G + R_L}{L_L C_D R_L} \right) \quad (4.90)$$

Entretanto, tendo em vista que (4.90) pode ser escrita da forma $s^2 + \alpha s + \omega_0 = 0$ [12], as raízes características (frequências naturais do circuito) são do tipo

$$s_{1,2} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\omega_0}}{2\alpha}, \text{ onde as constantes } \alpha \text{ e } \omega_0 \text{ valem, respectivamente:}$$

$$\alpha = \left(\frac{1}{R_L C_D} + \frac{R_G}{L_L} \right) \text{ e } \omega_0 = \left(\frac{R_G + R_L}{L_L C_D R_L} \right). \text{ Nestas condições, a forma do pulso de saída do}$$

circuito RLC (FIG. 4.17) dependerá dos valores de α e ω_0 . De acordo com estes valores, pode-se classificar a resposta do pulso em quatro casos: superamortecida, criticamente amortecida, subamortecida e sem perdas. Para esta análise em particular, assumir-se-á o caso sem perdas, onde $\alpha=0$. Então, é possível obter uma expressão aproximada que determina o tempo de subida do pulso. Desta forma, tem-se:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_G + R_L}{L_L C_D R_L}} \quad (4.91)$$

Porém sabendo-se que $T_0 = \left(\frac{\omega_0}{2\pi} \right) t$, considerando-se que o tempo t seja o próprio tempo de subida do pulso t_r e que o período T_0 seja o período de recorrência T_r dos pulsos, tem-se:

$$T_r = \left[\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_G + R_L}{L_L C_D R_L}} \right] t_r \Rightarrow t_r = 2\pi T_r \sqrt{\frac{L_L C_D R_L}{R_G + R_L}} \quad (4.92)$$

No entanto, como a medida do tempo de subida t_r do pulso é entre 10 e 90% (FIG. 4.13), considera-se apenas $\frac{1}{4}$ da largura τ do pulso, o que torna o período T_r desprezível. Ademais, supondo-se que a resistência do gerador seja igual a zero ($R_G=0$), (4.92) torna-se:

$$t_r = 2\pi \sqrt{L_L C_D} \quad (4.93)$$

Portanto, observando (4.93), pode-se concluir que o produto $\sqrt{L_L C_D}$ deve ser o menor possível para garantir um rápido tempo de subida do pulso.

4.7 Considerações práticas de projeto e construção de um transformador de pulsos

Conforme mencionou-se, a finalidade de um transformador de pulsos é transferir a máxima energia da PFN para a válvula de microondas de potência com a mínima quantidade de energia armazenada no núcleo e na bobina. Diante disso, é importante estabelecer uma relação entre a energia transmitida à carga e a energia armazenada no transformador (núcleo e bobina) logo após o pulso. Desta forma, fatores como o material do núcleo, o material de isolamento utilizado entre as camadas dos enrolamentos, bem como o arranjo do próprio enrolamento são fundamentais para garantir a máxima transferência de energia para a carga [7].

4.7.1 Material do núcleo

O material utilizado no núcleo de um transformador de pulsos deve ser laminado (de preferência lâminas com espessuras entre 0,0254 mm e 0,127 mm) para reduzir as perdas de energia magnética devido as correntes induzidas e apresentar alta permeabilidade magnética efetiva [7]. Isto significa que, quanto menor a espessura da lâmina, menor serão as perdas de energia magnética em razão das correntes parasitas. Em particular, no projeto do transformador de pulsos do circuito modulador utilizou-se o material FeSi (GO) tipo-C (Hipersil) com lâminas de 270 μm de espessura.

4.7.2 Material de isolamento entre as camadas dos enrolamentos

O material utilizado para isolar as camadas dos enrolamentos também representa uma parte essencial no projeto de um transformador de pulsos. Na prática, para um transformador operando com uma tensão elétrica da ordem de 30 kV, é necessário que a espessura do material de isolamento seja no mínimo de 2 mm, desde que seja utilizado óleo mineral. Em particular, para o transformador de pulsos desenvolvido neste trabalho, utilizou-se o material isopress (papel tipo *kraft*) impregnado com óleo mineral como elemento de isolamento entre as camadas do primário e do secundário.

4.7.3 Arranjo dos enrolamentos (primário e secundário)

O enrolamento tipo Lord é o arranjo que fornece o menor produto $L_L C_D$ quando comparado com outras configurações de enrolamentos. Ele é composto por dois primários conectados em paralelo entre quatro secundários conectados em série (FIG. 4.18). O circuito secundário, por sua vez, é utilizado tanto para enviar pulsos de alta tensão ao catodo da válvula de microondas de potência, quanto a intensidade de corrente elétrica d-c

(fonte de corrente d-c) necessária para aquecer o seu filamento. Para isso, o secundário do transformador de pulsos deve ser bifilar, ou seja, dois fios enrolados juntos [7].

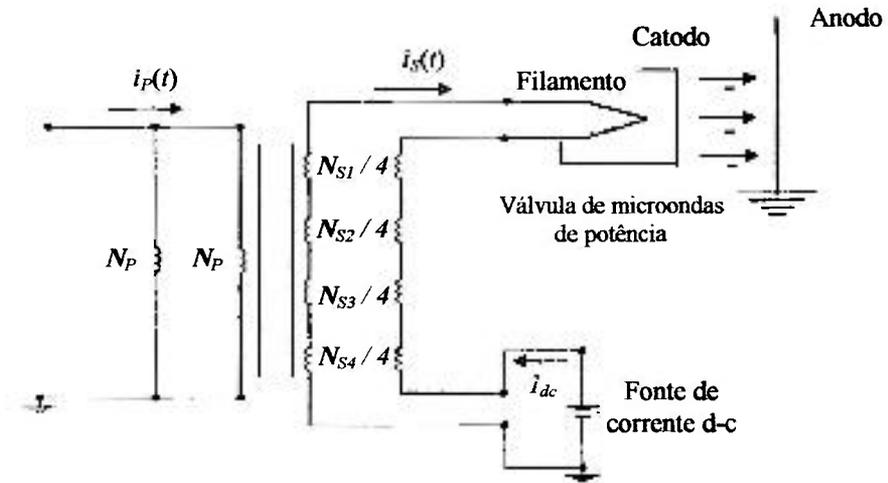


FIGURA 4.18 – Enrolamento tipo Lord: secundário bifilar e menor produto $L_L C_D$.

4.7.4 Considerações para a máxima transferência de energia da PFN para a válvula de microondas de potência

É desejável que a PFN transfira a máxima energia para a válvula de microondas de potência (carga) através do transformador de pulsos durante o intervalo de tempo τ (duração do pulso) no instante de disparo da *thyatron*. Para isso, a mínima quantidade de energia deverá, necessariamente, permanecer armazenada e dissipada no núcleo, o qual é representado por uma indutância *shunt* L_e e uma resistência *shunt* R_e conectadas em paralelo (FIG. 5.1 - capítulo 5) (circuito equivalente aproximado do núcleo), bem como na bobina, a qual é responsável pela indutância de dispersão L_L entre o primário e o secundário e pela capacitância distribuída C_D nos enrolamentos do transformador de pulsos (FIG. 4.19). No tratamento deste problema, é útil estabelecer duas funcionais, α e β , para investigar, respectivamente, a quantidade de energia armazenada no núcleo e na bobina no fim do pulso de largura τ . A funcional α está relacionada com os parâmetros do núcleo (L_e e R_e) e com o pulso de tensão na carga de largura τ . Por outro lado, a funcional β relaciona-se com a indutância L_L , com a capacitância C_D e também com o pulso de tensão na carga de largura τ . Portanto, com base na investigação de α e de β , assim como por meio do circuito equivalente da FIG. 4.19, é possível estabelecer as condições necessárias para que o transformador de pulsos entregue a máxima quantidade de energia da PFN para a válvula de microondas de potência no intervalo de tempo τ [7]. É

importante ressaltar que o circuito equivalente aproximado do núcleo (indutância L_e e a resistência R_e) pode ser representado pela indutância L_P do primário.

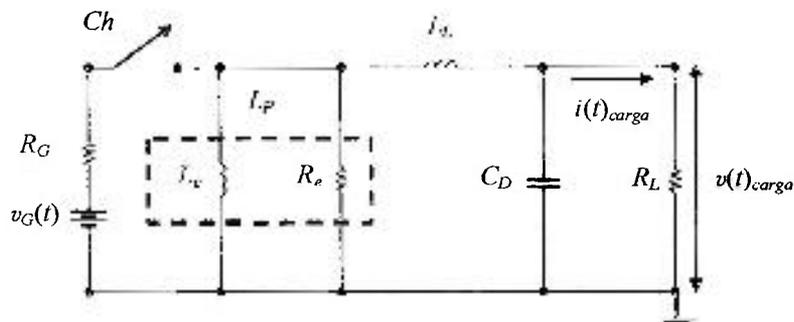


FIGURA 4.19 – Circuito elétrico utilizado para analisar a condição de máxima transferência de energia da PFN para a carga (relações ótimas entre L_e , R_e , L_s , C_D e R_L para um pulso de largura τ).

Analisando inicialmente a funcional α com a finalidade de investigar a energia armazenada no núcleo $W_{núcleo}$ em relação a energia transmitida à carga W_{carga} logo após o pulso, tem-se que:

$$\alpha = \frac{W_{núcleo}}{W_{carga}} \quad (4.94)$$

A energia armazenada no núcleo pode ser obtida por meio da expressão:

$$W_{núcleo} = \int_0^{\tau} P_{núcleo} dt, \quad (4.95)$$

onde, a potência elétrica dissipada no núcleo $P_{núcleo}$ é dada por:

$$P_{núcleo} = v_{carga} i_m, \quad (4.96)$$

uma vez que i_m é a corrente elétrica de magnetização do núcleo (corrente que circula no enrolamento do primário) e v_{carga} é a tensão elétrica na carga.

Por outro lado, a energia transmitida à carga W_{carga} durante o pulso pode ser escrita na forma:

$$W_{carga} = P_{carga} \tau, \quad (4.97)$$

onde, a potência elétrica dissipada na carga P_{carga} é determinada por meio da expressão:

$$P_{carga} = v_{carga} i_{carga} \quad (4.98)$$

Diante disso, substituindo (4.98) em (4.97), a energia transmitida para a carga W_{carga} no fim do pulso tornar-se-á:

$$W_{carga} = v_{carga} i_{carga} \tau. \quad (4.99)$$

Conseqüentemente, (4.94) pode ser reescrita na forma [7]:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\tau} (v_{carga} i_m) dt}{(v_{carga} i_{carga} \tau)}. \quad (4.100)$$

Determinando individualmente as potências dissipadas no resistor R_e e no indutor L_e , tem-se para o resistor que:

$$P_{R_e} = \frac{v_{carga}^2}{R_e}. \quad (4.101)$$

No caso do indutor L_e , admitir-se-á que a tensão é constante durante o pulso de largura τ . Nestas condições, com base na expressão da corrente elétrica $i(t)$ em um indutor:

$$i(t)_{carga} = \frac{1}{L_e} \int_0^{\tau} v_{carga}(t) dt \Rightarrow i(t)_{carga} = \left(\frac{v_{carga}}{L_e} \right) t, \quad (4.102)$$

e, tendo em vista que $P_{L_e} = v_{carga} i(t)$ no intervalo de tempo $0 \leq t \leq \tau$, é possível obter a potência no indutor L_e de acordo com a expressão:

$$P_{L_e} = \left(\frac{v_{carga}^2}{L_e} \right) t. \quad (4.103)$$

Desta forma, sabendo-se que $P_{n\u00facleo} = v_{carga} i_m$, \u00e9 poss\u00edvel representar o numerador de (4.100) como a soma das pot\u00eancias no resistor R_e e no indutor L_e . Diante disso, substituindo (4.103) e (4.101) em (4.100), tem-se que:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\tau} \left(\frac{v_{carga}^2 t}{L_e} + \frac{v_{carga}^2}{R_e} \right) dt}{(v_{carga} i_{carga} \tau)}. \quad (4.104)$$

Integrando separadamente cada termo do numerador em (4.104) no intervalo de 0 a τ , encontra-se as seguintes express\u00f5es:

$$\int_0^{\tau} \left(\frac{v_{carga}^2 t}{L_e} \right) dt = \left(\frac{v_{carga}^2}{L_e} \right) \left(\frac{\tau^2}{2} \right), \quad (4.105)$$

$$\int_0^{\tau} \left(\frac{v_{carga}^2}{R_e} \right) dt = \left(\frac{v_{carga}^2}{R_e} \right) \tau. \quad (4.106)$$

Em seguida, substituindo (4.105) e (4.106) em (4.104), tem-se:

$$\alpha = \left(\frac{v_{carga}}{i_{carga}} \right) \left(\frac{\tau}{2L_e} + \frac{1}{R_e} \right). \quad (4.107)$$

Finalmente, tendo em vista que a indut\u00e2ncia L_e e a resist\u00eancia R_e podem ser representadas por L_p , o valor de α pode ser determinado por meio da express\u00e3o [7]:

$$\alpha = \frac{v_{carga} \tau}{2L_p i_{carga}}. \quad (4.108)$$

A express\u00e3o (4.108) representa a energia armazenada no n\u00facleo logo ap\u00f3s o pulso de tens\u00e3o de largura τ .

Analisando a funcional β com a finalidade de investigar a energia armazenada na bobina devido a indut\u00e2ncia de dispers\u00e3o L_L e a capacit\u00e2ncia distribuída C_D em rela\u00e7\u00e3o a energia transmitida \u00e0 carga durante o pulso de largura τ , tem-se que [7]:

$$\beta = \left(\frac{W_{L_L} + W_{C_D}}{W_{carga}} \right), \quad (4.109)$$

onde, W_{L_L} e W_{C_D} são, respectivamente, a energia armazenada na bobina devido a indutância de dispersão L_L entre o primário e o secundário e, a energia armazenada nas camadas dos enrolamentos em razão da capacitância distribuída C_D . Desta forma, é possível representar (4.109) por meio da expressão:

$$\beta = \frac{\left(\frac{L_L i_{carga}^2}{2} \right) + \left(\frac{C_D v_{carga}^2}{2} \right)}{(v_{carga} i_{carga} \tau)}. \quad (4.110)$$

De forma análoga como foi apresentado na sub-seção 4.6.3 deste capítulo, pode-se observar em (4.110) que, aumentando-se o comprimento l do enrolamento secundário, com base em (4.38), é possível reduzir a indutância de dispersão L_L entre o primário e o secundário. Porém, isto causa um aumento na capacitância C_D , conforme pode ser observado por meio de (4.56). Nestas condições, verifica-se que o produto entre L_L e C_D torna-se constante, ou seja, $L_L C_D = \text{constante}$. Desta forma, a máxima quantidade de energia é transferida à carga quando a mínima energia for armazenada na bobina no fim do pulso. Isto significa que, a funcional β pode ser reduzida quando existe um estado de equilíbrio entre a energia armazenada na bobina devido a indutância de dispersão e em razão da capacitância distribuída. Com isso, pode-se representar β de acordo com a expressão [7]:

$$\left(\frac{L_L i_{carga}^2}{2} \right) + \left(\frac{C_D v_{carga}^2}{2} \right) = \text{constante}, \quad (4.111)$$

a qual pode ser relacionada com a impedância de carga R_L da seguinte forma:

$$\left(\frac{L_L i_{carga}^2}{2} \right) = \left(\frac{C_D v_{carga}^2}{2} \right) \Rightarrow \left(\frac{L_L}{C_D} \right) = \left(\frac{v_{carga}^2}{i_{carga}^2} \right) \Rightarrow R_L = \sqrt{\frac{L_L}{C_D}}. \quad (4.112)$$

Portanto, é fundamental que a soma das funcionais $(\alpha + \beta)$ seja a menor possível para que a máxima energia da PFN seja transferida para a válvula de microondas de potência.

Em resumo, para que o projeto de um transformador de pulsos seja considerado ótimo, as três condições a seguir devem ser satisfeitas [7, 32]:

$$R_L = \sqrt{\frac{L_L}{C_D}}, \quad (4.113)$$

$$\tau = \sqrt{2L_P C_D}, \quad (4.114)$$

$$(\alpha + \beta) \equiv \sqrt{\frac{2L_L}{L_P}} = \text{mínimo}. \quad (4.115)$$

4.7.4.1 Relação entre os volumes do núcleo e da bobina do transformador de pulsos

Conforme mencionou-se, é necessário que a mínima energia permaneça armazenada no transformador de pulsos no fim do pulso para que a máxima quantidade de energia da PFN seja transferida à carga (válvula de microondas de potência). Para isso, as condições estabelecidas em (4.113), (4.114) e (4.115) devem ser respeitadas. Desta forma, ajustando-se fisicamente as dimensões geométricas do núcleo e da bobina de tal forma que exista um estado de equilíbrio (mínimo estado de energia) entre a energia armazenada no núcleo e a energia armazenada na bobina no fim do pulso, é possível estabelecer a condição de máxima transferência de energia da PFN para a carga. Isto significa que o volume do núcleo deve ser aproximadamente igual ao volume da bobina para que ambos (núcleo e bobina) tenham o mínimo estado de energia no fim do pulso [7].

4.8 Conclusão

O presente capítulo descreveu a metodologia de projeto e construção de transformadores de pulso utilizados em circuitos moduladores. De acordo com a discussão apresentada, conclui-se que no projeto de um transformador de pulsos é fundamental relacionar os elementos do circuito equivalente (FIG. 4.2) com as quantidades geométricas do núcleo e da bobina (FIG. 4.3). Para isso, é necessário estabelecer um modelo matemático consistente que represente na prática a operação deste componente. Porém, devido a complexidade do modelo, utilizou-se circuitos equivalentes para analisar e

representar as regiões relevantes do pulso (tempo de subida e região superior), já que o tempo de descida depende do comportamento destas regiões. Com isso, foi possível identificar que o tempo de subida do pulso é comprometido devido a presença da indutância L_L e da capacitância C_D . Quantitativamente, significa que o produto $L_L C_D$ deve ser o mínimo para evitar um possível atraso no tempo de subida e, conseqüentemente, um alargamento do pulso, conforme demonstrou-se em (4.93). Entretanto, devido L_L e C_D estarem relacionadas com as dimensões geométricas do transformador (núcleo e bobina), é possível minimizar a indutância de dispersão através do primário e do secundário reduzindo a distância d entre as camadas dos enrolamentos. Por outro lado, em razão da distância d ser inversamente proporcional a capacitância C_D , conduz à um aumento deste parâmetro concentrado (capacitância C_D). Analogamente, diminuindo-se o comprimento l do enrolamento secundário aumenta-se a indutância de dispersão e reduz-se a capacitância distribuída. Portanto, pode-se concluir que os parâmetros L_L e C_D são inversamente proporcionais em relação ao comprimento l e a distância d , o que torna o produto $L_L C_D$ constante. No tratamento deste problema, a solução é ajustar l e d de modo que o produto $L_L C_D$ seja o menor possível. Outra forma de minimizar tais parâmetros concentrados é utilizando arranjos de enrolamentos apropriados. Neste caso, o arranjo que apresenta o menor produto $L_L C_D$ é o enrolamento tipo Lord, composto por dois primários conectados em paralelo entre quatro secundários conectados em série.

Em relação ao comportamento do topo do pulso, observou-se que é importante manter constante a indutância L_P quando o circuito primário for submetido aos pulsos de tensão da PFN, pois conforme demonstrou-se em (4.74) qualquer variação de L_P influencia na região superior do pulso.

A investigação sobre o tempo de subida e a região superior do pulso (topo do pulso) permite concluir que, o comportamento do tempo de descida (fim do pulso) é conseqüência dos valores dos elementos L_P , L_L e C_D em conjunto com a impedância da carga R_L , a qual deve estar casada com a impedância da PFN e relacionada com $\sqrt{\frac{L_L}{C_D}}$.

Portanto, os projetos de transformadores de pulso são baseados nos cálculos do tempo de subida e do topo do pulso, já que a impedância da carga é constante.

Tendo em vista a importância de investigar os parâmetros que influenciam na forma do pulso de saída, deve-se considerar ainda o tipo de material a ser utilizado no núcleo, bem como a sua área A_{Trafo} de seção transversal; a qual depende da tensão elétrica

de operação do transformador, conforme apresentou-se em (4.76). Isto é, se a área A não for compatível com a tensão de operação, o material do núcleo poderá atingir o nível de saturação, comprometendo desta forma a operação do transformador de pulsos e, conseqüentemente, a válvula de microondas de potência. O material que atende estas características é o FeSi (GO), conhecido comercialmente como Hipersil.

Em resumo, pode-se dizer que um ótimo projeto de um transformador de pulsos é consolidado atendendo as exigências apresentadas em (4.113), (4.114) e (4.115).

CAPÍTULO 5 – TRATAMENTO ELETROMAGNÉTICO DA MAGNETIZAÇÃO DO MATERIAL: PERDAS DE ENERGIA MAGNÉTICA

5.1 Introdução

O material ferromagnético do núcleo é considerado, em conjunto com o enrolamento tipo Lord, um elemento fundamental no projeto de um transformador de pulsos. Em particular, o material deve apresentar o mínimo de perdas de energia magnética para que o transformador forneça a máxima quantidade de energia da PFN para a válvula de microondas de potência (carga). Neste capítulo, investigar-se-á dois tipos de perdas de energia magnética: a) as perdas por histerese; e b) as perdas devido as correntes induzidas, as quais podem ser quantificadas por meio da aplicação do teorema de Poynting e com base na curva $B-H$. Perdas por histerese estão relacionadas com a energia utilizada para rotacionar e alinhar os domínios magnéticos do material na direção do campo magnético aplicado, sendo portanto inerente ao material. Por outro lado, as perdas devido as correntes induzidas surgem em razão da condutividade elétrica σ finita do material ferromagnético. Desta forma, é importante investigar a distribuição do campo eletromagnético na lâmina para identificar os parâmetros que contribuem para as perdas de energia magnética e, com isso, obter uma expressão analítica que quantifique estas perdas. Em vista disto, o material deve apresentar alta permeabilidade magnética efetiva μ_e para armazenar maior quantidade de energia, o que permite a utilização de um menor volume de material ferromagnético. Isto reduz o tamanho físico do transformador de pulsos e, conseqüentemente, minimiza a indutância de dispersão L_L , a capacitância distribuída C_D e o decaimento D_r do pulso de saída do circuito modulador. A relação entre o volume do núcleo, a indutância L_L e a capacitância C_D pode ser verificada por meio de (4.38) e (4.56) (capítulo 4 – sub-seções 4.4.1 e 4.4.2, respectivamente) em razão do perímetro médio $p_{\text{médio}}$ da bobina e, a relação entre o volume do núcleo e o decaimento D_r pode ser observado em (4.78) (capítulo 4 – sub-seção 4.6.2) devido ao comprimento médio l_m do caminho magnético ser proporcional ao decaimento D_r . Ademais, o material deve suportar alta densidade de fluxo magnético B e trabalhar na região linear da curva $B-H$ para garantir uma satisfatória operação do transformador.

Outra característica fundamental é que o material deve, necessariamente, possuir lâminas tão finas (espessura fina) quanto possível e elevada condutividade elétrica para reduzir as perdas de energia devido as correntes induzidas, já que o vetor densidade de corrente elétrica \vec{J} é proporcional a condutividade σ e ao vetor campo elétrico induzido \vec{E} ($\vec{J} = \sigma \vec{E}$). No caso do transformador de pulsos construído neste trabalho, o material ferromagnético utilizado foi o FeSi (GO) de condutividade $\sigma = 2,127M(\Omega \cdot m)^{-1}$. Portanto, quanto maior a condutividade elétrica do material, bem como menor a espessura de suas lâminas, é possível reduzir as perdas de energia magnética (material). Diante disso, é relevante quantificar a energia dissipada no núcleo em razão das correntes induzidas, já que as correntes de deslocamento são desprezíveis da presente análise.

É conveniente descrever o comportamento elétrico do núcleo do transformador de pulsos por meio de um modelo de circuito equivalente (FIG. 5.1) [7]. Este circuito é caracterizado por uma resistência elétrica R_e , onde o produto $R_e i_m^2(t)$ representa as perdas de energia magnética em razão das correntes induzidas, conectada em paralelo com uma indutância L_e que denota a indutância do primário do transformador de pulsos.

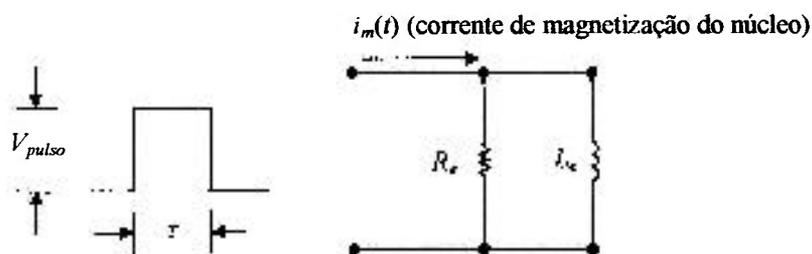


FIGURA 5.1 – Circuito elétrico equivalente do núcleo de um material ferromagnético.

Na condição ideal de operação de um transformador de pulsos, onde a indutância de dispersão L_L e a capacitância distribuída C_D não estão presentes, considerar-se-á que a permeabilidade magnética do material e, conseqüentemente, as indutâncias do primário e do secundário tendem ao infinito, bem como a sua condutividade elétrica $\sigma \rightarrow \infty$ (não existe perdas de energia magnética devido as correntes induzidas). Isto significa que toda a energia armazenada na PFN é instantaneamente transferida à válvula de microondas de potência (carga) durante o pulso. Com isso, é possível obter na saída do transformador um pulso de tensão de largura τ tipicamente retangular. Isto pode ser verificado por meio dos cálculos teóricos apresentados na TAB. 9, onde o transformador de pulsos foi submetido a duas situações distintas de operação, ou seja:

a) operando em uma tensão elétrica de 600 V; e b) operando em uma tensão elétrica de 4,5 kV. Na TAB. 7 apresenta-se os parâmetros elétricos utilizados nos cálculos teóricos do transformador de pulsos ideal.

TABELA 7 – Parâmetros elétricos utilizados nos cálculos teóricos de um transformador de pulsos ideal.

Parâmetros elétricos	Valores
Tensões elétricas de operação – V_I	600 V e 4,5 kV
Frequência elétrica de operação – f_r	2 kHz
Impedância da PFN – Z_{PFN}	31 Ω
Razão de transformação – α	7
Impedância de carga – R_L	$(R_L = \alpha^2 Z_{PFN} = 1519 \Omega)$
Largura do pulso – τ	0,7 μ s
Capacitância total da PFN – C_{PFN}	11,4 nF
Tensão elétrica de carregamento da PFN	
Para 600 V – $V_{PFN (600 V)}$	1,2 kV
Tensão elétrica de carregamento da PFN	
Para 4,5 kV – $V_{PFN (4,5 kV)}$	9 kV
Tensão elétrica na carga (para $V_I=600$ V) – V_{Carga}	4,2 kV
Tensão elétrica na carga (para $V_I=4,5$ kV) – V_{Carga}	31,5 kV
Condutividade elétrica do material – σ	$2,127 \times 10^6 (\Omega \cdot m)^{-1}$

Na TAB. 8 apresenta-se as quantidades geométricas do núcleo e da bobina utilizadas nos cálculos teóricos do transformador de pulsos ideal.

TABELA 8 – Quantidades geométricas do núcleo e da bobina utilizadas nos cálculos teóricos de um transformador de pulsos ideal.

Quantidades geométricas do núcleo (material ferromagnético) e da bobina	Dimensões físicas
Área da seção transversal do núcleo – A_{Trafo}	$7,9 \times 10^{-4} m^2$
Comprimento médio do caminho magnético – l_m	0,31 m
Comprimento médio da espira – l_e	0,182 m
Volume do núcleo – $(A_{Trafo} l_m)$	$2,45 \times 10^{-4} m^3$

Na TAB. 9 encontra-se as expressões analíticas e os resultados teóricos obtidos por meio das condições operacionais do transformador de pulsos apresentadas na TAB. 7

e, de acordo com as quantidades geométricas do material ferromagnético do núcleo e da bobina (TAB. 8). Deve-se lembrar que $N_1=14$ e $N_2=98$.

TABELA 9 – Resultados teóricos relativos a um transformador de pulsos em condições ideais de operação.

Expressões analíticas	PFN carregada com 1,2 kV – $V_{PFN} (600 V)$	PFN carregada com 9 kV – $V_{PFN} (4.5 kV)$
Energia na carga R_L		
$W_{Carga} = \frac{V_{Carga}^2}{R_L} \tau$	8,13 mJ	457,3 mJ
Energia na linha formadora de pulsos (PFN)		
$W_{PFN} = \frac{I}{2} C_{PFN} V_{PFN}^2$	8,2 mJ	462 mJ
Densidade máxima de fluxo magnético		
$\Delta \bar{B} = \frac{V_{Carga} \tau}{N_2 A}$	38 mT	285 mT
Corrente elétrica na carga		
$I_{Carga} = \frac{V_{Carga}}{R_L}$	2,77 A	20,74 A
Intensidade máxima de campo magnético		
$\Delta \bar{H} = \frac{N_1 i_{max}}{l_e} \text{ [para } (l_e \cong l_m)]$	120,7 A/m	907,64 A/m
Permeabilidade magnética efetiva do material		
$\mu_e = \frac{\Delta \bar{B}}{\Delta \bar{H}} \mu_0$	250 (experimental)	250 (experimental)
Indutância do primário		
$L_p = \frac{\mu_0 \mu_e N_1^2 A}{l_e} \text{ [para } (l_e \cong l_m)]$	0,15 mH	0,15 mH
Verificação da tensão elétrica no primário		
$v_p(t) = \frac{L_p \Delta \bar{H} l_e}{N_1 \tau} \text{ [para } (l_e \cong l_m)]$	348 V	2,61 kV

O objetivo deste capítulo é apresentar um tratamento matemático do campo eletromagnético na lâmina do material para estabelecer uma expressão que quantifique as perdas de energia magnética durante cada pulso de largura τ .

O presente capítulo encontra-se organizado da seguinte forma. Na seção 5.2 apresenta-se, com base nas equações de Maxwell, um tratamento matemático da magnetização do material a fim de estabelecer a solução para os campos $\vec{H}(\vec{r}, t)$ e $\vec{E}(\vec{r}, t)$ e, com isso, obter a expressão do campo magnético H no interior de sua lâmina. Na seção 5.3 apresenta-se a metodologia de cálculo das perdas de energia por histerese e devido as correntes induzidas no material por meio do teorema de Poynting e com base na curva $B-H$ de um pulso de largura τ . Na seção 5.4 apresenta-se a determinação da resistência equivalente de perda R_e . Na sequência, seção 5.5 encontra-se os cálculos teóricos das perdas de energia magnética, bem como os resultados experimentais obtidos por meio de um circuito elétrico (experimental) utilizado para submeter o material ferromagnético a pulsos de tensão com duração típica de microsegundos (μs). Finalmente, na seção 5.6, descreve-se a conclusão do capítulo.

5.2 Equações de Maxwell: leis de Faraday e de Ampère-Maxwell

As correntes induzidas no material ferromagnético são responsáveis pelas perdas de energia e, conseqüentemente, pela redução da eficiência do transformador de pulsos. Então, com base nas leis de Faraday e de Ampère-Maxwell [27]-[28] dadas, respectivamente, por:

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}, \quad (5.1)$$

e

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (5.2)$$

é possível descrever a distribuição do campo eletromagnético internamente na lâmina do material e, com isso, obter a expressão matemática que quantifique as perdas de energia magnética.

5.2.1 Formulação do problema das perdas de energia magnética no material

Na FIG. 5.2 apresenta-se uma lâmina de um certo material ferromagnético de permeabilidade magnética μ ($\mu = \mu_0 \mu_e$) e condutividade elétrica σ que foi submetida a pulsos de tensão de largura τ . Tendo em vista que as lâminas deste material são de mesma

espessura e isoladas eletricamente uma das outras, é razoável analisar o comportamento do campo eletromagnético sobre uma única lâmina, já que a distribuição do campo eletromagnético se repete ao longo do conjunto de lâminas (material).

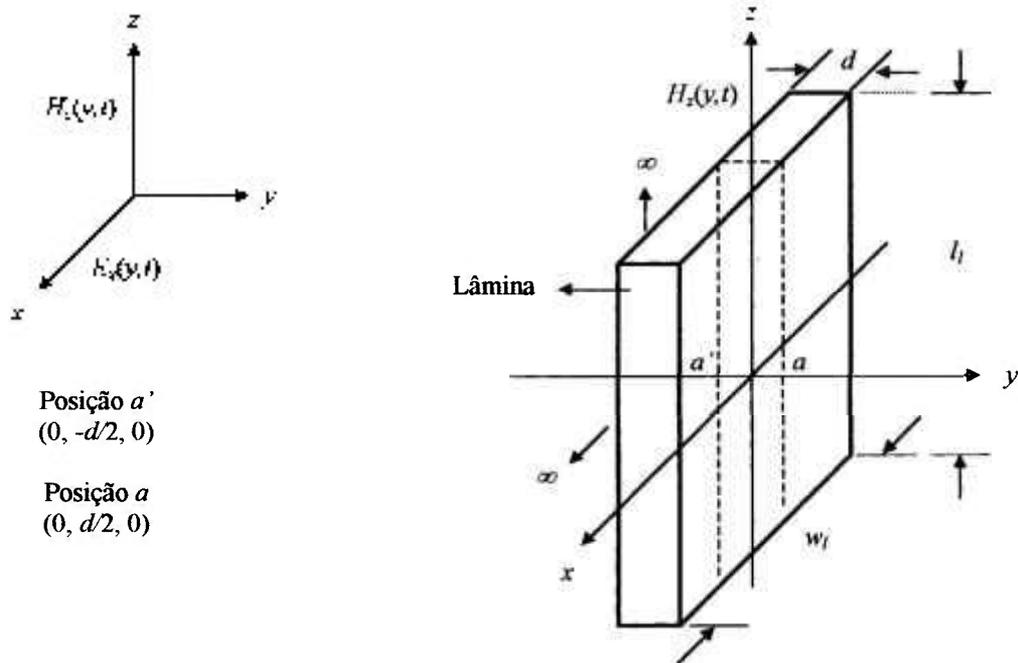


FIGURA 5.2 – Lâmina de um material ferromagnético: análise do campo $H_z(y,t)$.

Para a análise da FIG. 5.2, considerar-se-á que a espessura d da lâmina é muito menor tanto em relação a largura w_l ($d \ll w_l$), quanto ao comprimento l_l ($d \ll l_l$), de modo que os campos $\vec{H}(\vec{r},t)$ e $\vec{E}(\vec{r},t)$ sejam descritos somente em função da variável y , ou seja, $\vec{H}(\vec{r},t) = \hat{a}_z H_z(y,t)$ (propagando-se na direção z) e $\vec{E}(\vec{r},t) = \hat{a}_x E_x(y,t)$ (propagando-se na direção x). Desta forma, é razoável utilizar um modelo matemático unidimensional para obter a expressão do vetor campo magnético $\vec{H}(\vec{r},t)$ partindo-se de (5.1) e (5.2) e, conseqüentemente, encontrar a distribuição do campo magnético na região da lâmina compreendida entre $-d/2 \leq y \leq d/2$.

Nos metais em geral, a corrente de condução, que ocorre devido à presença de um campo elétrico internamente ao material (campo elétrico induzido), é o mecanismo preponderante no transporte das cargas elétricas. Nestas condições, para o cálculo das perdas de energia magnética, as correntes induzidas são mais relevantes que as correntes de deslocamento e, portanto, pode-se desprezar o termo $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ em (5.2). Matematicamente,

significa que $|\sigma \vec{E}| \gg \left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right|$. A validade desta hipótese pode ser investigada de acordo com a seguinte análise. Tendo em vista que, $\left| \frac{\vec{D}}{\tau} \right| = \left| \frac{\epsilon_0 \vec{E}}{\tau} \right|$, onde \vec{D} é a densidade de fluxo elétrico e a largura τ do pulso é da ordem de 1 μs , $|\sigma \vec{E}| \gg \left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right|$ pode ser escrita como $\sigma \gg \frac{\epsilon_0}{\tau}$. Então, sabendo-se que $\sigma = 2,127 \text{ M}(\Omega\cdot\text{m})^{-1}$ e que a relação $\epsilon_0/\tau = 8,854 \mu(\Omega\cdot\text{m})^{-1}$, é possível verificar que $\sigma \gg \frac{\epsilon_0}{\tau}$, validando desta forma a hipótese. Sendo assim, (5.2) pode ser reescrita como:

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E}. \quad (5.3)$$

Representando $\vec{B} = \mu \vec{H}$ na forma diferencial e, em seguida, relacionando com (5.1), tem-se:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (5.4)$$

Portanto, o tratamento matemático das perdas no material devido as correntes induzidas é conduzido utilizando (5.3) e (5.4) [7]. Desta forma, decompondo-se o vetor \vec{H} em vetores unitários \hat{a}_x , \hat{a}_y e \hat{a}_z , uma vez que a distribuição do campo magnético \vec{H} encontra-se na direção z (FIG. 5.2), as componentes de campo H_x e H_y são iguais a zero, ou seja:

$$\nabla \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & H_z \end{vmatrix} = \frac{\partial H_z}{\partial y} \hat{a}_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} \hat{a}_y. \quad (5.5)$$

Contudo, em razão do campo $H_z(y,t)$ depender espacialmente somente de y , (5.5) torna-se:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial H_z}{\partial y} \hat{a}_x. \quad (5.6)$$

Substituindo (5.6) em (5.3) e, tendo em vista que o vetor campo elétrico \vec{E} não depende das variáveis x e z , ou seja, $E_y=0$ e $E_z=0$, tem-se que:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} \hat{a}_y = \sigma E_x \hat{a}_z. \quad (5.7)$$

Analogamente ao cálculo do rotacional do vetor \vec{H} , é possível determinar o rotacional do vetor campo elétrico \vec{E} por meio do determinante:

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{a}_y - \frac{\partial E_x}{\partial y} \hat{a}_z. \quad (5.8)$$

Contudo, em razão do campo elétrico $E_x(y,t)$ depender espacialmente de y , uma vez que é ortogonal ao campo magnético $H_z(y,t)$, (5.8) torna-se:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial E_x}{\partial y} \hat{a}_z. \quad (5.9)$$

Consequentemente, substituindo (5.4) em (5.9), obtém-se o campo E_x :

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} \hat{a}_z = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \hat{a}_z. \quad (5.10)$$

Finalmente, derivando (5.7) em relação a y :

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = \sigma \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad (5.11)$$

e, logo em seguida, substituindo (5.10) em (5.11), é possível obter a equação diferencial para o campo magnético $H_z(y,t)$ e para o campo elétrico $E_x(y,t)$ distribuídos na lâmina do material ferromagnético. Desta forma, tem-se que:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \begin{Bmatrix} H_z \\ E_x \end{Bmatrix} - \sigma\mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{Bmatrix} H_z \\ E_x \end{Bmatrix}, \quad (5.12)$$

onde a equação diferencial parcial (5.12) para H_z e E_x obedece a uma equação de difusão.

5.2.1.1 Solução analítica da equação de difusão: expressão para o campo $H_z(y,t)$

A solução analítica da equação de difusão (5.12), a qual permite estabelecer a distribuição do campo magnético $H_z(y,t)$ na lâmina do material, pode ser escrita como a soma de dois termos: o termo $H_a(y,t)$ (regime permanente) e o termo $H_b(y,t)$ (regime transitório). Algebricamente, significa que $H_z(y,t)$ tem a forma:

$$H_z(y,t) = H_a(y,t) + H_b(y,t). \quad (5.13)$$

- **Expressão de $H_z(y,t)$ em regime permanente: determinação de $H_a(y,t)$**

As dependências espacial e temporal de $H_a(y,t)$ são representadas, respectivamente, por meio das funções $f_1(y)$ e $f_2(t)$, de modo que $H_a(y,t) = f_1(y)f_2(t)$. Por outro lado, sabendo-se que o pulso de tensão sobre a carga deve ser retangular de largura τ , a densidade de fluxo magnético B no material deve, necessariamente, variar linearmente com o tempo t . Contudo, para que isto se verifique, é necessário que o material ferromagnético trabalhe na região linear da curva $B-H$. Devido a hipótese da dependência linear da densidade de fluxo magnético B com o tempo t , a função $f_2(t)$ pode ser escrita de acordo com a relação $f_2(t) = t/\tau$. Tendo em vista que a lei de Faraday na forma integral pode ser escrita como:

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \quad (5.14)$$

onde o elemento diferencial $d\vec{l}$ representa o caminho fechado das correntes induzidas no interior da lâmina de área $S = 2yw$, é possível obter o campo elétrico E_x induzido na lâmina com base na FIG. 5.3 [7].

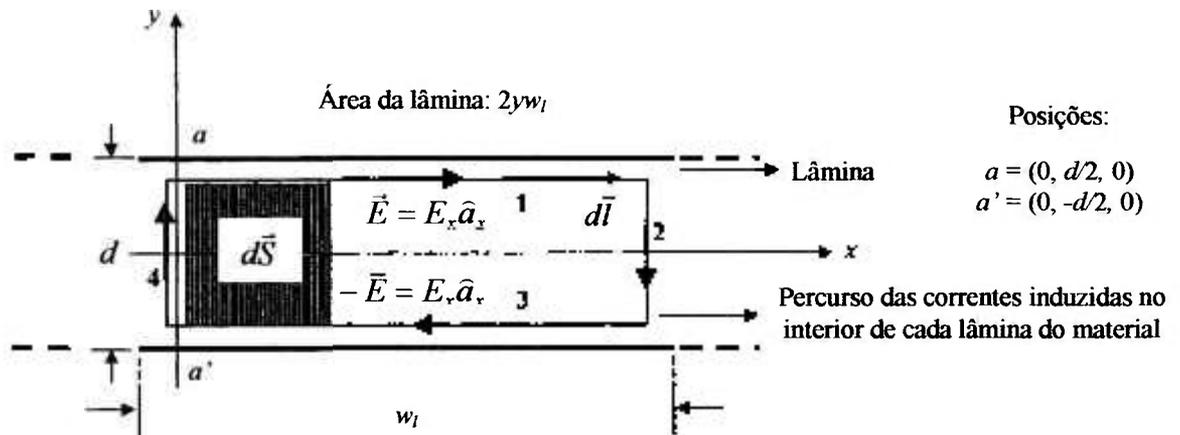


FIGURA 5.3 – Caminho fechado das correntes induzidas na lâmina do material.

Em razão da espessura d da lâmina ser muito menor do que a largura w_l ($d \ll w_l$), a contribuição dos percursos 2 e 4 da corrente induzida (FIG. 5.3) na determinação do campo elétrico induzido E_x pode ser considerada desprezível. Diante disso, resolvendo as integrais

em (5.14) e, substituindo $\left| \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right|$ pelo seu valor médio (espacial) $\frac{d\bar{B}}{dt}$ [7], o campo elétrico

induzido no material é dado por:

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \Rightarrow 2w_l E_x = 2w_l y \frac{d\bar{B}}{dt} \Rightarrow E_x = y \frac{d\bar{B}}{dt} \quad (5.15)$$

Desta forma, o campo $H_a(y,t)$ em regime permanente associado com o campo elétrico E_x pode ser encontrado substituindo (5.15) em (5.7), o que resulta em:

$$\frac{\partial H_a}{\partial y} = \sigma y \frac{d\bar{B}}{dt} \quad (5.16)$$

Considerando apenas o termo em regime permanente em (5.16), tem-se:

$$\partial H_a = \sigma \frac{d\bar{B}}{dt} y dy \quad (5.17)$$

Integrando ambos os lados de (5.17), obtém-se:

$$\int dH_a = \int \sigma \frac{d\bar{B}}{dt} y dy. \quad (5.18)$$

Em razão da integral do segundo termo em (5.18) ser em função de y , o termo $\sigma \frac{d\bar{B}}{dt}$ pode ser considerado uma constante [7]. Nestas condições, (5.18) torna-se:

$$H_a = A_2 y^2 + A_0, \quad (5.19)$$

onde A_2 , que equivale ao termo constante $\sigma \frac{d\bar{B}}{dt}$ em (5.18), e A_0 que é a constante de integração, devem ser determinadas para encontrar a expressão de $H_a(y,t)$. Então, tendo em vista que o valor médio do regime permanente de $H_z(y,t)$ é [7]:

$$\frac{2}{d} \int_0^{d/2} H_a(y,t) dy = \frac{t}{\tau} \frac{2}{d} \int_0^{d/2} f_1(y) dy - \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right) t, \quad (5.20)$$

$H_a(y,t)$ pode ser escrito como [7]:

$$H_a(y,t) = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} (t + A_2 y^2 + A_0), \quad (5.21)$$

onde o termo $(A_2 y^2 + A_0)$ corresponde a distribuição espacial do campo magnético resultante em regime permanente (percurso das correntes induzidas). Para determinar a constante A_2 é necessário derivar (5.21) em relação as variáveis espacial y e temporal t . Sendo assim:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} 2yA_2, \quad (5.22)$$

e

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau}. \quad (5.23)$$

Derivando novamente (5.22) para estabelecer uma relação com (5.12):

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = 2 \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} A_2, \quad (5.24)$$

e, logo em seguida, substituindo (5.23) e (5.24) na equação de difusão (5.12), obtém-se o valor de A_2 :

$$2 \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} A_2 = \sigma \mu \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \Rightarrow A_2 = \frac{\sigma \mu}{2}. \quad (5.25)$$

Para determinar a constante A_0 , substitui-se (5.21) e (5.25) em (5.20), ou seja:

$$\frac{2}{d} \int_0^{d/2} H_a(y,t) dy = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} t \Rightarrow \frac{2}{d} \left[\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \int_0^{d/2} (t + \frac{\sigma \mu}{2} y^2 + A_0) dy \right] = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} t. \quad (5.26)$$

Calculando separadamente as integrais definidas em (5.26):

$$\int_0^{d/2} t dy + \int_0^{d/2} A_0 dy + \int_0^{d/2} \frac{\sigma \mu}{2} y^2 dy = \frac{d}{2} \Rightarrow t y \Big|_0^{d/2} + A_0 y \Big|_0^{d/2} + \frac{\sigma \mu}{2} \frac{y^3}{3} \Big|_0^{d/2} = \frac{d}{2} t,$$

é possível obter o valor de A_0 , o que resulta em:

$$A_0 = -\frac{\sigma \mu d^2}{24}. \quad (5.27)$$

Finalmente, a expressão completa para $H_a(y,t)$ no intervalo $0 \leq t \leq \tau$ é dada por:

$$H_a(y,t) = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} t + \frac{\sigma \mu \Delta \bar{H}}{2\tau} \left(y^2 - \frac{d^2}{12} \right). \quad (5.28)$$

- **Expressão de $H_z(y,t)$ em regime transitório: determinação de $H_b(y,t)$**

No regime transitório, a contribuição de $H_b(y,t)$ para o campo magnético $H_z(y,t)$ (distribuído na lâmina do material) tem o seu máximo em $y=0$ ($\cos k_0=1$) e decai

exponencialmente com o tempo t . Desta forma, uma possível solução para $H_b(y,t)$ que satisfaz estas condições é do tipo [7]:

$$H_b(y,t) = e^{-pt} \cos ky, \quad (5.29)$$

onde as constantes p e k são determinadas de acordo com o desenvolvimento algébrico apresentado a seguir, o qual utiliza a técnica de separação de variáveis, além da expansão da função incógnita em funções ortogonais. Sendo assim, considerando-se apenas o termo em regime transitório na expressão do campo magnético $H_z(y,t)$, (5.29) pode ser escrita da forma $H_b(y,t)=g_1(y)g_2(t)$, onde $g_1(y)$ e $g_2(t)$ são funções arbitrárias que dependem, respectivamente, de y e de t . Desta forma, $\frac{\partial H_z}{\partial y}$ e $\frac{\partial H_z}{\partial t}$ podem ser representadas por:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = g_2(t) \frac{dg_1(y)}{dy}, \quad (5.30)$$

e

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = g_1(y) \frac{dg_2(t)}{dt}. \quad (5.31)$$

Derivando novamente (5.30) para estabelecer uma relação com a equação de difusão

$$\frac{\partial^2 \{H_z\}}{\partial y^2} \{E_z\} = \sigma\mu \frac{\partial \{H_z\}}{\partial t} \{E_z\}, \text{ obtêm-se:}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = g_2(t) \frac{d^2 g_1(y)}{dy^2}. \quad (5.32)$$

Substituindo (5.30) e (5.32) na referida equação de difusão e, logo em seguida, deixando o lado esquerdo da expressão somente dependente de y e o lado direito somente dependente de t , ambos os lados devem ser iguais a mesma constante de separação de variáveis k . Sendo assim, tem-se que:

$$\frac{1}{g_1(y)} \frac{d^2 g_1(y)}{dy^2} = \frac{\sigma\mu}{g_2(t)} \frac{dg_2(t)}{dt} = -k^2, \quad (5.33)$$

onde $k > 0$. Devido a distribuição do campo $H_z(y,t)$ no interior da lâmina do material ser mais intensa nas extremidades (bordas) do que na região central, é satisfatório assumir que a distribuição do campo $H_z(y,t)$ é simétrica ao longo do eixo y . Nestas condições, pode se dizer que o comportamento do campo $H_z(y,t)$ é descrito por uma função do tipo par [$f(y) = f(-y)$] em relação a $y=0$ (FIG. 5.4) [7]. Contudo, tendo em vista que a constante é $-k^2$, a função $g_1(y)$ será do tipo $g_1(y) = A \cos(ky) + B \sin(ky)$ e, a constante B deve ser nula pois $\sin(ky)$ é uma função ímpar. Isto resulta que $g_1(y) = A \cos(ky)$ (termo par), onde A é a segunda constante de integração.

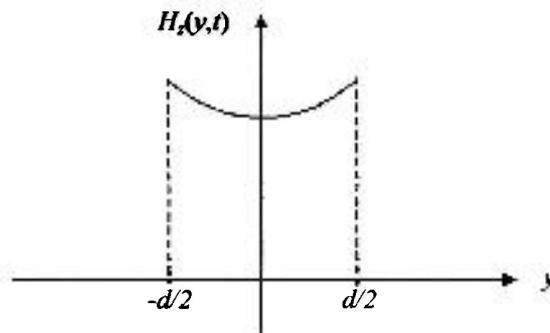


FIGURA 5.4 – Distribuição do campo magnético $H_z(y,t)$ no interior da lâmina do material ferromagnético (simetria par ao longo do eixo z).

Com isso, (5.33) torna-se:

$$\frac{1}{g_1(y)} \frac{d^2 g_1(y)}{dy^2} = -k^2 \Rightarrow g_1(y) = A \cos(ky). \quad (5.34)$$

Porém, para calcular o valor de k , é necessário derivar $H_z(y,t)$ em relação a y . Sendo assim, tem-se que:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [A \cos(ky)] = -k \sin(ky). \quad (5.35)$$

Em vista que, para $y = \pm d/2$ a condição de contorno $\frac{\partial H_z}{\partial y} = E_x = 0$, a constante k será da forma:

$$k = \frac{2n\pi}{d}, \quad (5.36)$$

para n inteiro e positivo. Então, substituindo (5.36) em (5.34), obtém-se:

$$g_1(y) = A \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \quad (5.37)$$

Para encontrar a função $g_2(t)$, substitui-se (5.36) em (5.33):

$$\frac{\sigma\mu}{g_2(t)} \frac{dg_2(t)}{dt} = -\frac{4n^2\pi^2}{d^2}. \quad (5.38)$$

Rearranjando (5.38), tem-se que:

$$\frac{dg_2(t)}{g_2(t)} = -\frac{4n^2\pi^2}{\sigma\mu d^2} dt. \quad (5.39)$$

Finalmente, integrando ambos os lados de (5.39), a função $g_2(t)$ será do tipo:

$$g_2(t) = a_n e^{-\left(\frac{4n^2\pi^2}{\sigma\mu d^2}\right)t}, \quad (5.40)$$

onde a_n é uma constante a ser determinada e o termo exponencial $\left(\frac{4n^2\pi^2}{\sigma\mu d^2}\right)$ é a constante p em (5.29). Portanto, com as funções $g_1(y)$ e $g_2(t)$ determinadas, $H_b(y,t)$ em (5.29) torna-se:

$$H_b(y,t) = a_n e^{-\left(\frac{4n^2\pi^2}{\sigma\mu d^2}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right). \quad (5.41)$$

A expressão final para $H_b(y,t)$ é obtida a partir da combinação linear de (5.41), o que resulta em:

$$H_b(y,t) = \left[\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\left(\frac{4n^2\pi^2}{\sigma\mu d^2}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right], \quad (5.42)$$

onde o índice n da soma assume qualquer valor inteiro e positivo. Uma vez que a_n é uma constante a ser determinada, pode-se multiplicar (5.42) por uma outra constante convenientemente relacionada com (5.28) [regime permanente $H_a(y,t)$], já que a natureza par de $g_t(y)$ continua preservada. Então, (5.42) pode ser reescrita como:

$$H_b(y,t) = \frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau} \left[\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\left(\frac{4n^2\pi^2}{\sigma\mu d^2}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right], \quad (5.43)$$

onde $\frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau}$ é a constante em (5.43) conveniente relacionada com (5.28). Portanto, tendo em vista que $H_z(y,t) = H_a(y,t) + H_b(y,t)$, tem-se que:

$$H_z(y,t) = \frac{\Delta\bar{H}}{\tau} t + \frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau} \left(y^2 - \frac{d^2}{12} \right) + \frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau} \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\left(\frac{4n^2\pi^2}{\sigma\mu d^2}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right). \quad (5.44)$$

Finalmente, rearranjando (5.44), é possível expressar $H_z(y,t)$ na forma:

$$H_z(y,t) = \frac{\Delta\bar{H}}{\tau} t + \frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau} \left[y^2 - \frac{d^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\left(\frac{4n^2\pi^2}{\sigma\mu d^2}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right]. \quad (5.45)$$

A expressão (5.45) representa a solução completa para o comportamento do campo magnético $H_z(y,t)$ na lâmina do material [7]. Porém, sabendo-se que para $t=0$ não existe campo magnético, deve-se impor que $H_z(y,0)=0$ como condição inicial, tornando (5.45) na forma:

$$y^2 - \frac{d^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) = 0, \quad (5.46)$$

já que $\frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau}$ é a constante atribuída em (5.43). Utilizando a propriedade de ortogonalidade das funções $\cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right)$ no intervalo $(-d/2, d/2)$, é possível demonstrar a seguinte relação [33]:

$$\int_{-d/2}^{d/2} \left[\cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \cos\left(\frac{2m\pi y}{d}\right) \right] dy = \frac{d}{2} \delta_{n,m}, \quad \delta_{n,m} = \begin{cases} 0 \Rightarrow n \neq m \\ 1 \Rightarrow n = m \end{cases} \quad (5.47)$$

Multiplicando ambos os lados de (5.46) por $\cos\left(\frac{2m\pi y}{d}\right)$ e integrando em relação a y a expressão resultante no intervalo de $(-d/2, d/2)$, pode-se escrever que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_{-d/2}^{d/2} \left[\cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \cos\left(\frac{2m\pi y}{d}\right) \right] dy = \int_{-d/2}^{d/2} \left[\left(y^2 - \frac{d^2}{12} \right) \cos\left(\frac{2m\pi y}{d}\right) \right] dy, \quad (5.48)$$

onde o lado esquerdo de (5.48) é a própria relação de ortogonalidade. Portanto, (5.48) torna-se:

$$a_n = -\frac{2}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \left[\left(y^2 - \frac{d^2}{12} \right) \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right] dy. \quad (5.49)$$

A segunda integral de (5.49) é nula, pois está integrando a função cosseno no período de 0 a 2π , ao passo que a primeira integral resulta-se em:

$$a_n = -\frac{2}{d} \frac{d^2}{2n^2\pi^2} (d \cos n\pi) \Rightarrow a_n = -\frac{d^2}{n^2\pi^2} (-1)^n. \quad (5.50)$$

Uma vez que, para $n = 1, 3, 5, 7, \dots \Rightarrow \cos n\pi = -1$ e para $n = 2, 4, 6, 8, \dots \Rightarrow \cos n\pi = 1$, a solução completa para $H_z(y, t)$ em (5.45), é dada por meio da expressão:

$$H_z(y, t) = \frac{\Delta\bar{H}}{\tau} t + \frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau} \left[y^2 - \frac{d^2}{12} - \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right], \quad (5.51)$$

onde o campo $H_z(y, t)$ é distribuído na lâmina do material ferromagnético no intervalo $0 \leq t \leq \tau$ quando esta é excitada por um pulso de tensão retangular de largura τ .

A fim de determinar uma expressão para o campo magnético relativo as correntes induzidas no material, é necessário obter o valor de $H_z(y, t) = H_z(\pm d/2, t)$ nas extremidades da lâmina. Desta forma para $y = \pm d/2$, tem-se que:

$$H = \frac{\Delta\bar{H}}{\tau} t + \frac{\sigma\mu d^2 \Delta\bar{H}}{12\tau} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{3T}\right) t} \right], \quad (5.52)$$

onde $H_z(y,t)=H$. Denominando $T = \frac{\sigma\mu d^2}{12}$ a constante de tempo das correntes induzidas na lâmina do material [exponencial em (5.52)] e, tendo em vista que, T é proporcional à espessura da lâmina e tem dimensão de unidade de tempo, o campo H pode ser representado como:

$$H = \Delta\bar{H} \left\{ \frac{t}{\tau} + \frac{T}{\tau} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{3T}\right) t} \right] \right\}. \quad (5.53)$$

Colocando t/τ em evidência, (5.53) torna-se:

$$H = \Delta\bar{H} \frac{t}{\tau} \left[1 + \Phi\left(\frac{T}{t}\right) \right], \quad (5.54)$$

onde $\Phi\left(\frac{T}{t}\right) = \frac{T}{t} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{3T}\right) t} \right]$ é uma função crescente de $\frac{T}{t}$ relativa as correntes

induzidas e depende da espessura da lâmina, já que a condutividade elétrica σ e a permeabilidade magnética μ são características intrínsecas do material. A variação entre a função $\Phi\left(\frac{T}{t}\right)$ e $\frac{T}{t}$, a qual relaciona a espessura d da lâmina com a constante de tempo em que o material é submetido aos pulsos de tensão de largura τ , é representada na FIG. 5.5 [7].

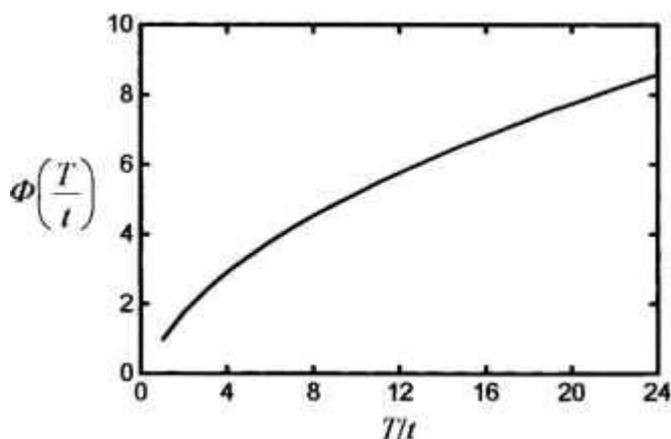


FIGURA 5.5 – Relação entre a função perda $\Phi(T/t)$ e (T/t) .

Na FIG. 5.5 observa-se que, com o aumento da função $\Phi(T/t)$, ocorre um acréscimo do campo magnético H distribuído na lâmina e, conseqüentemente, um aumento das correntes induzidas no interior do material [aumento das perdas de energia magnética (perdas por efeito Joule)].

É possível relacionar o campo magnético H com a densidade média de fluxo magnético \bar{B} induzido na lâmina quando o material é submetido aos pulsos de largura τ . Desta forma, utilizando [7]:

$$\bar{B} = \frac{\mu \Delta \bar{H} t}{\tau}, \quad (5.55)$$

e, de acordo com a expressão [7]:

$$\mu_e = \frac{\bar{B}}{H}, \quad (5.56)$$

é possível estabelecer uma relação entre a distribuição do campo magnético H e a permeabilidade magnética efetiva substituindo (5.54) e (5.55) em (5.56). Ou seja:

$$\mu_e \equiv \frac{\bar{B}}{H} = \frac{\mu}{\left[1 + \Phi\left(\frac{T}{t}\right) \right]}. \quad (5.57)$$

Portanto, pode-se observar em (5.57) que, aumentando-se a espessura d da lâmina do material, a permeabilidade magnética efetiva μ_e é reduzida, já que $T = \frac{\sigma \mu d^2}{12}$.

A expressão para $H_z(y,t)$ em (5.51) pode ser escrita como a soma de dois termos. O primeiro, $\frac{\Delta \bar{H} t}{\tau}$, corresponde ao valor do campo magnético devido ao pulso de largura τ na situação onde o efeito das correntes induzidas não estão presentes no material, mais um campo adicional $H_e(y,t)$ para anular o efeito dessas correntes. Sendo assim, este campo é representado por [7]:

$$H_z(y,t) = \frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau} \left[y^2 - \frac{d^2}{12} - \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{3T}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right]. \quad (5.58)$$

Com isso, é possível representar o campo magnético $H_z(y,t)=H$ em (5.51) na forma:

$$H = \frac{\Delta\bar{H}t}{\tau} + H_e. \quad (5.59)$$

O campo $H_e(y,t)$ em (5.58) pode ser manipulado algebricamente de forma análoga ao campo magnético $H_z(y,t)$ em (5.51). Nestas condições, tem-se que [7]:

$$H_e = H_e\left(\frac{d}{2}, t\right) - \frac{\sigma\mu d^2 \Delta\bar{H}}{12\tau} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{3T}\right)t} \right]. \quad (5.60)$$

Sabendo-se que $T = \frac{\sigma\mu d^2}{12}$, (5.60) torna-se:

$$H_e = \frac{\Delta\bar{H}T}{\tau} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{3T}\right)t} \right] \Rightarrow H_e = \frac{\Delta\bar{H}T}{\tau} - \left[\frac{\Delta\bar{H}T}{\tau} \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{3T}\right)t} \right]. \quad (5.61)$$

Multiplicando-se o numerador por τ e o denominador por t no termo $\frac{\Delta\bar{H}T}{\tau}$ do somatório, e o numerador por t e o denominador por T no termo externo $\frac{\Delta\bar{H}T}{\tau}$, (5.61) torna-se:

$$H_e = \frac{\Delta\bar{H}t}{\tau} \left[\Phi\left(\frac{T}{t}\right) \right], \quad (5.62)$$

lembrando-se que $\Phi\left(\frac{T}{t}\right) = \frac{T}{t} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{3T}\right)t} \right]$. A expressão (5.60) descreve a distribuição das correntes induzidas na lâmina, sendo portanto utilizada posteriormente para o cálculo das perdas de energia magnética no material [7].

Na FIG. 5.6, apresenta-se a distribuição do campo magnético $H_z(y,t)=H$ e do campo elétrico $E_x(y,t)$ induzido na lâmina do material em regime permanente de operação [7]. É importante ressaltar que, o comportamento do campo elétrico E_x (FIG. 5.6b) é, na verdade, a derivada da função da FIG.5.6a, caracterizada anteriormente como função simétrica par (FIG. 5.4). Ademais, na FIG.5.6a (regime permanente), observa-se a contribuição dos termos $H_e(y,t)$ e $\frac{\Delta\bar{H}t}{\tau}$ na distribuição de campo H em (5.59).

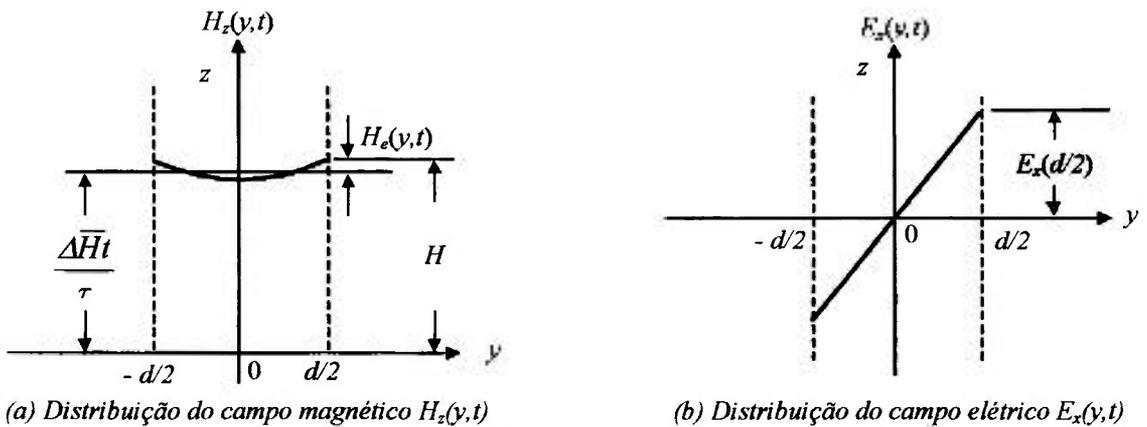


FIGURA 5.6 – Distribuição espacial do campo magnético $H_z(y,t)$ e do campo elétrico $E_x(y,t)$ na condição de regime permanente na lâmina do material.

No fim do pulso, quando $t=\tau$, a tensão elétrica que foi aplicada na bobina é interrompida, o campo magnético devido as correntes induzidas decai ($H_e = 0$) e o material ferromagnético atinge o estado onde o campo $H_z(y,t)=H$ em (5.59) torna-se na forma:

$$H_z(y,t) = \Delta\bar{H} = \frac{\Delta\bar{B}}{\mu} \quad (5.63)$$

O decaimento do campo magnético relativo as correntes induzidas pode ser calculado assumindo-se, como condição de contorno, que em $t=\tau$, $H_e(y,t)$ em (5.58) será:

$$H_{ze}(y,\tau) = \frac{\sigma\mu\Delta\bar{H}}{2\tau} \left(y^2 - \frac{d^2}{12} \right), \quad (5.64)$$

uma vez que o termo transitório em (5.51), referente ao campo $H_b(y,t)$, é igual a zero. Na expressão (5.64), $H_{ze}(y,\tau)$ representa a relação entre o campo $H_z(y,t)$ e o campo adicional

$H_e(y,t)$ para $t=\tau$. É importante observar que, subtraindo-se $H_z(y,t)$ em (5.51) de $H_e(y,t)$ em (5.58) existe apenas o valor médio do campo magnético em regime permanente $\Delta\bar{H}t/\tau$.

5.3 Perdas de energia magnética no material: perdas por histerese e perdas devido às correntes induzidas na lâmina

Nesta seção, apresentar-se-á a metodologia de cálculo das perdas de energia magnética no material por ciclo de histerese e devido as correntes induzidas (efeito Joule), onde utilizam-se as expressões obtidas para $H_z(y,t)$ e $H_e(y,t)$.

5.3.1 Perdas de energia magnética no material por ciclo de histerese

Conforme foi mencionado, as perdas por histerese estão relacionadas com a energia necessária para rotacionar e alinhar os domínios magnéticos do material na direção do campo magnético aplicado [28]. Estas perdas podem ser quantificadas por meio da expressão [31]:

$$W_h = \oint_C HdB, \quad (5.65)$$

onde W_h é a área compreendida pelo ciclo de histerese.

Quando o material ferromagnético opera em regime pulsado, o ciclo de histerese apresenta-se apenas no primeiro quadrante da excursão da curva $B-H$ (FIG. 5.7). Sendo assim, partindo-se de (5.65) e com base na FIG. 5.7b, é possível determinar as perdas de energia de acordo com a seguinte integração:

$$W_h = \oint_C HdB = + \int_0^{B_1} HdB - \int_{B_1}^{B_2} HdB - \int_{B_2}^0 HdB, \quad (5.66)$$

onde, o termo positivo indica a energia magnética armazenada no núcleo durante o pulso de tensão e os termos negativos representam a energia que retornou ao circuito magnético logo após o pulso, porém com um atraso em relação ao campo H (o que caracteriza perdas de energia magnética). A área interna do ciclo de histerese representa a energia que foi dissipada, por exemplo em forma de calor (efeito Joule). Portanto, quanto maior for esta área, maior será as perdas de energia no material [31].

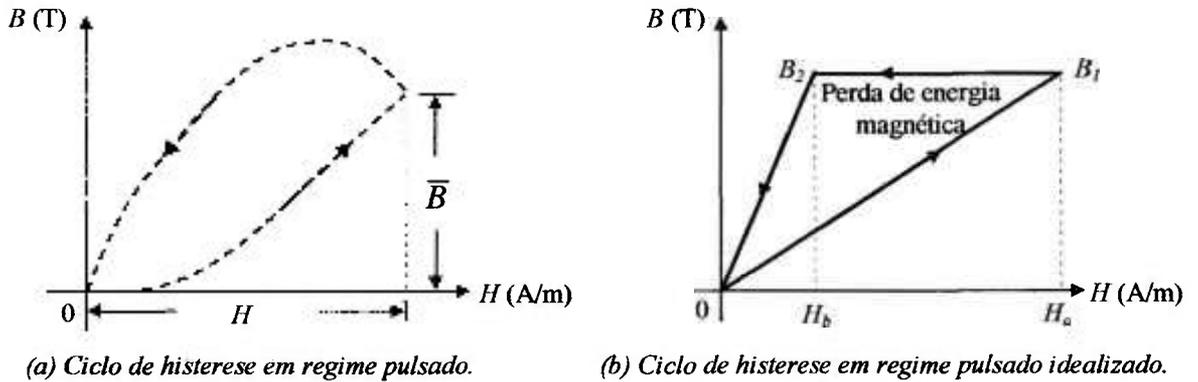


FIGURA 5.7 – Ciclos de histerese de um material ferromagnético operando em regime pulsado.

É possível determinar experimentalmente as perdas de energia magnética por ciclo de histerese utilizando o circuito da FIG. 5.8 [7]. Neste circuito, o resistor R_2 e o capacitor C_2 constituem o circuito integrador RC passivo, R_S é o resistor *shunt* utilizado para monitorar a corrente elétrica de magnetização i_m do material FeSi (GO), v_1 é a tensão elétrica proporcional a intensidade de campo magnético H , v_2 é a tensão elétrica proporcional a densidade de fluxo magnético B e N_{teste} é o material ferromagnético do núcleo submetido aos testes. Ainda, a fonte de tensão V_{dc} , o reator de carregamento L_C , o diodo de bloqueio D_C , a *thyatron* e a PFN são os componentes do modulador pulsado. Os valores de R_2 , C_2 , R_S e do número de espiras N da bobina são ajustados por meio de experimentos, de modo que a curva $B-H$ obtida experimentalmente apresente uma forma similar a da FIG. 5.7a. No final do capítulo, apresentar-se-á os resultados das perdas por histerese obtidos por meio do circuito experimental (FIG. 5.8).

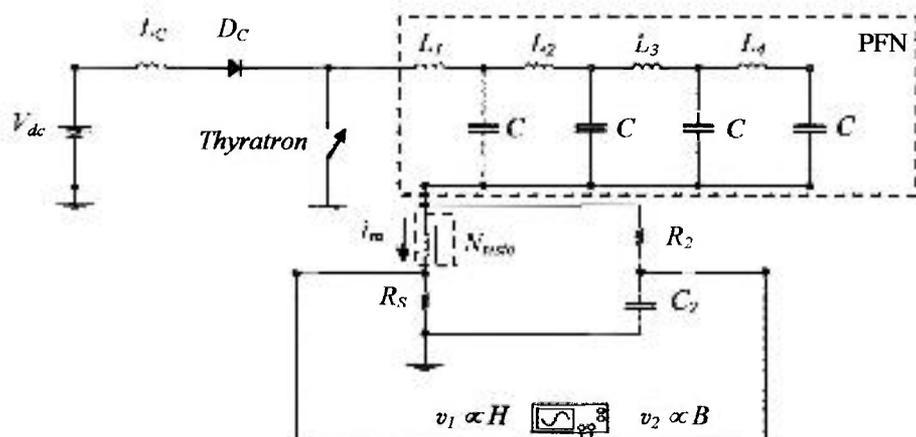


FIGURA 5.8 – Circuito utilizado para determinar as perdas de energia magnética por ciclo de histerese.

5.3.2 Perdas de energia magnética devido as correntes induzidas nas lâminas do material

É possível quantificar as perdas de energia magnética devido às correntes induzidas no material de três maneiras. As duas primeiras são obtidas pela utilização do teorema de Poynting e, a terceira, por integração direta da curva $B-H$ de um material ferromagnético submetido a pulsos de tensão de amplitude V_p de largura τ [7].

- **Determinação da expressão das perdas de energia magnética no material devido às correntes induzidas utilizando o teorema de Poynting**

A energia magnética fluindo em uma lâmina de um material ferromagnético, com condutividade elétrica σ , durante o pulso de largura τ pode ser quantificada por meio do teorema de Poynting [34]. Este teorema é estabelecido multiplicando-se escalarmente (5.3) por \vec{E} e (5.1) por \vec{H} e, em seguida, subtraindo uma expressão da outra. Algebricamente, significa que:

$$\vec{E} \cdot \nabla \times \vec{H} - \vec{H} \cdot \nabla \times \vec{E} = \sigma \vec{E}^2 + \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (5.67)$$

Utilizando a identidade vetorial $\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = -\vec{E} \cdot \nabla \times \vec{H} + \vec{H} \cdot \nabla \times \vec{E}$ [28], (5.67) pode ser reescrita na forma:

$$-\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \sigma \vec{E}^2 - \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (5.68)$$

Integrando (5.68) no volume do material ferromagnético e, tendo em vista que $\vec{B} = \mu \vec{H}$, obtém-se:

$$-\int_{vol} \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) d^3\vec{r} = \int_{vol} \left(\sigma \vec{E}^2 + \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) d^3\vec{r}. \quad (5.69)$$

Utilizando o teorema da divergência $\int_{vol} \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) d^3\vec{r} = \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \hat{n} ds$, é possível

representar (5.69) na forma:

$$-\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{n} ds = \int_{\text{vol}} \left(\sigma \vec{E}^2 + \mu \dot{I} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) d^3 \vec{r}, \quad (5.70)$$

onde S é a área que limita o volume do material. A expressão (5.70) representa o teorema de Poynting quando a corrente de deslocamento é desprezível em comparação com a corrente de condução. Na situação em análise, $\vec{E} = \hat{a}_x E_x(y, t)$ e $\vec{H} = \hat{a}_z H_z(y, t)$, onde o produto vetorial $\vec{E} \times \vec{H}$ é dado por:

$$\vec{E} \times \vec{H} = \hat{a}_x E_x(y, t) \times \hat{a}_z H_z(y, t) = -\hat{a}_y E_x(y, t) H_z(y, t). \quad (5.71)$$

Substituindo (5.71) em (5.70), tem-se que:

$$\oint_S E_x(y, t) H_z(y, t) ds = \int_{\text{vol}} \left[\sigma E_x^2(y, t) + \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) \right] d^3 \vec{r}. \quad (5.72)$$

Devido ao fato de E_x e H_z serem independentes das coordenadas x e z e $ds = dx dz$, então, (5.72) torna-se:

$$E_x\left(\pm \frac{d}{2}, t\right) H_z\left(\pm \frac{d}{2}, t\right) \oint_S dx dz = \int_{-d/2}^{d/2} \left[\sigma E_x^2(y, t) + \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) \right] dy \oint_S dx dz. \quad (5.73)$$

Em razão de dx relacionar-se com a largura w_l da lâmina e dz com o seu comprimento l_l , (5.73) pode ser reescrita na forma:

$$E_x\left(\pm \frac{d}{2}, t\right) H_z\left(\pm \frac{d}{2}, t\right) w_l l_l = w_l l_l \int_{-d/2}^{d/2} \left[\sigma E_x^2(y, t) + \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) \right] dy. \quad (5.74)$$

Cancelando $w_l l_l$, que são comuns em ambos os lados de (5.74), obtém-se:

$$E_x\left(\pm \frac{d}{2}, t\right) H_z\left(\pm \frac{d}{2}, t\right) = \int_{-d/2}^{d/2} \left[\sigma E_x^2(y, t) + \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) \right] dy. \quad (5.75)$$

Entretanto, tendo em vista que o pulso é de largura τ , a energia magnética fluindo na lâmina do material através das superfícies definidas por $y = \pm d/2$, pode ser escrita de acordo com a expressão:

$$\int_0^t \left[E_x \left(\pm \frac{d}{2}, t \right) H_z \left(\pm \frac{d}{2}, t \right) \right] dt = \int_0^t \left\{ \int_{-d/2}^{d/2} \left[\sigma E_x^2(y, t) + \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) \right] dy \right\} dt. \quad (5.76)$$

• **Cálculo das perdas de energia magnética segundo a integral de superfície**

As perdas de energia magnética W , segundo a integral de superfície, é determinada utilizando o lado esquerdo de (5.76), ou seja:

$$W = \int_0^t \left[E_x \left(\pm \frac{d}{2}, t \right) H_z \left(\pm \frac{d}{2}, t \right) \right] dt. \quad (5.77)$$

Utilizando (5.51) para a componente H_z do campo magnético:

$$H_z(y, t) = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} t + \frac{\sigma \mu \Delta H}{2\tau} \left[y^2 - \frac{d^2}{12} - \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3}\right) \frac{t}{\tau}} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right],$$

para $y = d/2$ e, tendo em vista que $\cos n\pi = (-1)^n$, tem-se que:

$$H_z \left(\frac{d}{2}, t \right) = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} t + \frac{\sigma \mu \Delta \bar{H}}{2\tau} \left[\frac{d^2}{6} - \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3}\right) \frac{t}{\tau}} \right]. \quad (5.78)$$

Utilizando (5.7) para a componente E_x do campo elétrico, ou seja:

$$E_x(y, t) = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_z}{\partial y},$$

tem-se, também que:

$$E_z(y,t) = \frac{\mu\Delta\bar{H}}{\tau} \left[y + \frac{d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{\tau}\right)\frac{t}{d}} \operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right] \quad (5.79)$$

Para $y = d/2$ e, sabendo-se que $\operatorname{sen} n\pi = 0$, (5.79) torna-se:

$$E_x\left(\frac{d}{2}, t\right) = \frac{d\mu\Delta\bar{H}}{2\tau} \quad (5.80)$$

Portanto, substituindo (5.70) e (5.80) em (5.77), energia magnética W , pode ser escrita como:

$$\int_0^T E_x\left(\frac{d}{2}, t\right) H_x\left(\frac{d}{2}, t\right) dt = \frac{\mu d}{2} \left(\frac{\Delta\bar{H}}{\tau}\right)^2 \int_0^T \left\{ t + \frac{\mu\sigma}{2} \left[\frac{d^2}{6} - \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{\tau}\right)\frac{t}{d}} \right] \right\} dt =$$

$$\frac{\mu d}{2} \left(\frac{\Delta\bar{H}}{\tau}\right)^2 \int_0^T \left\{ t + T \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{\tau}\right)\frac{t}{d}} \right] \right\} dt \quad (5.81)$$

Integrando-se (5.81) e lembrando-se que, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}$, tem-se:

$$W = \frac{\mu d}{2} \left(\frac{\Delta\bar{H}}{\tau}\right)^2 \left\{ \frac{\tau^2}{2} + T\tau \left[1 - \frac{T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{-\frac{n^2\pi^2\tau}{3T}} \right) \right] \right\} \quad (5.82)$$

A equação (5.82) pode ser escrita com a soma de dois termos, $W = W_m + W_e$:

$$W_m = \frac{\mu d}{2} \left(\frac{\Delta\bar{H}}{\tau}\right)^2 \frac{\tau^2}{2} = \mu \frac{d}{4} (\Delta\bar{H})^2, \quad (5.83a)$$

e

$$W_e = \frac{\mu d}{2} (\Delta\bar{H})^2 \frac{T}{\tau} \left[1 - \frac{T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{-\frac{n^2\pi^2\tau}{3T}} \right) \right] \quad (5.83b)$$

Multiplicando-se por 2 (5.83), pois deve-se considerar a energia fluindo através da superfície $y=d/2$ e, tendo em vista que, para obter a energia total dissipada durante o pulso

é necessário multiplicar o valor numérico obtido em (5.83a) e (5.83b) pela largura w_l e pelo comprimento l_l da lâmina, bem como pelo número total de lâminas que compõe o material, tem-se que:

$$W_m = \frac{\mu d}{2} (\Delta H)^2 w_l l_l N_l, \quad (5.84)$$

e

$$W_e = \mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \left[1 - \frac{T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{3}} \right) \right] w_l l_l N_l, \quad (5.85)$$

onde, W_m é a energia magnética armazenada no material durante o pulso de largura τ e, W_e , a energia magnética dissipada devido as correntes induzidas.

- **Cálculo das perdas de energia magnética segundo a integral de volume**

As perdas de energia magnética W segundo a integral de volume é determinada utilizando o lado direito de (5.76), ou seja:

$$W = \int_0^{\tau} \left\{ \int_{-d/2}^{d/2} \left[\sigma E_x^2(y,t) + \mu H_z(y,t) \frac{\partial H_z(y,t)}{\partial t} \right] dy \right\} dt. \quad (5.86)$$

A integral $\int_0^{\tau} \int_{-d/2}^{d/2} \sigma E_x^2(y,t) dy dt$ em (5.86) representa a energia magnética, por unidade de

área, dissipada no material ferromagnético devido as correntes induzidas ($\vec{E} \cdot \vec{J} = \sigma E^2$, efeito joule) durante o pulso de largura τ . A solução desta integral pode ser conduzida utilizando (5.79), que resulta em:

$$E_x^2(y,t) = \left(\frac{\mu \Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \left[y^2 + 2y \frac{d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T}\right)t} \operatorname{sen} \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) + \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+m}}{nm} e^{-\frac{\pi^2}{3T}(n^2+m^2)t} \operatorname{sen} \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{2m\pi y}{d} \right) \right]. \quad (5.87)$$

Integrando $\int_{-d/2}^{d/2} E_x^2(y,t) \sigma dy$ em (5.76) no intervalo de $-d/2$ a $d/2$ em relação à y , obtém-se:

$$\sigma \left(\frac{\mu \Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \int_{-d/2}^{d/2} \left[y^2 - 2y \frac{d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} e^{\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T} \right) t} \operatorname{sen} \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) + \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+m}}{nm} e^{-\frac{\pi^2}{3T}(n^2+m^2)t} \operatorname{sen} \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{2m\pi y}{d} \right) \right] dy. \quad (5.88)$$

Escrevendo (5.88) como a soma de três integrais (I_1 , I_2 e I_3), encontra-se os seguintes resultados:

$$I_1 = \int_{-d/2}^{d/2} y^2 dy = \frac{y^3}{3} \Big|_{-d/2}^{d/2} = \frac{d^3}{12}, \quad (5.89)$$

$$I_2 = 2 \frac{d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T} \right) t} \int_{-d/2}^{d/2} y \operatorname{sen} \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) dy = - \frac{d^3}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T} \right) t}, \quad (5.90)$$

e

$$I_3 = \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+m}}{nm} e^{-\left(\frac{\pi^2}{3T} \right) (n^2+m^2)t} \int_{-d/2}^{d/2} \operatorname{sen} \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{2m\pi y}{d} \right) dy$$

$$I_3 = \frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+m}}{nm} e^{-\left(\frac{\pi^2}{3T} \right) (n^2+m^2)t} \frac{d}{2} \delta_{n,m} = \frac{d^3}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{2n^2 \pi^2}{3T} \right) t}, \quad (5.91)$$

onde $\delta_{n,m}$ é o delta de Kronecker, em vista da relação de ortogonalidade das funções

$\operatorname{sen} \left(\frac{2n\pi}{d} y \right)$ no intervalo fechado $\left[-\frac{d}{2}, \frac{d}{2} \right]$. Portanto, $\int_{-d/2}^{d/2} E_x^2(y,t) \sigma dy$ em (5.76)

resulta-se em:

$$\int_{-d/2}^{d/2} E_x^2(y,t) \sigma dy = \sigma \left(\frac{\mu \Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \left[\frac{d^3}{12} - \frac{d^3}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T} \right) t} + \frac{d^3}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{2n^2 \pi^2}{3T} \right) t} \right]. \quad (5.92)$$

Rearranjando (5.92), tem-se que:

$$\int_{-d/2}^{d/2} E_x^2(y,t) \sigma dy = \sigma \left(\frac{\mu \Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \frac{d^3}{12} \left[1 - \frac{12}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T}\right)\tau} + \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{2n^2 \pi^2}{3T}\right)\tau} \right] \quad (5.93)$$

Integrando (5.93) no intervalo de 0 a τ , ou seja:

$$\int_0^{\tau} \left[\int_{-d/2}^{d/2} E_x^2(y,t) \sigma dy \right] dt = \sigma \left(\frac{\mu \Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \frac{d^3}{12} \left[\int_0^{\tau} dt \left(1 - \frac{12}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T}\right)t} + \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{2n^2 \pi^2}{3T}\right)t} \right) \right] \quad (5.94)$$

obtem-se a expressão:

$$\int_0^{\tau} \left[\int_{-d/2}^{d/2} E_x^2(y,t) \sigma dy \right] dt = \sigma \left(\frac{\mu \Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \frac{d^3}{12} \left\{ \tau - \frac{36T}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left[1 - e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T}\right)\tau} \right] + \right. \\ \left. - \frac{9T}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left[1 - e^{-\left(\frac{2n^2 \pi^2}{3T}\right)\tau} \right] \right\} \quad (5.95)$$

Finalmente, rearranjando (5.95) e lembrando-se que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}$, obtém-se:

$$\int_0^{\tau} \left[\int_{-d/2}^{d/2} E_x^2(y,t) \sigma dy \right] dt = \mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \left[1 - \frac{2T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{3T}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{T}{10\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{-\frac{2n^2 \pi^2 \tau}{3T}} \right) \right] \quad (5.96)$$

A expressão (5.96) representa a energia magnética dissipada, por unidade de área, por lâmina do material ferromagnético, devido as correntes induzidas durante o pulso de largura τ . Entretanto, para obter a energia total dissipada durante o pulso é necessário multiplicar o valor numérico obtido em (5.96) pela largura w_l e pelo comprimento l_l da

lâmina, bem como pelo número total de lâminas N_l que compõe o material. Desta forma, condições, tem-se que:

$$W_e = \mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \left[1 - \frac{2T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{3}} \right) \right] w_l l_i N_l +$$

$$+ \mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \left[\frac{T}{10\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{2n^2 \pi^2 \tau}{3}} \right) \right] w_l l_i N_l. \quad (5.97)$$

De acordo com (5.97), observa-se que a primeira parcela é idêntica a (5.85). Por outro lado, a segunda integral de (5.86), isto é, $W = \int_0^{\tau} \int_{-d/2}^{d/2} \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) dy dt$, representa a energia magnética armazenada no interior da lâmina durante o pulso. A solução para esta integral é obtida multiplicando (5.51) por $\frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t)$, que pode ser representada por meio da expressão:

$$\frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) = \frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right]. \quad (5.98)$$

Desta forma, o produto $H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t)$ pode ser escrito segundo:

$$\left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \left[\left(t + \frac{\sigma \mu y^2}{2} - \frac{T}{2} \right) - \frac{6T}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right]$$

$$\left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T}\right)t} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \right]. \quad (5.99)$$

Desenvolvendo o produto em (5.99), tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \left\{ \left(t + \frac{\sigma \mu y^2}{2} - \frac{T}{2} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[t + \frac{\sigma \mu y^2}{2} - \frac{T}{2} \left(1 + \frac{6}{n^2 \pi^2} \right) \right] (-1)^n e^{\left(\frac{n^2 \pi^2}{3T} \right) t} \cos \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) + \right. \\
 & \left. - \frac{12T}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+m}}{n^2} e^{\left(\frac{\pi^2}{3T} \right) (n^2 + m^2) t} \cos \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) \cos \left(\frac{2m\pi y}{d} \right) \right\}. \quad (5.100)
 \end{aligned}$$

Termo C

Para encontrar a expressão para a integral $\int_{-d/2}^{d/2} \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) dy$, é necessário integrar os termos A, B e C em relação a y no intervalo de $-d/2$ a $d/2$. Desta forma, o termo A, integrado, resulta-se em:

$$\text{Termo A} = \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \int_{-d/2}^{d/2} \left[t + \frac{\sigma \mu y^2}{2} - \frac{T}{2} \right] dy = \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 t d. \quad (5.101)$$

Para obter a integral do termo B, é necessário integrar apenas a parcela $\frac{\sigma \mu y^2}{2}$, em vista das demais parcelas serem nulas. Desta forma, tem-se que:

$$\text{Termo B} = \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \sigma \mu \int_{-d/2}^{d/2} y^2 \cos \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) dy = 2 \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \sigma \mu \int_0^{d/2} y^2 \cos \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) dy, \quad (5.102)$$

já que o integrando é uma função par. Com isso, (5.102) pode ser escrita como:

$$\text{Termo B} = \int_0^{d/2} y^2 \cos \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) dy = \frac{d^3}{4n^2 \pi^2} (-1)^n. \quad (5.103)$$

Portanto, a integral do termo B será da forma:

$$(-1)^n \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \sigma \mu \int_{-d/2}^{d/2} y^2 \cos \left(\frac{2n\pi y}{d} \right) dy = \frac{\sigma \mu d^3}{2n^2 \pi^2} (-1)^{2n} \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 = \frac{6Td}{n^2 \pi^2} \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2. \quad (5.104)$$

Por outro lado, a integral do termo C em (5.100) pode ser calculada conforme a expressão:

$$-12 \left(\frac{\Delta H}{\tau} \right)^2 \frac{T}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+m}}{n^2} e^{-\frac{\pi^2}{3T} (n^2 + m^2) t} \int_{-d/2}^{d/2} \cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right) \cos\left(\frac{2m\pi y}{d}\right) dy. \quad (5.105)$$

De acordo com a propriedade de ortogonalidade das funções $\cos\left(\frac{2n\pi y}{d}\right)$, é possível escrever a integral dos cossenos conforme (5.47). Desta forma, (5.105) torna-se:

$$\text{Termo C} = -12 \left(\frac{\Delta H}{\tau} \right)^2 \frac{T}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+m}}{n^2} e^{-\frac{\pi^2}{3T} (n^2 + m^2) t} \frac{d}{2} \delta_{n,m}. \quad (5.106)$$

Rearranjado (5.106), tem-se:

$$\text{Termo C} = -6 \left(\frac{\Delta H}{\tau} \right)^2 \frac{Td}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{\pi^2 n^2}{3T} t}. \quad (5.107)$$

Então, agrupando-se as expressões obtidas em (5.101), (5.104) e (5.107) referentes as integrais dos respectivos termos A, B e C de (5.100), obtém-se:

$$\mu \left(\frac{\Delta H}{\tau} \right)^2 \left[td + \frac{6Td}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{\pi^2 n^2}{3T} t} - \frac{6Td}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{\pi^2 n^2}{3T} t} \right]. \quad (5.108)$$

o qual corresponde à integral $\int_{-d/2}^{d/2} \mu H_z(y,t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y,t) dy$ em (5.76). Finalmente, para

encontrar o resultado final do lado direito de (5.76), é necessário integrar (5.108) no intervalo de 0 a τ de acordo com a expressão:

$$\mu \left(\frac{\Delta H}{\tau} \right)^2 \int_0^{\tau} \left[td + \frac{6Td}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{\pi^2 n^2}{3T} t} - \frac{6Td}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{\pi^2 n^2}{3T} t} \right] dt. \quad (5.109)$$

Calculando as integrais em (5.109), tem-se que:

$$\mu \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 d \int_0^{\tau} t dt = \mu \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 d \frac{t^2}{2} \Big|_0^{\tau} = \frac{\mu d}{2} (\Delta \bar{H})^2, \quad (5.110)$$

onde, multiplicando-se (5.110) por w_l , l_l e N_l , obtém-se o mesmo resultado apresentado por (5.84). Ainda:

$$\mu \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \frac{6Td}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \int_0^{\tau} e^{\left(\frac{n^2 \pi^2 t}{3} \right) \frac{\tau}{T}} dt = \mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \frac{T}{5\tau} \left[1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{\left(\frac{n^4 \pi^4}{3} \right) \frac{\tau}{T}} \right], \quad (5.111)$$

e

$$\mu \left(\frac{\Delta \bar{H}}{\tau} \right)^2 \frac{6Td}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \int_0^{\tau} e^{\left(\frac{2n^2 \pi^2 t}{3} \right) \frac{\tau}{T}} dt = -\mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \frac{T}{10\tau} \left[1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{\left(\frac{2n^2 \pi^2}{3} \right) \frac{\tau}{T}} \right]. \quad (5.112)$$

Desta forma a integral para W resulta em:

$$W = \int_0^{\tau} \int_{-d/2}^{d/2} \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) dy dt = \frac{\mu d}{2} (\Delta \bar{H})^2 +$$

$$+ \mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \frac{T}{5\tau} \left[1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{\left(\frac{n^4 \pi^4}{3} \right) \frac{\tau}{T}} \right] - \mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \frac{T}{10\tau} \left[1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{\left(\frac{2n^2 \pi^2}{3} \right) \frac{\tau}{T}} \right].$$

Somando as duas contribuições para o lado direito de (5.76), observando que devido ao sinal (-) em (5.112), a mesma se cancela com a segunda parcela de (5.97), obtendo-se:

$$W = \int_0^{\tau} \left\{ \int_{-d/2}^{d/2} \left[\sigma E_x^2(y, t) + \mu H_z(y, t) \frac{\partial H_z}{\partial t}(y, t) \right] dy \right\} dt$$

$$= \frac{\mu d}{2} (\Delta \bar{H})^2 + \mu d (\Delta \bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \left[1 - \frac{T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{\left(\frac{n^4 \pi^4}{3} \right) \frac{\tau}{T}} \right) \right],$$

que é exatamente (5.85), a menos da multiplicação pelo fator $w_l l_l N_l$.

- **Determinação da expressão das perdas de energia magnética no material devido às correntes induzidas utilizando a curva $B-H$ de um pulso idealizado**

A terceira maneira de obter as perdas de energia magnética devido às correntes induzidas é por meio de um pulso de tensão idealizado, onde o ciclo de histerese pode ser encontrado na FIG. 5.9.

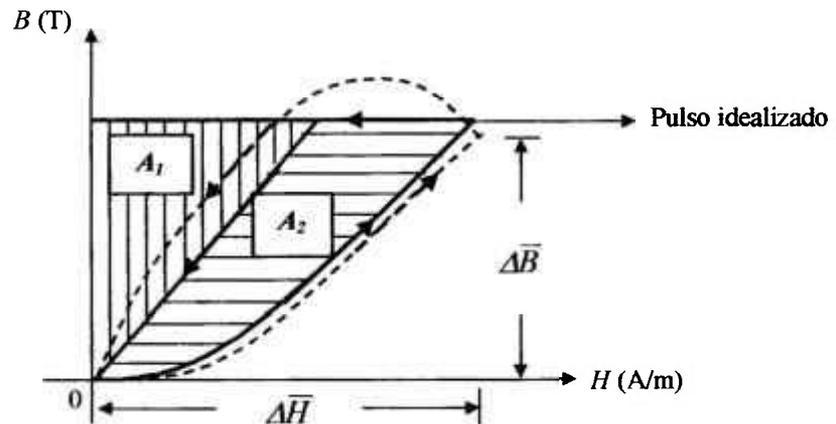


FIGURA 5.9 – Ciclo de histerese de um material submetido a pulsos de tensão. A área A_1 representa a energia armazenada no material e a área A_2 as perdas devido às correntes induzidas.

A área A_1 da FIG. 5.9 pode ser determinada por meio da expressão:

$$W_1 = \int H dB = \frac{\mu(\Delta\bar{H})^2}{2} \quad (5.113)$$

Ainda, no pulso idealizado da FIG. 5.9, observa-se que a área A_2 representa a densidade de energia magnética W_2 dissipada no material devido às correntes induzidas (equivalente a energia W_e em 5.85), uma vez que a soma das áreas A_1 e A_2 corresponde a densidade energia total distribuída (depositada) no material ferromagnético durante cada pulso de amplitude V_p e largura τ . A densidade de energia magnética W_2 pode ser obtida de acordo com a expressão:

$$W_2 = \int_0^{\Delta\bar{B}} H_e \left(\frac{d}{2}, t \right) d\bar{B}, \quad (5.114)$$

onde o campo H_e foi determinado em (5.60). Porém, tendo em vista que [7]:

$$\bar{B} = \frac{\mu \Delta \bar{H} t}{\tau} \Rightarrow t = \frac{\tau \bar{B}}{\Delta \bar{B}}, \quad (5.115)$$

onde $\Delta \bar{B} = \mu \Delta \bar{H}$, bem como, sabendo-se da relação:

$$\Delta \bar{B} = \mu \Delta \bar{H} \Rightarrow \Delta \bar{H} = \frac{\Delta \bar{B}}{\mu}, \quad (5.116)$$

é possível substituir (5.115) e (5.116) em (5.60) para representar (5.114) somente em função de $\Delta \bar{B}$. Desta forma, tem-se que:

$$W_2 = \int_0^{\Delta \bar{B}} \frac{\Delta \bar{B}}{\mu} \frac{T}{\tau} \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 \tau}{3T \Delta \bar{B}} \right)} \right) d\bar{B}. \quad (5.117)$$

Rearranjando (5.117), obtém-se:

$$W_2 = \frac{\Delta \bar{B}}{\mu} \frac{T}{\tau} \left\{ \underbrace{\int_0^{\Delta \bar{B}} d\bar{B} - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \int_0^{\Delta \bar{B}} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 \tau}{3T \Delta \bar{B}} \right)} d\bar{B}}_{\text{Termo A}} \right\}. \quad (5.118)$$

Resolvendo as integrais do termo A, (5.118) resulta na expressão:

$$W_2 = \frac{(\Delta \bar{B})^2}{\mu} \frac{T}{\tau} \left[1 + \frac{18T}{\pi^4 \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left(e^{-\frac{n^4 \pi^2 \tau}{3T}} - 1 \right) \right]. \quad (5.119)$$

Entretanto, tendo em vista que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}$ [35], (5.119) torna-se:

$$W_2 = \frac{(\Delta \bar{B})^2}{\mu} \frac{T}{\tau} \left[1 + \frac{18T}{\pi^4 \tau} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{-\frac{n^4 \pi^2 \tau}{3T}} - \frac{\pi^4}{90} \right) \right]. \quad (5.120)$$

Rearranjando (5.120), tem-se:

$$W_2 = \frac{(\Delta\bar{B})^2 T}{\mu \tau} \left[1 - \frac{T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{3T}} \right) \right] \quad (5.121)$$

Deve-se observar que, multiplicando (5.121) por d , w_b , l_l e N_l , obtém-se o resultado de (5.85):

$$W_2 = \mu d (\Delta\bar{H})^2 \left(\frac{T}{\tau} \right) \left[1 - \frac{T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{3T}} \right) \right] w_b l_l N_l. \quad (5.121a)$$

Finalmente, a expressão da energia magnética W_2 dissipada no material na forma de correntes induzidas (durante cada pulso) pode ser escrita como:

$$W_2 = \frac{(\Delta\bar{B})^2 T}{\mu \tau} \left[\Psi \left(\frac{\tau}{T} \right) \right], \quad (5.122)$$

ou na forma $W_2 = \frac{\tau (\Delta\bar{H})^2 T}{\mu} \left[\Psi \left(\frac{\tau}{T} \right) \right]$, onde $\left[\Psi \left(\frac{\tau}{T} \right) \right] = \left[1 - \frac{T}{5\tau} \left(1 - \frac{90}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{3T}} \right) \right]$ é a

função perda de energia magnética. Por outro lado, sabendo-se da relação $\Delta\bar{B} = \mu \Delta\bar{H}$, é possível também representar W_1 em (5.113) somente em função de $\Delta\bar{B}$. Sendo assim:

$$W_1 = \frac{(\Delta\bar{B})^2}{2\mu}. \quad (5.123)$$

Analogamente a observação feita para (5.121), verifica-se que, multiplicando (5.123) por d , w_b , l_l e N_l , obtém-se o resultado de (5.84). Portanto, as perdas totais de energia W_{total} no material ferromagnético durante cada pulso de largura τ é obtida somando-se W_1 e W_2 ($W_{total} = W_1 + W_2$). Desta forma, tem-se que:

$$W_{total} = \frac{(\Delta\bar{B})^2}{\mu} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{T}{\tau} \left[\Psi \left(\frac{\tau}{T} \right) \right] \right\} d w_b l_l N_l, \quad (5.124)$$

lembrando-se que a permeabilidade magnética $\mu = \mu_0 \mu_e$.

5.4 Determinação da resistência de perda R_e : modelos aproximado e exato do circuito equivalente

- **Modelo aproximado do circuito equivalente para determinar a resistência de perda R_e**

É possível determinar a resistência elétrica de perdas R_e com base no circuito aproximado para o núcleo apresentado na FIG. 5.1. Na condição em que $\tau \gg T$, a função

$\left[\Phi \left(\frac{t}{\tau} \right) \right] \cong \frac{T}{t}$ [7], e portanto (5.54) pode ser reescrita na forma:

$$H(t) \cong \Delta \bar{H} \frac{t}{\tau} \left(1 + \frac{T}{t} \right) \cong \frac{\Delta \bar{B}}{\mu} \frac{t}{\tau} \left(1 + \frac{T}{t} \right). \quad (5.125)$$

Tendo em vista que pela lei de Faraday $\Delta \bar{B} = \frac{V_P \tau}{N_P A}$ e que $T = \frac{\sigma \mu d^2}{12}$, onde V_P é amplitude do pulso retangular de voltagem, de largura τ , aplicado ao circuito primário do transformador de pulsos, (5.125) torna-se:

$$H(t) = \frac{1}{\mu} \frac{V_P}{N_P A} \left(t + \frac{\sigma \mu d^2}{12} \right). \quad (5.126)$$

De acordo com a lei de Ampère $i_m = \frac{H l_e}{N}$, onde o comprimento médio da espira l_e é aproximadamente igual ao comprimento médio l_m do caminho magnético no núcleo, é possível escrever a corrente de magnetização conforme a expressão:

$$i_m(t) = \frac{V_P l_m}{\mu N_P^2 A} \left[t + \frac{\sigma \mu d^2}{12} \right], \quad (5.127)$$

a qual pode ser expressa como:

$$i_m(t) = \frac{V_P t}{L_e} + \frac{V_P}{R_e}, \quad (5.128)$$

onde, L_e e R_e se identificam segundo:

$$L_e = \frac{\mu N_p^2 A}{l_m}, \quad (5.129)$$

e

$$R_e = \frac{12 N_p^2 A}{\alpha d^2 l_m}, \quad (5.130)$$

onde $A = dw_l$ para uma única lâmina. Por meio de (5.129), observa-se que a indutância L_e é a própria indutância L_p do primário, como foi mencionado no início deste capítulo, bem como na investigação realizada no capítulo 4 (sub-seção - 4.7.4) sobre a questão da máxima transferência de energia da PFN para a válvula de microondas de potência.

- **Modelo exato do circuito equivalente para determinar a resistência de perda R_e**

Por outro lado, na situação onde não é verificada a condição $\tau \gg T$, em razão de $T=4 \mu\text{s}$, pode-se obter um circuito equivalente exato para quantificar a resistência de perda R_e e, utilizando (5.53), tem-se que:

$$H(t) = \Delta \bar{H} \left\{ \frac{t}{\tau} + \frac{T}{\tau} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n}{n^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 t}{3T}\right)} \right] \right\}. \quad (5.131)$$

De maneira semelhante ao procedimento algébrico realizado anteriormente, é possível representar a corrente de magnetização na forma:

$$i_m(t) = \frac{H(t) l_m}{N_p} = \frac{V_p l_m}{\mu N_p^2 A} \tau \left[\frac{t}{\tau} + \frac{T}{\tau} \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n}{n^2} e^{-\frac{\pi^2 n^2 t}{3T}} \right) \right]. \quad (5.132)$$

Lembrando que a indutância do primário pode ser expressa como (5.129) e a resistência equivalente de perdas segundo (5.130), a expressão para a corrente de magnetização torna-se:

$$i_m(t) = \frac{V_P}{L_e} t + V_P \left[\frac{I}{R_e} - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 t}{3T}} \right], \quad (5.133)$$

ou ainda:

$$i_m(t) = \frac{V_P}{L_e} t + V_P \left[\frac{I}{R_e} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 \pi^2 R_n} e^{-\frac{n^2 \pi^2 t}{3T}} \right]. \quad (5.134)$$

Definindo a resistência R_n como $R_n = \frac{n^2 \pi^2 R_e}{6}$ e, a indutância L_n na forma $L_n = \frac{L_e}{2}$, o termo exponencial em (5.134) pode ser escrito como:

$$\frac{n^2 \pi^2}{3T} = \frac{n^2 \pi^2}{6} \frac{12 \times 2}{\sigma \mu d^2} = \frac{n^2 \pi^2}{6} \frac{12 N_P^2 A}{\sigma d^2 l_m \mu N_P^2 A} = \frac{2R_n}{L_e}, \quad (5.135)$$

e, com isso, a corrente de magnetização em (5.134) pode ser representada na forma:

$$i_m(t) = \frac{V_P}{L_e} t + V_P \left[\frac{I}{R_e} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I}{R_n} e^{-\frac{2R_n t}{L_e}} \right], \quad (5.136)$$

e escrevendo os termos da soma:

$$i_m(t) = \frac{V_P}{L_e} t + V_P \left[\frac{I}{R_e} - \frac{e^{-\frac{2R_1 t}{L_e}}}{R_1} - \frac{e^{-\frac{2R_2 t}{L_e}}}{R_2} - \frac{e^{-\frac{2R_3 t}{L_e}}}{R_3} - \dots - \frac{e^{-\frac{2R_n t}{L_e}}}{R_n} \right]. \quad (5.137)$$

Por outro lado, pode-se observar que:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \frac{I}{R_e} \frac{6}{\pi^2} \left[\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right] = \frac{I}{R_e} \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}. \quad (5.138)$$

Porém, tendo em vista que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, (5.138) torna-se:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (5.139)$$

Portanto, a corrente de magnetização é escrita na forma:

$$i_m(t) = \frac{V_P}{L_w} t + V_P \left[\frac{1}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{2R_1 t}{L_w}} \right) + \frac{1}{R_2} \left(1 - e^{-\frac{2R_2 t}{L_w}} \right) + \dots + \frac{1}{R_n} \left(1 - e^{-\frac{2R_n t}{L_w}} \right) \right], \quad (5.140)$$

o que sugere o modelo de circuito equivalente da FIG. 5.10.

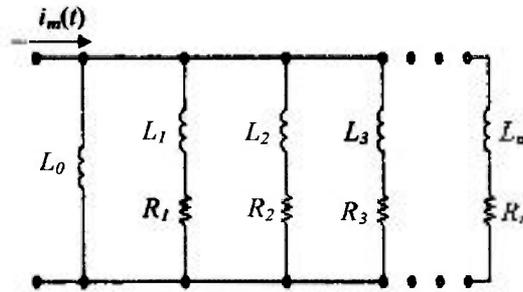


FIGURA 5.10 – Circuito equivalente exato do núcleo.

- **Cálculo da energia magnética dissipada no núcleo utilizando o modelo exato do circuito equivalente**

A corrente elétrica no n -ésimo ramo do circuito da FIG. 5.10 é expressa como:

$$i_n(t) = \frac{V_P}{R_n} \left(1 - e^{-\frac{2R_n t}{L_w}} \right), \quad \text{para } 0 \leq t \leq \tau. \quad (5.141)$$

A potência elétrica instantânea $p_n(t)$ dissipada pela n -ésima resistência equivalente de perda R_e é dada por:

$$p_n(t) = v_n(t) i_n(t) = \frac{V_P^2}{R_n} \left(1 - 2e^{-\frac{2R_n t}{L_w}} + e^{-\frac{4R_n t}{L_w}} \right). \quad (5.142)$$

A energia magnética dissipada pelo n -ésimo resistor R_n durante o pulso é calculada de acordo com a expressão:

$$W_n = \int_0^{\tau} v_n(t) i_n(t) dt, \quad (5.143)$$

onde $v_n(t) = R_n i_n(t)$ é a diferença de potencial sobre a resistência R_n . Então, (5.143) torna-se:

$$P_n = \frac{V_P^2}{R_n} \int_0^{\tau} \left(1 - e^{-\frac{2R_n t}{L_e}} \right)^2 dt = \frac{V_P^2}{R_n} \int_0^{\tau} \left(1 - 2e^{-\frac{2R_n t}{L_e}} + e^{-\frac{4R_n t}{L_e}} \right) dt. \quad (5.144)$$

Integrando (5.144), obtém-se a expressão geral para calcular as perdas de energia magnética utilizando um modelo de circuito equivalente mais preciso, ou seja:

$$W_n = \frac{V_P^2}{R_n} \tau \left[1 - \frac{L_e}{R_n \tau} \left(1 - e^{-\frac{2R_n \tau}{L_e}} \right) + \frac{L_e}{4R_n \tau} \left(1 - e^{-\frac{4R_n \tau}{L_e}} \right) \right]. \quad (5.145)$$

5.5 Cálculo das perdas de energia magnética do material FeSi (GO) utilizado no transformador de pulsos do modulador: resultados experimentais e teóricos

• Resultados experimentais

Com base no circuito experimental da FIG. 5.8, onde o material ferromagnético foi submetido a pulsos de tensão da ordem de 600 V ($V_{Carga}=4,2$ kV e $W_{PFN}=8,2$ mJ), foi possível obter a curva $B-H$ do FeSi (GO) e, com isso, determinar as perdas de energia magnética no material por ciclo de histerese de acordo com a seguinte metodologia. Encontrando a área de cada retângulo (perdas de energia), relativo ao eixo da densidade de fluxo magnético B e da intensidade de campo magnético H (FIG. 5.11), tem-se:

$$A_Q = 3,8mT \times 7,33A/m \cong 28mJ/m^3.$$

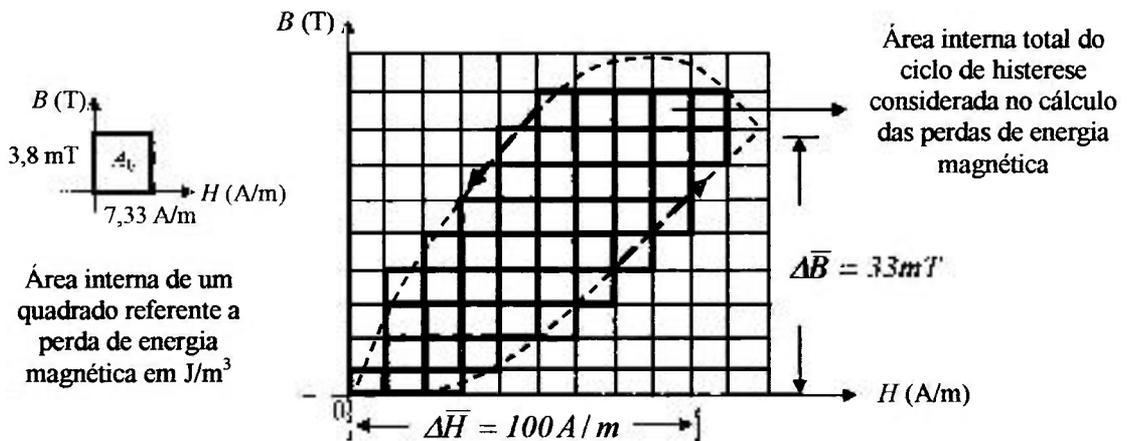


FIGURA 5.11 – Esquema ilustrativo das divisões das escalas vertical e horizontal (área do quadrado) de uma típica curva $B-H$ de um material ferromagnético operando em regime pulsado.

Em seguida, multiplicando-se o valor da área A_Q pelo número total de quadrados internamente ao ciclo de histerese observado no osciloscópio, obtém-se:

$$dW_Q = 45 \times 28mJ \cong 1,26J / m^3 ,$$

onde, dW_Q é a densidade de energia magnética por unidade de volume referente a soma de todos os quadrados internos ao ciclo de histerese. Então, tendo em vista que o volume do núcleo é de $2,45 \times 10^{-4} m^3$, foi possível determinar as perdas de energia magnética no material FeSi (GO) multiplicando-se dW_Q pelo seu respectivo volume. Portanto, as perdas de energia magnética por ciclo de histerese do FeSi (GO) operando com pulsos de 4,2 kV em uma frequência de 2 kHz é da ordem de:

$$W_h = 1,85 \times 2,45 \times 10^{-4} \cong 0,3mJ .$$

Neste cálculo experimental, o material FeSi (GO) apresentou uma permeabilidade magnética efetiva da ordem de 250. Esta permeabilidade foi obtida utilizando-se as expressões:

$$\Delta \bar{B} = \frac{R_2 C_2}{NA} v_2 = 31,3mT ,$$

e

$$\Delta \bar{B} = \frac{N v_1}{l_m R_S} = 100 A / m ,$$

onde, $R_2=550 \Omega$, $C_2=100 \text{ nF}$, $R_S=15 \Omega$, $l_m=0,5 \text{ m}$, $v_2=45 \text{ V}$, $v_1=7,5 \text{ V}$ e $N=100$ espiras (constantes do circuito experimental da FIG. 5.8) e, segundo a relação:

$$\mu_e = \frac{\Delta \bar{B}}{\Delta \bar{H}} \cong 250 .$$

• Resultados teóricos

Utilizando (5.122) e (5.123), foi possível calcular teoricamente as perdas de energia magnética no material devido as correntes induzidas e as perdas em razão da energia que permanece armazenada em cada pulso de largura τ de $0,7 \mu s$ em duas

situações: a) quando a tensão elétrica na carga é da ordem de 4,2 kV ($W_{PFN}=8,2$ mJ), e; b) quando a tensão elétrica na carga é de 31,5 kV ($W_{PFN}=462$ mJ). Na TAB. 10, apresenta-se um resumo dos resultados teóricos e experimentais das perdas de energia magnética no material FeSi (GO) ($\mu_e=250$ experimental) em cada pulso de largura $\tau=0,7$ μ s.

TABELA 10 – Resultados teóricos e experimentais relativos as perdas de energia magnética no material FeSi (GO) com lâminas da ordem de 270 μ m.

Perdas de energia magnética em cada pulso	Resultados teóricos $V_{Carga}=4,2$ kV $W_{PFN}=8,2$ mJ Unidade (mJ)	Resultados teóricos $V_{Carga}=31,5$ kV $W_{PFN}=462$ mJ Unidade (mJ)	Resultado experimental $V_{Carga}=4,2$ kV $W_{PFN}=8,2$ mJ ($\pm 10\%$) Unidade (mJ)
Perdas de energia magnética devido as correntes induzidas – W_2	2,98	167,64	0,3
Perdas de energia magnética que ficou armazenada no material – W_1	0,65	31,77	96×10^{-3}
Perdas totais de energia magnética no material – W_{total}	$W_{total}=W_1+W_2$ 3,63	$W_{total}=W_1+W_2$ 199,41	W_{total} 0,4
Balanco energético. Energia transferida W_{TR} da PFN à carga	$W_{TR}=W_{PFN}-W_{total}$ 4,57	$W_{TR}=W_{PFN}-W_{total}$ 262,6	$W_{TR}=W_{PFN}-W_{total}$ 7,8
Porcentagem (%) de perdas no material	43	43	5
Porcentagem (%) de energia da PFN que foi transferida à carga	57	57	95

De acordo com os resultados obtidos por meio das expressões 5.122 e 5.123 (TAB. 10), pode-se verificar que o material FeSi (GO) operando em 4,2 kV apresentou 2,98 mJ de perda de energia magnética devido as correntes induzidas (efeito Joule) com $\mu_e=250$, permanecendo 0,65 mJ de energia armazenada no núcleo (energia residual) logo após o pulso. Fazendo um balanço energético, significa que 43 % da energia foi dissipada

no material e 57 % desta energia foi efetivamente transferida da PFN para a válvula de microondas de potência. Por outro lado, na situação para 31,5 kV, 167,64 mJ de energia magnética deverá ser dissipada em razão das correntes induzidas e, 31,77 mJ permaneceu armazenada no material ferromagnético após o pulso.

Como foi mencionado, é possível reduzir as perdas de energia magnética utilizando um material com lâminas tão finas quando possível. Diante disso, investigou-se por meio de cálculos teóricos a energia magnética dissipada em um material submetido a 4,2 kV com a metade da espessura da lâmina do FeSi (GO) utilizado no projeto do transformador de pulsos, ou seja, 135 μm (0,135 mm). Nestas condições, verificou-se que as perdas de energia magnética devido as correntes induzidas foram reduzidas de 2,98 mJ para 1,21 mJ. Ainda, reduzindo por um fator 4 a espessura da lâmina, as perdas de energia magnética são minimizadas para 0,38 mJ. Outra maneira de reduzir as perdas de energia é utilizando um material com alta permeabilidade magnética efetiva. Por exemplo, utilizando um material ferromagnético com o dobro da permeabilidade magnética efetiva, ou seja, $\mu_e=500$, as perdas totais de energia são minimizadas de 3,63 mJ (TAB. 10) para 2,5 mJ. Por outro lado, se μ_e for da ordem de 4 vezes maior, ou seja, $\mu_e=1000$, as perdas são reduzidas de 3,63 mJ para 1,77 mJ. Isto pode ser explicado em razão do material necessitar de menor excitação elétrica, ou seja, menor corrente de magnetização. Isto faz com que as correntes induzidas sejam minimizadas, o que reduz as perdas de energia.

5.6 Conclusão

Neste capítulo foi apresentado uma investigação da distribuição do campo magnético $H_z(y,t)$ e do campo elétrico induzido $E_x(y,t)$ no interior da lâmina de um material ferromagnético quando submetido a pulsos de largura τ .

De acordo com o desenvolvimento analítico, foi possível determinar as expressões dos campos $H_z(y,t)$ e $E_x(y,t)$ e, como isso, demonstrar por meio do teorema de Poynting e com base no ciclo de histerese em regime pulsado (curva $B-H$), como quantificar as perdas de energia magnética no material durante os pulsos de tensão. Estas perdas podem ser reduzidas utilizando um material ferromagnético que possua lâminas tão finas quanto possível, pois, de acordo com o tratamento matemático apresentado, observou-se que reduzindo a espessura da lâmina do material, diminui-se o percurso das correntes induzidas e, conseqüentemente, o aquecimento do núcleo (material). Sendo assim, é possível que o transformador de pulsos transfira a máxima energia da PFN para a válvula de microondas de

potência com a mínima quantidade de energia armazenada e dissipada no núcleo no fim de cada pulso de tensão. Ademais, é importante que o material apresente alta permeabilidade magnética efetiva para armazenar a maior quantidade de energia da PFN somente durante o pulso, o que permite reduzir o tamanho físico do transformador de pulsos (núcleo com menor volume) e, com isso, minimizar a indutância de dispersão e a capacitância distribuída. Ainda, deve-se ressaltar que é relevante determinar as perdas de energia magnética no material por meio de um circuito experimental para comparar com os resultados teóricos.

CAPÍTULO 6 – MONITORAÇÃO DOS PULSOS DE CORRENTE DO CIRCUITO MODULADOR *LINE-TYPE*: TÉCNICAS DE MEDIDAS

6.1 Introdução

Tendo em vista que o tempo de duração (largura τ do pulso) e as amplitudes de pico dos pulsos de corrente e de tensão do modulador são, respectivamente, da ordem de 1 μ s, 20 A e 30 kV, foi necessário utilizar técnicas específicas de medidas para monitorar os pulsos de corrente na válvula *magnetron* de potência (carga). Em particular, os pulsos de corrente foram monitorados utilizando uma bobina de Rogowski.

O presente capítulo está organizado da seguinte forma. Na seção 6.2 apresenta-se o princípio básico de operação da bobina de Rogowski, bem como a análise do circuito integrador passivo *RC*. Na seção 6.3 descreve-se a conclusão do capítulo.

6.2 Monitoração dos pulsos de corrente: bobina de Rogowski

A bobina de Rogowski é um instrumento utilizado para medir correntes elétricas (variantes no tempo) da ordem de miliampères (mA) até milhares de ampères (kA). Basicamente, ela é constituída por um número N de espiras enroladas em volta de um toróide, de maneira que a tensão elétrica produzida em seus terminais seja proporcional a derivada da corrente elétrica que atravessa o interior do toróide. Esta bobina pode ser constituída por um núcleo de ar ou de material ferromagnético (forma toroidal) para aumentar a tensão elétrica induzida em seus terminais [36]. Deve-se ressaltar que, neste trabalho, o número de espiras ideal da bobina (96 espiras) foi estabelecido por meio de experimentos utilizando-se o próprio circuito modulador.

6.2.1 Princípio básico de operação da bobina de Rogowski

O princípio básico de operação da bobina de Rogowski (FIG. 6.1) baseia-se na lei de Faraday [27]-[28]:

$$v_{ind}(t) = -N \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA. \quad (6.1)$$

Experimentalmente, verifica-se que a variação da corrente elétrica $i(t)$ produz um campo magnético $B(t)$ ao redor do condutor de energia o qual induz uma tensão elétrica nos terminais da bobina. Essa tensão induzida é proporcional a taxa de variação da corrente com o tempo di/dt . Entretanto, em razão da tensão $v(t)$ ser proporcional a di/dt , é necessário utilizar um circuito integrador passivo (ou ativo) RC para reproduzir o pulso de corrente desejado.

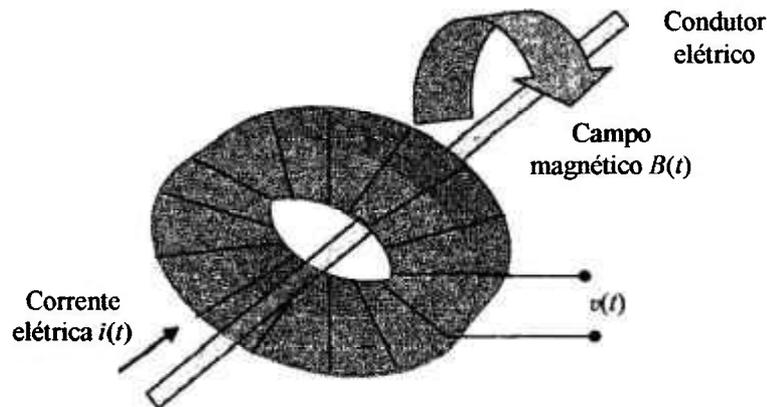


FIGURA 6.1 – Bobina de Rogowski.

6.2.2 Circuito integrador passivo RC

O circuito integrador passivo é composto por um resistor R conectado em série com um capacitor C (circuito RC). Este circuito permite que a tensão elétrica de saída $v_{Saída}(t)$ represente a integral da tensão elétrica de entrada $v(t)$. Em outras palavras, pode-se dizer que a tensão elétrica $v_C(t)$ no capacitor C (tensão de saída) é proporcional a integral da tensão $v(t)$ induzida na bobina de Rogowski (tensão de entrada). Portanto, o circuito RC permite que o sinal da tensão induzida nos terminais da bobina seja integrado para reproduzir na saída a forma do pulso de corrente [36]. Na FIG. 6.2 mostra-se um típico circuito integrador RC passivo conectado aos terminais de saída de uma bobina de Rogowski.

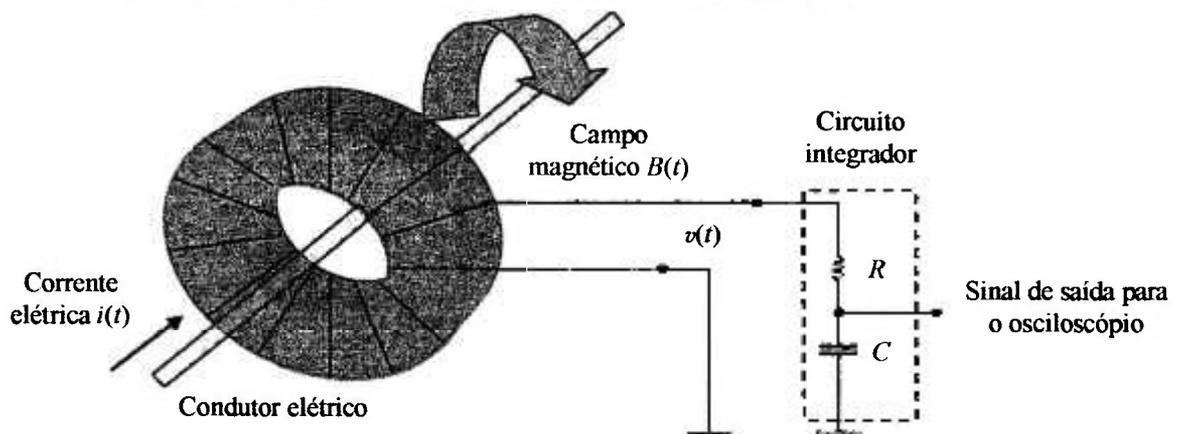


FIGURA 6.2 – Bobina de Rogowski em conjunto com o circuito integrador passivo (circuito RC).

6.2.3 Modelo matemático do circuito integrador RC

Na FIG. 6.3 apresenta-se o circuito elétrico da FIG. 6.2, onde a bobina de Rogowski é representada por meio da fonte de tensão $v(t)$.

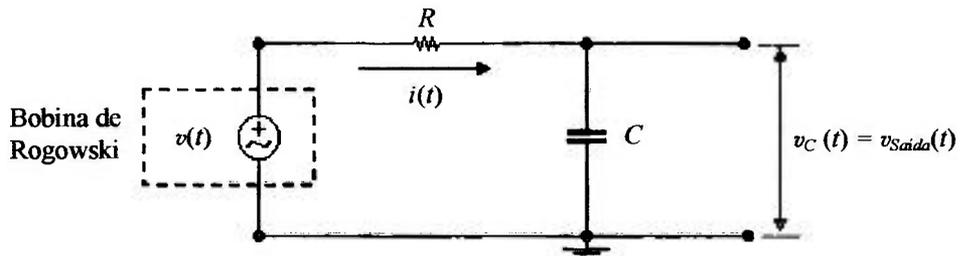


FIGURA 6.3 – Circuito representativo da bobina de Rogowski e do integrador RC.

Aplicando-se ao circuito da FIG. 6.3 a lei das tensões de Kirchhoff [12]:

$$v(t) = v_C(t) + v_R(t), \quad (6.2)$$

e, sabendo-se que a tensão elétrica no resistor R é dada por:

$$v_R(t) = Ri(t), \quad (6.3)$$

e que a corrente no capacitor C é expressa na forma:

$$i(t) = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt}, \quad (6.4)$$

é possível representar (6.2) de acordo com a expressão:

$$v(t) = v_C(t) + RC \frac{dv_C(t)}{dt}. \quad (6.5)$$

Dividindo ambos os lados de (6.5) por RC , tem-se:

$$\frac{1}{RC} v(t) = \frac{1}{RC} v_C(t) + \frac{dv_C(t)}{dt}. \quad (6.6)$$

A hipótese usual é fazer que $\left| \frac{dv_C(t)}{dt} \right| \gg \frac{1}{RC} |v_C(t)|$ e então $v_C(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t v(t') dt'$. Contudo, optou-se em desenvolver a solução formal de (6.6) e fazer tal consideração posteriormente. A expressão (6.6) é uma equação diferencial de primeira ordem, podendo ser resolvida considerando-se que o capacitor C encontra-se inicialmente descarregado, ou seja, $v_C(t=0)=0$ (condição inicial). Nestas condições, a solução de (6.6) pode ser escrita como um produto de duas funções arbitrárias $f(t)$ e $g(t)$ [37], ou seja:

$$v_C(t) = f(t)g(t). \quad (6.7)$$

Derivando ambos os lados de (6.7) em relação a t , obtém-se:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = f(t) \frac{dg(t)}{dt} + g(t) \frac{df(t)}{dt}. \quad (6.8)$$

Substituindo (6.8) e (6.7) em (6.6), tem-se:

$$\frac{1}{RC} v(t) = \frac{1}{RC} f(t)g(t) + f(t) \frac{dg(t)}{dt} + g(t) \frac{df(t)}{dt}. \quad (6.9)$$

Rearranjando (6.9) na forma:

$$\frac{1}{RC} v(t) = f(t) \frac{dg(t)}{dt} + g(t) \left[\frac{df(t)}{dt} + f(t) \frac{1}{RC} \right], \quad (6.10)$$

e igualando a zero o termo entre colchetes em (6.10), tem-se:

$$\frac{df(t)}{dt} + f(t) \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow \frac{df(t)}{dt} = -f(t) \frac{1}{RC}. \quad (6.11)$$

Integrando ambos os lados de (6.11) é possível obter $f(t)$, ou seja:

$$\int \frac{df(t)}{dt} = - \int f(t) \frac{1}{RC} dt \Rightarrow -\ln A + \ln f(t) = - \int f(t) \frac{1}{RC} dt \Rightarrow f(t) = Ae^{-\left(\frac{1}{RC}\right)t}. \quad (6.12)$$

Entretanto, de (6.10) sabe-se que:

$$\frac{1}{RC}v(t) - f(t)\frac{dg(t)}{dt} \Rightarrow \frac{dg(t)}{dt} = \frac{1}{RC} \frac{1}{f(t)}v(t). \quad (6.13)$$

Então, substituindo (6.12) em (6.13), tem-se:

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{1}{RC} \frac{1}{A} e^{\left(\frac{t}{RC}\right)} v(t). \quad (6.14)$$

Integrando ambos os lados de (6.14), obtém-se:

$$g(t) = \frac{1}{ARC} \int_0^t e^{\left(\frac{t'}{RC}\right)} v(t') dt' + C_{A1}, \quad (6.15)$$

onde C_{A1} é uma constante arbitrária. Para obter a expressão de saída do capacitor $v_C(t)$, é necessário substituir (6.12) e (6.15) em (6.7). Sendo assim:

$$v_C(t) = f(t)g(t) \Rightarrow v_C(t) = \left[A e^{\left(\frac{t}{RC}\right)} \right] \left[\frac{1}{ARC} \int_0^t e^{\left(\frac{t'}{RC}\right)} v(t') dt' + AC_{A1} e^{\left(\frac{t}{RC}\right)} \right]. \quad (6.16)$$

Eliminando a constante A fora da integral e assumindo-se que o produto AC_{A1} é igual a uma constante arbitrária \bar{A} , a expressão de saída do circuito integrador para $t=\tau$ tornar-se-á:

$$v_C(t) = \frac{e^{\left(\frac{t}{RC}\right)}}{RC} \int_0^t e^{\left(\frac{t'}{RC}\right)} v(t') dt' + \bar{A} e^{\left(\frac{t}{RC}\right)}, \quad (6.17)$$

onde a constante $\bar{A}=0$, tendo em vista que para $t=0$ $v_C(t=0)=0$. Nestas condições, a expressão final para $v_C(t)$ assume a forma:

$$v_C(t) = \frac{e^{\left(\frac{t}{RC}\right)}}{RC} \int_0^t e^{\left(\frac{t'}{RC}\right)} v(t') dt'. \quad (6.18)$$

A expressão (6.18) é a solução de (6.6), e permite identificar em que situação a tensão de saída $v_C(t)$ será proporcional a integral da tensão elétrica de entrada.

6.2.4 Construção do pulso de corrente com o circuito integrador RC

Na ausência do circuito integrador, verificou-se experimentalmente com a bobina de Rogowski que a tensão induzida, relativa ao sinal da corrente elétrica na carga, pode ser representada, aproximadamente, por dois impulsos unitários; analogamente a função delta de Dirac (FIG. 6.4) [12].

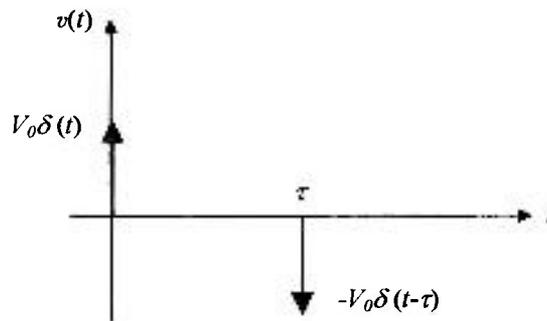


FIGURA 6.4 – Sinal da tensão induzida na carga sem o circuito RC: função delta de Dirac.

Substituindo $v(t)=V_0\delta(t)$ em (6.18) e recorrendo à propriedade:

$$\int_a^b f(t)\delta(t)dt = f(0), \quad \text{para } 0 \leq t \leq \tau. \quad (6.19)$$

Para $v(t)=V_0\delta(t)$, tem-se:

$$v_C(t) = V_0 \frac{e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}}{RC} \int_0^t e^{\left(\frac{t'}{RC}\right)} v(t') dt' = V_0 \frac{e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}}{RC}, \quad \text{para } t \geq 0. \quad (6.20)$$

Então, se $RC \gg \tau$, por exemplo ($RC \cong 10\tau$), a amplitude de $v_C(t)$ será:

$$v_C(\tau) \cong 0,9 \frac{V_0}{RC}. \quad (6.21)$$

Por outro lado, quando o impulso $v(t) = -V_0\delta(t - \tau)$ for aplicado, $v_c(\tau) \cong 0,9 \frac{V_0}{RC}$ e então a solução para $v_c(t)$ será da forma:

$$v_c(t - \tau) = -V_0 \frac{e^{-\frac{(t-\tau)}{RC}}}{RC} \int_0^{(t-\tau)} e^{\frac{(t'-\tau)}{RC}} \delta(t - \tau) d\tau + \frac{0,9V_0}{RC} e^{-\frac{(t-\tau)}{RC}} \rightarrow$$

$$v_c(t - \tau) = -V_0 \frac{e^{-\frac{(t-\tau)}{RC}}}{RC} + \frac{0,9V_0}{RC} e^{-\frac{(t-\tau)}{RC}}, \quad (6.22)$$

ou, para $t \geq \tau$, tem-se:

$$v_c(t) = -\frac{0,1V_0}{RC} \left[1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{RC}} \right] \quad (6.23)$$

Na aproximação ($RC \cong 10\tau$), $v_c(\tau) = -\frac{0,1V_0}{RC}$. Portanto, a forma de onda na saída do integrador será de acordo com a FIG. 6.5, a qual representa aproximadamente a integral do pulso de entrada.

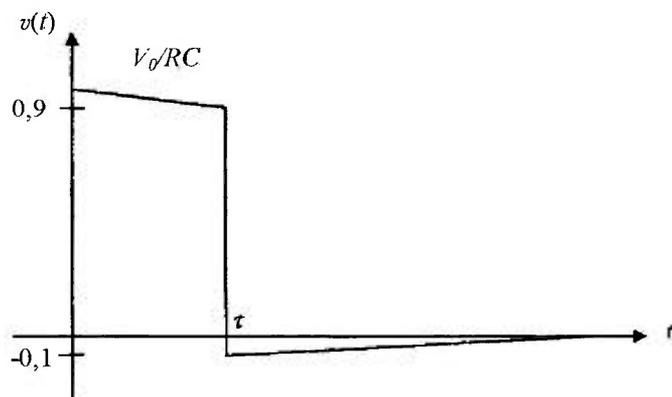


FIGURA 6.5 – Forma de onda de saída do circuito integrador passivo RC.

6.3 Conclusão

De acordo com a descrição do capítulo, pode-se concluir que, para que o circuito integrador reproduza na saída a integral da tensão elétrica de entrada (tensão induzida na bobina de Rogowski), é necessário que a constante de tempo do circuito respeite a condição aproximada ($RC \cong 10\tau$).

CAPÍTULO 7 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

7.1 Introdução

Neste capítulo, apresenta-se os resultados referentes ao projeto do circuito modulador *line-type*. Basicamente, o desenvolvimento do modulador baseou-se na construção do reator de carregamento ressonante, da linha formadora de pulsos (PFN) e do transformador de pulsos.

O capítulo encontra-se organizado da seguinte forma. Na seção 7.2 apresenta-se os resultados teóricos e experimentais obtidos com o reator de carregamento ressonante. Na seção 7.3 encontra-se os resultados teóricos do projeto das redes *LC* tipo-A, B, C, D e E (cálculo dos elementos *LC*), bem como os pulsos de tensão obtidos por meio de simulações. Ainda na referida seção, mostra-se os pulsos considerados indesejáveis na operação de circuitos moduladores, bem como o pulso de disparo da válvula *thyatron* (sistema de chaveamento do modulador). Na seção 7.4 apresenta-se os pulsos de tensão e de corrente obtidos na construção da PFN tipo-E (resultado experimental). Na seção 7.5 encontra-se os resultados teóricos e experimentais do projeto e construção do transformador de pulsos, bem como a simulação do pulso de tensão do circuito primário e dos pulsos de tensão do circuito secundário calculado teoricamente e medido experimentalmente. Finalmente, na seção 7.6, descreve-se a conclusão do capítulo.

7.2 Resultados teóricos e experimentais obtidos com o circuito de carregamento ressonante

Com base na teoria apresentada no capítulo 2, o reator de carga permite que a PFN seja carregada com o dobro da tensão elétrica da fonte d-c no período $T_C = \pi\sqrt{L_C C_{PFN}}$. Desta forma, verificando-se experimentalmente por meio de um osciloscópio que o período T_C foi da ordem de 350 μs (FIG. 7.1) e, tendo em vista a capacitância da PFN é de 11,4 nF, foi possível determinar a indutância L_C do reator por meio da expressão:

$$T_C = \pi\sqrt{L_C C_{PFN}} \Rightarrow L_C \cong 1,1H .$$

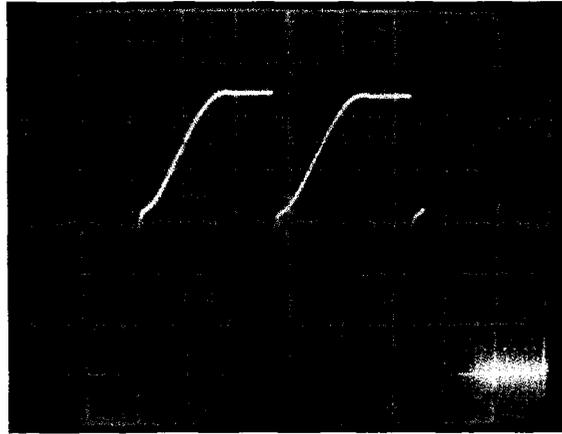


FIGURA 7.1 – Período de carregamento do reator do modulador line-type.

Escala vertical: 2kV/div. Escala horizontal: 100 μ s/div.

A determinação da indutância L_C permitiu o cálculo da permeabilidade magnética efetiva μ_e do sistema [material FeSi (GO) com entreferro] de acordo com a expressão:

$$L_C = \left(\frac{\mu_0 \mu_e N_R^2 A_R}{l_e} \right) \Rightarrow \mu_e \cong 94 ,$$

onde, a área do núcleo do reator A_R é de $9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, o comprimento médio da espira l_e de 0,17 m e o número de espiras N_R igual a 1325.

7.2.1 Cálculo das correntes de pico, média e efetiva do circuito de carregamento da linha formadora de pulsos (PFN)

Tendo em vista que a fonte de alta tensão d-c do modulador é de 4,5 kV, a indutância L_C do reator da ordem de 1,1 H, a capacitância da PFN C_{PFN} igual a 11,4 nF e que a PFN é carregada com até 9 kV (dobro do valor da tensão elétrica da fonte), foi possível calcular as correntes de pico, média e efetiva do circuito de carregamento, bem como a energia armazenada na PFN (condições de carregamento da PFN).

Na TAB. 11, apresenta-se as expressões utilizadas nos cálculos das correntes de pico, média e efetiva de carregamento da PFN, bem como a expressão que permite calcular a energia armazenada na PFN (capítulo 2 – seção 2.2), bem como os resultados obtidos.

TABELA 11 – Expressões e resultados obtidos referentes as condições de carregamento de energia na PFN.

Expressões	Resultados ($\pm 10\%$)
Corrente de pico do circuito de carregamento	458 mA
$I_{Ic} = V_{dc} \left(\sqrt{\frac{C_{PFN}}{L_c}} \right)$	
Corrente média do circuito de carregamento	292 mA
$I_{C*} = \frac{2V_{dc}}{\pi} \left(\sqrt{\frac{C_{PFN}}{L_c}} \right)$	
Corrente efetiva do circuito de carregamento	324 mA
$I_{C_{\text{eff}}}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{dc}}{\sqrt{L_c C_{PFN}}} \right)^2$	
Energia armazenada na PFN	462 mJ
$W_{PFN} = \frac{1}{2} C_{PFN} V_{PFN}^2$	

7.3 Resultados obtidos no projeto teórico das redes tipos-A, B, C, D e E: determinação dos elementos LC

Nesta seção, apresenta-se os resultados teóricos do projeto das redes LC (PFN) tipos-A, B, C, D e E com quatro seções LC (cálculo dos elementos LC).

7.3.1 Cálculo dos elementos LC das redes tipos-A, B e C

De acordo com a teoria de projeto de PFN apresentada no capítulo 3 (síntese de redes LC), foi possível calcular os valores dos elementos LC das redes tipos-A, B e C e, conseqüentemente, suas respectivas funções impedância $Z(s)$ estabelecidas por meio dos teoremas de Foster e de Cauer. O procedimento de cálculo inicia-se escrevendo a função $Z(s)$, dada em (3.57) (capítulo 3 – seção 3.4), para uma PFN com quatro seções LC, ou seja:

$$Z_C(s) = \frac{a_8 s^8 + a_6 s^6 + a_4 s^4 + a_2 s^2 + 1}{b_7 s^7 + b_5 s^5 + b_3 s^3 + b_1 s}$$

Entretanto, sabendo-se que $Z_C(s) = 1/Y_C(s)$, é possível reescrever $Z_C(s)$ utilizando-se o teorema de Foster dado por (3.54) (capítulo 3 – seção 3.4). Nestas condições, para uma PFN tipo-C com quatro seções LC, a função $Y_C(s)$ tem a forma:

$$Y_C(s) = \frac{C_1 s}{L_1 C_1 s^2 + 1} + \frac{C_3 s}{L_3 C_3 s^2 + 1} + \frac{C_5 s}{L_5 C_5 s^2 + 1} + \frac{C_7 s}{L_7 C_7 s^2 + 1}.$$

Por um processo de álgebra, a função $Y_C(s)$ torna-se:

$$Z_C(s) = \frac{1}{Y_C(s)} = \frac{b_7 s^7 + b_5 s^5 + b_3 s^3 + b_1 s}{(L_1 C_1 s^2 + 1)(L_3 C_3 s^2 + 1)(L_5 C_5 s^2 + 1)(L_7 C_7 s^2 + 1)}, \quad (7.1)$$

onde os coeficientes do numerador em (7.1) são os mesmos da função $Z_C(s)$ em (3.57).

Sendo assim, conhecendo os elementos LC , é possível determinar b_7 , b_5 , b_3 e b_1 da forma:

$$b_7 = C_1 s (L_1 C_1 s^2 + 1)(L_3 C_3 s^2 + 1)(L_5 C_5 s^2 + 1)(L_7 C_7 s^2 + 1),$$

$$b_5 = C_3 L_1 C_1 L_5 C_5 L_7 C_7 s^7 + C_3 s^5 (L_1 C_1 L_5 C_5 + L_1 C_1 L_7 C_7 + L_5 C_5 L_7 C_7) + C_3 s^3 (L_1 C_1 + L_5 C_5 + L_7 C_7) + C_3 s,$$

$$b_3 = C_5 L_1 C_1 L_3 C_3 L_7 C_7 s^7 + C_5 s^5 (L_1 C_1 L_3 C_3 + L_1 C_1 L_7 C_7 + L_3 C_3 L_7 C_7) + C_5 s^3 (L_1 C_1 + L_3 C_3 + L_7 C_7) + C_5 s,$$

e

$$b_1 = C_7 L_1 C_1 L_3 C_3 L_5 C_5 s^7 + C_7 s^5 (L_1 C_1 L_3 C_3 + L_1 C_1 L_5 C_5 + L_3 C_3 L_5 C_5) + C_7 s^3 (L_1 C_1 + L_3 C_3 + L_5 C_5) + C_7 s,$$

e, a_8 , a_6 , a_4 , a_2 e a_0 de acordo com:

$$a_8 = (L_1 C_1 L_3 C_3 L_7 C_7) s^8,$$

$$a_6 = [L_3 C_3 L_5 C_5 L_7 C_7 + L_1 C_1 (L_3 C_3 L_5 C_5 + L_3 C_3 L_7 C_7 + L_5 C_5 L_7 C_7)] s^6,$$

$$a_4 = [(L_3 C_3 L_5 C_5 + L_3 C_3 L_7 C_7 + L_5 C_5 L_7 C_7) + L_1 C_1 (L_3 C_3 + L_5 C_5 + L_7 C_7)] s^4,$$

$$a_2 = (L_1 C_1 + L_3 C_3 + L_5 C_5 + L_7 C_7) s^2,$$

e $a_0 = 1$.

Para determinar os coeficientes do numerador (a_n) e do denominador (b_m) e, com isso, obter a função impedância $Z_C(s)$, é necessário calcular os valores das capacitâncias e das indutâncias da rede tipo-C (FIG. 3.3). Desta forma, utilizando-se (3.52) e (3.53) (capítulo 3 – seção 3.3), bem como, tendo em vista que a impedância da PFN é de 31Ω e a largura τ do pulso de $0,7 \mu s$ (largura do pulso em que a PFN foi projetada), foi possível obter C_v e L_v da PFN tipo-C (TAB. 12).

TABELA 12 – Valores dos elementos LC da PFN tipo-C.

Elementos LC	Valores
C_1	9,15 nF
C_3	1,02 nF
C_5	0,37 nF
C_7	0,19 nF
L_1	5,42 μH
L_3	5,42 μH
L_5	5,42 μH
L_7	5,42 μH

Desta forma, utilizando-se os valores dos elementos LC da TAB. 13, foi possível determinar os coeficientes a_n e b_m (TAB. 13).

TABELA 13 – Coeficientes da função impedância $Z_C(s)$ da PFN tipo-C.

Coeficientes	Valores	Coeficientes	Valores
a_8	$5,510 \times 10^{-58}$	b_7	$5,657 \times 10^{-52}$
a_6	$9,323 \times 10^{-43}$	b_5	$6,665 \times 10^{-37}$
a_4	$4,413 \times 10^{-28}$	b_3	$1,925 \times 10^{-22}$
a_2	$5,816 \times 10^{-14}$	b_1	$1,14 \times 10^{-8}$
a_0	1		

Finalmente, normalizando os valores dos coeficientes da TAB. 13 e substituindo em (3.57), a função $Z_C(s)$ da PFN tipo-C com quatro seções LC é dada por:

$$Z_C(s) = \frac{0,055p^8 + 0,932p^6 + 4,413p^4 + 5,816p^2 + 1}{0,005p^7 + 0,066p^5 + 0,192p^3 + 0,114p}$$

onde, devido a normalização, $p = 10^{-7}s$, $p^2 = 10^{-14}s^2$, $p^3 = 10^{-21}s^3$, $p^4 = 10^{-28}s^4$, $p^5 = 10^{-35}s^5$, $p^6 = 10^{-42}s^6$, $p^7 = 10^{-49}s^7$ e $p^8 = 10^{-56}s^8$.

Para transformar a PFN tipo-C na PFN tipo-A (FIG. 3.10), parte-se da função $Z_C(s)$ normalizada e aplica-se a técnica de expansão em frações parciais. Com isso, é possível representar a função impedância $Z_A(s)$ da rede tipo-A por meio de (3.59), ou seja:

$$Z_A(s) = A_0 \left[\frac{K_0}{s} + \frac{2K_2s}{s^2 + \omega_2^2} + \frac{2K_4s}{s^2 + \omega_4^2} + \frac{2K_6s}{s^2 + \omega_6^2} + K_8s \right]$$

Nestas condições, fatorando o polinômio da função $Z_C(s)$ em (3.57) e obtendo-se os resíduos dos polos da função $Z_A(s)$, tem-se que:

$$Z_A(s) = \frac{0,877 \times 10^8}{s} + \frac{1,657 \times 10^8 s}{s^2 + 0,8 \times 10^{14}} + \frac{1,413 \times 10^8 s}{s^2 + 3,28 \times 10^{14}} + \frac{1,056 \times 10^8 s}{s^2 + 7,7 \times 10^{14}} + 0,97 \times 10^{-6} s.$$

Com a função $Z_A(s)$ caracterizada, é possível determinar os valores dos capacitores e dos indutores da rede tipo-A por meio de (3.60):

$$Z_A(s) = \frac{l}{A_0 K_0} s + \frac{\frac{l}{2A_0 K_2} s}{\frac{\omega_2^2}{2K_2 s}} + \frac{\frac{l}{2A_0 K_4} s}{\frac{\omega_4^2}{2K_4 s}} + \frac{\frac{l}{2A_0 K_6} s}{\frac{\omega_6^2}{2K_6 s}} + A_0 K_8 s,$$

onde, sabendo-se que $A_0 K_0 = 0,877 \times 10^8$, $2A_0 K_2 = 1,657 \times 10^8$, $2A_0 K_4 = 1,413 \times 10^8$ e $2A_0 K_6 = 1,056 \times 10^8$, é possível obter os valores dos capacitores C_1 , C_2 , C_4 e C_6 , respectivamente. Conduto, tendo em vista que $\frac{2K_2s}{\omega_2^2} = 0,8 \times 10^{14}$, $\frac{2K_4s}{\omega_4^2} = 3,28 \times 10^{14}$,

$\frac{2K_6s}{\omega_6^2} = 7,7 \times 10^{14}$, e $A_0 K_8 = 0,97 \times 10^{-6}$, pode-se determinar os valores das respectivas

indutâncias L_2 , L_4 , L_6 e L_8 . Deve-se ressaltar que, L_8 é o próprio valor de $A_0 K_8$ (capítulo 3 – seção 3.4). Na TAB. 14, apresenta-se o cálculo dos capacitores e, na TAB. 15, o cálculo dos indutores da PFN tipo-A.

TABELA 14 – Valores dos capacitores da PFN tipo-A.

Capacitores	Valores (nF)
$C_N = \frac{1}{0,877 \times 10^8}$	11,4
$C_2 = \frac{1}{1,657 \times 10^8}$	6,03
$C_4 = \frac{1}{1,413 \times 10^8}$	7,07
$C_6 = \frac{1}{1,056 \times 10^8}$	9,46

TABELA 15 – Valores dos indutores da PFN tipo-A.

Indutores	Valores (μ H)
$L_2 = \frac{1}{0,8 \times 10^{14} C_2}$	2,07
$L_4 = \frac{1}{3,28 \times 10^{14} C_4}$	0,43
$L_6 = \frac{1}{7,7 \times 10^{14} C_6}$	0,13
$L_8 = A_0 K_8$	0,97

Para transformar a rede tipo-C na rede tipo-B é necessário aplicar o teorema de Cauer [divisões polinomiais da função impedância $Z_C(s)$]. Nestas condições, partindo-se de (3.57) tem-se que:

$$Z_C(s) = \frac{a_8}{b_7} s + \frac{c_6 s^6 + c_4 s^4 + c_2 s^2 + c_0}{b_7 s^7 + b_5 s^5 + b_3 s^3 + b_1 s} \Rightarrow$$

$$Z_C(s) = \frac{a_8}{b_7} s + \frac{1}{b_7 s + \frac{d_5 s^5 + d_3 s^3 + d_1 s}{c_6 s^6 + c_4 s^4 + c_2 s^2 + c_0}} \Rightarrow$$

$$Z_C(s) = \frac{a_8}{b_7} s + \frac{1}{\frac{b_7}{c_6} s + \frac{1}{c_6 s + \frac{e_4 s^4 + e_2 s^2 + e_0}{d_5 s^5 + d_3 s^3 + d_1 s}}} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 Z_C(s) &= \frac{a_8}{b_7} s + \frac{c_6}{c_6} \frac{1}{s + \frac{c_6}{d_5} s + \frac{e_6}{d_5} s + \frac{f_3 s^3 + f_1 s}{e_4 s^4 + e_2 s^2 + e_0}} \Rightarrow \\
 Z_{11}(s) &= \frac{a_8}{b_7} s + \frac{b_7}{c_6} s + \frac{1}{\frac{c_6}{d_5} s + \frac{e_6}{d_5} s + \frac{1}{\frac{e_4}{f_3} s + \frac{g_2 s^2 + g_0}{f_3 s^3 + f_1 s}}} \Rightarrow \\
 Z_C(s) &= \frac{a_8}{b_7} s + \frac{h_7}{c_4} s + \frac{1}{\frac{c_4}{d_5} s + \frac{e_4}{f_3} s + \frac{1}{\frac{f_3}{g_2} s + \frac{h_1 s}{g_2 s^2 + g_0}}} \Rightarrow \\
 Z_B(s) &= \frac{a_8}{b_7} s + \frac{1}{\frac{b_7}{c_0} s + \frac{c_0}{d_5} s + \frac{1}{\frac{e_4}{f_3} s + \frac{1}{\frac{f_3}{g_2} s + \frac{g_2 s + \frac{1}{h_1}}{h_1 s}}}} \quad (7.4)
 \end{aligned}$$

Para determinar os coeficientes $c_6, c_4, c_2, c_0, d_5, d_3, d_1, e_4, e_2, e_0, f_3, f_1, g_2, g_0$ e h_1 , e conseqüentemente, obter as indutâncias e as capacitâncias da PFN tipo-B, é necessário utilizar os coeficientes de $Z_C(s)$ da TAB. 13 e aplicar nas expressões da TAB. 16.

TABELA 16 – Expressões dos coeficientes $c_6, c_4, c_2, c_0, d_5, d_3, d_1, e_4, e_2, e_0, f_3, f_1, g_2, g_0$ e h_1 da função impedância $Z_B(s)$ da PFN tipo-B.

Expressões	
$c_6 = a_6 - a_8 \left(\frac{b_5}{b_7} \right)$	$e_2 = c_2 - c_6 \left(\frac{d_1}{d_5} \right)$
$c_4 = a_4 - a_8 \left(\frac{b_3}{b_7} \right)$	$e_0 = c_0$
$c_2 = a_2 - a_8 \left(\frac{b_1}{b_7} \right)$	$f_3 = d_3 - d_5 \left(\frac{e_2}{e_4} \right)$
$c_0 = a_0$	$f_1 = d_1 - d_5 \left(\frac{e_0}{e_4} \right)$
$d_5 = b_5 - b_7 \left(\frac{c_4}{c_6} \right)$	$g_2 = e_2 - e_4 \left(\frac{f_1}{f_3} \right)$
$d_3 = b_3 - b_7 \left(\frac{c_2}{c_6} \right)$	$g_0 = e_0$
$d_1 = b_1 - b_7 \left(\frac{c_0}{c_6} \right)$	$h_1 = f_1 - f_3 \left(\frac{g_0}{g_2} \right)$
$e_4 = c_4 - c_6 \left(\frac{d_3}{d_5} \right)$	

O resultado dos cálculos dos coeficientes de $Z_B(s)$ (TAB. 16) encontram-se na TAB. 17.

TABELA 17 – Valores dos coeficientes da função impedância $Z_B(s)$ da PFN tipo-B.

Coefficientes	Valores
c_6	$2,831 \times 10^{-43}$
c_4	$2,538 \times 10^{-28}$
c_2	$4,706 \times 10^{-14}$
c_0	1
d_5	$1,593 \times 10^{-37}$
d_3	$9,848 \times 10^{-23}$
d_1	$9,401 \times 10^{-9}$
e_4	$7,886 \times 10^{-29}$
e_2	$3,036 \times 10^{-14}$
f_3	$3,712 \times 10^{-23}$
f_1	$7,38 \times 10^{-9}$
g_2	$1,468 \times 10^{-14}$
g_0	1
h_1	$4,85 \times 10^{-9}$

Portanto, os valores dos capacitores e dos indutores da PFN tipo-B são determinados dividindo-se os coeficientes da TAB. 17, conforme apresenta-se em (7.4). O resultado destas divisões apresentam-se na TAB. 18.

TABELA 18 – Valores dos capacitores e dos indutores da PFN tipo-B.

Indutores	Valores (μH)	Capacitores	Valores (nF)
$L_1' = \frac{a_8}{b_7}$	0,97	$C_2' = \frac{b_7}{c_6}$	2
$L_3' = \frac{c_6}{d_5}$	1,77	$C_4' = \frac{d_5}{e_4}$	2,02
$L_5' = \frac{e_4}{f_3}$	2,12	$C_6' = \frac{f_3}{g_2}$	2,53
$L_7' = \frac{g_2}{h_1}$	3,02	$C_8' = \frac{h_1}{g_0}$	4,85

Finalmente, a função impedância $Z_B(s)$ é representada na forma:

$$Z_B(s) = 0,97s + \frac{1}{1,99s + \frac{1}{1,77s + \frac{1}{2,02s + \frac{1}{2,12s + \frac{1}{2,53s + \frac{1}{3,02s + \frac{1}{4,85s}}}}}}}$$

Com base nos resultados teóricos obtidos no projeto das redes LC tipos-A, B e C, observa-se que a indutância L_1' da PFN tipo-B tem o mesmo valor da indutância L_8 da PFN tipo-A. Ademais, o somatório das capacitâncias da PFN tipo-B é igual ao valor da capacitância C_N da rede tipo-A. Tais características descrevem uma equivalência entre as redes A, B e C (redes equivalentes de Guillemin).

7.3.2 Cálculo dos elementos LC da PFN tipo-D

De acordo com a metodologia de projeto apresentada no capítulo 3 (seção 3.5), foi possível encontrar as raízes das expressões polinomiais da PFN tipo-D com quatro seções LC e, posteriormente, determinar os valores das indutâncias. A seguir, apresenta-se as expressões polinomiais relativas a cada seção LC da PFN tipo-D.

- L_1 e L_{12} :

$$s_1^6 + 61,31s_1^5 + 89,66s_1^4 - 645,66s_1^3 - 1105,31s_1^2 - 2986,22s_1 - 984,25 = 0,$$

onde s_1 são as raízes para determinar os valores de L_1 e L_{12} .

- L_2 e L_{23} :

$$s_2^8 + 68,78s_2^7 + 884,3s_2^6 + 809,24s_2^5 + 6705,2s_2^4 + 1225,4s_2^3 - 4156,06s_2^2 - 1023,12s_2 + 578,03 = 0,$$

onde s_2 são as raízes para determinar os valores de L_2 e L_{23} .

- L_3 e L_{34} :

$$s_3^{10} + 37,7s_3^9 + 17,64s_3^8 - 1029,41s_3^7 - 405,88s_3^6 - 8117,6s_3^5 + 7294,11s_3^4 + 9617,64s_3^3 + 1847,05s_3^2 - 1817,64s_3 + 588,23 = 0,$$

onde s_3 são as raízes para determinar os valores de L_3 e L_{34} .

- L_4 :

$$s_4^{13} - 8,0s_4^{12} - 46,7s_4^{11} + 400,0s_4^{10} + 577,7s_4^9 - 4000,0s_4^8 + 766,7s_4^7 - 3277,77s_4^6 - 12044,44s_4^5 - 31840,0s_4^4 + 17711,11s_4^3 + 22822,22s_4^2 - 644,44s_4 - 1111,11 = 0,$$

onde s_4 são as raízes para determinar o valor de L_4 .

Por outro lado, os capacitores da PFN tipo-D são obtidos por meio de (3.62) (capítulo 3 – seção 3.5), ou seja:

$$C_{\text{Tipo-D}} = \frac{C_N}{n} = \frac{11,4nF}{4} = 2,85nF.$$

Na TAB. 19, encontra-se os valores das indutâncias da PFN tipo-D obtidas por meio das raízes das expressões polinomiais, bem como os valores dos capacitores (calculados por meio da expressão anterior).

TABELA 19 – Valores dos elementos *LC* da PFN tipo-D.

Elementos <i>LC</i>	Valores
L_1	5,16 μH
L_2	5,41 μH
L_3	5,57 μH
L_4	5,85 μH
L_{12}	- 0,94 μH
L_{23}	- 0,53 μH
L_{34}	- 0,58 μH
4 Capacitores – C	2,85 nF (cada)

7.3.3 Cálculo dos elementos *LC* da PFN tipo-E

As indutâncias da PFN tipo-E são determinadas a partir dos valores das indutâncias da rede tipo-D (TAB. 19). Desta forma, é possível encontrar os valores de L_{E1} , L_{E2} , L_{E3} e L_{E4} utilizando-se as expressões:

$$L_{E1} = L_1 - L_{12} \Rightarrow L_{E1} = 5,16 - (-0,94) \Rightarrow L_{E1} = 6,1\mu\text{H}$$

$$L_{E2} = L_2 - L_{12} - L_{23} \Rightarrow L_{E2} = 5,41 - (-0,94) - (-0,53) \Rightarrow L_{E2} = 6,88\mu\text{H}$$

$$L_{E3} = L_3 - L_{23} - L_{34} \Rightarrow L_{E3} = 5,57 - (-0,53) - (-0,58) \Rightarrow L_{E3} = 6,68\mu\text{H}$$

$$L_{E4} = L_4 - L_{34} \Rightarrow L_{E4} = 5,85 - (-0,58) \Rightarrow L_{E4} = 6,43\mu\text{H}$$

É importante ressaltar que, as indutâncias da rede tipo-E são dispostas de tal forma que representam um contínuo solenóide com derivações capacitivas (FIG. 3.16). Estas derivações são estabelecidas mediante os valores das referidas indutâncias, os quais foram investigados por meio de um LCR *meter* com a finalidade de validar os cálculos teóricos. Nestas condições, obteve-se os seguintes valores práticos de projeto: $L_{E1} = 6,1\mu\text{H}$, $L_{E2} = 6,81\mu\text{H}$, $L_{E3} = 6,58\mu\text{H}$ e $L_{E4} = 6,34\mu\text{H}$, os quais apresentam próximos dos valores teóricos, demonstrando desta forma consistência na metodologia de projeto e construção de PFN. Ademais, deve-se ressaltar que, os valores práticos foram utilizados tanto na simulação quanto na construção da PFN, tendo em vista que os valores dos capacitores mantiveram-se iguais, ou seja, 2,85 nF.

Na TAB. 20 apresenta-se, respectivamente, os valores teóricos e experimentais das indutâncias da PFN tipo-E.

TABELA 20 – Valores teóricos e práticos das indutâncias da PFN tipo-E.

Indutâncias	Valores teóricos (μH)	Indutâncias	Valores práticos (μH)
L_{E1}	6,1	L_{E1}	6,1
L_{E2}	6,88	L_{E2}	6,81
L_{E3}	6,68	L_{E3}	6,58
L_{E4}	6,43	L_{E4}	6,34

7.3.4 Resultados obtidos com a simulação das redes LC tipos-A, B, C, D e E

Nesta seção, apresenta-se os pulsos de tensão de saída das redes tipos-A, B, C, D e E com quatro seções LC, bem como as correntes e as tensões distribuídas nos capacitores da PFN tipo-E. Na seqüência, encontra-se os pulsos de tensão considerados indesejáveis na operação de um circuito modulador pulsado. É importante lembrar que, os valores dos elementos LC utilizados nas simulações foram obtidos anteriormente de acordo com a metodologia de projeto e construção de redes LC (síntese de circuitos).

Na TAB. 21, descreve-se a especificação técnica de projeto utilizada nas simulações com as redes LC.

TABELA 21 – Especificação técnica de projeto utilizada na simulação das redes LC.

Parâmetros de projeto	Especificação
Impedância da PFN – Z_{PFN}	31 Ω
Largura do pulso – τ	0,7 μs
Número de seções LC da PFN – n	4
Capacitância total da PFN – C_{PFN}	11,4 nF
Fonte de alta tensão d-c – V_{dc}	4,5 kV
Tensão de carregamento da PFN – V_{PFN}	9 kV
Impedância de carga – R_L	31 Ω ($R_L = Z_{PFN}$)

- **Pulso de tensão de saída da PFN tipo-A**

Na FIG. 7.2 apresenta-se o pulso de tensão de saída da linha formadora de pulsos tipo-A (PFN tipo-A) constituída por quatro seções LC.

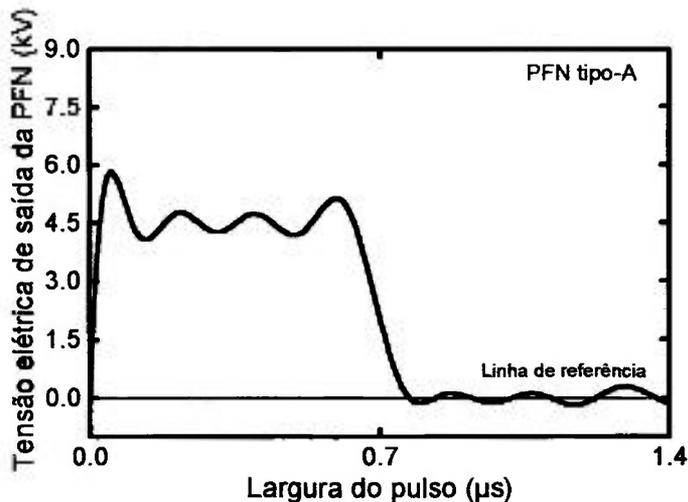


FIGURA 7.2 – Pulso de tensão de saída da PFN tipo-A.

De acordo com o pulso de tensão da PFN tipo-A (FIG. 7.2), é possível verificar que as oscilações na região superior do pulso estão relacionadas com as quatro frequências de oscilação estabelecidas por meio da expansão da série de Fourier que, por sua vez, obedecem o número de seções LC especificado no projeto e construção da PFN (4 seções LC). Ademais, observa-se também que a amplitude e a largura τ (duração do pulso) do pulso permaneceram, respectivamente, em torno de $0,7 \mu s$ e $4,5 kV$; respeitando desta forma a especificação de projeto.

Na verdade, o pulso apresentado na FIG. 7.2 representa um exemplo típico de “casamento” de impedâncias entre a PFN e a carga. Ou seja, como a impedância da PFN Z_{PFN} é igual a impedância da carga R_L , toda a energia armazenada na PFN é absorvida pela carga logo após o pulso, o qual aproxima-se da forma retangular com tempos de subida e descida bem definidos. Nestas condições, é possível afirmar que o pulso da PFN tipo-A comporta-se de maneira satisfatória para a operação de um circuito modulador pulsado e, conseqüentemente, de uma válvula de microondas de potência.

- **Pulso de tensão de saída da PFN tipo-B**

Na FIG. 7.3 apresenta-se o pulso de tensão de saída da linha formadora de pulsos tipo-B (PFN tipo-B) constituída por quatro seções LC .

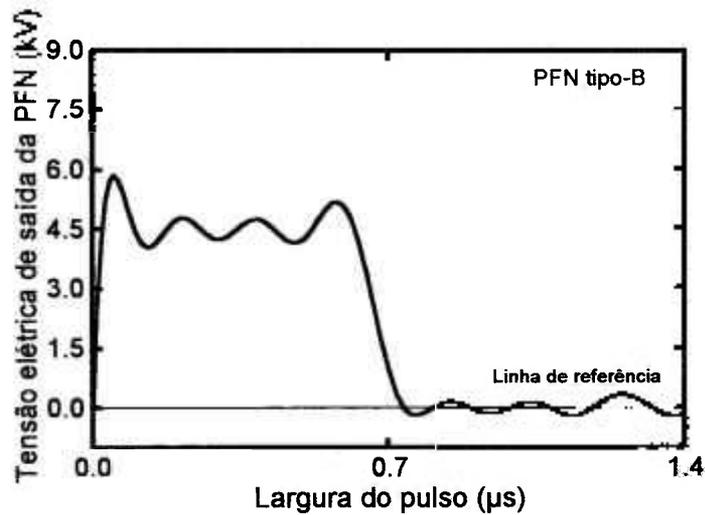


FIGURA 7.3 – Pulso de tensão de saída da PFN tipo-B.

De maneira análoga ao pulso de tensão da FIG. 7.2, o pulso de saída da PFN tipo-B (FIG. 7.3) apresentou consistência na amplitude (4,5 kV), na largura do pulso (0,7 μ s) e em relação as frequências de oscilação (quatro seções *LC*, quatro frequências de oscilação da rede).

Comparando os pulsos das FIG. 7.2 e 7.3, pode-se dizer que existe uma equivalência entre as redes tipo-A e tipo-B, apesar dos valores dos elementos *LC* serem totalmente diferentes. Isto pode ser verificado somando-se os valores dos capacitores da PFN tipo-B ($C_{PFN-B}=11,4$ nF) com o valor da capacitância de entrada da PFN tipo-A ($C_N=11,4$ nF), comprovando desta forma a consistência da metodologia de projeto e construção de redes *LC*. Entretanto, apesar das redes (tipos-A e B) serem equivalentes, os valores dos elementos *LC* calculados para a PFN tipo-A são incompatíveis com a PFN tipo-B. De forma análoga, os elementos *LC* calculados para a rede tipo-B não são aplicados à rede tipo-A. Isto significa que, apesar das redes serem equivalentes, cada PFN possui suas respectivas indutâncias e capacitâncias.

- **Pulso de tensão de saída da PFN tipo-C**

Na FIG. 7.4, apresenta-se o pulso de tensão de saída da linha formadora de pulsos tipo-C (PFN tipo-C) constituída por quatro seções *LC*.

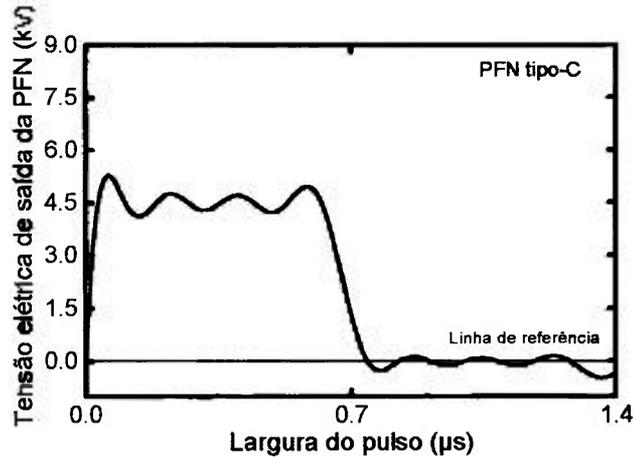


FIGURA 7.4 – Pulso de tensão de saída da PFN tipo-C.

Analogamente aos resultados obtidos anteriormente (pulsos de tensão das redes tipos-A e B), o pulso de tensão da PFN tipo-C apresenta consistência na amplitude e na largura do pulso, nos tempos de subida e de descida, bem como em relação as frequências de oscilação. Desta forma, esta rede LC também é considerada uma rede equivalente de Guillemin, sendo o ponto de partida para a construção de uma PFN.

- **Pulso de tensão de saída da PFN tipo-D**

Na FIG. 7.5 mostra-se o pulso de tensão de saída da linha formadora de pulsos tipo-D (PFN tipo-D) composta por quatro seções LC .

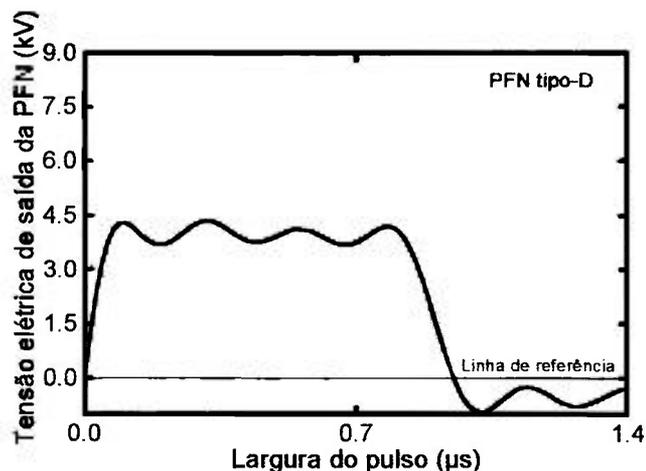


FIGURA 7.5 – Pulso de tensão de saída da PFN tipo-D.

Analisando a FIG. 7.5, observa-se a ocorrência de um certo alargamento do pulso de tensão, o qual pode ser justificado devido a complexidade das manipulações

algébricas envolvidas na metodologia de projeto. Ainda, é necessário escolher de forma adequada as raízes das expressões polinomiais, já que acrescentando-se seções LC na PFN, aumenta-se a quantidade de raízes que podem ser utilizadas para obter os valores das indutâncias. Mesmo assim, é possível considerar o pulso satisfatório, pois da mesma forma que os resultados obtidos com as redes tipos-A, B e C, o pulso apresenta características relevantes, como por exemplo: a consistência entre o número de seções LC e as quatro frequências de oscilação, tempos de subida e descida bem definidos e amplitude da ordem de 4,5 kV. Nestas condições, pode-se admitir que este tipo de PFN também é uma rede LC equivalente de Guillemin.

- **Pulso de tensão de saída da PFN tipo-E**

Na FIG. 7.6 mostra-se o pulso de tensão de saída da linha formadora de pulsos tipo-E (PFN tipo-E) com quatro seções LC .

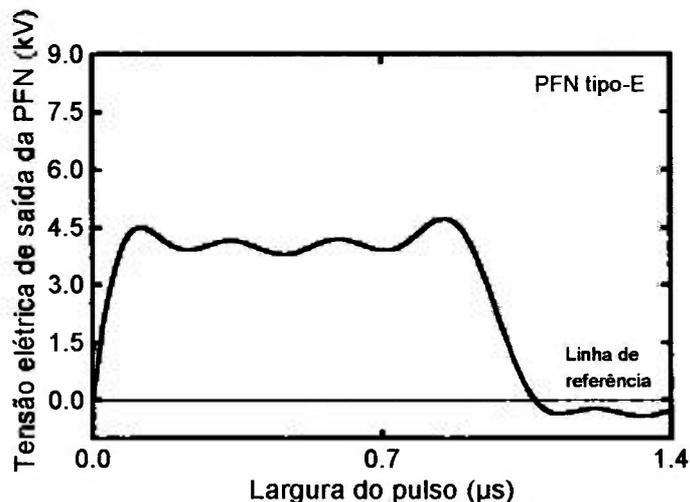


FIGURA 7.6 – Pulso de tensão de saída da PFN tipo-E (valores práticos).

De acordo com a FIG. 7.6, observa-se novamente um certo alargamento do pulso. Entretanto, é possível notar que a amplitude manteve-se em 4,5 kV com tempos de subida e descida bem definidos, atendendo desta forma as exigências operacionais da válvula de microondas de potência.

Em resumo, pode-se dizer que torna-se impossível uma linha formadora de pulsos (PFN) reproduzir perfeitamente um pulso retangular. Entretanto, utilizando a metodologia de projeto de redes LC , é possível obter pulsos de tensão aproximadamente

retangulares de acordo com as exigências de projeto do modulador e de operação da válvula de microondas de potência.

Na TAB. 22, apresenta-se os coeficientes a_{ij} da matriz A (equações de estado) obtidos por meio do modelamento matemático da rede tipo-E (FIG. 3.16 - capítulo 3). Os valores dos demais coeficientes da referida matriz valem zero e o valor de Δ é:
 $\Delta = M_1^2(-L_3L_4 + M_3^2) + L_1(L_2L_3L_4 - M_2^2L_4 - M_3^2L_2)$.

TABELA 22 – Coeficientes a_{ij} da matriz evolução do processo A (PFN tipo-E).

Coeficientes a_{ij} da matriz A	
$a_{11} = \frac{R(M_3^2L_2 + M_2^2L_4 - L_2L_3L_4)}{\Delta}$	$a_{36} = -\frac{L_1L_4(M_2 + L_2) + M_1^2L_4}{\Delta}$
$a_{15} = \frac{L_3L_4(L_2 + M_1) - M_3^2(M_1 + L_2) - M_2^2L_4}{\Delta}$	$a_{37} = \frac{L_1(M_3L_2 + L_2L_4) - M_1^2(M_3 + L_4)}{\Delta}$
$a_{16} = -\frac{M_1L_4(M_2 + L_3) + M_1M_3^2}{\Delta}$	$a_{38} = \frac{M_3(-L_1L_2 + M_1^2)}{\Delta}$
$a_{17} = \frac{M_1M_2(L_4 + M_3)}{\Delta}$	$a_{41} = \frac{RM_1M_2M_3}{\Delta}$
$a_{18} = -\frac{M_1M_2M_3}{\Delta}$	$a_{45} = -\frac{M_2M_3(L_1 + M_1)}{\Delta}$
$a_{21} = \frac{RM_1(L_3L_4 - M_3^2)}{\Delta}$	$a_{46} = \frac{M_3(L_1L_2 + L_1M_2 - M_1^2)}{\Delta}$
$a_{25} = \frac{M_1(M_3^2 - L_3L_4) + L_1(M_3^2 - L_3L_4)}{\Delta}$	$a_{47} = \frac{M_1^2(M_3 + L_3)}{\Delta} +$ $\frac{L_1(M_2^2 - M_3L_2 - L_2L_3)}{\Delta}$
$a_{26} = \frac{L_1(L_4M_2 + L_3L_4 - M_3^2)}{\Delta}$	$a_{48} = \frac{L_1(L_2L_3 - M_2^2) - M_1^2L_3}{\Delta}$
$a_{27} = -\frac{L_1M_2(L_4 + M_3)}{\Delta}$	$a_{51} = -\frac{1}{C}$ e $a_{52} = \frac{1}{C}$
$a_{28} = \frac{L_1M_2M_3}{\Delta}$	$a_{62} = -\frac{1}{C}$ e $a_{63} = \frac{1}{C}$
$a_{31} = -\frac{RM_1M_2M_3}{\Delta}$	$a_{73} = -\frac{1}{C}$ e $a_{74} = \frac{1}{C}$
$a_{35} = \frac{M_2(L_1L_4 + M_1M_3)}{\Delta}$	$a_{84} = -\frac{1}{C}$

- **Formas de onda das correntes nos indutores distribuídas nos ramos da PFN**

Na FIG. 7.7 apresenta as formas de onda das correntes distribuídas em cada ramo da PFN tipo-E com quatro seções *LC*.

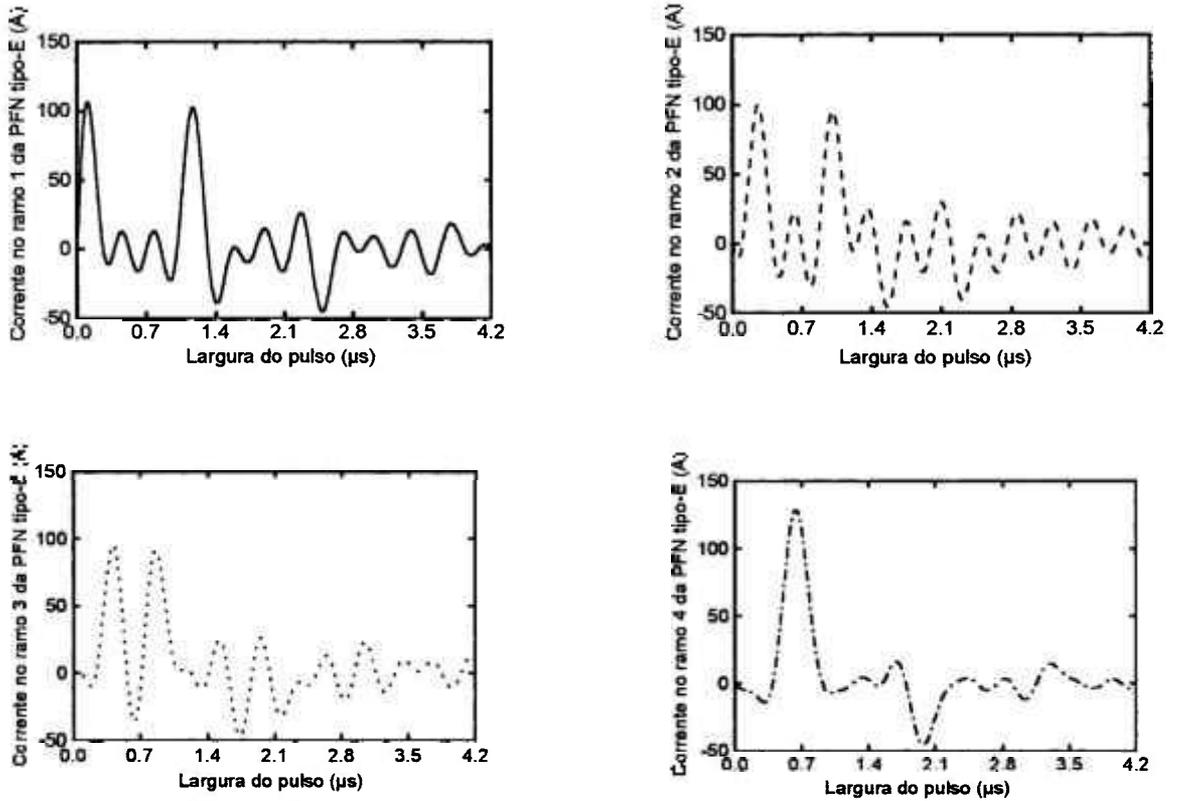
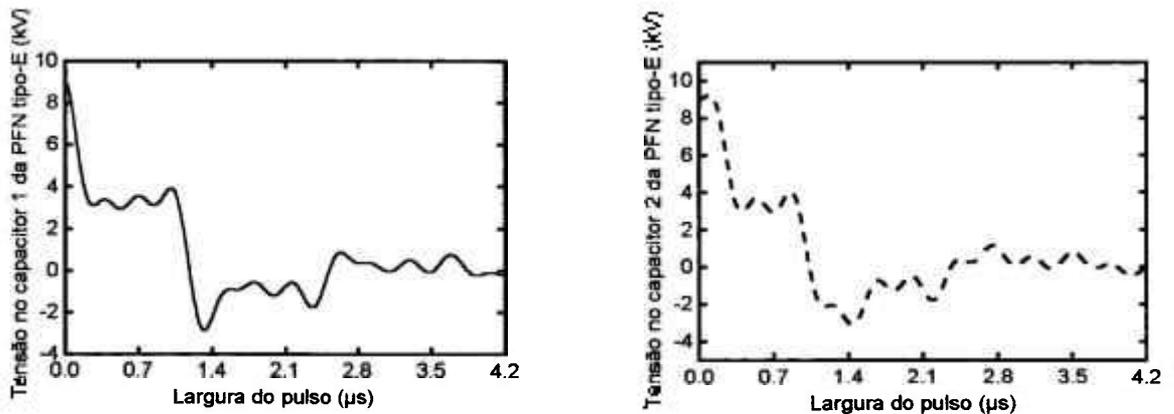


FIGURA 7.7 – Formas de onda das correntes em cada ramo da PFN tipo-E.

- **Formas de onda das tensões nos capacitores distribuídas nos ramos da PFN**

Na FIG. 7.8 apresenta as formas de onda das tensões nos capacitores da PFN tipo-E com quatro seções *LC*.



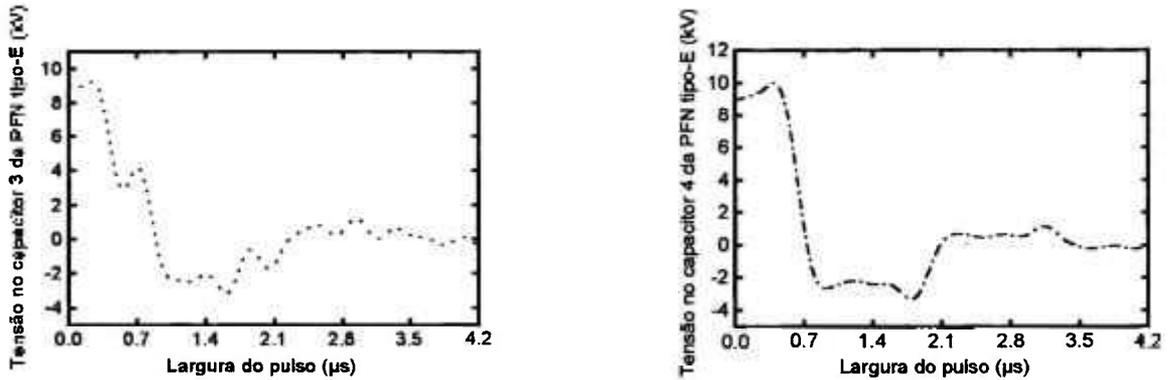


FIGURA 7.8 – Formas de onda das tensões nos capacitores da PFN tipo-E.

7.3.5 Pulsos de tensão considerados indesejáveis na operação de circuitos moduladores

Nesta fase de simulações, utilizou-se a especificação de projeto de PFN apresentada na TAB. 21, com exceção da impedância de carga R_L , a qual manteve-se propositalmente sempre “descasada” com o valor da impedância da PFN Z_{PFN} . Com base na investigação realizada no capítulo 3 – seção 3.2 sobre uma linha de transmissão ideal, admitiu-se na primeira situação de descasamento que a impedância da carga é a metade do valor da impedância da PFN, isto é, $R_L = Z_{PFN}/2$. Por outro lado, na segunda situação, assumiu-se que a impedância da carga é o dobro da impedância da PFN, ou seja, $R_L = 2Z_{PFN}$. A rede escolhida para investigar ambas situações foi a PFN tipo-E em razão de ser a rede utilizada no projeto do circuito modulador pulsado.

- Primeira situação: $R_L = Z_{PFN}/2$

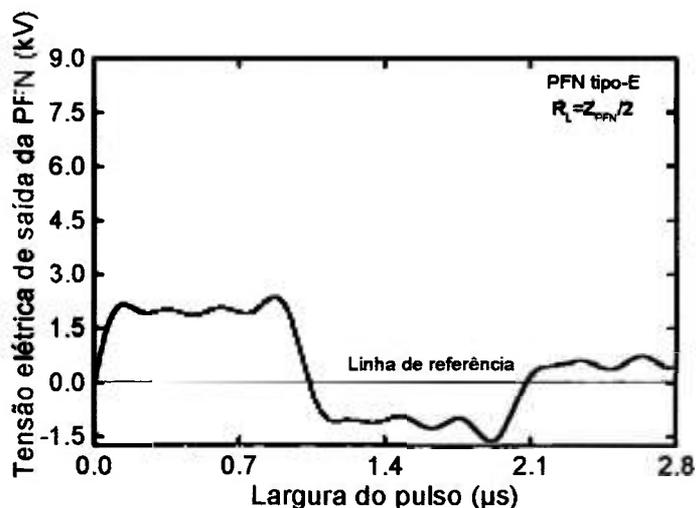


FIGURA 7.9 – Pulso de tensão indesejável da PFN tipo-E: $R_L = Z_{PFN}/2$.

Na condição em que $R_L = Z_{PFN}/2$ (FIG. 7.9) a PFN está descarregando a energia armazenada sobre uma carga que possui a metade do seu valor. Como resultado, observa-se que a energia da PFN foi absorvida pela carga durante um intervalo de tempo maior do que 4τ ($2,8 \mu\text{s}$), surgindo desta forma reflexões do pulso ao longo da PFN. Esta situação caracteriza um típico descasamento de impedâncias entre a PFN e a carga, sendo portanto indesejável na operação de moduladores e de válvulas de microondas de potência.

• **Segunda situação: $R_L = 2Z_{PFN}$**

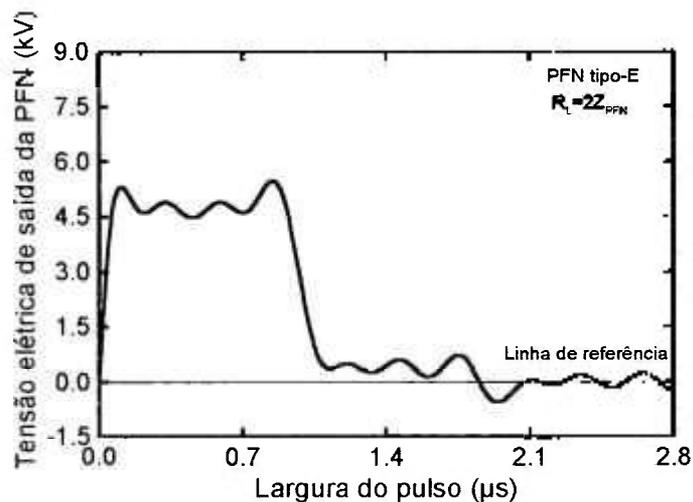


FIGURA 7.10 – Pulso de tensão indesejável da PFN tipo-E: $R_L = 2Z_{PFN}$.

Nesta situação (FIG. 7.10), a PFN está descarregando a energia armazenada sobre uma carga que possui uma impedância com o dobro do seu valor ($R_L = 2Z_{PFN}$). Como resultado, verifica-se novamente a ocorrência de reflexões ao longo da linha formadora de pulsos, caracterizando desta forma um descasamento de impedâncias.

Com base nos resultados obtidos (descasamento de impedâncias entre a PFN e a carga), é possível verificar uma perfeita concordância com os pulsos apresentados para uma linha de transmissão ideal (capítulo 3 – seção 3.2) (FIG. 3.7a e 3.7b).

7.3.6 Resultado experimental obtido com o circuito de disparo da *thyatron*

Para que a válvula *thyatron* entre em operação, fazendo com que a PFN descarregue a sua energia no circuito primário do transformador de pulsos, é necessário que o circuito de disparo (circuito pré-modulador) forneça um pulso de tensão da ordem de 200 a 300 V com uma largura τ em torno de $2 \mu\text{s}$ [38]. Em vista de tais exigências

(características técnicas operacionais da *thyatron*), monitorou-se, por meio de uma ponta de prova de alta tensão e através de um osciloscópio, o comportamento deste pulso. Como resultado, observa-se na FIG. 7.11 que o pulso de tensão de disparo da *thyatron* atende as especificações técnicas da válvula, possuindo uma amplitude de aproximadamente 250 V com duração da ordem de 2,2 μ s.

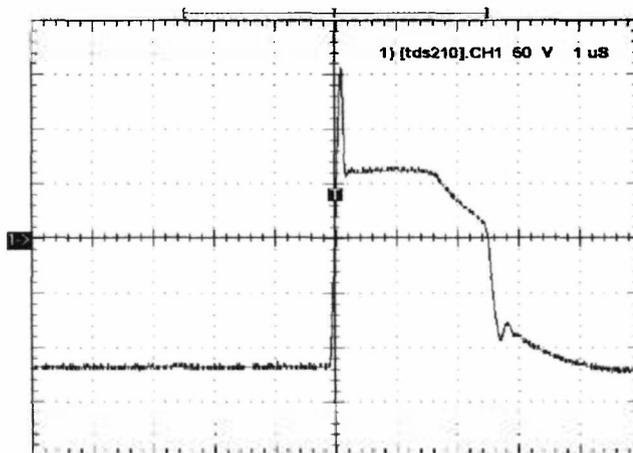


FIGURA 7.11 – Pulso de disparo do circuito pré-modulador para a operação da *thyatron*.

7.4 Resultado experimental obtido no projeto e na construção da PFN tipo-E

A linha formadora de pulsos do circuito modulador é composta de um solenóide e quatro capacitores de alta tensão (circuito elétrico equivalente apresentado na FIG. 3.16 – capítulo 3). O solenóide foi construído com um cabo de cobre encapado de bitola 4 mm² e enrolado sobre um tubo circular PVC com diâmetro interno de 0,022 m (2,2 cm), diâmetro externo de 0,025 m (2,5 cm) e comprimento total de 0,48 m (48 cm). Os capacitores são de mica com capacitância de 2,85 μ F (cada), tensão elétrica de operação de 12 kV_{dc} e corrente máxima de operação de 22 A. Na FIG. 7.12 apresenta-se a PFN tipo-E do circuito modulador *line-type*.

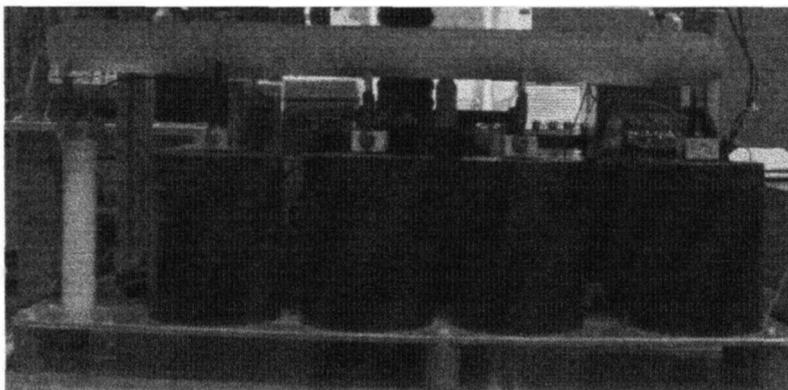


FIGURA 7.12 – Linha formadora de pulsos do modulador *line-type*.

Na FIG. 7.13 apresentam-se os pulsos de tensão e corrente da PFN tipo-E (FIG. 7.12) na situação em que a impedância da carga R_L (31Ω) é a mesma que a impedância Z_{PFN} da PFN (31Ω).

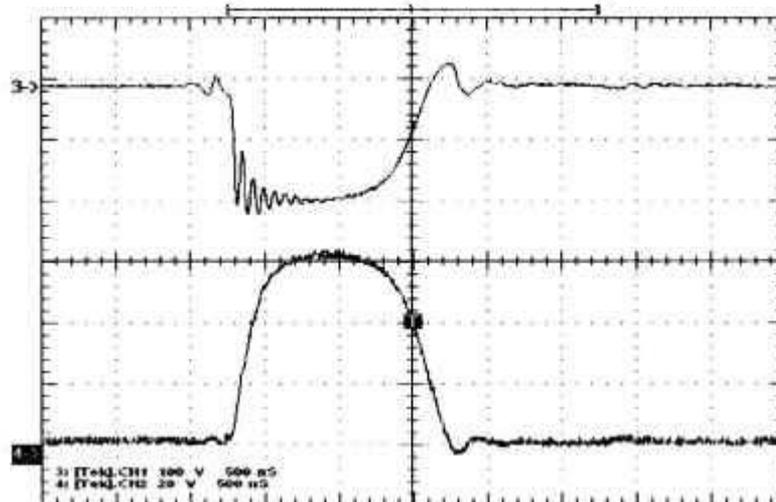


FIGURA 7.13 – Pulsos de tensão (superior) e de corrente (inferior) da PFN tipo-E: $R_L = Z_{PFN}$.

De acordo com os resultados obtidos com a PFN tipo-E (FIG. 7.13), observa-se que os pulsos (tensão e corrente) apresentam-se consistentes com as simulações realizadas, podendo admitir que a metodologia de projeto e construção de redes LC foi fundamental para obter os valores dos elementos LC da PFN.

7.5 Resultados teóricos e experimentais obtidos no projeto e na construção do transformador de pulsos

Nesta seção, apresentam-se os resultados teóricos e experimentais obtidos no projeto e na construção do transformador de pulsos do modulador pulsado.

7.5.1 Resultados teóricos

- **Cálculo das correntes elétricas de pico e efetiva nos enrolamentos do circuito primário e do circuito secundário do transformador de pulsos**

Tendo em vista que as tensões elétricas no primário V_P e no secundário V_S do transformador de pulsos são, respectivamente, de 4,5 kV e de 30 kV, a impedância Z_{PFN} da PFN de 31Ω , a impedância R_L de 1,5 k Ω , o tempo de recorrência dos pulsos T_r de 500 μ s e a largura τ do pulso da ordem de 1 μ s, foi possível determinar as correntes de pico e efetiva

nos enrolamentos do transformador de pulsos. Desta forma, apresenta-se na TAB. 23 as expressões e os valores obtidos nos cálculos das respectivas correntes.

TABELA 23 – Expressões e valores das correntes de pico e efetiva do primário e secundário.

Corrente de pico	Valores (A)	Corrente efetiva	Valores (mA)
Circuito primário		Circuito primário	
$I_{Pp} = \frac{V_P}{Z_{PFN}}$	145	$I_{P_{\text{rms}}} = \frac{I_{Pp} \tau}{T_r}$	290
Circuito secundário		Circuito secundário	
$I_{Ps} = \frac{V_s}{R_L}$	20	$I_{S_{\text{rms}}} = \frac{I_{Ps} \tau}{T_r}$	40

Os cálculos das correntes efetivas permitiram estabelecer os diâmetros dos fios dos enrolamentos do circuito primário e do circuito secundário do transformador de pulsos. Com isso, o primário foi construído com o fio AWG/26 (corrente elétrica máxima de 378 mA) e o secundário, apesar da corrente ser de apenas 40 mA, utilizou-se o fio AWG/12 (corrente elétrica máxima de 9,9 A) devido a necessidade de enviar uma corrente d-c de 9 A para aquecer o filamento da *magnetron* modelo TV-1546 (enrolamento bifilar).

- **Cálculo das potências elétricas de pico e média do transformador de pulsos**

Os cálculos apresentados nesta seção tem como objetivo determinar as potências elétricas de pico P_{pico} e média $P_{\text{média}}$ fornecidas à válvula *magnetron* por meio do transformador de pulsos. Desta forma, apresenta-se na TAB. 24 as expressões e os valores obtidos nos cálculos das respectivas potências.

TABELA 24 – Expressões e valores das potências de pico e média do secundário.

Potência de pico	Valor (kW)	Potência média	Valor (kW)
$P_{\text{pico}} = \frac{V_s^2}{R_L}$	600	$P_{\text{média}} = \frac{P_{\text{pico}} \tau}{T_r}$	1,2

Portanto, sabendo-se que a *magnetron* TV-1546 necessita para a sua satisfatória operação de um pulso de tensão da ordem de 25 kV, é possível admitir que o circuito modulador atende perfeitamente as exigências operacionais da válvula de microondas de potência.

• **Cálculo dos parâmetros C_D , L_P , D_r , μ_e , L_L , t_r e η do transformador de pulsos**

Na TAB. 25, apresenta-se as dimensões geométricas do núcleo e da bobina do transformador de pulsos utilizadas para calcular a capacitância distribuída C_D nas camadas dos enrolamentos, a indutância do primário L_P , o nível de decaimento D_r da região superior do pulso, a permeabilidade magnética efetiva μ_e do material FeSi (GO), a indutância de dispersão L_L , o tempo de subida t_r do pulso e, finalmente, o rendimento η do transformador de pulsos. Na seqüência, TAB. 26, encontra-se as expressões analíticas utilizadas nos respectivos cálculos.

TABELA 25 – Dimensões geométricas do núcleo e da bobina do transformador de pulsos.

Quantidades geométricas do núcleo e da bobina	Dimensões físicas	Unidades
Área da seção transversal do núcleo – $A_{Tráfo}$	$7,9 \times 10^{-4}$	m^2
Comprimento médio do caminho magnético – l_m	0,31	m
Volume do núcleo	$2,45 \times 10^{-4}$	m^3
Janela do núcleo	0,081 x 0,042	m
Distância média entre camadas de isolamento (referida ao comprimento do enrolamento secundário) – $d_{média}$	1,25	m
Espessura do núcleo	0,0193	m
Largura do núcleo	0,041	m
Perímetro médio da bobina – $p_{média}$	0,18	m

Ainda, nos referidos cálculos, foi utilizado a constante dielétrica de isolamento $\epsilon_r=3,5$ (papel isopress impregnado com óleo mineral), o fator $f_1=0,13$ relativo a distribuição de tensão no enrolamento secundário (enrolamento tipo Lord – quatro secundários conectados em série), o comprimento l do enrolamento referido ao circuito secundário ($l \cong 21,6$ m), o fator $\sqrt{f_2}=0,857$ relativo a razão de transformação a ($a=7$) entre os enrolamentos (primário e secundário), podendo ser obtido por meio da relação $f_2 = \left(\frac{a-1}{a}\right)^2$, $N_S=108$ (número de espiras do secundário), largura τ do pulso de 1 μs (medida experimental obtida por meio de um osciloscópio, a qual se refere a largura dos pulsos do primário e do secundário do transformador de pulsos) e, finalmente, a impedância R_L da carga (1,5 k Ω).

TABELA 26 – Expressões e resultados dos cálculos teóricos dos parâmetros de projeto do transformador de pulsos.

Parâmetros	Expressões	Resultados ($\pm 10\%$)
Capacitância distribuída – C_D	$C_D = \left(\frac{2 \times 8,85 \times 10^{-12} p_{\text{médio}} l \epsilon_r}{d_{\text{média}}} \right) f_1$	25 pF
Indutância do primário – L_P	$L_P = \frac{\tau^2}{2C_E}$	20 mH
Decaimento do pulso – D_r	$D_r = \left(\frac{R_L \tau}{2L_P} \right)$	4 %
Permeabilidade magnética efetiva – μ_e	$\mu_e = \left(\frac{L_P I_m}{N_S^2 A \mu_0} \right)$	536
Indutância de dispersão – L_L	$L_L = \left(\frac{\mu_0 N_S^2 p_{\text{médio}} d_{\text{média}}}{2l} \right) f_2$	56 μH
Tempo de subida do pulso – t_r	$t_r = 1,02 \sqrt{L_L C_D}$	38 ns
Eficiência do transformador – η	$\eta = \left[1 - \left(\sqrt{\frac{2L_L}{L_P}} \right) \right] 100\%$	93 %

7.5.2 Resultados experimentais

Na TAB. 27, apresenta-se as expressões utilizadas nos cálculos experimentais referentes a capacitância C_D , as indutâncias L_P e L_L , ao decaimento D_r do pulso, a permeabilidade magnética efetiva do material μ_e , ao tempo de subida t_r do pulso e ao rendimento η do transformador de pulsos. Os cálculos experimentais foram obtidos medindo-se, inicialmente, com um osciloscópio, a porcentagem do decaimento da região superior do pulso. Conseqüentemente, foi possível medir L_P , C_D , L_L , μ_e e η . Na seqüência, TAB. 28, encontra-se um resumo comparativo dos resultados teóricos e experimentais.

Tendo em vista que a porcentagem do decaimento do pulso de tensão no secundário do transformador pulsos foi medido experimentalmente por meio de um osciloscópio, apresentando um nível de 4%, foi possível determinar os valores dos demais parâmetros de projeto.

TABELA 27 – Expressões e resultados experimentais dos parâmetros de projeto do transformador de pulsos.

Parâmetros	Expressões	Resultados ($\pm 10\%$)
Indutância do primário – L_P	$L_P = \left(\frac{R_L \tau}{2D_r} \right)$	19 mH
Capacitância distribuída – C_D	$C_D = \left(\frac{\tau^2}{2L_P} \right)$	26 pF
Indutância de dispersão – L_L	$L_L = R_L^2 C_D$	58 μ H
Permeabilidade magnética efetiva – μ_e	$\mu_e = \left(\frac{L_P I_m}{N_S^2 A \mu_0} \right)$	512
Eficiência do transformador – η	$\eta = \left[1 - \left(\frac{2I_L}{I_P} \right) \right] 100\%$	93 %

Na TAB. 28, encontra-se um resumo dos resultados teóricos e experimentais obtidos no projeto e construção do transformador de pulsos. Na seqüência, FIG. 7.12, apresenta-se a simulação do pulso de tensão do circuito secundário referente aos cálculos teóricos (TAB. 26) e aos resultados experimentais (TAB. 27).

TABELA 28 – Resultados teóricos e experimentais relativos ao pulso de tensão de saída do transformador de pulsos

Parâmetros	Unidades	Valores calculados ($\pm 10\%$)	Valores medidos ($\pm 10\%$)
Indutância – L_P	mH	20	19
Indutância – L_L	μ H	56	58
Capacitância – C_D	pF	25	26
Tempo de subida – t_r	ns	38	100
Decaimento – D_r	%	4	4
Permeabilidade – μ_e		536	512
Eficiência – η	%	93	93

Na TAB. 28 observa-se uma boa concordância entre os valores calculados teoricamente e os valores experimentais, subentendendo-se que o projeto do transformador de pulsos, bem como do modulador apresentaram-se satisfatórios.

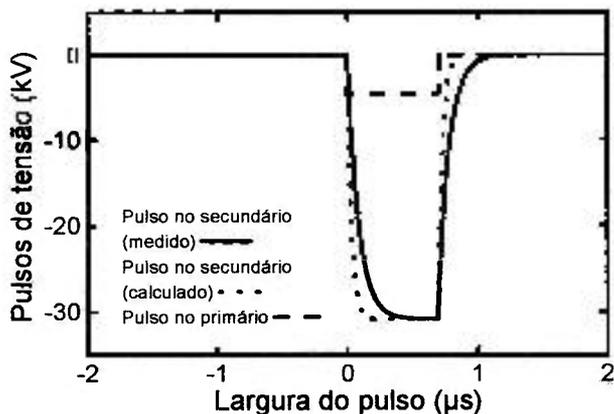


FIGURA 7.14 – Simulação dos pulsos de tensão de saída do transformador de pulsos relativos aos cálculos teóricos e aos resultados experimentais.

De acordo com os resultados teóricos e experimentais obtidos no projeto do transformador de pulsos, pode-se verificar por meio da simulação (FIG. 7.14) que existe uma excelente concordância entre os parâmetros calculados e os parâmetros determinados experimentalmente. Ademais, com uma eficiência de 93%, pode-se dizer que o transformador entrega a máxima quantidade de energia da PFN para a carga (circuito secundário do transformador de pulsos) com o mínimo de perdas de energia magnética. Isto proporciona uma satisfatória operação da válvula *magnetron* modelo TV-1546. A seguir, apresentam-se os pulsos de tensão e de corrente fornecidos à *magnetron* (saída do circuito secundário do transformador de pulsos).

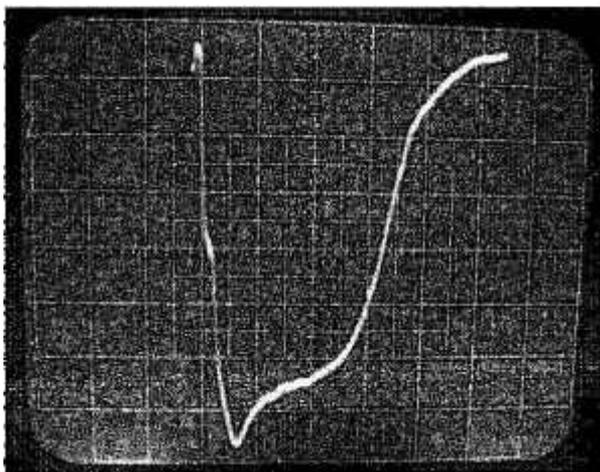


FIGURA 7.15 – Pulso de tensão do circuito modulador (saída do secundário do transformador de pulsos). Escala vertical reduzida: 2kV/div. Escala horizontal: 0,2μs/div.

Na FIG. 7.15 apresenta-se o pulso de tensão de saída do circuito modulador pulsado (circuito secundário do transformador de pulsos). O pulso apresenta

aproximadamente 30 kV de amplitude, $1\mu\text{s}$ de duração, 600 kW de potência de pico e 1,2 kW de potência média. Baseado nestes resultados, verificou-se uma excelente razão de transformação entre os circuitos primário e secundário do transformador. Desta forma, é possível admitir que o material do núcleo FeSi (GO) comportou-se satisfatoriamente durante a operação do transformador de pulsos, mesmo quando submetido a uma corrente elétrica d-c de 9 A para aquecer o filamento da *magnetron*. Ademais, é importante ressaltar a eficiência do enrolamento tipo Lord, pois, conforme mostra-se na FIG. 7.15, o pulso tem um tempo de subida da ordem de 100 ns, um tempo de descida em torno de 200 ns e um nível de decaimento de apenas 4%.

O pulso de corrente apresentado na FIG. 7.16 foi obtido utilizando-se uma bobina de Rogowski. Esta bobina foi construída com um núcleo de material ferromagnético na forma de toróide e possui um diâmetro interno de 0,040 m, um diâmetro externo de 0,078 m e 96 espiras. Como resultado, obteve-se um pulso com 100 ns de tempo de subida, 200 ns de tempo de descida, 5 % de decaimento, $1\mu\text{s}$ de duração e amplitude de pico de aproximadamente 20 A, apresentado desta forma excelente concordância com o pulso de tensão.

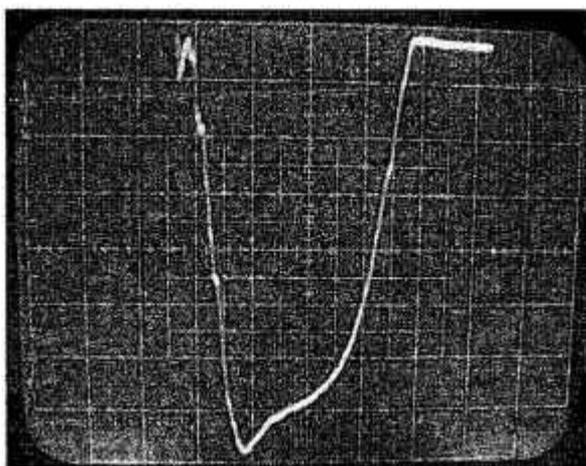


FIGURA 7.16 – Pulso de corrente do circuito modulador (saída do secundário do transformador de pulsos). Escala vertical: 2A/div. Escala horizontal: $0,2\mu\text{s}/\text{div}$.

7.6 Simulação com a PFN tipo-E acoplada ao transformador de pulsos

Na FIG. 7.17 apresenta-se o circuito elétrico utilizado para a simulação e, na seqüência, FIG. 7.18, o pulso de tensão de saída no circuito secundário do transformador de pulsos (PFN tipo-E acoplada ao transformador). Ainda, na TAB. 29, encontra-se os coeficientes das equações de estado utilizados para construir a FIG. 7.18.

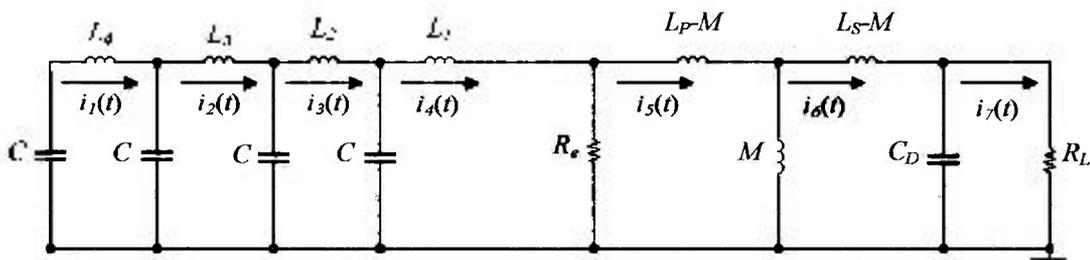


FIGURA 7.17 – Circuito elétrico PFN tipo-E acoplada ao transformador de pulsos.

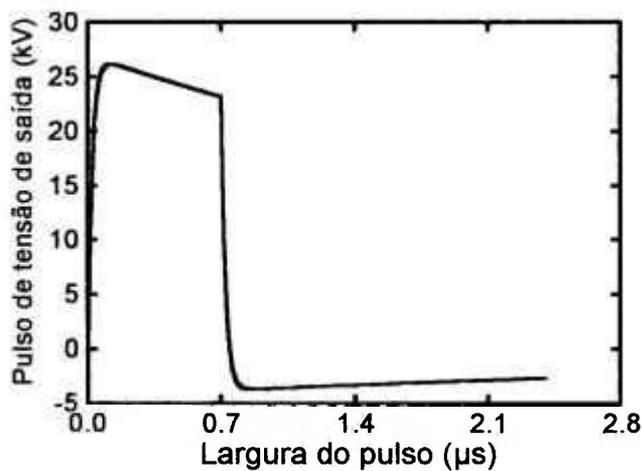


FIGURA 7.18 – Pulso de tensão de saída no circuito secundário do transformador de pulsos (PFN tipo-E acoplada ao transformador).

De acordo com a FIG. 7.18, observa-se uma redução na amplitude do pulso em virtude da resistência de perda R_e , bem como uma porção negativa devido ao núcleo permanecer ainda magnetizado logo após o pulso.

TABELA 29 – Coeficientes a_{ij} da matriz (PFN tipo-E acoplada ao trafo de pulsos).

$a_{11} = \frac{R_e(L_4M_2^2 - L_2L_3L_4 + L_2M_3^2)}{\Delta}$	$a_{41} = \frac{M_1M_2M_3}{\Delta}$
$a_{15} = \frac{-R_e(L_4M_2^2 - L_2L_3L_4 + L_2M_3^2)}{\Delta}$	$a_{45} = -\frac{M_1M_2M_3}{\Delta}$
$a_{17} = \frac{L_4(L_3M_1 + L_3L_2 - M_2^2) - M_3^2(M_1L_2)}{\Delta}$	$a_{47} = -\frac{M_2(M_1M_3 - L_1M_3)}{\Delta}$
$a_{18} = \frac{M_1(M_3^2 - L_3L_4 - L_4M_2)}{\Delta}$	$a_{48} = \frac{M_3(L_1M_2 - M_1^2 + L_1L_2)}{\Delta}$
$a_{19} = \frac{M_1M_2(L_4 + M_3)}{\Delta}$	$a_{49} = \frac{M_1^2(M_3 + L_3) + L_1(M_2^2 - L_2M_3 - L_2L_3)}{\Delta}$
$a_{110} = -\frac{M_1M_2M_3}{\Delta}$	$a_{410} = \frac{L_1(L_2L_3 - M_2^2)}{\Delta}$
$a_{21} = \frac{R_e(M_1L_3L_4 - M_1M_3^2)}{\Delta}$	$a_{51} = \frac{L_S R_e}{L_P L_S - M^2}$
$a_{25} = -\frac{R_e(M_1L_3L_4 - M_1M_3^2)}{\Delta}$	$a_{55} = -\frac{L_S R_e}{L_P L_S - M^2}$
$a_{27} = -\frac{M_1(M_3^2 - L_3L_4) + L_1(M_3^2 - L_3L_4)}{\Delta}$	$a_{511} = \frac{M}{L_P L_S - M^2}$
$a_{28} = \frac{L_1(L_4M_2 - M_3^2 + L_3L_4)}{\Delta}$	$a_{61} = \frac{MR_e}{L_P L_S - M^2}$
$a_{29} = -\frac{L_1M_2(M_2M_3)}{\Delta}$	$a_{65} = -\frac{MR_e}{L_P L_S - M^2}$
$a_{210} = \frac{L_1M_2M_3}{\Delta}$	$a_{611} = -\frac{L_P}{L_P L_S - M^2}$
$a_{31} = -\frac{R_eM_1M_2L_4}{\Delta}$	$a_{71} = -\frac{1}{C} \text{ e } a_{72} = \frac{1}{C}$
$a_{35} = \frac{R_eM_1M_2L_4}{\Delta}$	$a_{82} = -\frac{1}{C} \text{ e } a_{83} = -\frac{1}{C}$
$a_{37} = \frac{M_2L_4(L_1 + M_1)}{\Delta}$	$a_{93} = -\frac{1}{C} \text{ e } a_{94} = \frac{1}{C}$
$a_{38} = \frac{L_4(M_1^2 - L_1M_2 - L_1L_2)}{\Delta}$	$a_{104} = -\frac{1}{C}$
$a_{39} = \frac{-M_1^2(M_3 + L_4) + L_1L_2(M_3L_4)}{\Delta}$	$a_{116} = \frac{1}{C_D}$
$a_{310} = \frac{M_3(M_1^2 - L_1L_2)}{\Delta}$	$a_{1111} = -\frac{1}{R_L C_D}$

Os valores dos demais coeficientes da referida matriz valem zero e o valor de Δ é:

$$\Delta = M_1^2(-L_3L_4 + M_3^2) + L_1(L_2L_3L_4 - M_2^2L_4 - M_3^2L_2).$$

7.7 Resultados teóricos referentes as perdas de energia magnética no material FeSi (GO) utilizado no núcleo do transformador de pulsos

Nesta seção, apresenta-se as relações entre a eficiência do transformador de pulsos (perdas de energia magnética) com a permeabilidade magnética do material FeSi (GO) e com a espessura de sua lâmina.

- **Eficiência x permeabilidade magnética efetiva do material FeSi (GO)**

De acordo com a FIG. 7.19, pode-se verificar que utilizando-se um material com alta permeabilidade magnética efetiva, é possível aumentar a eficiência do transformador de pulsos.

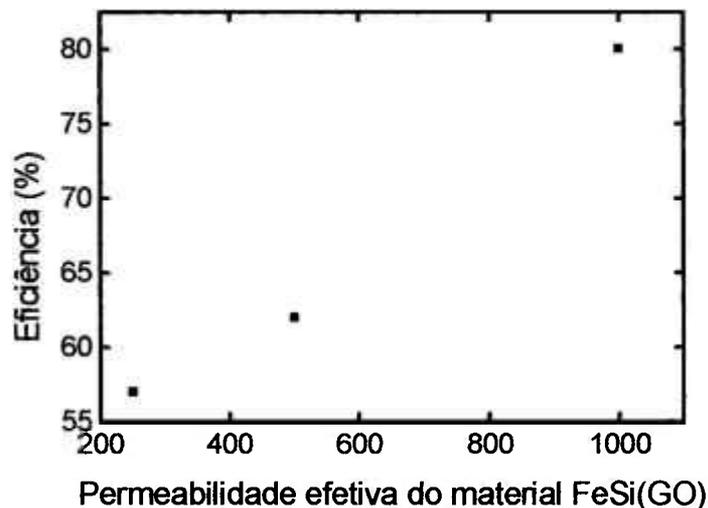


FIGURA 7.19 – Eficiência do transformador de pulsos com relação a permeabilidade magnética efetiva do material FeSi (GO).

- **Eficiência x espessura da lâmina do material FeSi (GO)**

Conforme mostra a FIG. 7.20, observa-se que aumentando a espessura da lâmina do material, ocorre uma redução da eficiência do transformador de pulsos.

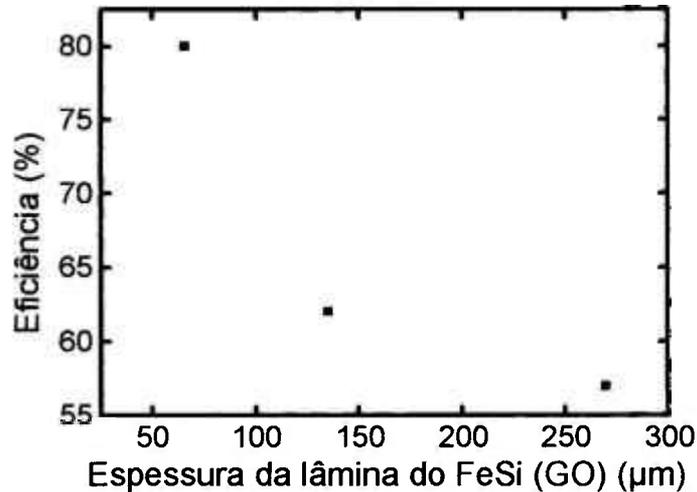


FIGURA 7.20 – Eficiência do transformador de pulsos com relação a espessura da lâmina do material FeSi (GO).

- **Forma do pulso considerando a resistência de perda R_e**

De acordo com a FIG. 7.21, observa-se que a resistência de perda R_e influencia na amplitude do pulso [reduziu de 30 kV (FIG. 7.14) para $\cong 28$ kV], subentendendo-se que parte da energia da PFN foi dissipada no material do núcleo em forma de calor (perdas por efeito Joule).

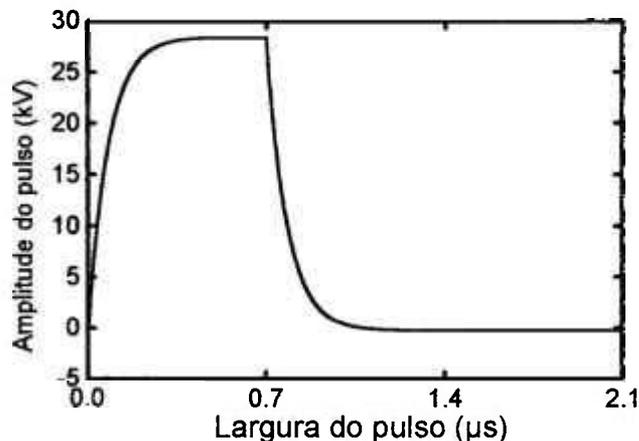


FIGURA 7.21 – Forma do pulso com a presença da resistência de perda R_e .

7.8 Conclusão

Em vista dos resultados obtidos no projeto e construção do reator de carregamento ressonante, da linha formadora de pulsos (PFN) e do transformador de pulsos, pode-se verificar que existe uma dependência entre estes componentes. Isto significa que a quantidade de energia armazenada na PFN depende do circuito de carregamento ressonante, o qual está presente o reator de carregamento. Por sua vez, a descarga de energia da PFN no circuito primário do transformador de pulsos é realizada de

forma correta se a válvula *thyatron* e o seu circuito de disparo estiver operando em sincronismo com o circuito de carregamento. Por outro lado, se o transformador de pulsos não for projetado e construído adequadamente, a forma do pulso de saída no circuito secundário não será compatível com os requisitos exigidos pela válvula de microondas de potência (carga), uma vez que o transformador deve transferir a máxima energia da PFN para carga, bem como proporcionar um “casamento” de impedâncias e um ajuste de tensão entre a PFN e a própria carga. Ademais, foi possível verificar que a eficiência do transformador de pulsos é diretamente proporcional a permeabilidade magnética efetiva do material e inversamente proporcional a espessura de sua lâmina.

CAPÍTULO 8 – CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES

O presente trabalho teve como objetivo projetar, construir e caracterizar um circuito modulador *line-type* para a operação de uma válvula *magnetron* de potência. Os principais sub-sistemas de um circuito modulador são: o reator de carregamento ressonante, a linha formadora de pulsos (PFN) e o transformador de pulsos. Em particular, o reator de carregamento garantiu que a PFN fosse carregada com o dobro da tensão elétrica da fonte (FIG. 7.1), subentendendo-se que a válvula *thyatron* (sistema de chaveamento do modulador) operou de maneira sincronizada com o circuito de carregamento e com a própria PFN. Este sincronismo deve-se ao fato do circuito de disparo fornecer pulsos da ordem de 250 V e largura τ de 2,2 μ s ao sistema de chaveamento (exigências de operação da válvula *thyatron*).

Com relação a linha formadora de pulsos, pode-se concluir que o seu projeto é um problema de síntese de circuito, onde os valores dos elementos *LC* são calculados com base na expansão da série trigonométrica de Fourier e por meio dos teoremas de Foster e de Cauer. Entretanto, verificou-se que, acrescentando seções *LC* em qualquer tipo de PFN, torna-se maior a complexidade de projeto devido as manipulações algébricas. Nestas condições, pode-se dizer que, as etapas de projeto descritas no capítulo 3, bem como o procedimento analítico referente ao projeto de cada rede *LC* apresentado no capítulo 7 (cálculo das indutâncias e das capacitâncias) permitiu construir uma PFN capaz de formar um pulso de tensão com amplitude e largura τ bem definidas; conforme a especificação de projeto exigida para a operação do circuito modulador. Estas características permitiram uma satisfatória operação da válvula *magnetron* TV-1546.

De acordo com os resultados obtidos no projeto e construção do transformador de pulsos, é possível admitir que é fundamental relacionar os elementos do circuito equivalente (FIG. 4.2) com as quantidades geométricas do núcleo e da bobina (FIG. 4.3) para investigar o comportamento do pulso na saída do modulador (circuito secundário do transformador de pulsos). Para isso, foi necessário estabelecer modelos de circuitos consistentes que representassem na prática uma condição aproximada da operação deste componente, estabelecendo desta forma uma relação de compromisso

entre os elementos de circuito e as dimensões geométricas do transformador (núcleo e bobina). Com isso, foi possível identificar que o tempo de subida do pulso é influenciado devido a presença da indutância de dispersão L_L entre os circuitos primário e secundário e da capacitância distribuída C_D nos enrolamentos, ao passo que a região superior é comprometida em virtude da indutância L_P do primário. Quantitativamente, significa que o produto $L_L C_D$ deve ser mínimo para evitar um possível atraso no tempo de subida e, conseqüentemente, um alargamento do pulso, conforme pode ser observado em (4.93). Entretanto, devido L_L e C_D estarem relacionadas com as dimensões do núcleo e da bobina do transformador de pulsos, é possível minimizar a indutância de dispersão reduzindo a distância d entre as camadas dos enrolamentos. Por outro lado, em razão dessa distância ser inversamente proporcional a capacitância C_D , conduz à um aumento da capacitância distribuída nos enrolamentos. Portanto, conclui-se que os parâmetros L_L e C_D são inversamente proporcionais, o que torna o produto $L_L C_D$ constante. No tratamento deste problema, foi necessário utilizar o enrolamento tipo Lord que possui o menor produto entre estes dois parâmetros ($L_L C_D$). Este enrolamento é constituído por dois circuitos primários conectados em paralelo entre quatro circuitos secundário em série.

Em relação ao comportamento do topo do pulso, observou-se que é importante manter constante a indutância L_P do primário, pois de acordo com (4.74), qualquer variação de L_P influencia na região superior do pulso. Portanto, a investigação sobre o tempo de subida e a região superior do pulso (topo do pulso) permitiu verificar que o comportamento do tempo de descida (fim do pulso) e, conseqüentemente, a forma do pulso de saída é conseqüência dos valores dos elementos L_P, L_L e C_D em conjunto com a impedância de carga R_L , a qual deve estar

casada com a impedância da PFN e relacionada com $\sqrt{\frac{L_L}{C_D}}$.

Tendo em vista a importância de investigar os parâmetros que influenciam na forma do pulso de saída, deve-se considerar ainda o tipo de material ferromagnético a ser utilizado no núcleo, bem como com a sua área A_{Trafo} da seção transversal, a qual depende da tensão elétrica de operação do transformador, conforme 4.76 (lei de Faraday). Ou seja, se a área A não for compatível com a tensão de operação, o material do núcleo poderá atingir o nível de saturação com maior facilidade, comprometendo desta forma o desempenho do transformador de pulsos e, conseqüentemente, a operação da válvula *magneton* de potência. Um material normalmente utilizado em projetos de

transformadores de pulso, em virtude da alta permeabilidade magnética efetiva, é o FeSi (GO), conhecido comercialmente como Hipersil.

De acordo com o desenvolvimento analítico apresentado sobre a distribuição do campo magnético na região interna da lâmina do material ferromagnético, foi possível determinar uma expressão matemática para quantificar as perdas de energia magnética, as quais se relacionam com a energia armazenada no material logo após o pulso e a energia dissipada em forma de calor (efeito Joule) devido as correntes induzidas. As perdas devido ao processo de histerese são inerentes ao material, tornando difícil de ser reduzida e quantificada. Entretanto, é possível minimizar as perdas em razão das correntes induzidas utilizando lâminas tão finas quanto possível. Desta forma, a medida em que a espessura da lâmina é reduzida, diminui-se o percurso fechado das correntes induzidas na lâmina e, conseqüentemente, o aquecimento do material. Portanto, pode-se concluir que, tanto o material quanto o enrolamento tipo Lord são fundamentais para que o transformador entregue a máxima quantidade de energia da PFN para a carga no intervalo de tempo τ .

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se dizer que é relevante utilizar o material FeSi (GO) tipo-C Hipersil com lâminas entre 0,0254 mm e 0,127 mm de espessura para reduzir as perdas de energia magnética devido as correntes induzidas, já que é a principal responsável pela dissipação de calor no núcleo. Desta forma, espera-se que o transformador de pulsos forneça a máxima quantidade de energia da PFN para a válvula de microondas de potência com a mínima energia armazenada no núcleo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 CHODOROW, M.; GINZTON, E. L.; NEILSEN, I. R.; SONKIN, S. *Design and performance of high power pulsed klystron*, M. L. Report n. 212, Stanford, 1953.
- 2 KORY, C. L. Novel high-gain, improved bandwidth, finned-ladder V-band traveling-wave tube slow-wave circuit design. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v.42, n.9, p.1686-1692, 1995.
- 3 KORY, C. L. Three-dimensional simulation of helix traveling-wave tube cold test characteristics using MAFIA. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v.43, n.8, p.1317-1319, 1996.
- 4 KORY, C. L.; DAYTON JÚNIOR, J. A. Accurate cold-test model of helical TWT slow-wave circuits. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v.45, n.4, p.966-971, 1998.
- 5 GOEBEL, D. M. et al. Development of linear traveling-wave tubes for telecommunications applications. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v.48, n.1, p.74-81, 2001.
- 6 KORY, C. L. Investigation of fully three-dimensional helical RF field effects on TWT beam/circuit interaction. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v.48, n.8, p.1718-1726, 2001.
- 7 GLASOE, G. N.; LEBACQZ, J. V. *Pulse generators*. New York, N.Y.: McGraw-Hill, 1948. (Radiation Laboratory Series).
- 8 RAFAEL, F. S. *Projeto, desenvolvimento e construção de uma fonte de alta tensão pulsada para polarização de válvulas klystron*. 1993. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- 9 MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY. Radar school. *Principles of radar*. 2.ed. New York, N. Y.: McGraw-Hill, 1946.
- 10 DC RESONANT CHARGING CIRCUIT. *Richie's tesla coil web page*. Disponível em: <<http://www.richieburnett.co.uk/dcreschg.html>>. Acesso em: 23 nov. 2002.
- 11 CARLETO, N.; MIRANDA, C. R. B.; MOTTA, C. C. Design of a pulse-forming network for driving high power magnetron. In: 11º SIMPÓSIO BRASILEIRO DE MICROONDAS e OPTOELETRÔNICA e 6º CONGRESSO BRASILEIRO de ELETROMAGNETISMO, 16-19 Ago. 2004, São Paulo, SP. ISSN-1807-3964.
- 12 DESOER, C. A.; KUH, S. E. *Teoria básica de circuitos*. Tradução de Carlos Peres Quevedo. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1979. 823 p., 23 cm. Título original: Basic circuit theory.

- 13 PRESS, W. H.; FLANNERY, B. P.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T. *Numerical recipes in pascal-the art of scientific computing*. New York, N.Y.: Cambridge University Press, 1990.
- 14 CARNAHAN, B.; LUTHER, H. A.; WILKES, J. O. *Applied numerical methods*. New York, N.Y.: Wiley, 1972.
- 15 SARTORI, J. C. *Linhas de transmissão e carta de smith: projeto assistido por computador*. São Carlos, S.P.: EESC-USP, 1999.
- 16 GUILLEMIN, E. A. *The mathematics of circuit analysis*. New York, N. Y.: Wiley, 1949. (Principles of Electrical Engineering Series).
- 17 ROARK, R. M.; PARTEN, M. E.; MASTEN, L. B.; BURKES, T. R. Pulse-forming networks with time-varying or nonlinear resistive loads. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v. 26, n. 10, p. 1541-1544, 1979.
- 18 MUSOLINO, A.; RAUGI, M.; BERNARDO, T. Pulse-forming network optimal design for the power supply of emi launchers. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 33, n.1, p. 480-483, 1997.
- 19 GUILLEMIN, E. A. *Communication networks: the classical theory of long lines, filters and related networks*. v. 2. New York, N. Y.: Wiley, 1935.
- 20 KUO, F. F. *Network analysis and synthesis*. 2 ed. New York, N. Y.: Wiley, 1966.
- 21 HOUPIS, C. H.; LUBELFELD, J. *Pulse circuits*. New York, N. Y.: A Simon and Schuster, 1970.
- 22 WATSON, H. High-voltage pulser development. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v. 26, n. 10, p. 1541-1544, 1979.
- 23 BLINCHIKOFF, H. J.; GARDENGHI, A. A modular PFN with pulsewidth agility. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v. 26, n. 10, p. 1541-1544, 1979.
- 24 LORD, H. W. Pulse transformers. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 7, n. 1, p. 17-28, 1971.
- 25 MILLMAN, J.; TAUB, H. *Pulse, digital, and switching waveforms*. New York, N. Y.: McGraw-Hill, 1965.
- 26 HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de física*. Tradução e revisão técnica de Denise Helena da Silva Sotero e Gerson Bazo Costamilan. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996. 350 p., 27,5 cm. Título original: Fundamentals of physics.
- 27 MACHADO, K. D. *Teoria do eletromagnetismo*. v.2. Ponta Grossa, PR: UEPG, 2002.
- 28 REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. *Fundamentos da teoria eletromagnética*. Rio de Janeiro, RJ.: Campus, 1991.

- 29 GROSSNER, N. R. *Transformers for electronic circuits*. 6. ed. New York, N. Y.: McGraw-Hill, 1983.
- 30 AKEMOTO, M.; GOLD, S.; KRASNYKH, A.; KNOONTZ, R. Development of the pulse transformer for NLC klystron pulse modulator. PARTICLE ACCELERATOR CONFERENCE, May 12-16, 1997, Vancouver. *Proceedings...* Vancouver, 1997.
- 31 FLANAGAN, W. M. *Handbook of transformer applications*. New York, N. Y.: McGraw-Hill, 1986.
- 32 CARLETO, N.; MOTTA, C. C. Design, construction and characterization of a line-type pulse modulator for driving high power magnetron. In: INTERNATIONAL MICROWAVE & OPTOELECTRONICS CONFERENCE, July 25 to 28th, 2005, Brasília, DF.
- 33 SPIEGEL, M. R. *Transformadas de Laplace*. Tradução de Roberto Ribeiro Baldino. São Paulo: McGraw-Hill, 1979. 344 p., 23,5 cm. Título original: Schaum's outline of theory and problems of Laplace transforms.
- 34 HAMMOND, P.; WALSH, D. *Energy methods in electromagnetism*. New York, N. Y.: Oxford University Press, 1981.
- 35 CHURCHILL, R. V. *Fourier series and boundary value problems*. 2. ed. Kogakusha, Tokyo: McGraw-Hill, 1963. (International Student Edition).
- 36 WARD, D. A.; EXON, J. L. T. Using Rogowski coils for transient current measurements. *Engineering Science and Education Journal*, London, June 1993. Disponível em: <<http://www.rocoil.cwc.net/Pr7o.pdf>>. Acesso em: 17 dez. 2004.
- 37 PISKUNOV, N. *Calculo diferencial e integral*. Traducido del ruso por el ingeniero K. Medkov. 3.ed. Capítulo 13. TOMO II. Moscou: Editorial Mir, 1977. 448 p.
- 38 PENTA LABORATORIES. 28 July 2001. Electron tubes for industry-hydrogen thyatron 5C22. Disponível em: <<http://www.pentalaboratories.com/pdfs/Pt5c22.pdf>>. Acesso em: 18 Jan. 2003.